ИНСТИТУТ
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 74 - 99

Н.С.Диканский, В.В.Пархомчук, Д.В.Пестриков

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ БУНЧИРОВАННОГО ПУЧКА ПРОТОНОВ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С ИОННЫМ СЛЕДОМ

Новосибирск

1974

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ БУНЧИРОВАННОГО ПУЧКА ПРОТОНОВ,

ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С ИОННЫМ СЛЕДОМ

Н.С.Диканский, В.В.Пархомчук, Д.В.Пестриков

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе рассматривается неустойчивость протонного пучка, взаимодействующего с ионным следом, возникающим при ионизации остаточного газа в накопителе протонами. Приведены выражения для декрементов и условия устойчивости колебаний.

Обычно коллективные неустойчивости пучков в накопителях (ускорителях) связаны с запоминанием наведенных пучком полей. Поведение остаточных полей во времени зависит от спектральных свойств внешних устройств, с которыми взаимодействует пучок. При этом условия устойчивости пучка существенным образом зависят от того, возбуждаются ли в системе высокочастотные поля (как, например, при взаимодействии пучка с резонатором /I/), или же наведенные поля квазистационарны (как при взаимодействии со стенками вакуумной камеры, имеющими конечную проводимость /2/). В первом случае устойчивость определяется как набегом фазы поля, так и набегом фазы колебания за оборот. Во втором случае неустойчивость определяется только набегом фазы нормального колебания.

Неустойчивость такого рода может появляться при ионизации атомов остаточного газа в камере накопителя протонным пучком: мгновенное положение ионного следа совпадает с мгновенным положением протонов. При малых скоростях выхода ионов из протонного пучка это приводит к образованию длительной памяти в системе. Если учесть, что сила, действующая на протоны со стороны ионного следа, пропорциональна $\sim -z(t-T_s)$ (T_s - период обращения частиц в машине), то условие устойчивости дипольных колебаний короткого сгустка может быть записано в виде:

$$k+1/2 < \nu < k+1 \quad , \quad k=0,1,2,\ldots \tag{I}$$

где ν - безразмерная частота бетатронных колебаний. В том случае, когда в протонном пучке возбуждено колебание мультипольности m ($\omega \simeq m_z\omega_z$, $m_z=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$), условие (I) следует, очевидно, заменить более общим:

$$k+1/2 < |m_z|\nu_z < k+1 \tag{I.a}$$

В работе /3/ такая неустойчивость рассматривалась для азимутально-однородного пучка. В настоящей работе мы исследуем устойчивость мультипольных колебаний бунчированного пучка.

В стационарном состоянии колебания протонов около равновесной орбиты будем описывать формулами:

$$(x,z)=a_{x,z}\cos\left(\psi+\varphi_c\frac{d\omega}{d\omega_s}\right)_{x,z}\ ;\quad p_{x,z}=\frac{p_s}{R_o}\frac{d(x,z)}{d\theta}$$

$$\theta=\theta_s+\varphi_c=\omega_s t+\psi\sin\psi_c\ ;\quad \Delta p_{\parallel}=p-p_s=\mu_c\dot{\varphi}_c$$

$$\dot{\psi}_\alpha=\omega_\alpha=\omega_o\nu_\alpha\ ,\quad \alpha=x,z,c \qquad (2)$$

$$I_{x,z}=\frac{p_s(\nu a^2)_{x,z}}{2R_o}\ ;\quad I_c=\frac{\mu_c\,\omega_c R_o}{2}\varphi^2$$

Здесь индексом s, как обычно, отмечаются величины, относящиеся к равновесному движению; $2\pi R_o$ – периметр орбиты; ω_o – частота обращения, $\omega_s=\omega_o(p_s)$; $\mu_c=(d\omega_o/dp)_s^{-1}$ – масса синхротронного движения.

Формулы (2) осуществляют каноническое преобразование от переменных $(\vec{z},\vec{p})$ к переменным действие-фаза (I_α,ψ_α). При этом, в стационарном состоянии плотность протонов в фазовом пространстве $F(\vec{z},\vec{p},t)$ и гамильтониан движения протона, по определению, не зависят от фаз колебаний ψ_α:

$$F_{st}=F_o(I)\ ,\quad \mathcal{H}_{st}=\mathcal{H}_o(I) \qquad (3)$$

В возбужденном состоянии:

$$F=F_o(I)+\tilde{F}(I,\psi,t)\ ;\quad \mathcal{H}=\mathcal{H}_o+e\,\tilde{\mathcal{U}}(\vec{z},t) \qquad (3.а)$$

где $\mathcal{U}$ – потенциал поля ионного следа, действующего на протоны. Если распределение ионов $F(\vec{z},\vec{p},t)_i$ известно, то потенциал $\mathcal{U}$ может быть записан в виде:

$$\mathcal{U}=e\int(d\Gamma_\perp dp_\parallel)_i\,F(\vec{z},\vec{p},t)_i\,\ln|\vec{z}_\perp-\vec{z}_{i\perp}| \qquad (4)$$

$d\Gamma_\perp=d^2z_\perp d^2p_\perp$, индексом i отмечаются переменные, относящиеся к ионам.

Устойчивость распределения (3) по отношению к малым когерентным колебаниям может быть исследована обычным методом /4/– линеаризацией системы кинетических уравнений для протонов и образуемых ими ионов вблизи стационарного состояния.

Если принять, что наиболее вероятно рождение ионов со скоростями, близкими к тепловым, то для скорости образования ионов в единице фазового объема dF_i/dt имеем:

$$\frac{dF_i}{dt}=\left(\frac{dF_i}{dt}\right)_{st}+\left(\frac{d\tilde{F}_i}{dt}\right)=\eta\,\delta(\vec{p}_i)\int d^3p\left[F_o(\vec{z},\vec{p},t)+\tilde{F}(\vec{z},\vec{p},t)\right] \qquad (5)$$

где $\eta=v_s\sigma_i n_o$ – скорость ионизации на один протон, σ_i – сечение ионизации, n_o – плотность атомов остаточного газа. Первое слагаемое в (5) описывает стационарный поток ионов из протонного пучка на стенки вакуумной камеры. Наличие такого потока приводит к некоторому смещению частот колебаний частиц ν_α, но не вызывает систематического изменения энергии коллективных колебаний. Поэтому в дальнейшем его можно опустить. Тогда исходная линеаризованная система уравнений может быть записана в виде:

$$\frac{\partial\tilde{F}}{\partial t}+\omega_\alpha\frac{\partial\tilde{F}}{\partial\psi_\alpha}=e\,\overline{\frac{\partial\tilde{\mathcal{U}}}{\partial\psi_\alpha}}\,\frac{\partial F_o}{\partial I_\alpha} \qquad (6.а)$$

$$\frac{\partial\tilde{F}_i}{\partial t}+\left[\overline{\mathcal{H}}_i;\tilde{F}_i\right]=\eta\,\delta(\vec{p}_i)\int d^3p\,\tilde{F}(\vec{z}_i,\vec{p},t) \qquad (6.б)$$

Здесь черта означает усреднение по равновесному азимуту θ_s; $[\,;\,]$ – скобки Пуассона; $\mathcal{H}_i$ – гамильтониан, описывающий движение иона в поле протонного пучка. Для рассматриваемой неустойчивости наиболее важно взаимодействие протонов с ионами, находящимися внутри протонного пучка, где их плотность максимальна. При этом гамильтониан $\overline{\mathcal{H}}_i$ есть:

$$\overline{\mathcal{H}}_i=\sum_{\alpha=1,2}\left(\frac{p_\alpha^2}{2M_i}-\frac{M_i\Omega_\alpha^2x_\alpha^2}{2}\right)\ ;\quad \Omega_\alpha^2=\frac{2Ne^2}{M_iR_oa_{\alpha m}^2}$$

где N – число протонов; $a_{\alpha m}$ – размер протонного пучка по степени свободы α; $M_i=Am_o$ – масса иона; A – атомный вес атомов остаточного газа; e,m_o – заряд и масса протона.

Уравнение (6.б) заменой переменных:

$$x_\alpha=C_\alpha\,ch\,\Phi_\alpha\ ;\quad p_\alpha=M_i\Omega_\alpha\,sh\,\Phi_\alpha\ ;\quad \dot{C}_\alpha^2=0\ ;\quad \dot{\Phi}_\alpha=\Omega_\alpha$$

$$|C_\alpha|<\infty\ ;\quad |\Phi_\alpha|<\infty$$

может быть преобразовано в

$$\frac{\partial \tilde{F}_i}{\partial t} + \Omega_\alpha \frac{\partial \tilde{F}_i}{\partial \phi_\alpha} = \eta\, \delta(\vec{p}_i) \int d\Gamma'\, \delta(\vec{z}_i - \vec{z}')\, F(\vec{z}', \vec{p}', t)$$

Откуда для функции $F_i = F_i(c, \phi, t)$ получаем

$$F_i(c,\phi,t) = \frac{\eta\, \delta(p_\parallel)}{2\pi R_0} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \exp[il(\theta - \omega_s t)] \int_{-\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \chi_l(c,\phi,\omega)\, e^{-i\omega t} \qquad (8.а)$$

где

$$\chi_l(c,\phi,t) = n_l(\vec{z}_\perp[c]) \int_0^\infty ds\, \exp[is(\omega + l\omega_s)] \prod_{\alpha=1,2} \frac{\delta(\phi_\alpha - \Omega_\alpha s)}{M_i C_\alpha \Omega_\alpha}$$

$$n_l = \int \frac{d^2 k_\perp}{(2\pi)^2} \exp[i\vec{k}_\perp \vec{z}_\perp(c,0)] \int d\Gamma \sum_m \left(e^{-il_1\varphi}\right)_{m_l} b_m(\vec{k}_\perp, I)\, F_{m\omega}(I) \qquad (8.б)$$

и были введены обозначения:

$$b_m(k_\perp, I) = \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{(2\pi)^2} \exp[i\vec{k}_\perp \vec{z}_\perp(I,\psi) - i m_\alpha \psi_\alpha]$$

$$l_1 = l + m_\alpha \frac{d\omega_\alpha}{d\omega_s}$$

Если рабочая точка по частотам колебаний ν_α удалена от машинных резонансов, то в первом приближении теории возмущений нормальными коллективными переменными протонов являются гармоники функции распределения F :

$$F_{m\omega}(I) \exp(i m_\alpha \psi_\alpha - i\omega t), \quad \omega = m_\alpha \omega_\alpha + \Delta\omega_m;\ |\Delta\omega_m| \ll \min\{\omega_\alpha\} \qquad (9)$$

При этом в уравнении (6.а), с точностью до величин порядка $|\Delta\omega_m| / \min\{\omega_\alpha\}$, можно пренебречь влиянием гармоник $F_{m'}$ с номерами мультипольности $\{m'_\alpha\}$, отличными от $\{m_\alpha\}$. Подставив (9) в (6.а), получим уравнение для амплитуд нормальных колебаний

$$\Delta\omega_m F_{m\omega} = -e^2 m_\alpha \frac{\partial F_0}{\partial I_\alpha} \sum_{l=-\infty}^{\infty} J_{m_l}(l,\varphi) \int d^2k_\perp\, b_m(\vec{k}_\perp, I)\, \tilde{n}_{il}(\vec{k}_\perp, m_\alpha \omega_\alpha) \qquad (10)$$

где $J_m(x)$ – функция Бесселя порядка m, а n_{il} – Фурье-гармоника плотности ионов:

$$\tilde{n}_{il} = \int d\Gamma_i\, \tilde{F}_i(\vec{z}, \vec{p}, t)_l \exp(-i\vec{k}_\perp \vec{z}_\perp)$$

Воспользовавшись явным выражением для F_i из (8.а), (8.б), из (10) можем записать однородное интегральное уравнение для амплитуд $F_{m\omega}(I)$:

$$\Delta\omega_m F_{m\omega} = -i\eta \frac{2\pi e^2 m_\alpha}{V_s} \frac{\partial F_0}{\partial I_\alpha} \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{J_{m_l}(l,\varphi)}{[m_\alpha \nu_\alpha + i(\nu_{ix} + \nu_{iz})]} \times$$

$$\times \int d^2k_\perp\, b_m(\vec{k}_\perp, I) \int d\Gamma'\, J_{m_l}(l,\varphi')\, b_m(\vec{k}_\perp, I')\, F_{m\omega}(I') \qquad (11)$$

$$\nu_{ix} = \frac{\Omega_x}{\omega_s}; \quad \nu_{iz} = \frac{\Omega_z}{\omega_s}$$

спектр которого определяет спектр коллективных колебаний протонов, взаимодействующих с ионным следом. Для дальнейшего конкретизируем вид распределения $F_0(I)$:

$$F_0(I) = \frac{N\delta(\varphi^2 - \varphi_0^2)}{I_{x0} I_{z0}} \exp\left[-\frac{I_x}{I_{x0}} - \frac{I_z}{I_{z0}}\right] \qquad (12)$$

где величины $I_{\alpha 0}$, φ_0 связаны с размерами пучка:

$$a_{x0}^2 = \frac{2R_0 I_{x0}}{\beta_s \nu_x}; \quad a_{z0}^2 = \frac{2R_0 I_{z0}}{\beta_s \nu_z}; \quad l_b = 2\varphi_0 R_0$$

Уравнение (11) с распределением (12) параметризуется:

$$\lambda_m C^m_{\vec{k}_\perp} = \int \frac{d^2k'_\perp}{k'^2_\perp} g_m(\vec{k}_\perp, \vec{k}'_\perp)\, C^m_{\vec{k}'_\perp} \qquad (13)$$

где

$$C^m_{\vec{k}} = \int d\Gamma\, b_m(\vec{k}_\perp, I)\, F_{m\omega}(I)$$

$$g_m(\vec{k}, \vec{k}') = \exp\left[-\frac{k_\perp^2 + k'^2_\perp}{4}\right] I_{m_x}\left(\frac{k_x k'_x}{2}\right) I_{m_z}\left(\frac{k_z k'_z}{2}\right)$$

$I_m(x)$ – функции Бесселя от мнимого аргумента, а комплексный когерентный сдвиг частоты $\Delta\omega_m$ выражается через собственные числа уравнения (13):

$$\Delta\omega_m = i\lambda_m \eta \frac{2\pi A}{\gamma} \left(\frac{m_x \nu_{ix}^2}{\nu_x} + \frac{m_z \nu_{iz}^2}{\nu_z}\right) \sum_{l=-\infty}^{\infty} \frac{J^2_{m_l}(l,\varphi_0)}{[m_\alpha \nu_\alpha + i(\nu_{ix} + \nu_{iz})]} \qquad (14)$$

Собственные числа уравнения (13) зависят только от номеров мультипольности $\{m_\alpha\}$. Поскольку $g_m(\vec{k}_\perp, \vec{k}'_\perp)$ является положительным ядром, все собственные числа λ_m положительны.

При этом максимальное собственное число λ_m^{max} сверху ограничено величиной:

$$\lambda_m^{max} < \frac{2}{\pi}\frac{\psi(m_x+1/2)-\psi(m_z+1/2)}{(m_x^2-m_z^2)}, \quad \psi(x)=\frac{d\ln\Gamma(x)}{dx}$$

Декременты колебаний представим суммой вкладов от однооборотных и многооборотных эффектов:

$$\delta=-Im(\Delta\omega_m)=\delta_{st}+\delta_{mt}=$$
$$=-\eta\frac{2\pi\lambda_m A}{\gamma}\left(\frac{m_x\nu_{ix}^2}{\nu_x}+\frac{m_z\nu_{iz}^2}{\nu_z}\right)Re\left[\int_{-\infty}^{\infty}d\ell\frac{\mathcal{J}_{m_c}^2(\ell,\varphi_0)}{m_c\nu_s+i(\nu_{ix}+\nu_{iz})}+\right.$$
$$\left.+\sum_{K=1}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}d\ell\frac{\mathcal{J}_{m_c}^2(\ell,\varphi_0)\exp(-2\pi i\ell K)}{m_c\nu_s+i(\nu_{ix}+\nu_{iz})}\right] \quad (15)$$

Оценим сначала влияние однооборотных эффектов. Простые выражения для декремента δ_{st} можно получить в двух предельных случаях:

а) $\varphi_0|d\nu_x/d\ln\omega_s|\ll 1$ – машина с малым хроматизмом. В этом случае подынтегральное выражение в (15) можно разложить в ряд по $\varphi_0 m_x d\nu_x/d\ln\omega_s$. Выполнив интегрирование по ℓ, получаем:

$$\delta_{st}=-\eta\frac{4\pi\lambda_m A}{\gamma}Z_{m_x m_z}\varphi_0\left(m_x\frac{d\nu_x}{d\ln\omega_s}+m_z\frac{d\nu_z}{d\ln\omega_s}\right)\Delta_{m_c}(q_i) \quad (16)$$

где $q_i=\varphi_0(\nu_{ix}+\nu_{iz})$, $Z_{m_x m_z}=m_x\nu_{ix}^2/\nu_x+m_z\nu_{iz}^2/\nu_z$, а фактор $\Delta_{m_c}(q_i)$ равен:

$$\Delta_{m_c}(q)=\begin{cases}\dfrac{2}{\pi}\dfrac{\Gamma(|m_c|-1/2)}{(|m_c|+1/2)\,\Gamma(|m_c|+1/2)} & q_i\ll 1\\[2ex] \dfrac{\ln q_i}{q_i^2} & q_i\gg 1\end{cases} \quad (17)$$

Заметим, что однооборотное слагаемое декремента δ_{st} полностью обязано head-tail перемешиванию. При этом декремент имеет характерную зависимость от номера мультипольности синхротронного движения: декремент бетатронных колебаний ($m_c=0$) имеет знак, обратный декрементам синхробетатронных колебаний ($m_c\neq 0$). Сумма декрементов δ_{st}, просуммированная по всем продольным модам m_c, как легко видеть, равна нулю:

$$\sum_{m_c=-\infty}^{\infty}\delta_{st}(m_c)=0$$

Отметим также любопытную особенность рассматриваемой неустойчивости. При малых плотностях протонов ($q_i\ll 1$), когда ионы довольно долго находятся в пучке, декремент δ_{st} линейно зависит от числа протонов N. При дальнейшем увеличении плотности протонов возникает ситуация, когда образовавшиеся ионы успевают уйти из пучка за время порядка $\sim \ell_b/\nu_i$. При этом декремент δ_{st} перестает зависеть от протонного тока и определяется только плотностью остаточного газа n_0.

Приведем еще выражение для декремента δ_{st} для случая, когда бетатронное движение дипольно, скажем $m_z=1$, $m_x=0$:

$$\delta_{st}=-\eta\frac{4\pi\lambda_1 A\nu_{iz}^2}{\gamma}\varphi_0\frac{d\ln\nu_z}{d\ln\omega_s}\Delta_{m_c}(q_i) \quad (18)$$

$$\lambda_1<\frac{2}{\pi}\psi(3/2)\simeq 2.3\cdot 10^{-2}$$

$\psi(x)$ – логарифмическая производная Γ-функции. Если скорость выхода ионов из протонного пучка невелика $q_i\ll 1$, формула (18) дает:

$$\delta_{st}=-\eta\frac{8\lambda_1 N r_p}{\gamma\beta^2 a_{z0}^2}\ell_b\frac{d\ln\nu_z}{d\ln\omega_s}\frac{\Gamma(|m_c|-1/2)}{(|m_c|+1/2)\Gamma(|m_c|+1/2)}, \quad r_p=e^2/m_0c^2$$

Для дипольных бетатронных колебаний ($m_c=0$) декремент равен:

$$\delta_{st}=\eta\frac{32\lambda_1 N r_p}{\gamma\beta^2 a_{z0}^2}\ell_b\frac{d\ln\nu_z}{d\ln\omega_s}$$

При больших плотностях протонного пучка $q_i\gg 1$ декремент δ_{st} из (18) есть:

$$\delta_{st}=-\eta\frac{4\pi\lambda_1 A\nu_i^2}{\gamma q_i^2}\varphi_0\frac{d\ln\nu_z}{d\ln\omega_s}\ln q_i\simeq$$
$$\simeq-\frac{\pi n_0\sigma_i v_s\lambda_1 A}{\gamma\varphi_0}\frac{d\ln\nu_z}{d\ln\omega_s}\ln q_i$$

б) При большом хроматизме машины $\varphi_0|d\nu_x/d\ln\omega_s|\gg 1$, величину δ_{st}, с логарифмической точностью, можно оценить по формуле:

$$\delta_{st} = -\eta \frac{8 \lambda_m A Z_{m_x m_z}}{\gamma \varphi_0 \left| m_x \frac{d\nu_x}{d \ln \omega_s} \right|} L_m \qquad (19)$$

где L_m – логарифмический фактор:

$$L_m \simeq \begin{cases} \ln\left(\frac{\varphi_0}{|m_i|} \left| m_x \frac{d\nu_x}{d\ln\omega_s} \right| \right), & \varphi_0 \left| m_x \frac{d\nu_x}{d\ln\omega_s} \right| \gg q_i \\ \ln\left(\frac{q_i}{|m_i|} \right), & \varphi_0 \left| m_x \frac{d\nu_x}{d\ln\omega_s} \right| \ll q_i \end{cases}$$

Вклад в декремент от многооборотных эффектов существенен только для бетатронных мод ($m_c = 0$), так как для синхробетатронных мод величина декремента δ_{mt}, как это видно из (15), пропорциональна малому числу $(\varphi_0/4\pi)^{2|m_c|} \ll 1$. Выполнив в (15) интегрирование по ℓ и суммирование по K, получаем выражение для декремента δ_{mt}:

$$\delta_{mt} = -\eta \frac{2\pi \lambda_m A Z_{m_x m_z}}{\gamma} \begin{cases} 2\pi \frac{\sin(2\pi |m_x \nu_x + m_z \nu_z|)}{\exp(2\pi |m_x \nu_x + m_z \nu_z|)}; & 2\pi(\nu_{ix} + \nu_{iz}) > 1 \\ \frac{\pi}{2} \operatorname{ctg}(\pi |m_x \nu_x + m_z \nu_z|); & 2\pi(\nu_{ix} + \nu_{iz}) < 1 \end{cases}$$

$$Z_{m_x m_z} = \left(\frac{m_x \nu_{ix}^2}{\nu_x} + \frac{m_z \nu_{iz}^2}{\nu_z} \right) \operatorname{sign}(m_x \nu_x + m_z \nu_z) \qquad (20)$$

$$= \frac{2 N z_0 R_0}{A \beta^2} \left(\frac{m_x}{\nu_x a_{x0}^2} + \frac{m_z}{\nu_z a_{z0}^2} \right) \operatorname{sign}(m_x \nu_x + m_z \nu_z); \quad \beta = v_s / c$$

Вклад многооборотных эффектов δ_{mt} в декремент колебания положителен, если

$$K - \frac{1 + \operatorname{sign} Z_{m_x m_z}}{4} \le |m_x \nu_x + m_z \nu_z| \le K + \frac{1 - \operatorname{sign} Z_{m_x m_z}}{4} \qquad (21)$$

Для суммовых $m_x \cdot m_z > 0$, или одномерных $m_x \cdot m_z = 0$ возбуждений величина $Z_{m_x m_z}$ положительна; при этом условие устойчивости (21) может быть записано в более простом виде:

$$m_x \cdot m_z > 0 \quad ; \quad K - 1/2 \le |m_x \nu_x + m_z \nu_z| \le K$$

$$m_x = 0 \; ; \; m_z \ne 0 \; , \; K - 1/2 \le |m_z| \nu_z \le K \qquad (21.a)$$

Для дипольных колебаний ($|m_z| = 1$) из (21.a) получаем условие устойчивости (1):

$$K - 1/2 < \nu_z < K$$

Отметим, что условия устойчивости (21), (21.a) противоположны условиям устойчивости сгустка по отношению ко взаимодействию со стенками вакуумной камеры, имеющими конечную проводимость /2/, /5/. Это связано с тем, что в рассматриваемом случае наведенные поля, из-за отталкивания протонов и ионов, действуют против смещения протонов от равновесной орбиты.

Как и в /5/ сумма декрементов колебаний δ_m, просуммированная по всем продольным модам m_c, совпадает с декрементом бетатронных колебаний точечного пучка δ_{mt}. Это означает, что для устойчивости возбуждений с заданными (m_x, m_z) выполнение условий (21), (21.a) является, во всяком случае, необходимым.

Описанная выше неустойчивость наиболее важна для машин с низким вакуумом, либо с большими плотностями пучков. Приведем несколько численных примеров. Для накопителя НАП–М: средний радиус R_0 =750 см, $\nu \simeq 1{,}3$; $N \simeq 10^{10}$ частиц, среднее по машине давление остаточного газа $P \simeq 10^{-9}$ торр; размер затухшего протонного пучка $a_0 \simeq 0.1$ см. При этих параметрах $\nu_i \simeq 0.417$ и формула (20) для дипольных колебаний дает $1/\delta = \tau_H \simeq 17$ сек. Для бустера CPS /3/: средний радиус R_0 $=2{,}5 \cdot 10^3$ см; $\nu = 4.6$; $N \simeq 2{,}5 \cdot 10^{12}$ частиц; $P \simeq 10^{-7}$ торр; $a_0 = 2$ см. При этом $\nu_i = 0.602$, а $\tau_H \simeq 14{,}7$ сек. Видно, что в данных случаях вклады многооборотных эффектов малы из-за быстрого выхода ионов из протонного пучка.

Для машин с ненулевым хроматизмом существенную роль могут играть однооборотные эффекты. Оценим их вклад для названных установок. Для единичного хроматизма $\varphi_0 |d\nu / d\ln\omega_s| = 1$ формула (18) дает: CPS $\tau_H \simeq 9 \cdot 10^{-3}$ сек

НАП–М $\tau_H \simeq 1.4$ сек

Литература

1. Я.С.Дербенев, Н.С.Диканский. Препринт № 326. ИЯФ СО АН СССР (1969).
2. Н.С.Диканский, А.Н.Скринский. АЭ, 21, 176 (1966).
3. H. G. Hereward et al. The effect of ions on the symmetrical throbing beam mode. MPS-SI/Int. DL/68-4 (1968).
4. Я.С.Дербенев, Н.С.Диканский, Д.В.Пестриков. Препринт, ИЯФ 7-72 (1972).
5. Н.С.Диканский, Д.В.Пестриков. Препринт ИЯФ 94-74 (1974).

Ответственный за выпуск Г.А.СПИРИДОНОВ
Подписано к печати 29.XI.74г. МН 08599
Усл.0,4 печ.л., тираж 250 экз. Бесплатно.
Заказ № 99

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, вт