

B.26

38

**И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН С С С Р**

ПРЕПРИНТ И Я Ф 74 - 79

Г.Е.Векштейн, Д.Д.Рютов, П.З.Чеботаев

**ДИФФУЗИЯ ТЯЖЁЛЫХ ПРИМЕСЕЙ В ПЛОТНОЙ
ПЛАЗМЕ, УДЕРЖИВАЕМОЙ СТЕНКАМИ**

Новосибирск

1974

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ
А Н С С С Р

ПРЕПРИИТ

Г.Е.Векштейн, Д.Д.Рятов, П.З.Чеботаев

ДИФФУЗИЯ ТЯЖЕЛЫХ ПРИМЕСЕЙ В ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ.

БИБЛИОТЕКА
Института ядерной
физики СО АН СССР
ИНВ. № _____

Новосибирск
1974

ДИФфуЗИЯ ТЯЖЕЛЫХ ПРИМЕСЕЙ В ПЛОТНОЙ ПЛАЗМЕ, УДЕРЖИВАЕМОЙ СТЕНКАМИ

Г.Е. Векштейн, Д.Д. Рютков, П.З. Чеботаев

Радиальное равновесие плазмы с плотностью $n = 10^{17} - 10^{19} \text{ см}^{-3}$ в прямых системах может быть обеспечено не за счет отрыва плазмы от стенок давлением магнитного поля (как это имеет место при традиционном магнитном удержании), а за счет непосредственного контакта плазмы с жесткими стенками рабочего объема (т.н. "стеночное" или "немагнитное" удержание). Продольное магнитное поле при стеночном удержании плазмы может быть весьма слабым (таким, что $\beta \equiv 8\pi r/n^2 \gg 1$), поскольку роль магнитного поля в этом случае сводится лишь к подавлению поперечной теплопроводности плазмы.

Наличие непосредственного контакта плазмы со стенкой при рассматриваемом способе удержания, естественно, требует исследования процессов, происходящих на самой стенке и в пристеночном слое плазмы. Вместе с тем, при стеночном удержании появляются существенные особенности и в поведении плазмы во всем её объеме. Эти особенности, впервые изученные в работах /1,2/, связаны с тем, что в плазме с $\beta \gg 1$ газокINETическое давление $p = 2nT$ должно быть однородно по сечению. Поэтому при нагреве и остывании плазмы будет происходить её перераспределение по сечению, т.е. возникнет радиальное течение плазмы, причем плотность плазмы у относительно холодных стенок будет намного выше плотности в центре системы. В результате увеличивается скорость потерь тепла из плазмы: во-первых, возрастают тормозные потери (это обусловлено тем, что при условии $n \propto 1/T$ мощность тормозного излучения, пропорциональная $n^2 \sqrt{T}$, растет как $T^{-3/2}$ по направлению к стенкам); во-вторых, появляется конвективный перенос тепла от центра к стенкам. Однако численный анализ, проведенный в работах /1,2/, показывает, что энергетическое время жизни плазмы в практически интересных случаях остается вполне приемлемым в смысле критерия Лоусона.

В работах /1,2/ наличие стенки учитывалось введением некоторых простых граничных условий к уравнениям переноса полностью ионизированной плазмы. При этом фактически не рассматривались многообразные процессы, имеющие место непосредственно около стенки (сюда входят: неполная ионизация и рекомбинационное излучение; нарушение условия незапертости излучения; неидеальность плазмы и связанные с этим изменения её коэффициентов переноса; разрушение стенки тепловым потоком и быстрыми частицами плазмы). Оправданием такого подхода может служить то, что характер процессов в области горячей плазмы оказался слабо чувствительным к изменению граничных условий в достаточно широких пределах (подробнее см. /1,2/). Однако непосредственный контакт плазмы со стенкой приводит к появлению еще одного принципиально важного эффекта, а именно проникновения тяжелых примесей с зарядом $Z > 1$, возникающих на стенке, в объем плазмы. Так как даже небольшая добавка многозарядных ионов может сильно увеличить тормозные потери из плазмы, то для определения энергетического времени жизни плазмы важно знать глубину проникновения тяжелых примесей и распределения их плотности в плазме. Исследованию этого вопроса посвящена настоящая работа¹⁾.

Соответствующая задача довольно просто решается в практически интересном случае, когда плотность примесей относительно невелика. Тогда параметры плазмы мало изменяются из-за наличия примесей, и движение примесей можно рассматривать как диффузию пробных частиц в плазме, параметры которой определяются уравнениями переноса, записанными в отсутствие примесей /1,2/.

Пусть в плазме имеется один сорт примесных ионов с заданным зарядом²⁾ Z . Их массу будем считать много большей массы ионов плазмы. В результате частых столкновений тяжелых ионов с ионами плазмы функция распределения примесей будет близка к максвелловской с температурой T , равной температуре плазмы в данной точке. Движение примесей происходит в плоскости поперечного сечения плазменного цилиндра. Плотность примесей обозначим

1) Вопрос о примесях в настоящее время интенсивно обсуждается и в случае магнитного удержания плазмы (на установках типа Токамак). В связи с этим отметим, что приведенные ниже уравнения движения примесей справедливы и в этом случае.

2) При этом мы, для простоты, отвлекаемся от возможности изменения заряда примесного иона при его движении в плазме.

\tilde{n} , а компоненты их массовой скорости \tilde{v}_z и \tilde{v}_φ . Так как диффузия является медленным процессом, то в уравнениях движения можно пренебречь инерцией:

$$-\frac{\partial}{\partial z}(\tilde{n}T) + Z\tilde{n}e(E_z + \frac{\tilde{v}_\varphi}{c}H) + \tilde{R}_{ez} + \tilde{R}_{iz} = 0 \quad (1)$$

$$Z\tilde{n}(E_\varphi - \frac{\tilde{v}_z}{c}H) + \tilde{R}_{e\varphi} + \tilde{R}_{i\varphi} = 0 \quad (2)$$

Здесь \vec{E} и \vec{R}_i - электрическое поле в плазме, а \vec{R}_e - сила, действующая на тяжелые ионы в результате их кулоновских столкновений с электронами и ионами плазмы. В силу аксиальной симметрии задачи все параметры плазмы зависят только от радиуса и времени. Функции n, T, H, E_z, E_φ и V - радиальная скорость течения плазмы предполагаются известными из решения уравнений переноса чистой плазмы.

Перейдем теперь к вычислению сил \vec{R}_e и \vec{R}_i , связанных со столкновениями. Они возникают как из-за относительного движения различных сортов частиц, так и из-за искажения максвелловского распределения электронов и ионов плазмы, связанного с неоднородностью параметров плазмы. Рассматривая тяжелые ионы как пробные частицы, мы можем пренебречь их влиянием на функции распределения электронов и ионов плазмы. Тогда для силы \vec{R}_e , используя результаты /3/, нетрудно получить:

$$\begin{aligned} \tilde{R}_{ez} &= Z^2 m \tilde{n} \nu_e (V - \tilde{v}_z) + Z^2 \delta_5 \tilde{n} \frac{\partial T}{\partial z} + Z^2 \delta_4 m \tilde{n} \nu_e u \\ \tilde{R}_{e\varphi} &= -Z^2 m \tilde{n} \nu_e \tilde{v}_\varphi + Z^2 \delta_1 m \tilde{n} \nu_e u + Z^2 \delta_2 \tilde{n} \frac{\partial T}{\partial z} \end{aligned} \quad (3)$$

где ν_e - электронная частота столкновений, $u = \frac{e}{4\pi n e} \frac{\partial H}{\partial z}$ - азимутальная токовая скорость электронов, а

$$\delta_1 = 1 - \frac{6,42\delta_0^2 + 1,84}{\Delta}; \quad \delta_2 = \frac{1,5\delta_0^3 + 3,05\delta_0}{\Delta};$$

$$\delta_4 = \frac{1,7\delta_0^3 + 0,78\delta_0}{\Delta}; \quad \delta_5 = \frac{5,1\delta_0^2 + 2,68}{\Delta};$$

$$\Delta = \delta_0^4 + 14,79\delta_0^2 + 3,77; \quad \delta_0 = \omega_{pe} / \nu_e$$

(мы используем здесь те же обозначения, что и в работе /2/). Если масса примесных ионов много больше массы ионов плазмы, то силу \vec{R}_i можно находить аналогично силе взаимодействия электронов и ионов в чистой плазме: она не зависит от искажения функции распределения тяжелых ионов, так что масса тяжелых ионов вообще не входит в задачу. Для силы трения между ионами плазмы и примесями можно сразу написать:

$$\tilde{R}_{iz}^{(u)} = Z \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} m \tilde{n} \nu_e (V - \tilde{v}_z); \quad \tilde{R}_{i\varphi}^{(u)} = -Z \left(\frac{M}{m}\right)^{1/2} m \tilde{n} \nu_e \tilde{v}_\varphi; \quad (4)$$

(M - масса иона плазмы)

Специальное вычисление необходимо лишь при определении термосилы $\vec{R}_i^{(T)}$, действующей со стороны ионов плазмы на примеси. Соответствующая поправка к функции распределения ионов плазмы, связанная с градиентом температуры, определяется только ионными столкновениями. Для вычисления этой поправки её удобно разложить по полиномам Сонина $L_p^{(3/2)}(x)$, после чего в уравнения для коэффициентов разложения войдут лишь матричные элементы от кулоновского интеграла столкновений, приведенные в работе /3/. Ограничиваясь первыми двумя полиномами, совершенно аналогично тому, как это сделано в /3/, получаем:

$$\begin{aligned} \vec{R}_i^{(T)} &= Z^2 \tilde{n} \left\{ \delta_6 \vec{\nabla}_1 T - \delta_7 [\vec{h} \times \vec{\nabla} T] \right\} \\ \delta_6 &= \frac{1,28\delta_{oi}^2 + 0,34}{\Delta_i}; \quad \delta_7 = \frac{1,5\delta_{oi}^3 + 0,74\delta_{oi}}{\Delta_i}; \\ \Delta_i &= \delta_{oi}^4 + 1,35\delta_{oi}^2 + 0,16; \end{aligned} \quad (5)$$

где $\delta_{oi} = \omega_{ni} \tau_i \approx 2,31 \cdot 10^{-2} \delta_0$ для дейтериевой плазмы. Зная теперь все действующие на тяжелые ионы силы, из уравнений (1) и (2) можно найти скорость их течения, по которой затем определяется плотность примесей $\tilde{n}(z, t)$. Поскольку в общем случае формулы довольно громоздки, приведем результат для

многозарядных примесей ($Z \gg 1$):

$$\tilde{v}_z = \tilde{V} - D \frac{1}{\tilde{n}} \frac{\partial \tilde{n}}{\partial z} \quad (6)$$

здесь

$$D = \frac{T (m/M)^{1/2}}{Z^2 m \nu_e (1 + m \delta_0^2 / M Z^2)}$$

коэффициент диффузии примесей, а \tilde{V} — величина, определяемая равенством

$$\tilde{V} = V + (1 + m \delta_0^2 / M Z^2)^{-1} \left\{ \frac{(m/M)^{1/2}}{Z m n \nu_e} \frac{\partial (nT)}{\partial z} + \frac{e}{4\pi n e} \frac{\partial H}{\partial z} \left[\left(\frac{m}{M} \right)^{1/2} \delta_4 + \frac{m \delta_0 \delta_1}{M Z} \right] + \frac{1}{m \nu_e} \frac{\partial T}{\partial z} \left[(\delta_5 + \delta_6) \left(\frac{m}{M} \right)^{1/2} + \frac{\delta_0 (\delta_2 - \delta_7) m}{Z M} \right] \right\}$$

Здесь мы учли, что электрическое поле в плазме равно:

$$e E_z = \frac{1}{n} \frac{\partial (nT)}{\partial z} - \delta_4 m \nu_e u - \delta_5 \frac{\partial T}{\partial z}$$

$$e E_p = e \frac{V}{c} H - \delta_1 m \nu_e u - \delta_2 \frac{\partial T}{\partial z}$$

Таким образом, движение примесей представляет собой диффузию с коэффициентом D в среде, движущейся со скоростью \tilde{V} , причем эта скорость, как видно из (7), не совпадает со скоростью течения плазмы V . Это может приводить к некоторым особенностям в распределении по радиусу плотности примесей $\tilde{n}(z, t)$.

Действительно, рассмотрим формулу (7) для эффективной скорости \tilde{V} . Поскольку, как отмечалось выше, во время нагрева плазма движется от центра к стенкам (подробнее см. работу

/2/), то $V > 0$, причем у стенки $V = 0$. Сравнение трех последних членов в (7) показывает, что вблизи стенок главным оказывается действие на примеси термосилы (третий член), а так как $\partial T / \partial z < 0$, то вблизи стенки $\tilde{V} < 0$, т.е. примеси затягиваются в плазму. При удалении от стенки термосила начинает уменьшаться, так как происходит замагничивание сначала электронов, а затем и ионов плазмы (т.к. электроны замагничиваются очень быстро, то почти во всей области главной оказывается вычисленная нами ионная термосила), а скорость течения плазмы растет. Поэтому на некотором расстоянии a от стенки эффективная скорость \tilde{V} обратится в нуль, а на большем удалении от стенки будет направлена к стенке.

В качестве простейшей модели образования примесей мы рассмотрим ситуацию, когда плотность примесей у стенок не зависит от времени. В этом случае нетрудно представить вид функции

$$\tilde{n}(z, t) \quad \text{при указанном выше виде эффективной скорости} \\ \tilde{V}(z).$$

Поскольку плазма у стенки имеет высокую плотность и низкую температуру, то коэффициент диффузии примесей D здесь мал (плазма у стенок немагничена). Поэтому почти во всем промежутке от стенки до точки остановки в (6) можно пренебречь диффузионной скоростью. Поскольку параметры плазмы меняются медленно по сравнению со временем, а течение которого примеси со скоростью \tilde{V} пройдут расстояние a от стенки, то можно считать, что в каждый момент времени распределение плотности примесей по радиусу $\tilde{n}(z)$ будет близким к стационарному решению уравнения непрерывности: $\tilde{n}(z) \propto 1/\tilde{V}$. Только вблизи точки остановки необходимо учитывать диффузию.

Таким образом, плотность примесей растет от заданного значения у стенки до точки остановки, где она имеет резкий максимум. При дальнейшем удалении от стенки плотность быстро падает.

Приведенные качественные соображения иллюстрируются на Рис. I-3 результатами численного интегрирования уравнения диффузии примесей для одного практически интересного случая, когда в начальном состоянии дейтериевая плазма с плотностью $\rho_0 = 1,6 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$

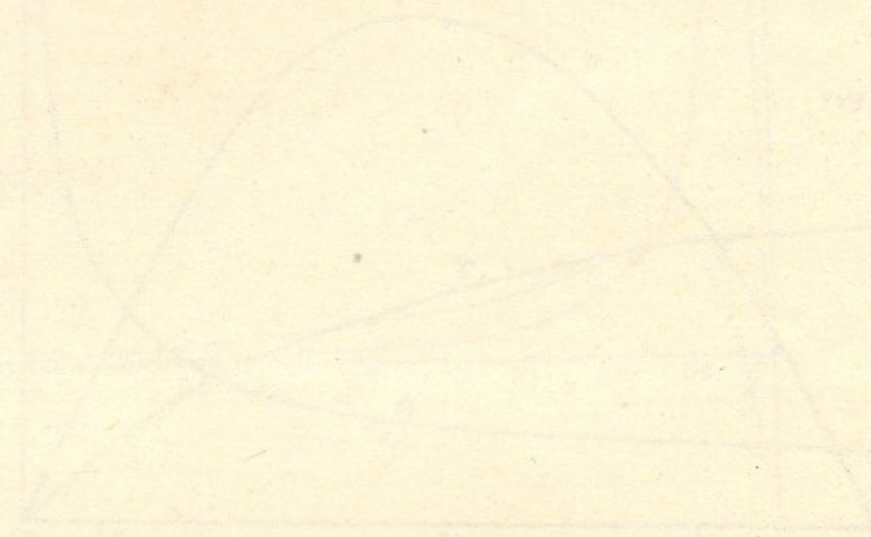
и температурой $T_0 = 4$ эв, помещенная в однородное магнитное поле $H_0 = 7 \cdot 10^4$ гс, однородно заполняет трубу с радиусом $R = 1,2$ см. В начальный момент времени включается источник нагрева с характерной длительностью $\Delta t = 1,8 \cdot 10^{-5}$ сек. Пространственная зависимость объемной мощности источника $Q(r)$ имитирует нагрев плазмы мощным релятивистским электронным пучком, инжектируемым с торца установки:

$$Q\left(\frac{\text{Вт}}{\text{см}^3}\right) = 1,6 \cdot 10^9 \frac{\exp\left[1 - \frac{2}{H_0 R^2} \int_0^r H(r', t) r' dr'\right]}{e-1} \cdot \frac{t e^{-t/\Delta t}}{\Delta t} \cdot \frac{H(r, t)}{H_0}$$

На рис.1 показана радиальная зависимость параметров плазмы в момент времени $t = 2,1 \cdot 10^{-5}$ сек. Поскольку оказывается, что в рассматриваемом варианте магнитное поле вморожено в плазму, то профиль магнитного поля совпадает с профилем плотности и не приводится на рисунке. На рис.2 приведены эффективная скорость $\tilde{V}(r)$ и распределение плотности $\tilde{n}(r)$ тяжелых примесей с зарядом $Z = 3$ в тот же момент времени. На рис.3 аналогичные кривые приведены для примесей с $Z = 10$. Из рисунка видно, что хотя плотность примесей имеет резкий максимум в пристеночном слое, их проникновение в объем плазмы мало. Следовательно, загрязнение плазмы примесями в рассматриваемом случае не представляет особой опасности.

Л и т е р а т у р а

- /1/ P. Z. Chebotov, D. D. Ryutov, M. D. Spector, G. E. Vekstein.
Proc. VI Europ. Conf. on Plasma Phys.
Vol. 1, p. 411, Moscow, 1973.
- /2/ Г.Е. Векштейн, Д.Д. Рютов, М.Д. Спектор, П.З. Чеботаев, ИМТФ;
№ 6, 1974.
- /3/ С.И. Брагинский, В сб. "Вопросы теории плазмы", вып. I,
стр. 183, Москва, 1963.



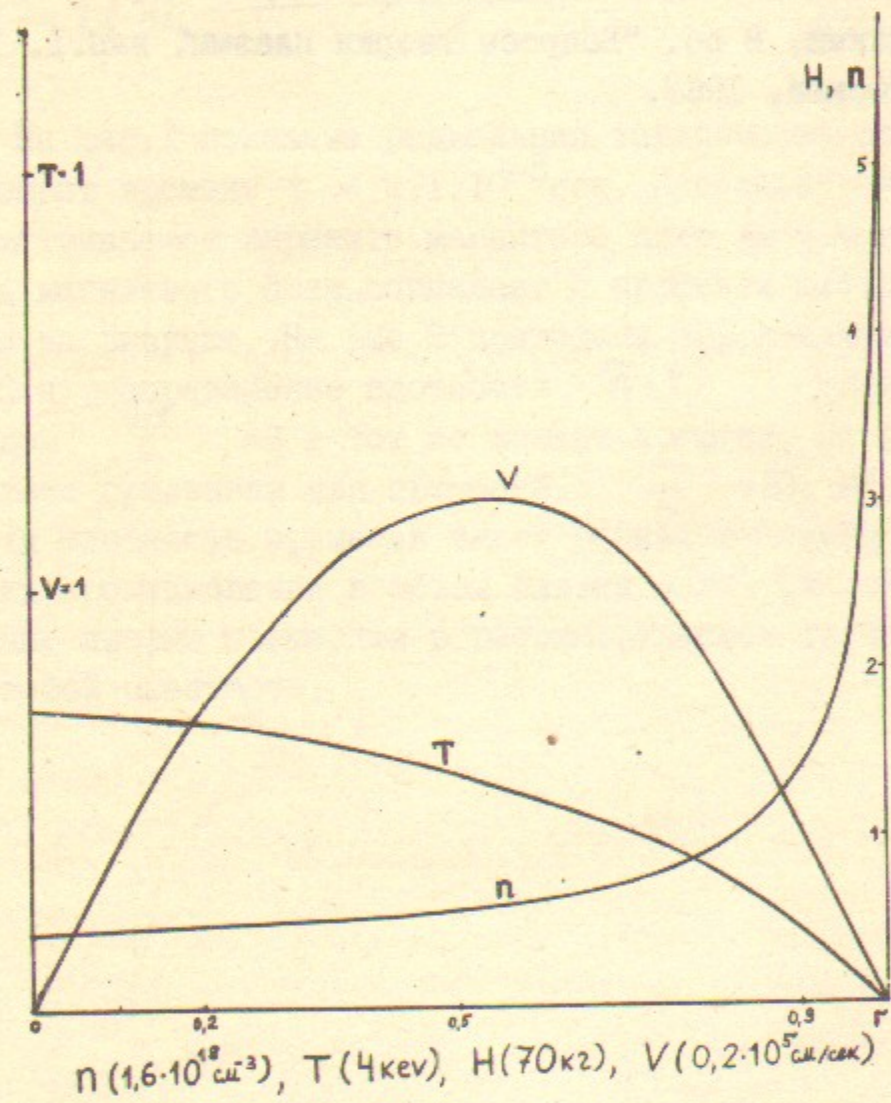


Рис. 1

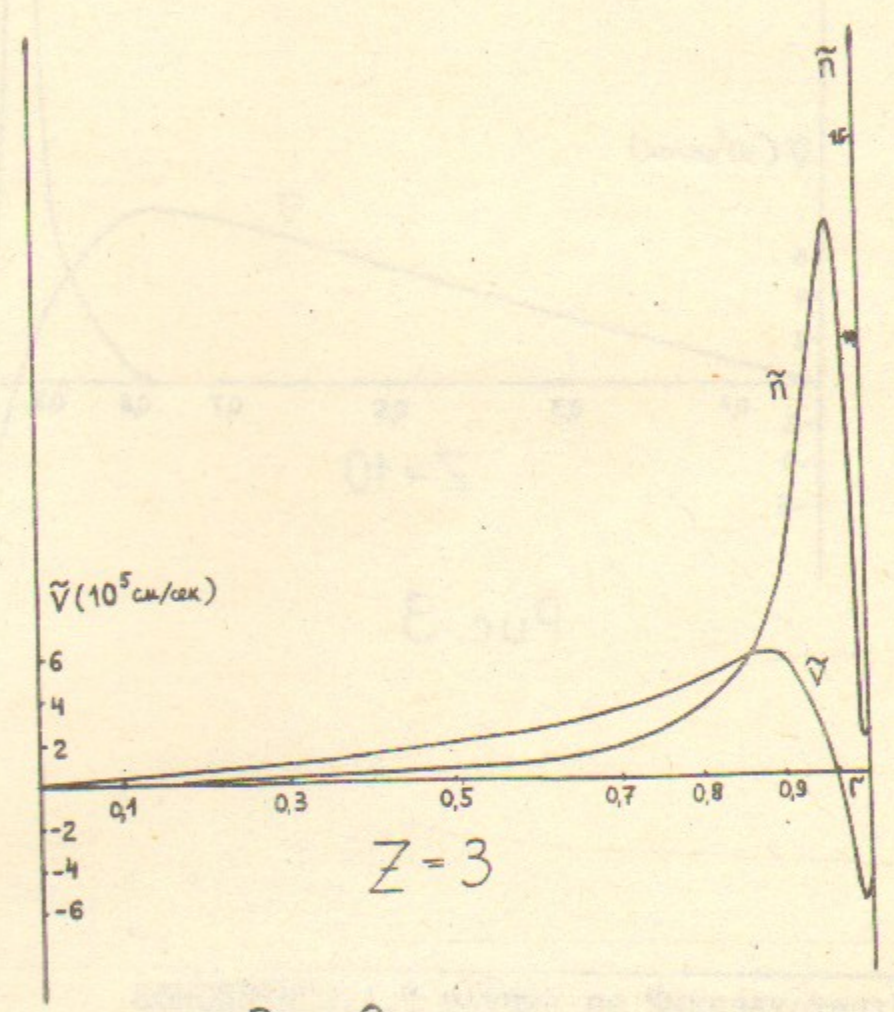


Рис. 2

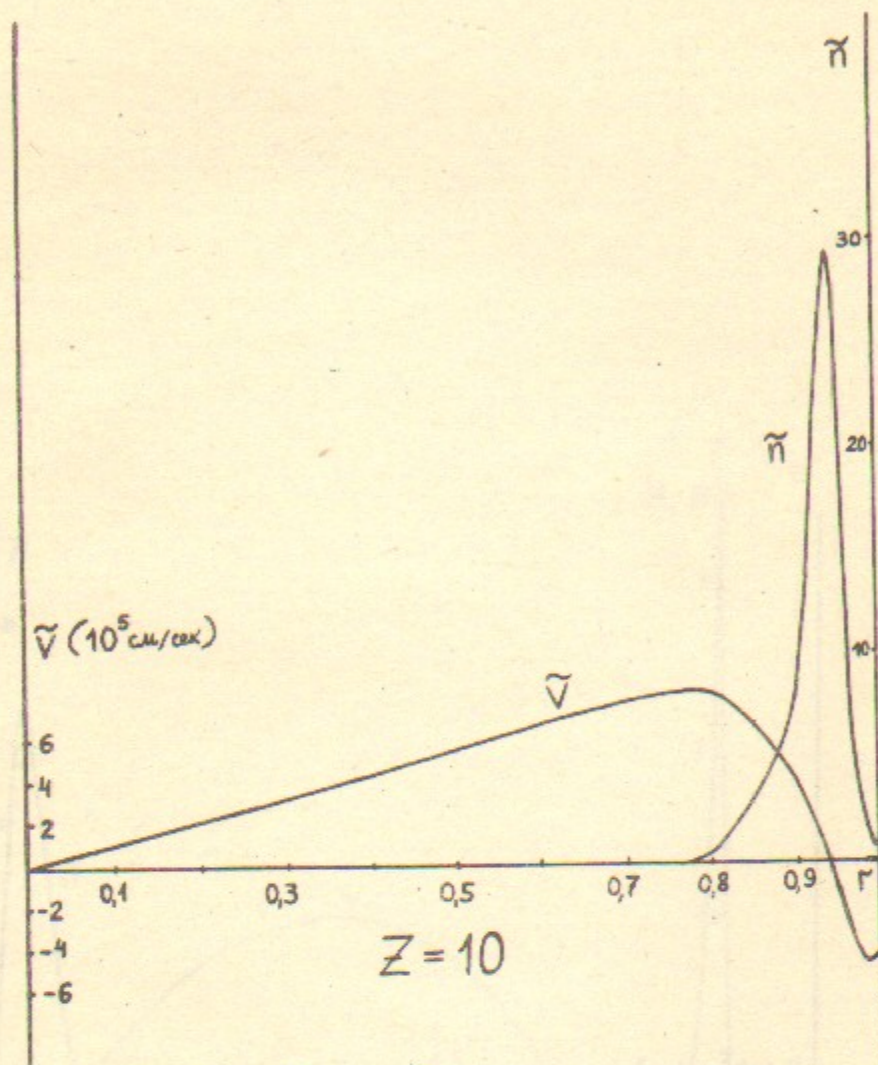


Рис. 3

Ответственный за выпуск Г.А.СПИРИДОНОВ
 Подписано к печати 21.X-1974г. МН 08512
 Усл. 0,5 печ.л., тираж 150 экз. Бесплатно
 Заказ № 79

Отпечатано на ротапринтере в ИЯФ СО АН СССР, МП