

9  
И Н С Т И Т У Т  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 75 - 17

В.Т.Астрелин, Н.С.Бучельникова

НЕЛИНЕЙНОСТЬ КОЛЕБАНИЙ ПЛАЗМЫ  
ПРИ ПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Новосибирск

1975

НЕЛИНЕЙНОСТЬ КОЛЕБАНИЙ ПЛАЗМЫ ПРИ ПУЧКОВОЙ  
НЕУСТОЙЧИВОСТИ

В.Т.Астрелин, Н.С.Бучельникова

А Н Н О Т А Ц И Я

Методом численного эксперимента исследована неустойчивость холодного пучка в плазме в случае, когда на развитие неустойчивости оказывает влияние нелинейность колебаний плазмы.

Нелинейная теория взаимодействия холодного пучка с плазмой построена для пучка малой плотности в предположении, что колебания плазмы линейны /1,2/. Однако, при колебаниях большой амплитуды, в частности, при взаимодействии с плазмой пучка конечной плотности, это предположение становится несправедливым и нелинейность колебаний плазмы может играть существенную роль в развитии неустойчивости. В настоящей работе методом численного эксперимента исследованы некоторые эффекты, связанные с нелинейностью колебаний плазмы при неустойчивости холодного пучка. Ранее нами исследовался случай сильно-нелинейных колебаний плазмы, когда часть частиц плазмы захватывается волной /3/. Можно ожидать, что и в тех случаях, когда захвата не происходит, но амплитуда колебаний настолько велика, что некоторые частицы плазмы приближаются к границе области захвата, колебания плазмы сильно отличаются от линейных.

Для численного моделирования взаимодействия пучка с плазмой используется метод "частиц в ячейках". Рассматривается одномерная система с периодическими граничными условиями. Движение ионов не учитывается. Для описания электронов пучка применяется метод "взвешивания". Для понижения уровня начальных шумов применяется метод "спокойного старта". Для частиц плазмы задается максвелловское распределение по скоростям. В начальный момент времени задается бегущая волна с амплитудой, слегка превышающей уровень шумов, с длиной волны и частотой гармоники с максимальным инкрементом. Более подробно метод расчета описан ранее /3/.

Контроль правильности счета производится по сохранению импульса и энергии системы.

Описанная модель соответствует случаю замагниченной плазмы ( $\omega_0 \ll \omega_H$ ) с малым уровнем начальных шумов. В такой плазме, как известно из экспериментов /4/ и полуфеноменологического рассмотрения /5,6/, развивается практически монохроматическая волна с  $\lambda$  и  $\omega$  гармоники с максимальным инкрементом. Результаты экспериментов /4/ количественно согласуются с теоретическими результатами для одномерной системы /2/. Результаты численных экспериментов /3,6/ для пучков малой плотности практически сов-

падают с теоретическими /1,2/. Таким образом, для пучков малой плотности согласуются эксперимент с  $\omega_0 \ll \omega_H$ , одномерный численный эксперимент и одномерная теория.

Нелинейная теория неустойчивости холодного пучка была построена в работах /1,2/ для пучка малой плотности  $(\frac{n_1}{n_0})^{1/3} \ll 1$ , ( $n_1, n_0$  - плотность пучка и плазмы).

На начальной стадии неустойчивости развитие неустойчивости происходит так же, как в линейной теории. На этой стадии максимальный инкремент

$$\gamma_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{2^{1/3}} \omega_0 \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^{1/3} \quad (1)$$

где  $\omega_0 = \sqrt{\frac{4\pi n_0 e^2}{m}}$  - плазменная частота.

Гармоника с максимальным инкрементом имеет частоту, волновое число и фазовую скорость

$$\omega = \omega_0 \left[1 - \frac{1}{2^{1/3}} \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^{1/3}\right] \quad (2)$$

$$k = \omega_0 / V_0 \quad (3)$$

$$V_\phi = V_0 \left[1 - \frac{1}{2^{1/3}} \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^{1/3}\right] \quad (4)$$

При увеличении амплитуды колебаний происходит захват частиц пучка волной; амплитуда достигает максимального значения в момент времени  $t_{\max}$ ; когда

$$\gamma_{\max} \approx \frac{m}{e} \left(\frac{\delta}{k}\right)^2 \approx \frac{m}{e} V_0^2 \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^{2/3} \quad (5)$$

Захваченные электроны совершают фазовые колебания относительно волны; так что энергия электрического поля меняется с частотой

$$\Omega \approx k \sqrt{\frac{e\varphi_{\max}}{m}} \approx \gamma \approx \omega_0 \left(\frac{n_1}{n_0}\right)^{1/3} \quad (6)$$

Период изменения энергии поля  $W_E$  определяется временем, за которое захваченные частицы совершают оборот на фазовой плоскости; а характерные точки на кривой  $W_E(t)$  (максимум, минимум) соответствуют определенным фазам захваченных частиц.

Область захвата на фазовой плоскости ограничивается сепаратрисой

$$V_c = V_\phi \pm 2 \sqrt{\frac{e\varphi}{m}} \sin \frac{\pi}{\lambda} (x - x_0) \quad (7)$$

где  $x_0$  - координата максимума потенциала  $e\varphi(x)$ ;  $V_c$  - скорость на границе захвата.

Для колебаний малой амплитуды с частотами  $\sim \omega_0$  в холодной плазме предположение о линейности колебаний плазмы приводит к равенству энергии электрического поля  $W_E$  и энергии колебаний плазмы  $\Delta W_p$ .

$$W_E \approx \Delta W_p \quad (8)$$

Численные эксперименты проводились с пучками не очень большой плотности; чтобы эффекты, связанные с собственным полем захваченного сбундрованного пучка были малы. В этом случае возбуждается практически монохроматическая волна с максимальным инкрементом, амплитуды более высоких гармоник малы.

Начальные параметры численных экспериментов приведены в таблицах 1,2, результаты в таблицах 3-6.

В первом цикле экспериментов 1-4 изменялась скорость пучка при постоянном  $n_1/n_0 = 0,2\%$ . При уменьшении скорости пучка уменьшается фазовая скорость и граница области захвата приближается к плазме.

Отметим, что в исследуемой модели плазма имеет верхнюю и нижнюю границу по скорости (далее нас будет интересовать только верхняя); так как из-за ограниченного числа частиц распределение плазмы по скоростям обрывается на некоторой предельной скорости  $V_H$ . Это соответствует тому, что не учитывается "хвост" максвелловского распределения - в экспериментах 2-4  $\leq 0,1\%$ .

Таблица 1. Счетные параметры

№ эксп	1	2	3	4	5	6	7
$L/z_d$	100	50	200	38	50	50	50
$N_0$	9500	4750	19000	3610	4750	4750	4750
$N_0'$	0	6000	24000	6042	0	0	0
$N_1'$	2500	750	3000	684	1250	1250	1250
$\beta$	0,0076	0,013	0,013	0,0107	0,0076	0,038	0,114
$\tau/T_{oe}$	0,03	0,03	0,03	0,06	0,03	0,025	0,02

$L$  - длина системы;  $N_0$  - число частиц плазмы;  $N_0'$  - число взвешенных частиц плазмы;  $N_1'$  - число взвешенных частиц пучка;  $\beta$  - коэффициент взвешивания;  $\tau$  - временной шаг.

Таблица 2. Начальные параметры

№ эксп	1	2	3	4	5	6	7
$n_+/n_0$	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	1%	3%
$V_0/V_T$	11,25	3,15	3,00	2,53	5,625	5,625	5,625
$V_n/V_T$	1,51	2,25	2,25	2,80	1,51	1,51	1,51
$\omega/\omega_0$	0,95	1,05	1,00	1,12	0,95	0,92	0,88
$\lambda/z_d$	100	25	22,2	19	50	50	50
$V_\phi/V_T$	10,7	2,9	2,8	2,4	5,3	5,2	5,0
$V_\phi/V_0$	0,95	0,94	0,93	0,95	0,95	0,92	0,88
$\frac{W_E^0}{W_b^0}$	$5,8 \cdot 10^{-4}$	$7,4 \cdot 10^{-4}$	$7,8 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$	$2,3 \cdot 10^{-4}$	$4,6 \cdot 10^{-5}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$

$V_T$  - тепловая скорость плазмы,  $V_n$  - скорость верхней границы распределения плазмы по скоростям,  $W_E^0$  - энергия начальной волны,  $W_b^0$  - начальная энергия пучка.

Таблица 3. Результаты численных экспериментов

№ эксп.	1	2	3	4	5	6	7
$n_+/n_0$	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	1%	3%
$V_0/V_T$	11,25	3,15	3,00	2,53	5,625	5,625	5,625
$\gamma/\omega$	0,1	0,08	0,08	0,06	0,09	0,13	0,19
$t_{max}/T_{oe}$	11,1	8,9	8,9	11,8	10,1	7,5	5
$W_E^{max}/W_b^0$	0,11	0,08	0,09	0,03	0,09	0,14	0,18
$\Delta W_p^{max}/W_b^0$	0,12	0,15	0,21	0,15	0,11	0,19	0,27
$\Delta W_b^{max}/W_b^0$	0,23	0,23	0,30	0,21	0,20	0,33	0,44
$W_E^{max}/W_E^{теор}$	0,8	0,6	0,7	0,2	0,7	0,6	0,5
$T/T^{теор}$	1	1	1,1	1	1	1	1,1
$\Delta W_p^{max}/W_E^{max}$	1,1	1,9	2,3	5,8	1,2	1,4	1,5
$\frac{\Delta W^{max}}{W_b^0} \cdot 10^2$	1,6	7,5	12	12	2,0	5,2	9,1
$\Delta W^{min}/\Delta W^{max}$	0,2	0,2	0,3	1,0	0,2	0,25	0,3
$\Delta V_+/\Delta V_-$	1	1,5	2,5	-	1,1	1,2	2
$n_+/n_-$	-	1,1	-	-	-	1,4	2,4
$\Delta X_+/\Delta X_-$	-	0,9	-	-	1	0,8	0,5
$d = \frac{2\sqrt{e\psi_{теор}^{max}}}{m(V_\phi - V_T)}$	0,36	0,46	0,47	0,50	0,39	0,68	0,91

$t_{max}$  - момент движения максимальной амплитуды;  $W_E^{max}$ ,  $\Delta W_p^{max}$ ,  $\Delta W_b^{max}$  - энергия поля, энергия колебаний плазмы; потеря энергии пучка при максимальной амплитуде;  $T$  - период колебаний энергии поля;  $W_E^{теор}$ ,  $\psi^{теор}$  - теоретические значения  $|I|$  энергии поля и потенциала волны в момент  $t_{max}$ ;  $T^{теор} = \frac{2\pi}{\Omega}$  - период колебаний захваченных частиц;  $\Delta W = \Delta W_p - W_E$ ;  $\Delta V_+$ ,  $\Delta V_-$  - максимальное положительное и отрицательное отклонение скорости от  $V_n$  в момент  $t_{max}$  (по фазовой плоскости);  $n_+$ ,  $n_-$ ;  $\Delta X_+$ ,  $\Delta X_-$  - максимальная и минимальная плотность, длина положительной и отрицательной фазы по  $n(x)$  (см. рис. 3).

Таблица 4. Результаты по частицам

№ част	I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	II
№ эксп.	2	2	2	2	4	5	6	7	7	7	7
$V_H/V_T$	0,63	1,51	2,25	2,25	2,24	1,51	1,51	1,51	1,09	0,72	-0,37
$V_H/V_0$	0,20	0,48	0,71	0,71	0,89	0,27	0,27	0,27	0,19	0,13	-0,07
$\Delta T_+/\Delta T_-^{max}$	1	1,1	1,2	1,8	2	1	1,1	1,4	1,2	1	1
$V_{max}/V_0$	0,22	0,51	0,78	0,82	1,06	0,30	0,36	0,53	0,39	0,30	0,05
$V_{cmin}/V_0$	0,7	0,7	0,7	0,75	0,8	0,7	0,5	0,4	0,3	0,34	0,4
$\frac{V_{cmin}-V_{max}}{V_0}$	0,5	0,2	-0,1	-0,1	-0,3	0,4	0,1	-0,2	-0,1	0,04	0,4
$\beta = \frac{2\sqrt{e\psi_{max}}}{V_{\phi}^{max}-V_H}$	0,3	0,6	1,1	1,1	3,4	0,4	0,7	0,9	0,8	0,7	0,6
Характеристика движения частицы	л	слнл	нл	нл	слн	слнл	слнл	нл	нл	слнл	л

$V_H$  - начальная скорость частицы;  $\Delta T_+$ ,  $\Delta T_-$  - длительность положительной и отрицательной фазы скорости вблизи  $t_{max}$ ;  $V_{max}$  - максимальная скорость частицы;  $V_{cmin}$  - минимальное значение границы захвата вблизи  $t_{max}$  (см. рис. 6), л - линейное, слнл - слабонелинейное, нл - нелинейное, слн - сильно-нелинейное (захват).

Таблица 5. Режим 7, разные моменты времени

$t/T_{0e}$	3,3	3,6	4	4,5	5 = $t_{max}$	5,2
$\Delta V_+/\Delta V_-$	~1	~1	~1	~1,4	~2,1	1,9
$n_+/n_-$	1	~1	~1,2	1,5	2,4	1,9
$\Delta X_+/\Delta X_-$	1	1	0,8	0,7	0,5	0,5
$\delta = \frac{2\sqrt{e\psi_{max}}}{V_{\phi}-V_T}$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,8	0,8

$\psi_I$  - потенциал первой гармоники в данный момент времени.

Таблица 6. Граница нелинейности

№ эксп.	I	2	5	6	II	10
границное $\alpha$	$> 0,36$	$< 0,46$	$\geq 0,39$	$< 0,68$		
№ частицы	I	2	6	7	II	10
границное $\beta$	$> 0,3$	$< 0,6$	$\geq 0,4$	$< 0,7$	$\geq 0,6$	$< 0,7$
режим 7 $t/T_{0e}$	3,6	4				
границное $\delta$	$> 0,6$	$< 0,7$				

в экспериментах I, 5-7 ~ I,5% от полного распределения. Отметим, что частицы с начальной скоростью  $V_H = V_H$  в момент времени  $t = 0$  не попадают в резонансную область  $V_\phi - \frac{\Delta}{k}$  (кроме режима 4) и, следовательно, не оказывают влияния на линейную стадию неустойчивости.

Эксперименты I-4 частично проводились ранее при изучении захвата плазмы /3/. Так в /3/ приведены кривые зависимости от  $t$  величин  $W_E$ ,  $\Delta W_p$ ,  $\Delta W_b$  для режимов I, 2, 4 и фазовые плоскости в момент времени  $t_{max}$  для режимов I-4 (режимы I, 2, 4 эквивалентны режимам I, 3, 4 из /3/).

В режиме I ( $V_0/V_T = 11,25$ ) результаты практически совпадают с результатами теории /1/, предполагающей линейность колебаний плазмы. Таким образом, можно утверждать, что в этом случае колебания плазмы практически линейны. При  $V_0/V_T = 3,0$  (режим 3) начинается захват плазмы, а при  $V_0/V_T = 2,53$  (режим 4) заметная часть частиц плазмы захватывается, т.е. это режимы с сильно-нелинейными колебаниями плазмы. В режиме 2 скорость пучка  $V_0/V_T = 3,15$  близка к  $V_0/V_T = 3,0$  в режиме 3, однако, в этом режиме захвата плазмы не происходит. Таким образом, этот режим является граничным по отношению к захвату плазмы, так что в нем должны проявиться эффекты, связанные с нелинейностью колебаний плазмы.

Рассмотрение фазовой плоскости для режима 2 в момент  $t_{max}$  достижения максимальной энергии поля (рис.1) показывает, что верхняя граница плазмы несинусоидальна. Максимальное положительное отклонение скорости  $\Delta V_+$  от начальной  $V_H$  больше максимального отрицательного отклонения  $\Delta V_-$ , так что  $\Delta V_+/\Delta V_- \approx 1,5$  (таблица 3). Отклоняется от синусоидальности и распределение плотности по координате: область  $\Delta X_+$  положительных отклонений сужается и максимальная плотность в ней  $n_+$  становится больше (рис.3):  $\Delta X_+/\Delta X_- \sim 0,9$ ;  $n_+/n_- \approx 1,1$ .

Из таблицы 3 и рис.2 видно, что в этом режиме возрастает отличие энергии плазмы от энергии поля  $\frac{\Delta W}{W_b^0} = \frac{\Delta W_p - W_E}{W_b^0}$ .

Понять механизм нелинейности можно, проследив поведение некоторых частиц плазмы (данные по частицам приведены в таблице 4). Рассмотрим три частицы с разными начальными скоростями  $V_H$ .

Частица 1 с  $V_H/V_T = 0,63$  лежит далеко от фазовой скорости и колеблется практически линейно. Это хорошо видно по кривой  $V(t)$  и траектории частицы на фазовой плоскости ( $X-V$  -траектории) (рис.4). Действительно, при увеличении и последующем уменьшении амплитуды колебаний  $V(t)$  меняется плавно, причем полупериоды положительной  $\Delta T_+$  и отрицательной  $\Delta T_-$  скорости одинаковы.

$X-V$  - траектория в системе, движущейся вместе с частицей, имеет вид спирали, при уменьшении амплитуды спираль "скручивается" относительно того же центра.

Частица 2 с  $V_H/V_T = 1,51$  лежит несколько ближе к  $V_\phi$  (рис.5). Из кривой  $V(t)$  видно, что в районе  $t_{max}$   $\Delta T_+$  несколько больше, чем  $\Delta T_-$ , т.е. частица дольше находится в фазе ускоряющего поля и может ускориться до большей скорости. Это хорошо видно по  $X-V$  -траектории - в районе  $t_{max}$  регулярность спирали нарушается, т.к. максимальная скорость больше линейной, и "скручивание" происходит относительно другого центра (рис.5).

Частица 3 с  $V_H/V_T = 2,25$  ( $V_H = V_H$ ) лежит еще ближе к  $V_\phi$ , однако, при малых амплитудах ее движение линейно  $-\Delta T_+ \approx \Delta T_-$  (рис.6). С ростом амплитуды линейность нарушается, отношение  $\Delta T_+/\Delta T_-$  возрастает и частица ускоряется до скоростей, близких к границе захвата. Это видно из рис.6, где показана  $V_c$  - граница захвата в точке, где находится частица в данный момент времени.  $X-V$  - траектория в этом случае сильно отличается от спирали. Частица 4 с той же  $V_H/V_T = 2,25$ , что и частица 3, но с другой начальной фазой в момент  $t_{max}$  достигает максимальной скорости. Из  $X-V$  - траектории (рис.7) видно, что она приобретает направленную скорость.

Таким образом, механизм нелинейности заключается в том, что скорость частицы в фазе положительной скорости приближается к  $V_\phi$ , так что частица оказывается вблизи границы захвата. При этом частица дольше остается в соответствующей фазе поля ( $\Delta T_+ > \Delta T_-$ ) и набирает большую скорость, чем при линейном движении. Естественно, что это должно приводить к увеличению плотности плазмы в фазах ускоряющего поля и к увеличению энергии плазмы  $\Delta W_p$ . В заданный момент времени частицы, находящиеся в фазах положительной скорости, отклоняются от начальной скорости больше, чем частицы в фазах отрицательной скорости, так что

$\Delta V_+ / \Delta V_- > 1$  и верхняя граница плазмы должна иметь несинусоидальный характер.

Отметим, что в режиме 2 в нелинейном движении участвует незначительная часть  $\sim 2\%$  частиц (частицы с  $V_H / V_T \approx 1,5$ ). Нелинейность плазмы проявляется только при максимальной амплитуде в районе  $t_{max}$  и практически не дает необратимых изменений, при уменьшении амплитуды колебания плазмы приближаются к линейным, а  $\Delta W_p$  приближается к  $W_E$ . Действительно, из таблицы 3 видно, что отношение  $\Delta W^{min} / \Delta W^{max}$  мало. Это отношение характеризует, какая доля избыточной энергии, набранной плазмой при максимальной амплитуде, остается в ней к моменту достижения минимальной амплитуды, т.е. передается плазме необратимо.

В отличие от этого сильно-нелинейное движение плазмы - захват (режим 3,4) приводит к необратимой передаче ей энергии - отношение  $\Delta W^{min} / \Delta W^{max}$  возрастает (таблица 3). Это является следствием того, что захваченные частицы ускоряются до скоростей, больших фазовой. Если в результате уменьшения амплитуды колебаний или изменения  $V_\phi$  ускоренная частица выйдет из захвата, то она сохранит свою новую скорость. Примером может служить частица 5, выходящая из захвата из-за уменьшения амплитуды со скоростью, большей  $V_\phi$  (рис.8). Эта частица находилась в области захвата довольно долго. Однако, эффект появления направленной скорости проявляется и тогда, когда частица попала в захват на короткое время. Примером может служить частица 4, приобретающая направленную скорость при попадании в область захвата из-за сильного уменьшения  $V_\phi$  в области минимальной амплитуды. Такой же эффект может наблюдаться и в случае, если амплитуда или  $V_\phi$  сильно изменяются, когда частица находится в области нелинейного движения, но не захвачена.

В экспериментах I-4 переход к нелинейному режиму достигался за счет уменьшения  $V_0 / V_T$ . Представляет интерес проследить переход к нелинейности при увеличении амплитуды колебаний при постоянном  $V_0 / V_T$  таком, что граница плазмы достаточно далека от  $V_\phi$ .

С этой целью проведены эксперименты 5-7 с  $V_0 / V_T = 5,625$  и различными  $n_1 / n_0$ . В режиме 5 ( $n_1 / n_0 = 0,2\%$ ) колебания плазмы близки к линейным. Действительно, из фазовой плоскости в момент  $t_{max}$  (рис.9) видно, что граница плазмы близка к синусоиде и отклонения  $\Delta V_+$ ,  $\Delta V_-$  практически одинаковы. Из-за шумов нельзя четко оценить  $n_+ / n_-$ , однако, видно, что  $\Delta x_+ / \Delta x_- \sim 1$ . В момент  $t_{max}$   $\Delta W_p$  близко к  $W_E$  (рис.10).  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы 6 с максимальной начальной скоростью  $V_H = V_H$  незначительно отличаются от линейных (рис.11). Отметим, что в режимах 5-7 для характеристики нелинейности выбираются частицы с начальной скоростью  $V_H = V_H$ , достигающие максимальной скорости в момент  $t_{max}$ .

В режиме 6 появляется слабая нелинейность, проявляющаяся только вблизи  $t_{max}$ . Из фазовой плоскости в момент  $t_{max}$  видно, что граница плазмы еще близка к синусоидальной, но появляется различие  $\Delta V_+ / \Delta V_- \sim 1,2$  (рис.12), возрастает различие  $\Delta W_p$  и  $W_E$  (таблица 3). Довольно четко нелинейность плазмы проявляется в виде  $n(x)$  (рис.14, таблица 3). Видно, что происходит заметная бунчировка плазмы.  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы 7 с  $V_H = V_H$  аналогичны частице 2 режима 2 и соответствуют слабо-нелинейным колебаниям (рис.15).

В режиме 7 нелинейность колебаний плазмы играет существенную роль. На рис.16 показана фазовая плоскость в момент  $t_{max}$ . Видно, что граница плазмы существенно отличается от синусоидальной, отклонения  $\Delta V_+$  и  $\Delta V_-$  отличаются в 2 раза. Заметно возрастает различие  $\Delta W_p$  и  $W_E$  (рис.17, таблица 3).

В этом режиме при малых амплитудах ( $t / T_{oe} < 4$ ) колебания практически линейны - граница плазмы синусоидальна,  $\Delta V_+ / \Delta V_- \sim 1$ ,  $n(x)$  симметрично и близко к синусоидальному (рис.18а, таблица 5). С ростом амплитуды появляется несимметрия  $\Delta V_+ / \Delta V_-$  и  $n_+ / n_-$ , достигающая максимума в момент  $t_{max}$ , а затем снова уменьшающаяся с уменьшением амплитуды (рис.18 б-г, таблица 5).  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы с  $V_H = V_H$  имеют явно-выраженный нелинейный характер (рис.19а, таблица 4). Из рисунка видно, что в районе  $t_{max}$  скорость частицы близка к границе захвата. Движение частиц 9,10 с меньшими начальными



скоростями также нелинейно (рис. 20, 21); линейны только частицы с  $V_H < 0$  (см. таблицу 4; частица II). Таким образом, в этом случае значительная часть ~ 50% плазмы участвует в нелинейном движении.

Следует отметить, что в этом режиме заметную роль начинает играть вторая гармоника, связанная с зарядом сбундированного пучка /7/. Хотя в момент  $t_{max}$  ее энергия в 6 раз меньше энергии первой гармоники; однако, из-за малости ее  $V_\phi$  некоторые частицы могут оказаться вблизи ее границы захвата (рис. 19б), что приводит к искажению поля, действующего на частицу и к искажению  $x-v$  -траектории. Наличие второй гармоники проявляется также в виде  $E(x)$ .

Отметим, что в режимах 5-7 доля энергии, передаваемой плазме необратимо, мала; хотя  $\Delta W^{min}/\Delta W^{max}$  нарастает с ростом  $n_1/n_0$  (таблица 3); по-видимому, за счет частиц типа частицы 4.

Сравнивая режимы 1-7; можно найти границу нелинейности колебаний плазмы. Для характеристики границы следует ввести параметр, зависящий от амплитуды электрического поля в максимуме и величины  $V_\phi - V_T$ . В качестве такого параметра можно выбрать величину  $\alpha = 2\sqrt{\frac{e\psi_{теор}^{max}}{m}} / (V_\phi - V_T)$ , зависящую только от начальных параметров; поскольку  $V_\phi$ ,  $\psi_{теор}^{max}$  определяются через  $n_1/n_0$  и  $V_0$  ((4); (5)). Считая режимы 1 и 5 линейными; а режимы 2 и 6 слабонелинейными; можно, согласно таблице 6; оценить граничное значение этого параметра  $\alpha_{гп} \sim 0,4$ .

Границу нелинейности можно оценить также по характеру движения частиц (таблица 3); принимая за параметр  $\beta = 2\sqrt{\frac{e\psi_{теор}^{max}}{m}} / (V_\phi - V_H)$ . Согласно таблице 6 можно принять за граничное значение величину  $\beta_{гп} \sim 0,6$ .

Наконец; по данным режима 7 можно найти амплитуду, при которой становится существенной нелинейность; и оценить граничное значение  $\delta = 2\sqrt{\frac{e\psi_{теор}^{max}}{m}} / (V_\phi - V_T) \sim 0,6$ .

Таким образом; разные способы оценки границы нелинейности (режимы с разными  $V_0/V_T$ ; режимы с разными  $n_1/n_0$ ; изменение амплитуды в заданном режиме; сравнение частиц с разным характером движения) дают сравнимые значения параметра

$$2\sqrt{\frac{e\psi_{теор}^{max}}{m}} / (V_\phi - V) \sim 0,4 - 0,6.$$

Остановимся попутно на вопросе о нелинейном изменении частоты колебаний основной волны; поскольку для режимов 2; 5-7 были найдены кривые  $V_\phi(t)$ .

При теоретическом исследовании нелинейного развития неустойчивости холодного пучка в плазме /2; 8/ было показано; что в районе минимума энергии поля наблюдается уменьшение частоты (и, следовательно; фазовой скорости) основной гармоники. Этот эффект исследовался также в работе /9/ при более полном учете роли незахваченных частиц.

В нашем случае можно сравнить  $V_\phi(t)$  для режимов 5-7 с нарастающей плотностью пучка; а также для режимов 2; 5 с одинаковой  $n_1/n_0$  и разной  $V_0/V_T$ . Эти кривые представлены на рис. 22 пунктиром нанесены результаты теории /2/. Видно; что наши результаты существенно отличаются от теории; причем отличие; малое для  $n_1/n_0 = 0,2\%$ ; возрастает с ростом  $n_1/n_0$ . Причиной может быть; как возрастание плотности пучка; так и возрастание вклада плазмы.

Подписки к рисункам

- Рис. 1. Фазовая плоскость в момент  $t_{max}$ . Режим 2.
- Рис. 2. Зависимость от времени  $W_E$  и  $\Delta W_p$ . Режим 2.
- Рис. 3. Распределение плотности плазмы  $n(x)$  в момент  $t_{max}$ . Режим 2.  $n_{max} = n_+$
- Рис. 4.  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы 1. Режим 2.  
Пунктир - траектория при уменьшении амплитуды. Цифрами на траектории указаны моменты времени.
- Рис. 5.  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы 2. Режим 2.
- Рис. 6.  $V_\phi(t)$ ; граница захвата для частицы  $V_c(t)$ ,  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы 3. Режим 2.
- Рис. 7.  $E(t)$  частицы,  $V_\phi(t)$ ;  $V_c(t)$ ,  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы 4. Режим 2.
- Рис. 8.  $E(t)$  частицы,  $V_\phi(t)$ ;  $V_c(t)$ ,  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы 5. Режим 4.
- Рис. 9. Фазовая плоскость в момент  $t_{max}$ . Режим 5.
- Рис. 10. Зависимость от времени  $W_E$  и  $\Delta W_p$ . Режим 5.
- Рис. 11.  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы 6. Режим 5.
- Рис. 12. Фазовая плоскость в момент  $t_{max}$ . Режим 6.
- Рис. 13. Зависимость от времени  $W_E$  и  $\Delta W_p$ . Режим 6.
- Рис. 14. Распределение плотности плазмы  $n(x)$  и поля  $E(x)$  в момент  $t_{max}$ . Режим 6.  $n_{max} = n_+$
- Рис. 15.  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы 7. Режим 6.
- Рис. 16. Фазовая плоскость в момент  $t_{max}$ . Режим 7.
- Рис. 17. Зависимость от времени  $W_E$  и  $\Delta W_p$ . Режим 7.
- Рис. 18. Распределение плотности плазмы  $n(x)$  и электрического поля  $E(x)$ . Режим 7.  $n_{max} = n_+$   
а)  $t/T_{oe} = 3,3$ ; б)  $t/T_{oe} = 4,1$ ; в)  $t/T_{oe} = 5 = t_{max}$ ; г)  $t/T_{oe} = 5,5$ .
- Рис. 19. а)  $E(t)$  частицы,  $V_\phi(t)$ ;  $V_c(t)$ ,  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы 8.  $V_\phi$ ;  $V_c$  для первой гармоники.  
б)  $V_\phi(t)$ ;  $V_c(t)$ ,  $V(t)$  частицы 8.  $V_\phi$ ;  $V_c$  для второй гармоники. Режим 7.

- Рис. 20.  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы 9. Режим 7.
- Рис. 21.  $V(t)$  и  $x-v$  - траектория частицы 10. Режим 7.
- Рис. 22. Зависимость от времени фазовой скорости первой гармоники.  
а. Режим 2; б. Режим 5; в. Режим 6; г. Режим 7;  
Пунктир - результаты теории /2/.

Литература

- И.Н.Онищенко, А.Р.Линецкий, Н.Т.Мациборко, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. Письма ЖЭТФ, 12, 407, 1970;  
N.G. Matsiborzo, J.N. Onishchenko, V.D. Shapigo, V.I. Shevchenko  
Plasma Physics 14, 591, 1972.
- T.M. O'Neil, J.H. Winfrey, J.H. Malmberg Phys. Fl. 14, 1204, 1971;  
T.M. O'Neil, J.H. Winfrey Phys. Fl. 15, 1514, 1972.
- З.Т.Астрелин, Н.С.Бучельникова, Ю.П.Захаров. ЖТФ, 45, 7, 1975; препринт ИЯФ, 105-73, 1973.
- K.W. Gentle, C.W. Roberson Phys. Fl. 14, 2780, 1971;  
K.W. Gentle, J. Lohz Phys. Fl. 16, 1464, 1973.
- W.E. Dzummond, J.H. Malmberg, T.M. O'Neil, J.R. Thompson  
Phys. Fl. 13, 2422, 1970.
- J.R. Thompson Phys. Fl. 14, 1532, 1971.
- В.Т.Астрелин, Н.С.Бучельникова. "Нелинейное взаимодействие холодного пучка конечной плотности с плазмой".  
Препринт ИЯФ 74-97, 1974 г.
- G.J. Morales, T.M. O'Neil Phys. Rev. Let. 28, 417, 1972.
- A. Lee, G. Rocobelli Phys. Fl. 15, 2351, 1972.

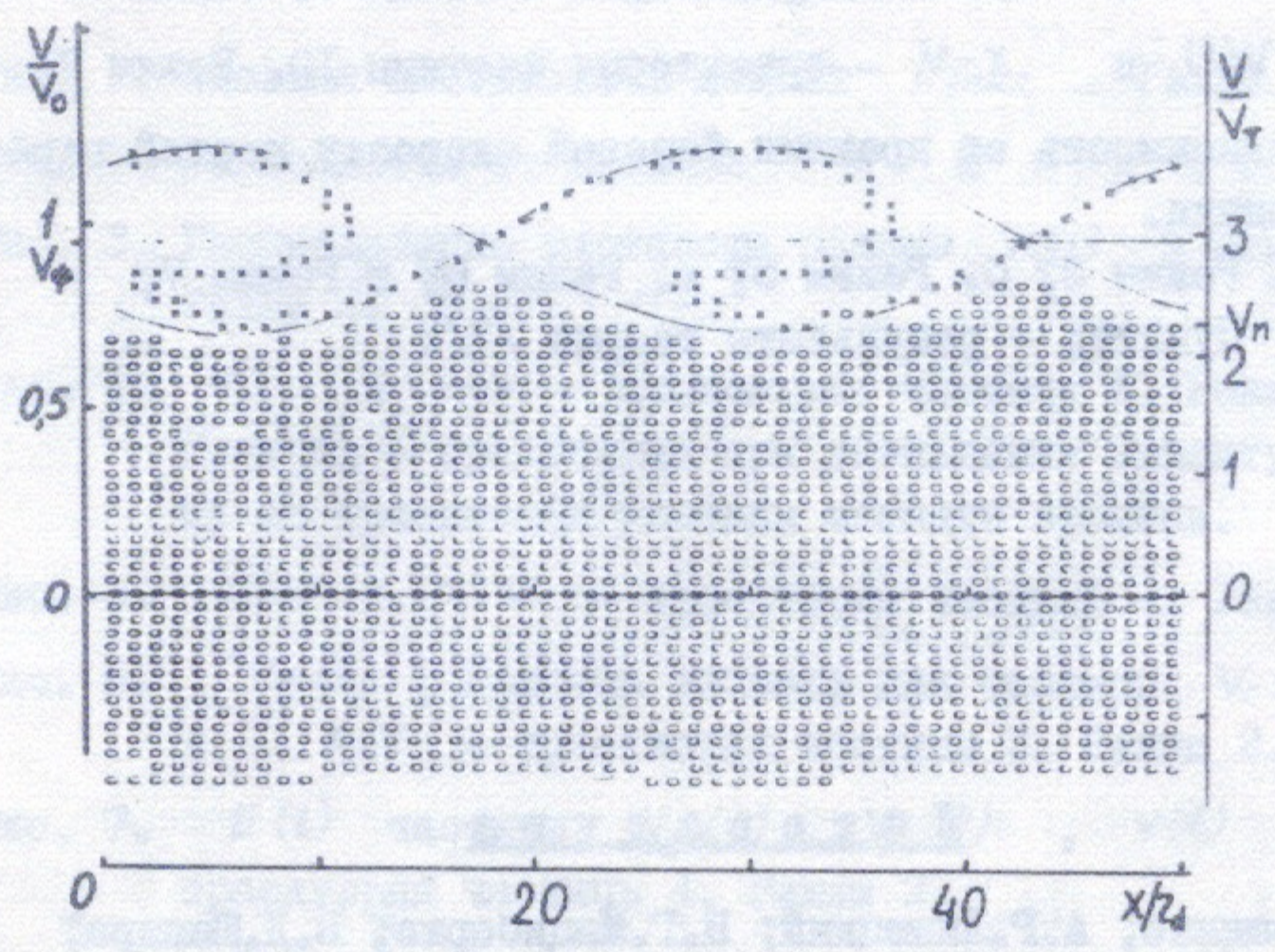


Рис. 1

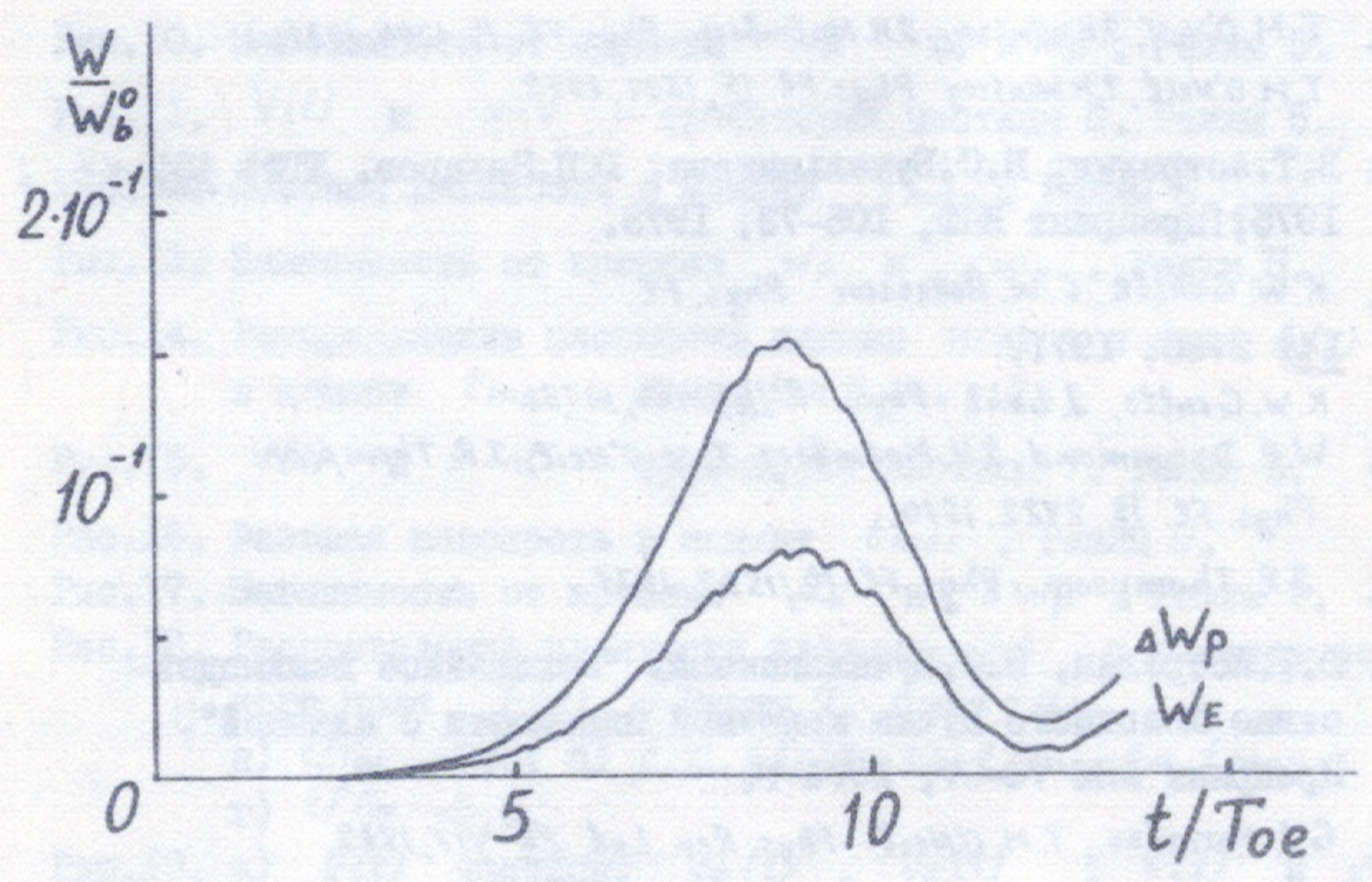


Рис. 2

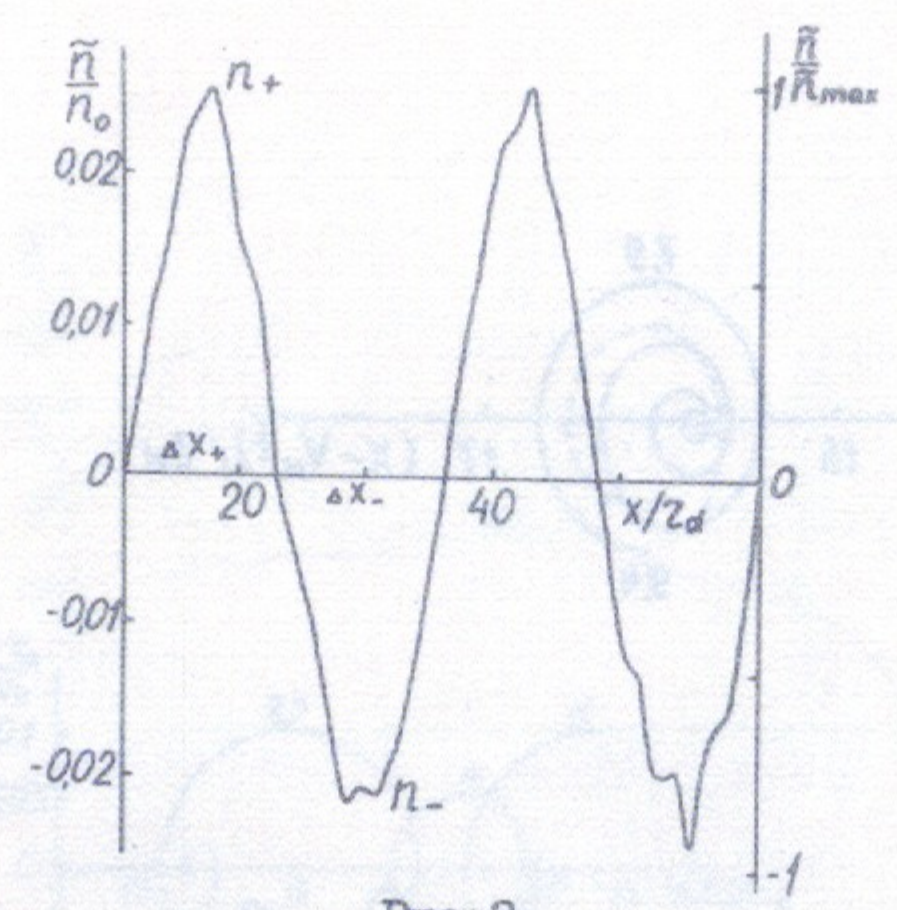


Рис. 3

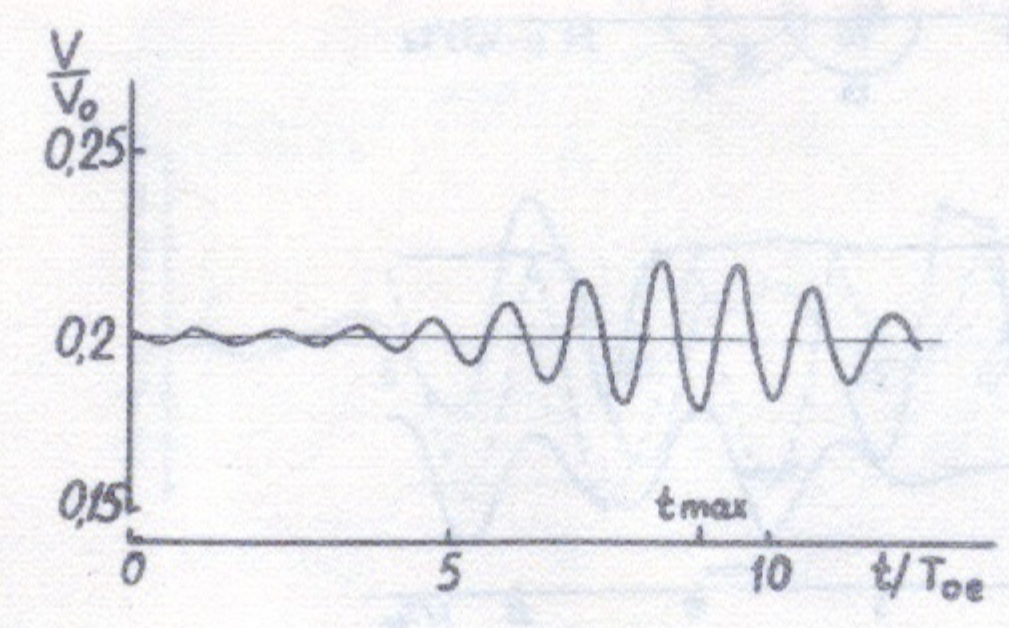
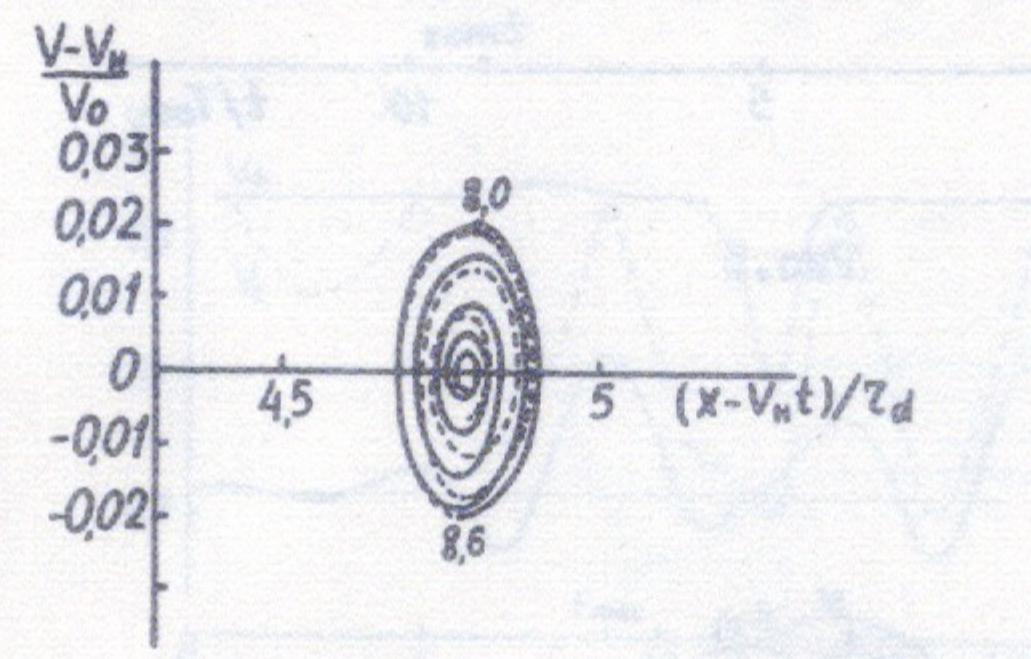


Рис. 4

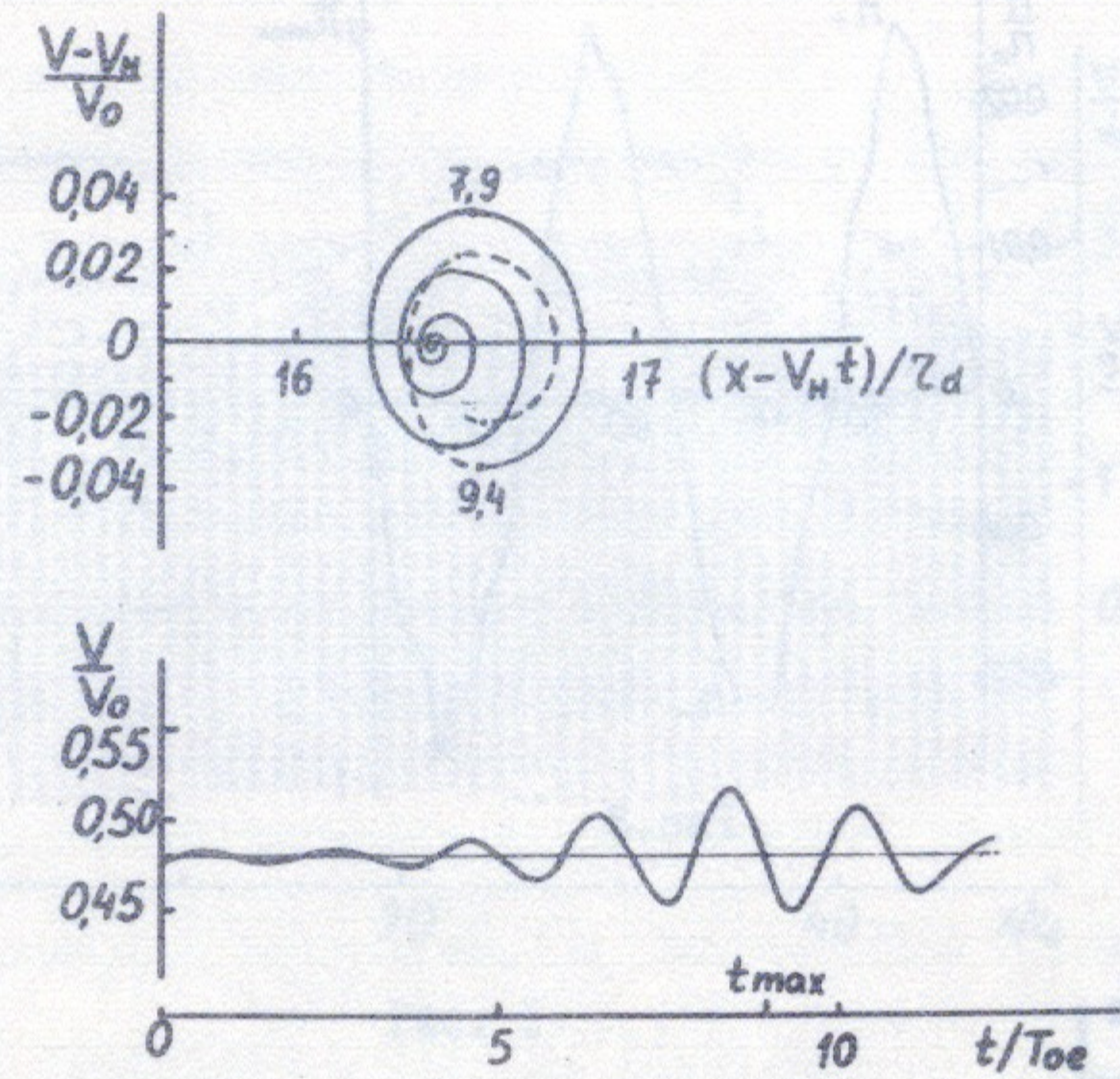


Рис. 5

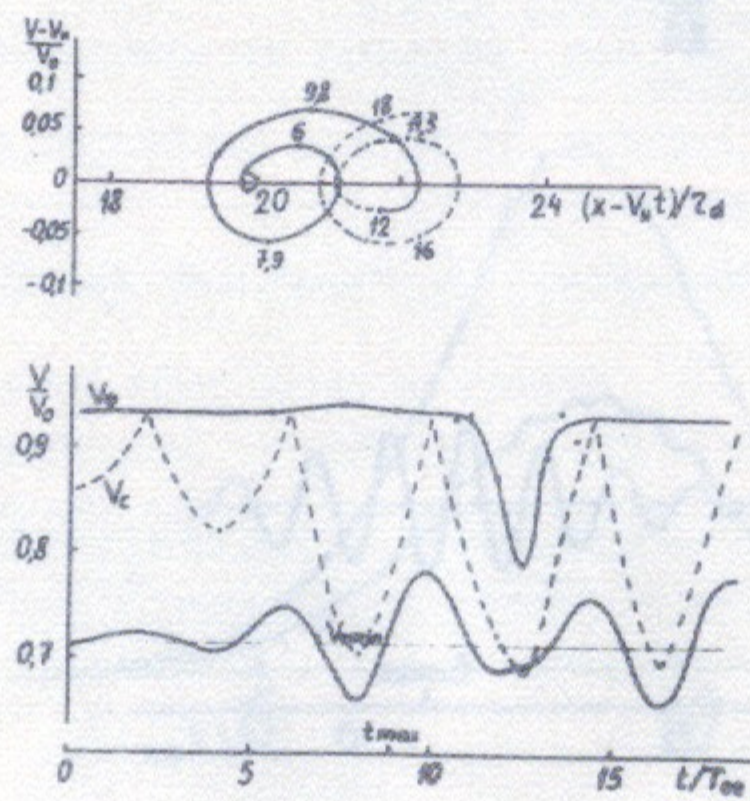


Рис. 6

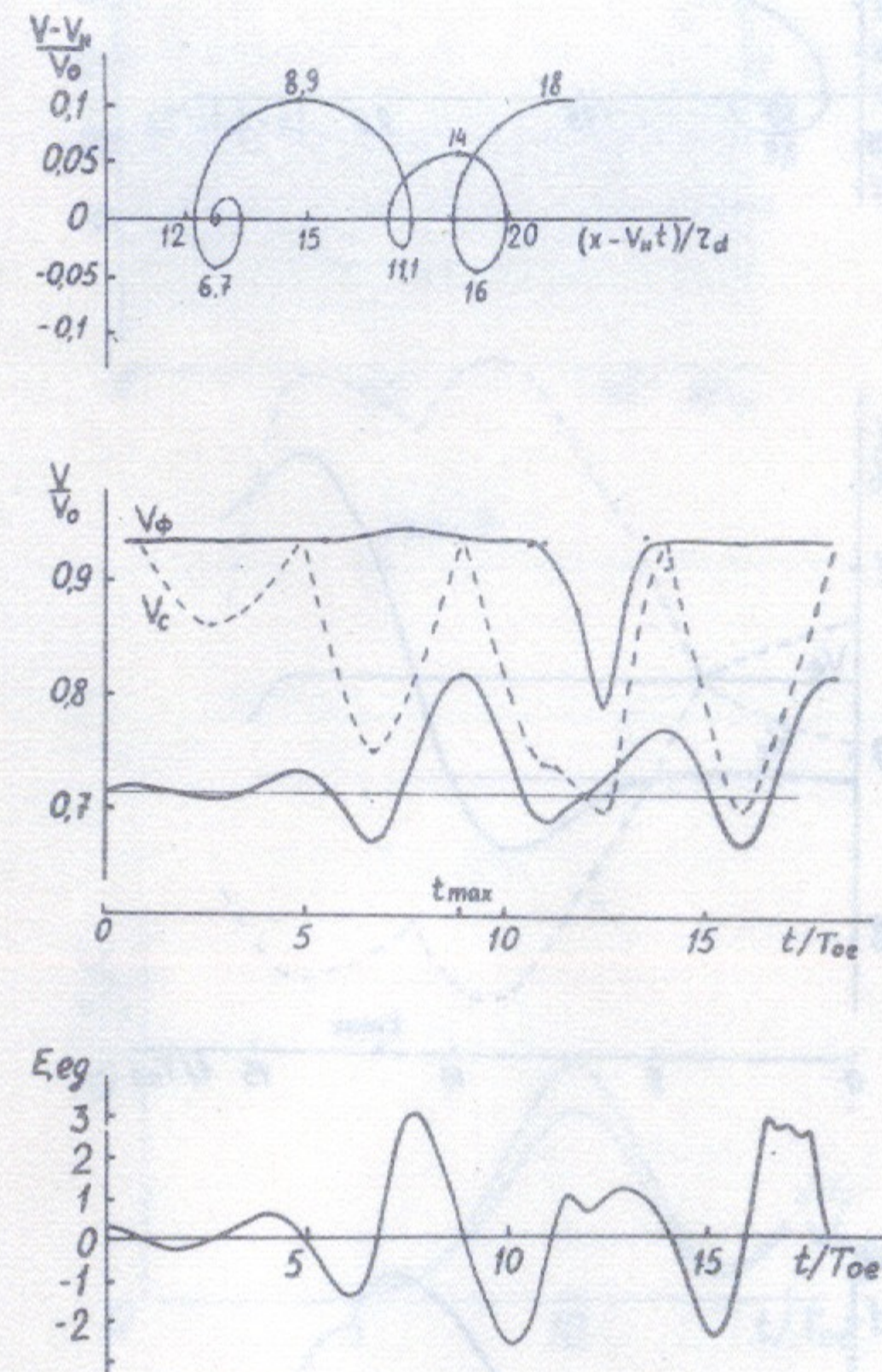


Рис. 7

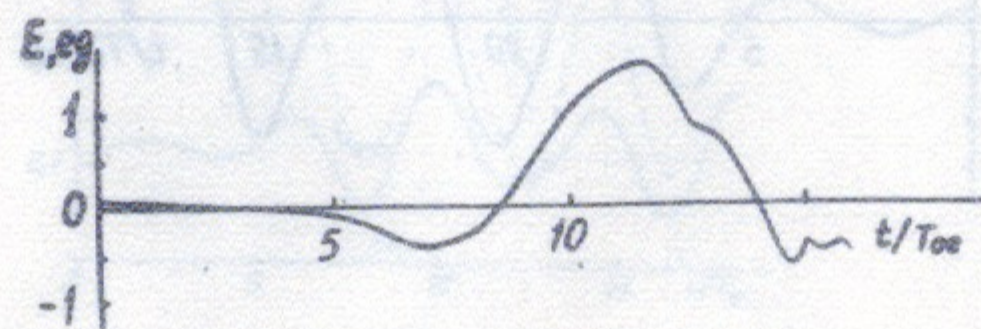
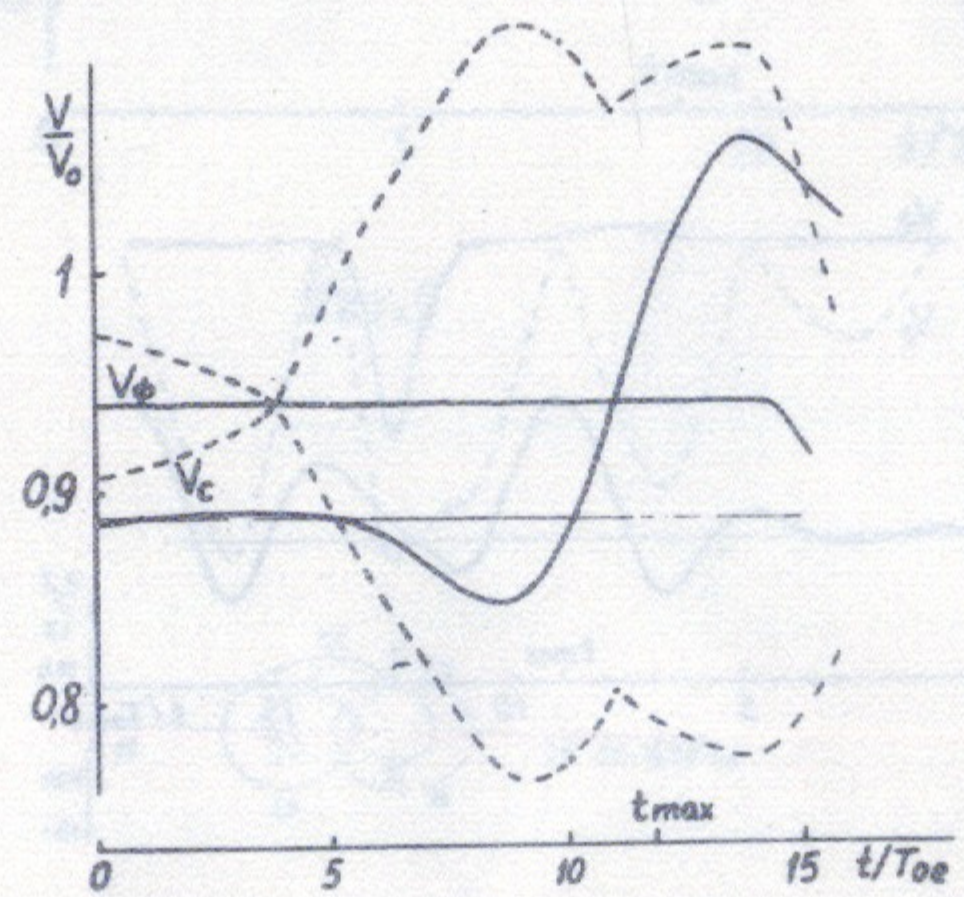
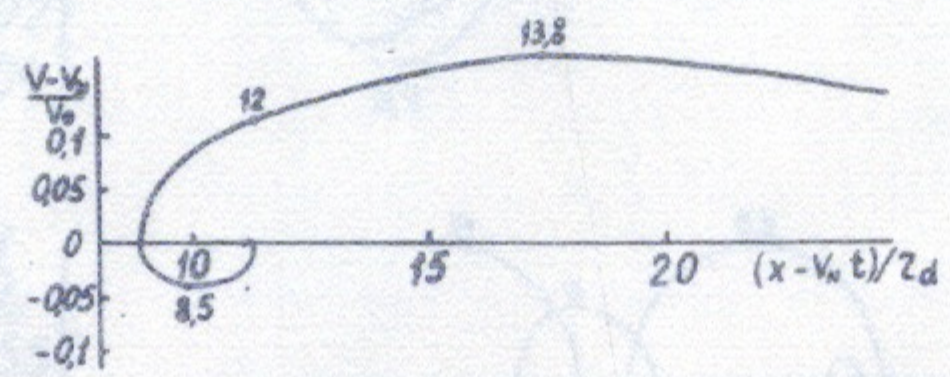


Рис.8

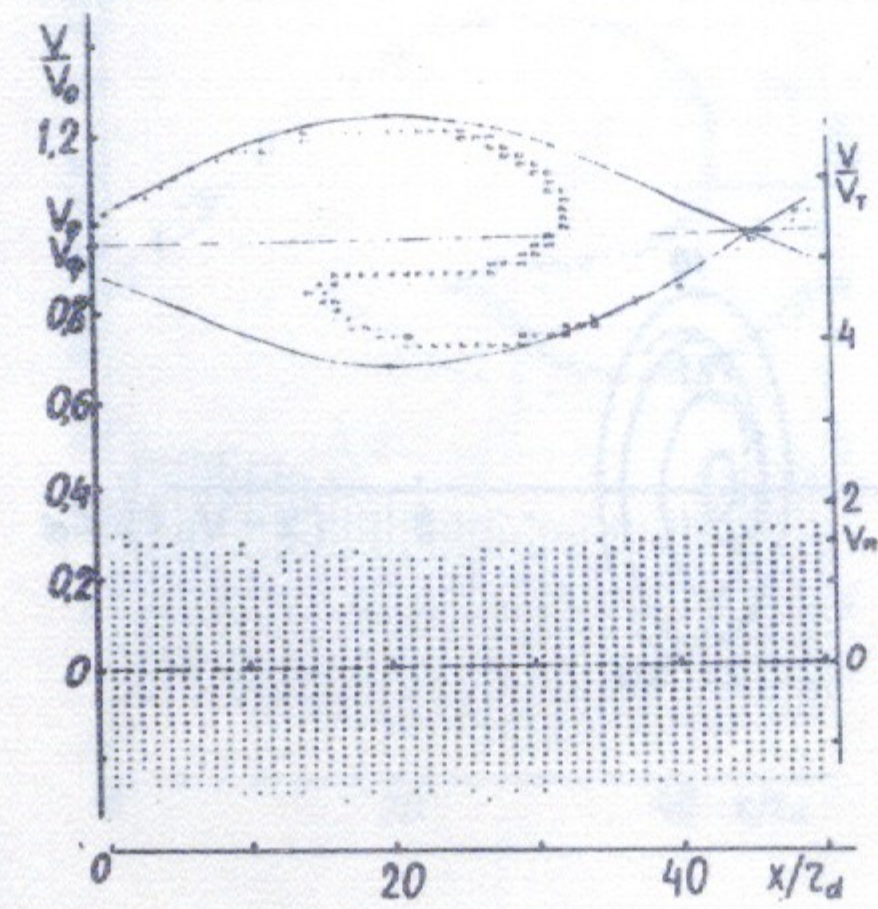


Рис.9

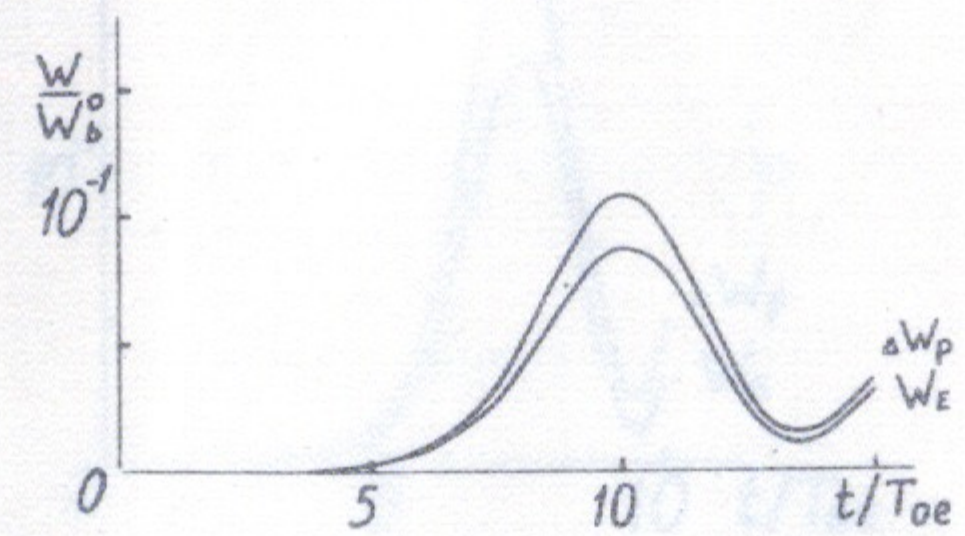


Рис.10

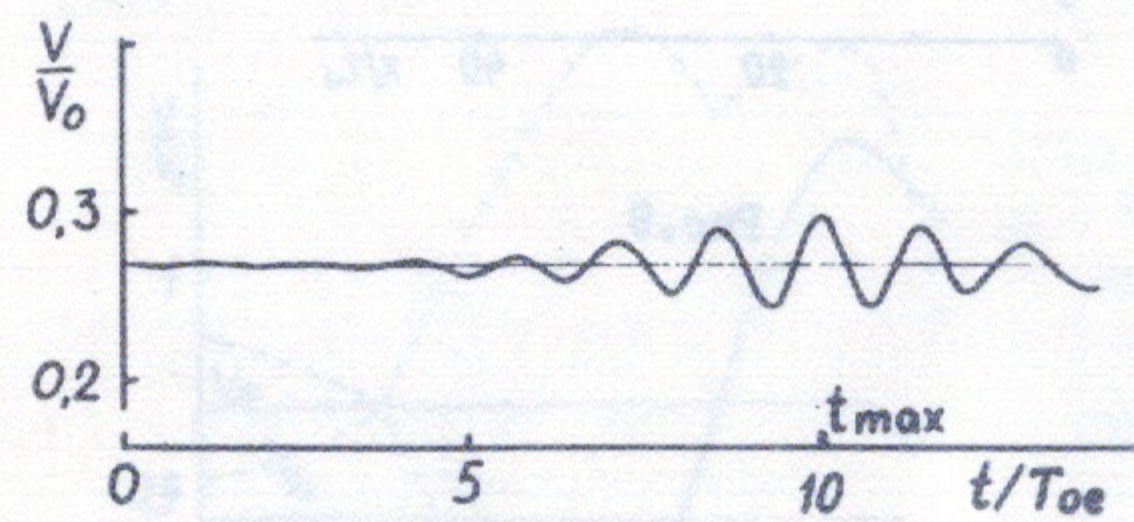
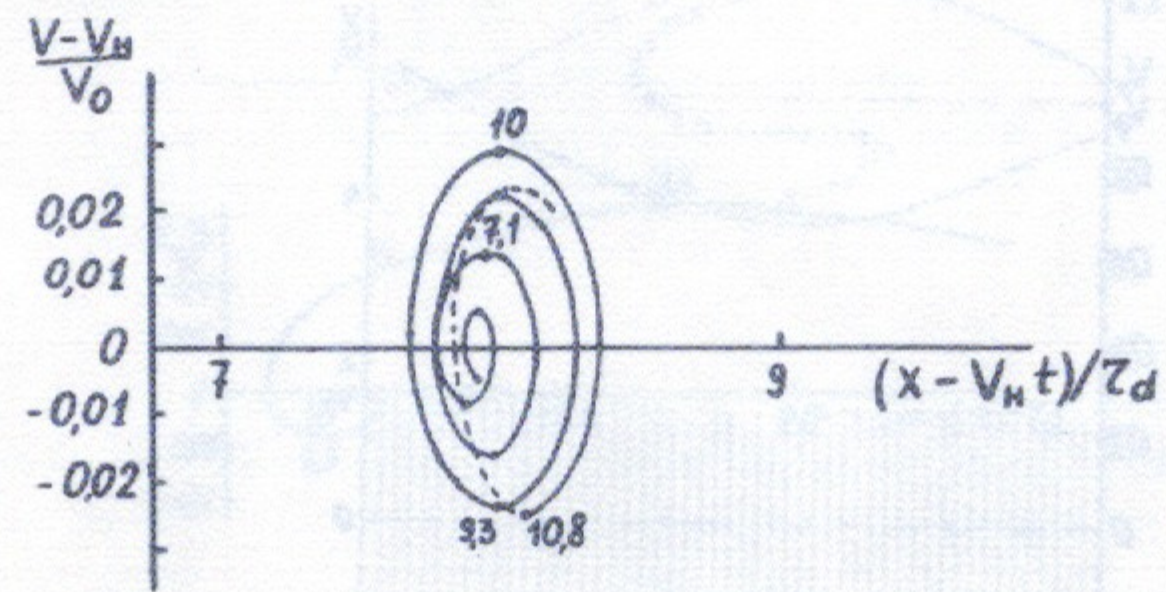


Рис. II

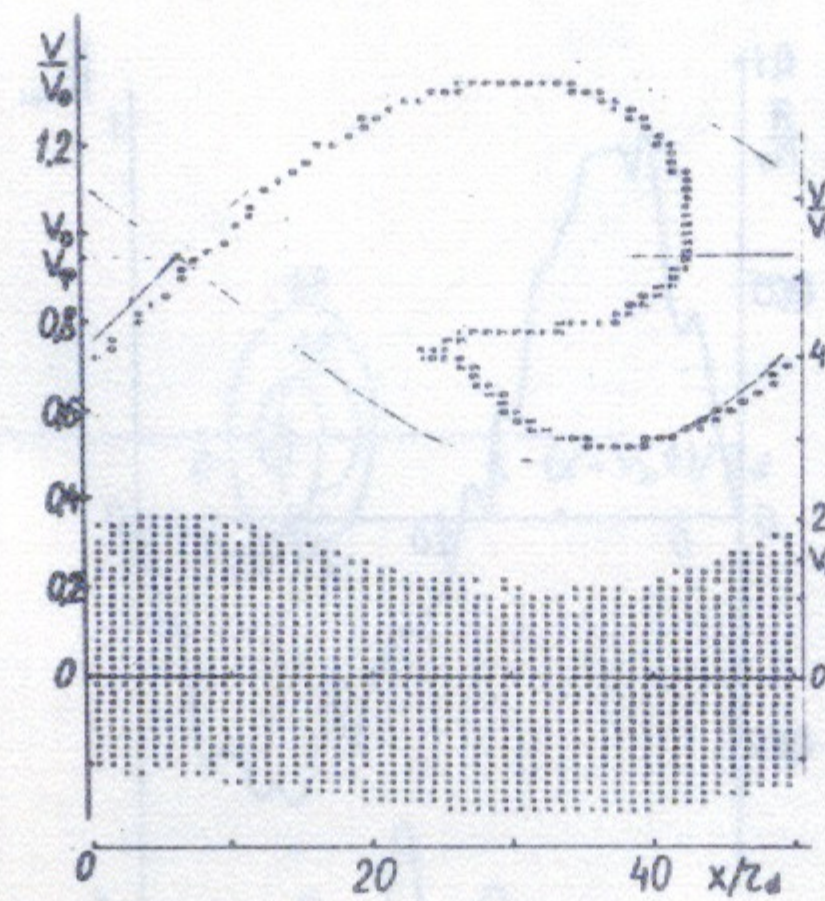


Рис. I2

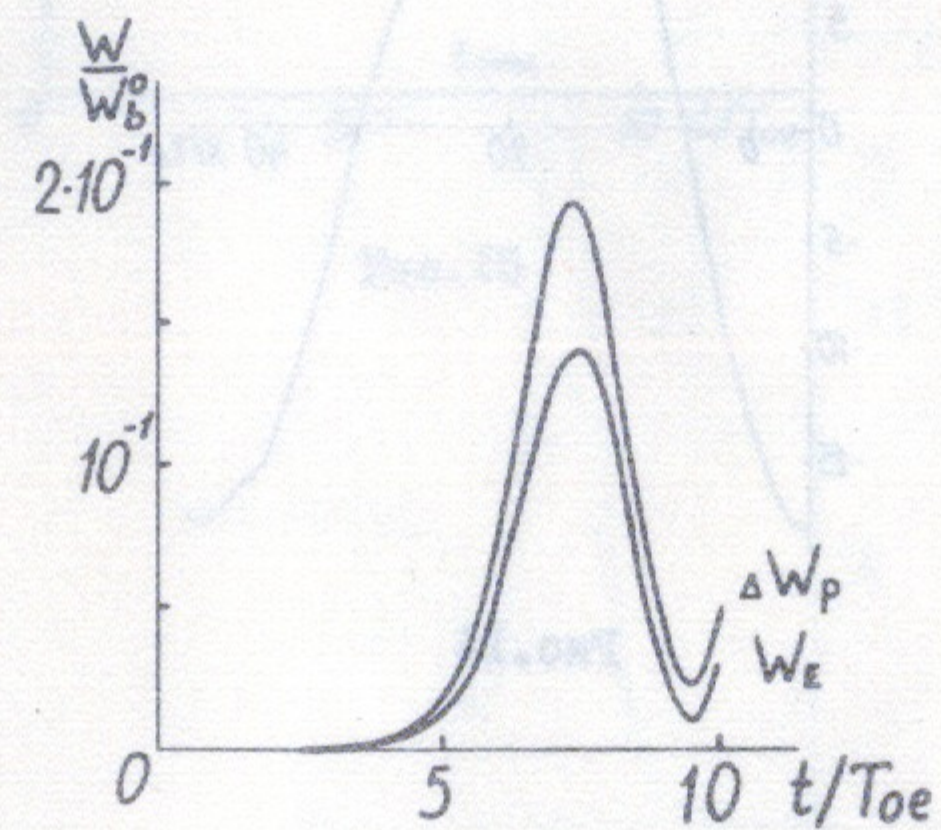


Рис. I3

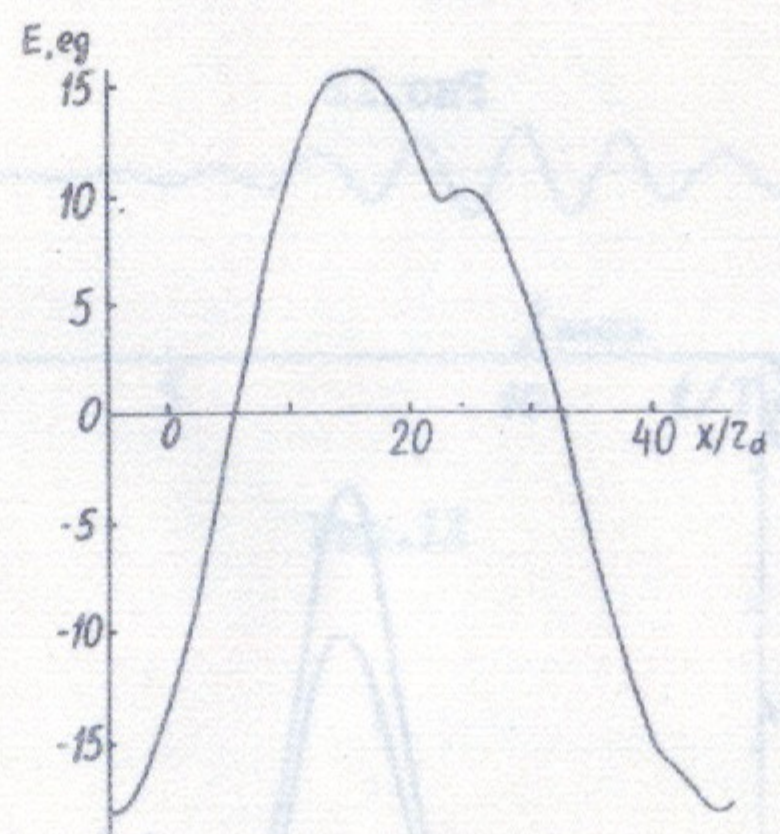
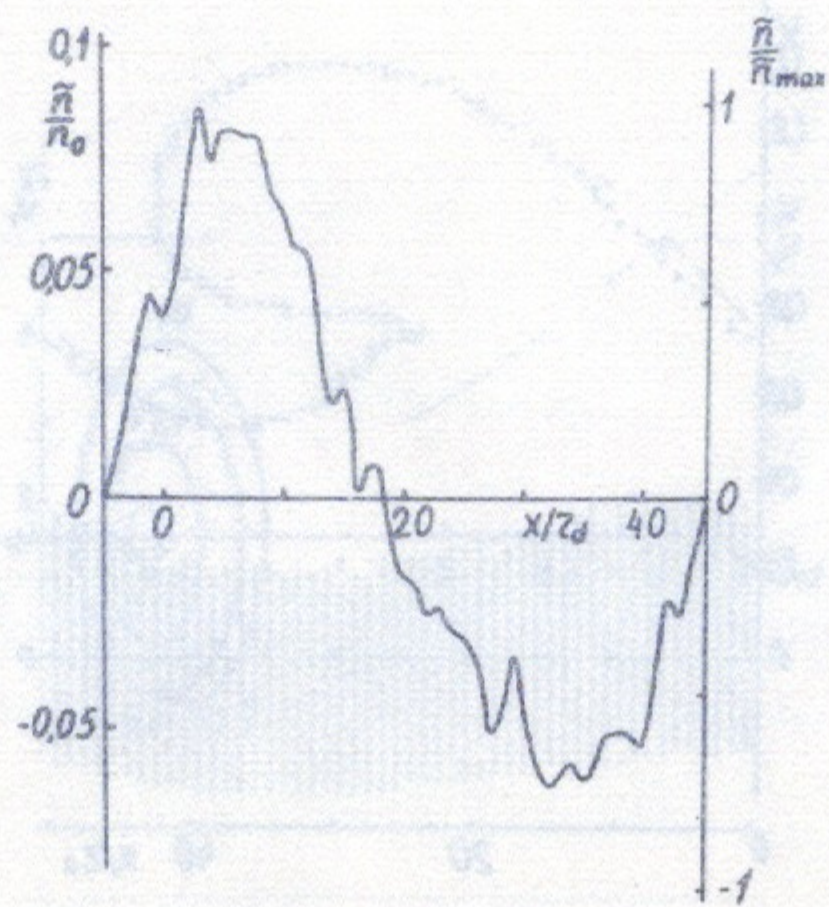


Рис.14

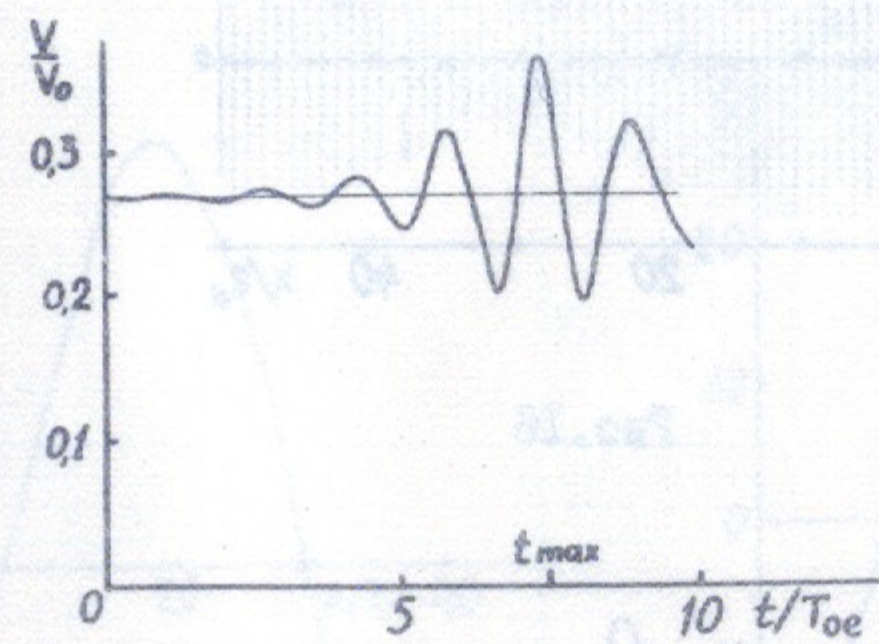
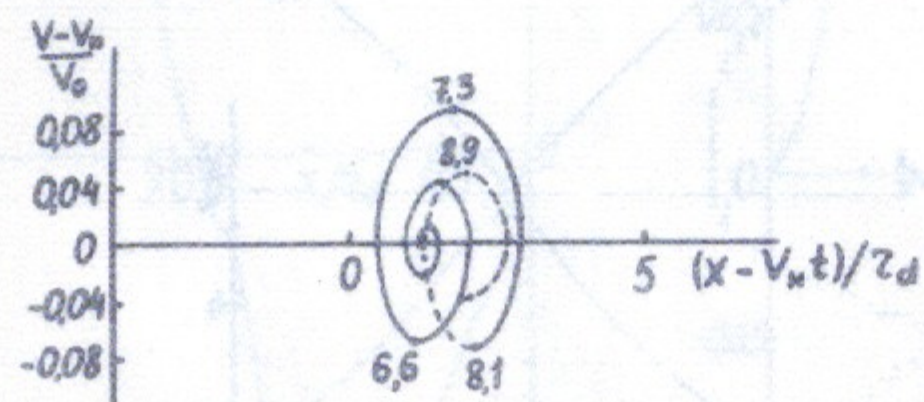


Рис.15

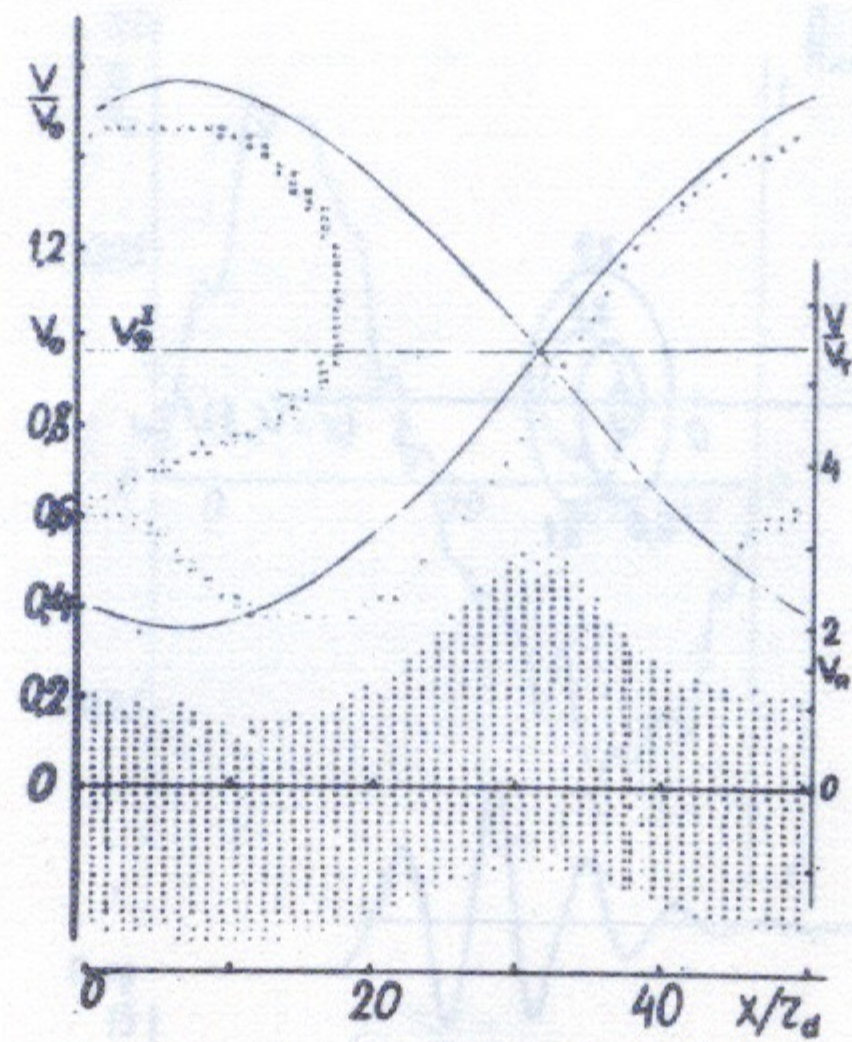


Рис.16

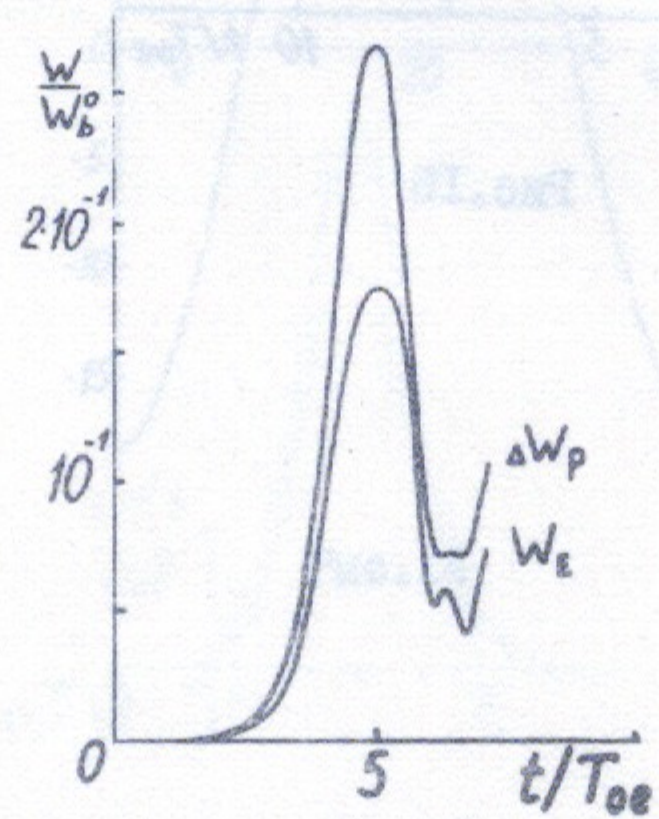


Рис.17

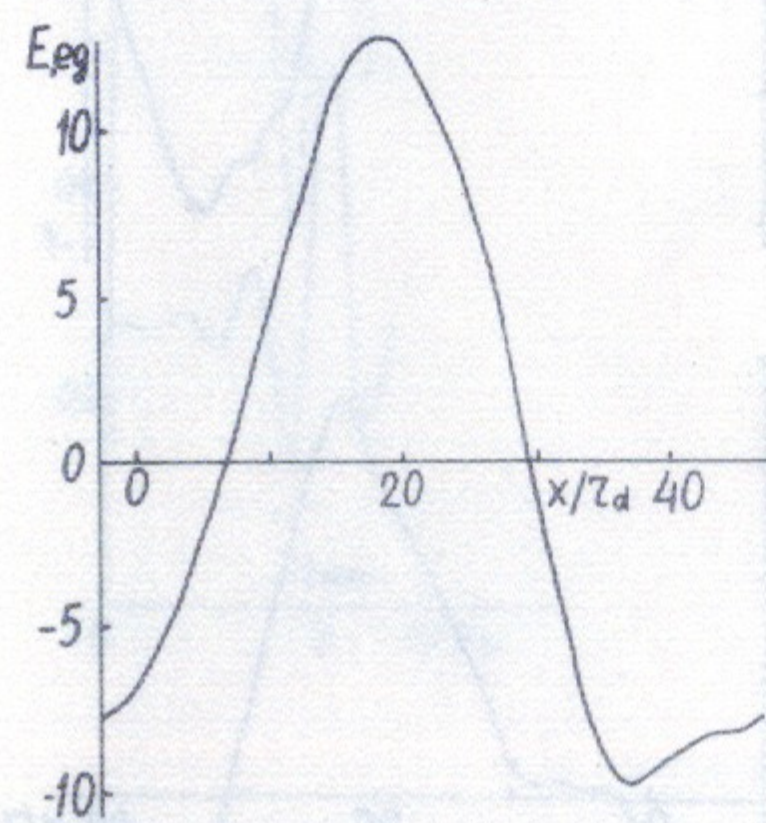
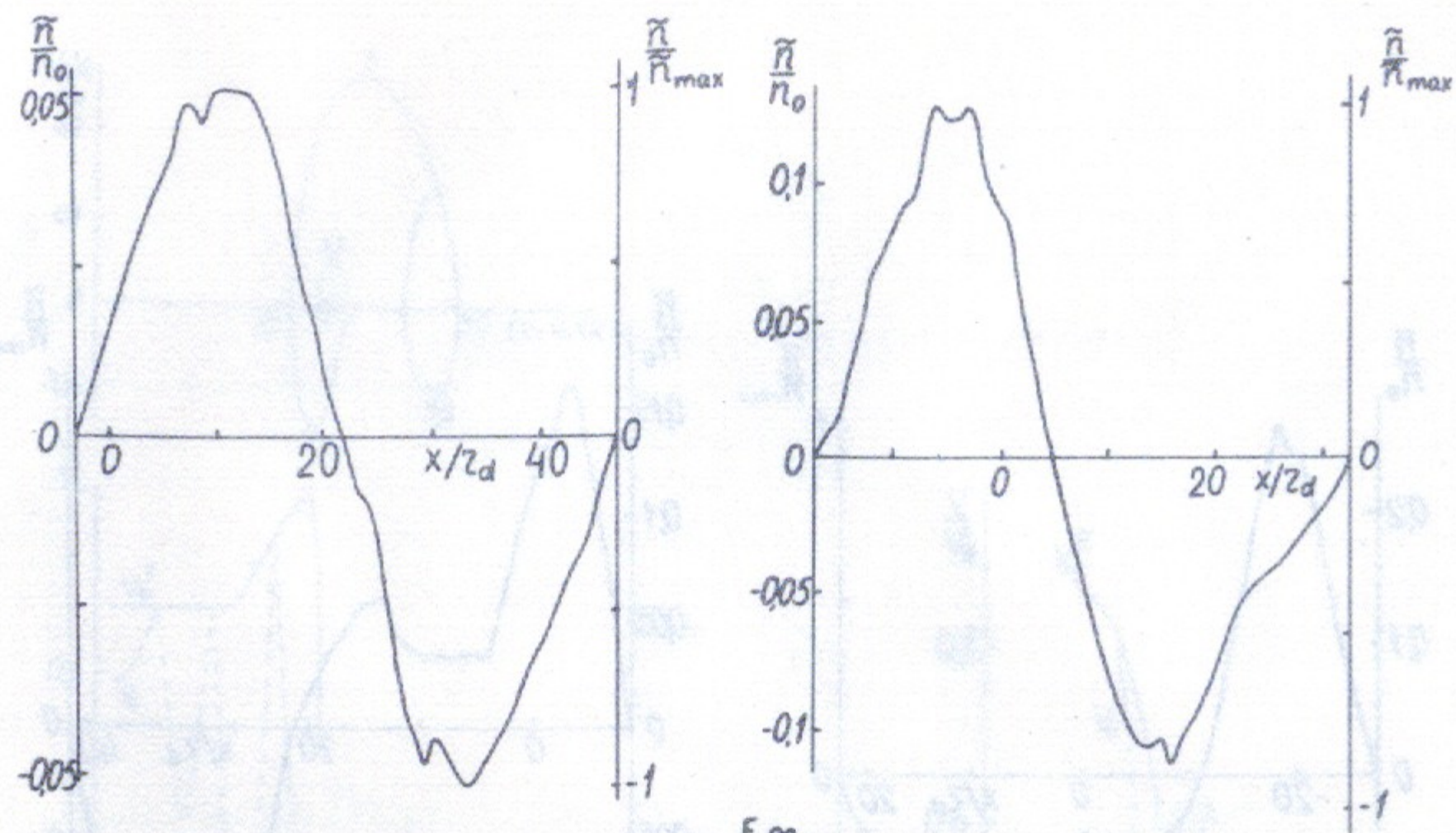


Рис.18а

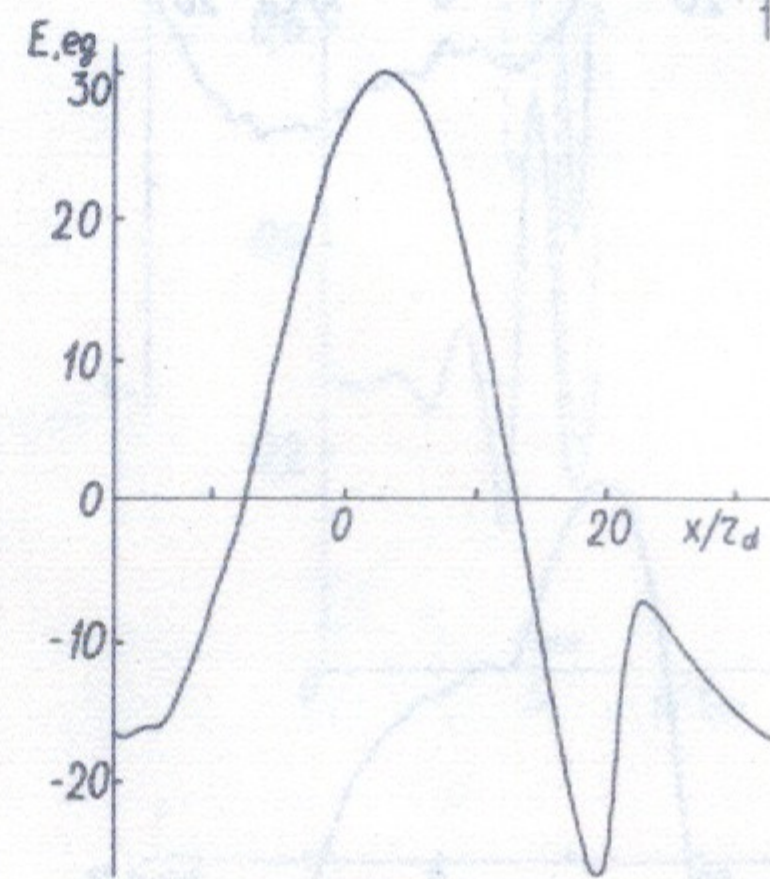


Рис.18б



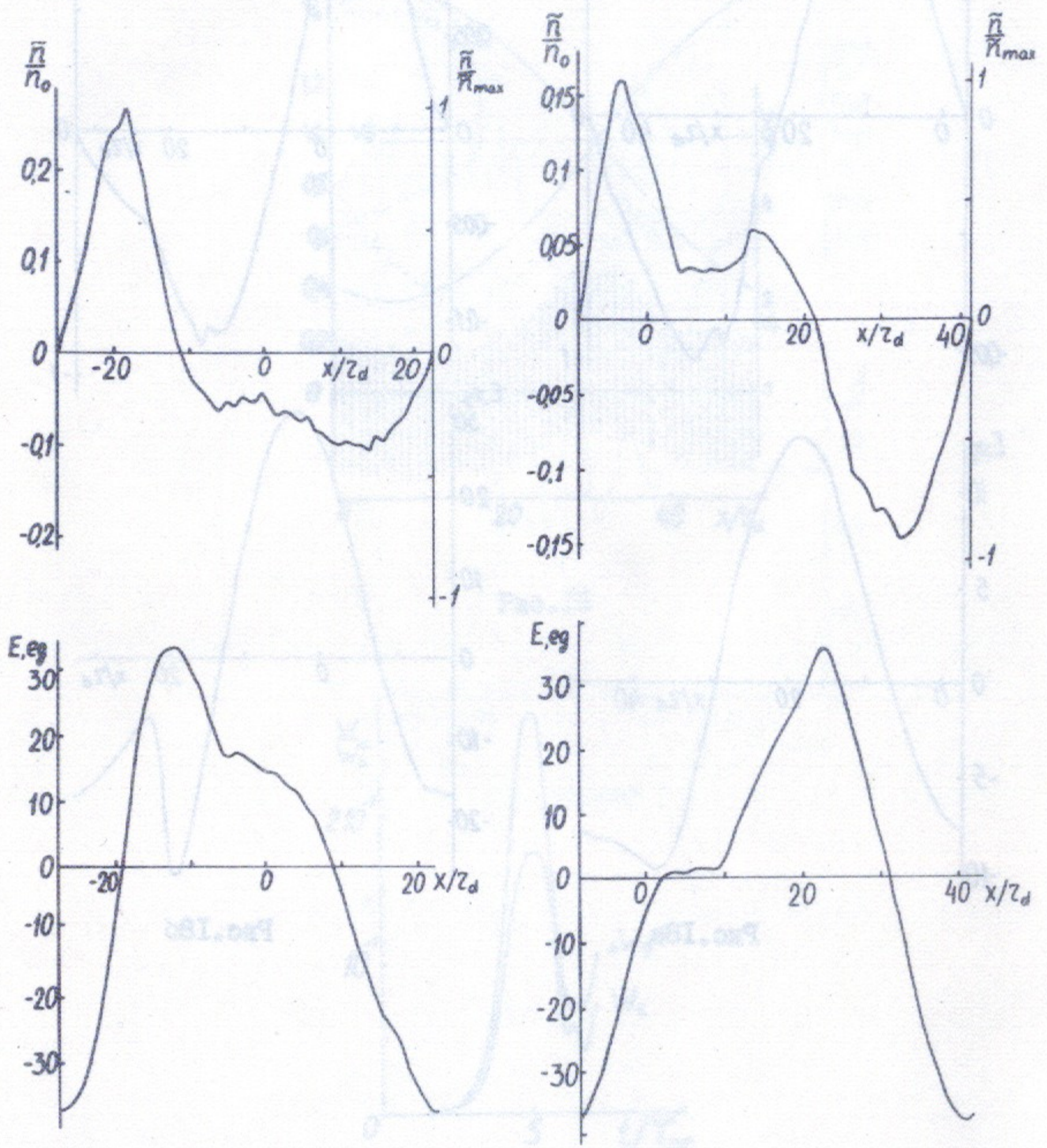


Рис. 18в

Рис. 18г

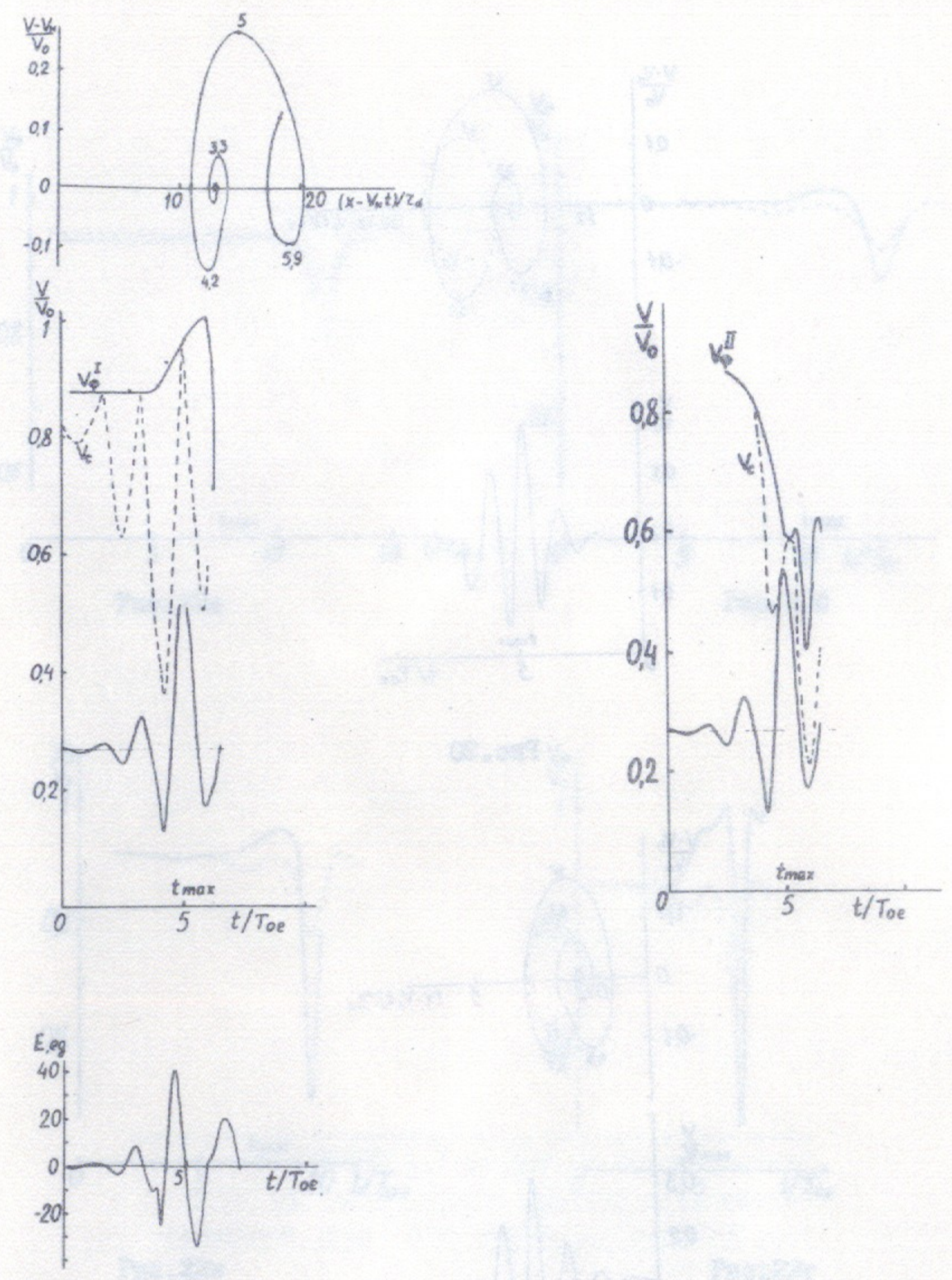


Рис. 19а

Рис. 19б

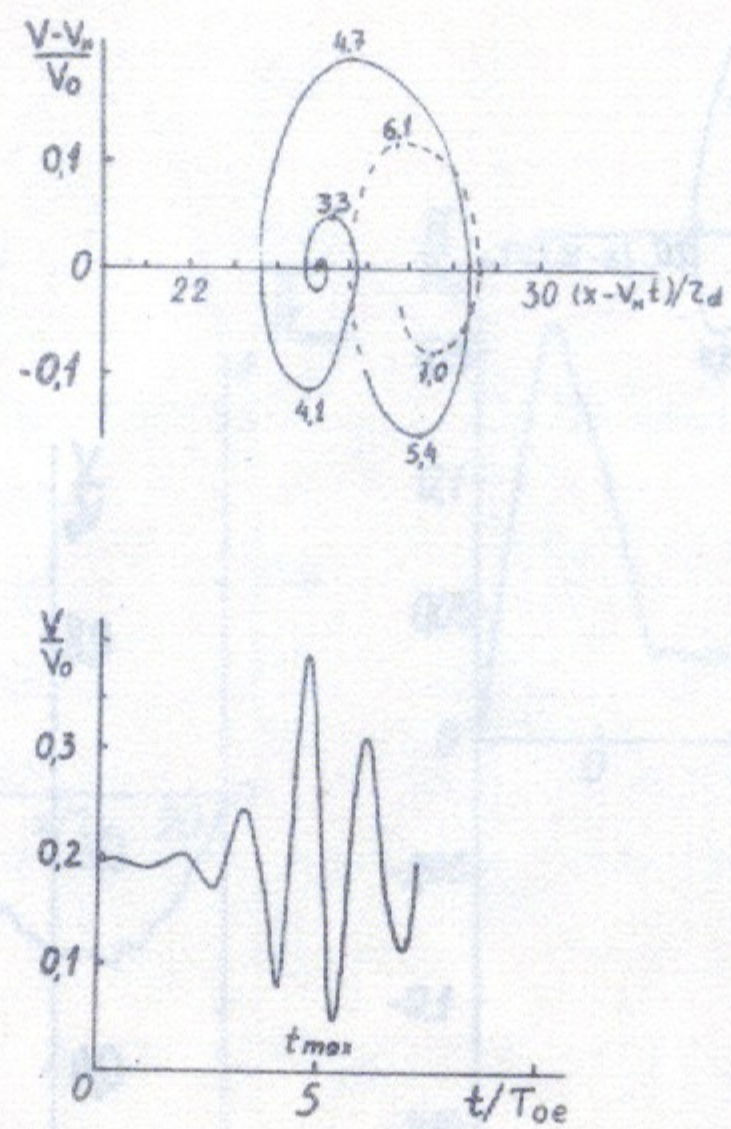


Рис. 20

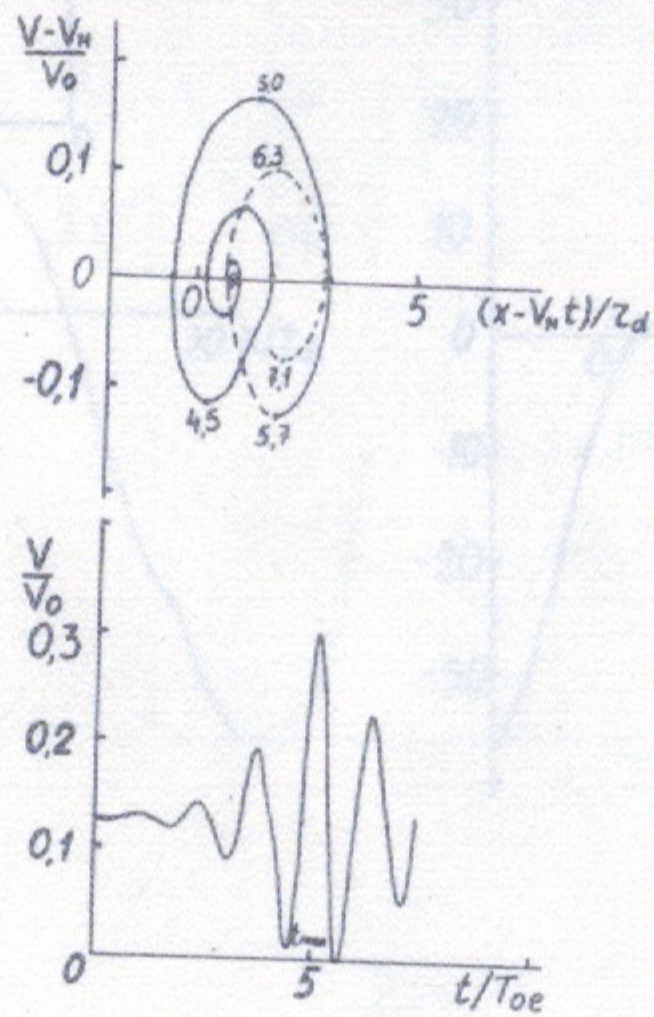


Рис. 21

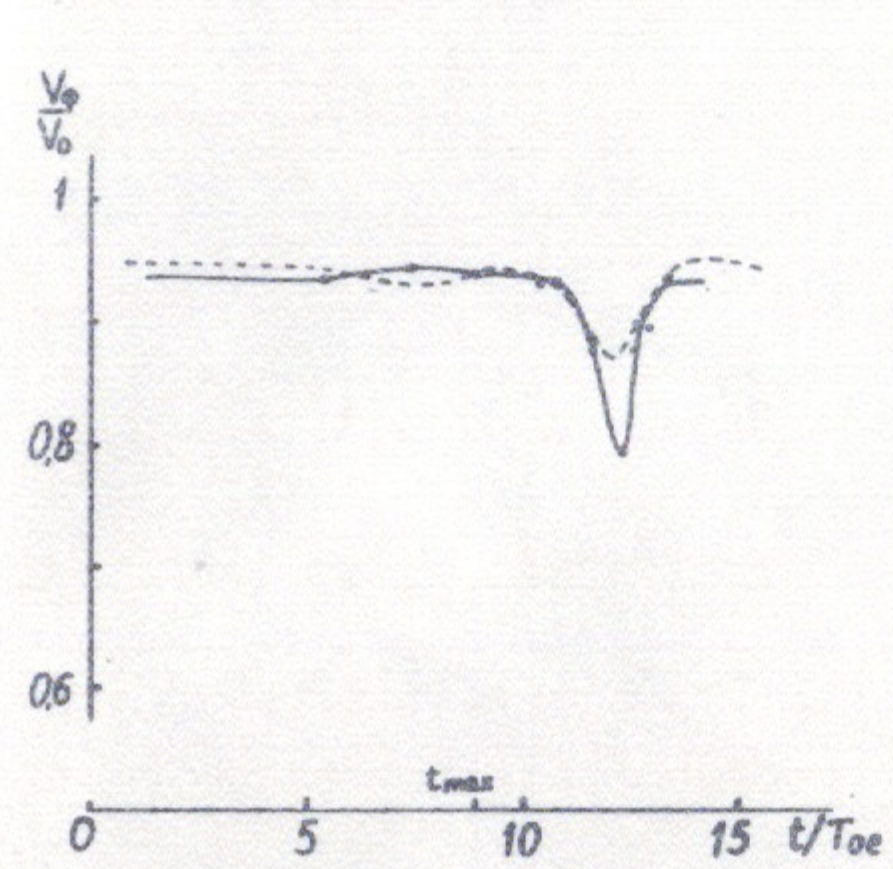


Рис. 22а

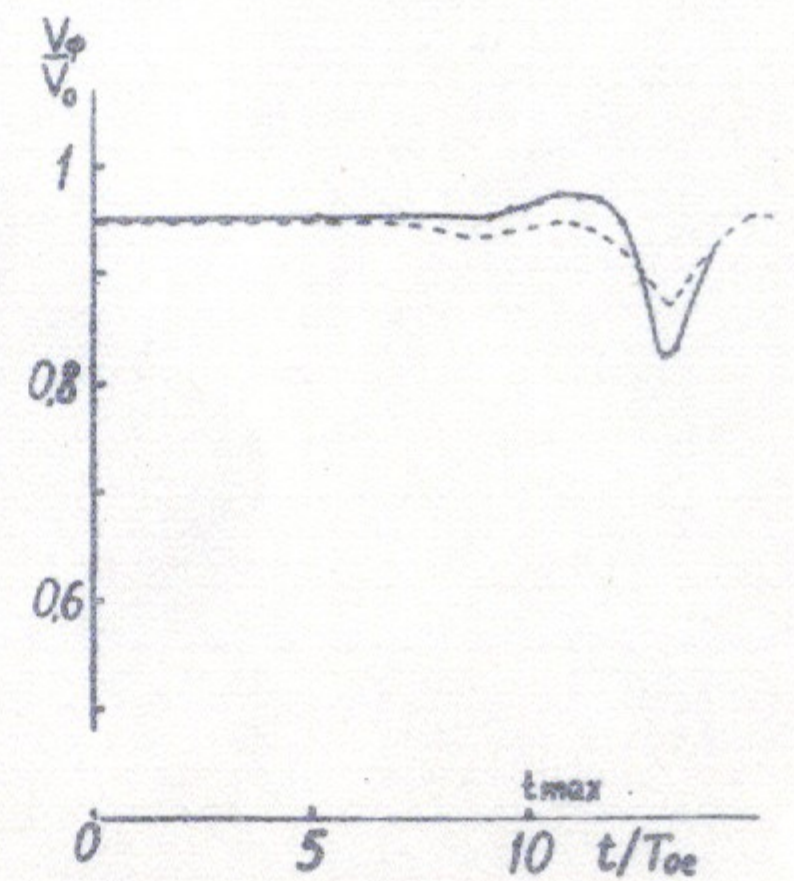


Рис. 22б

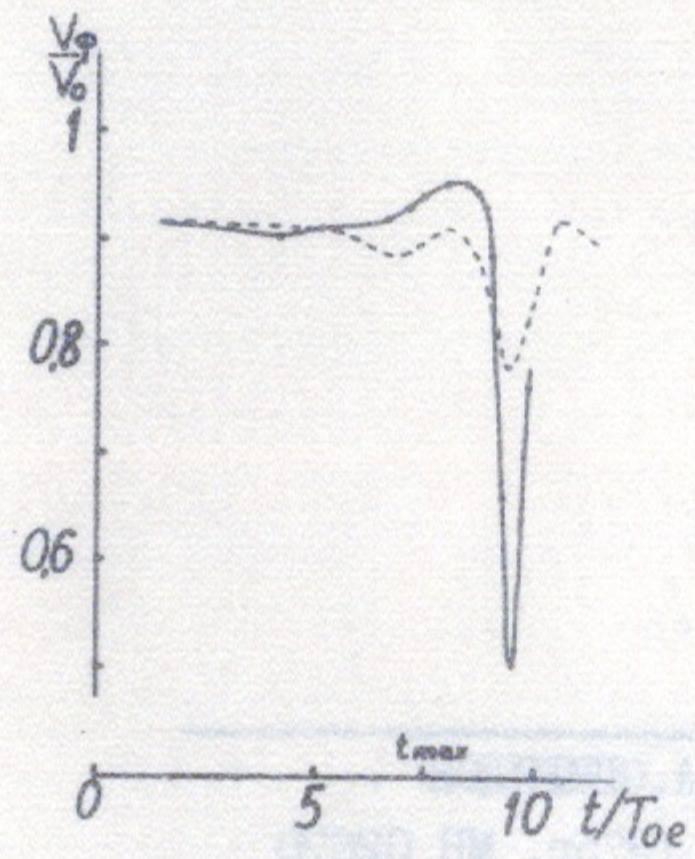


Рис. 22в

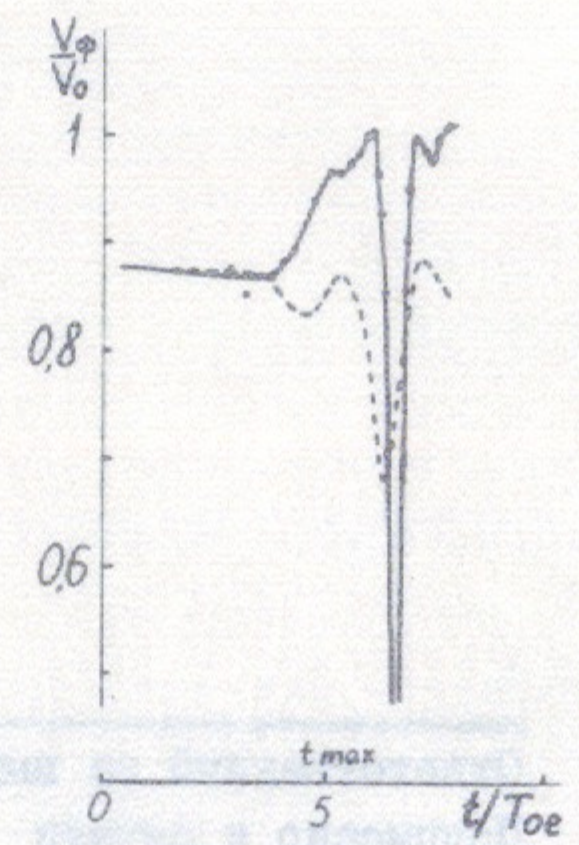


Рис. 22г

Ответственный за выпуск Г.А.СПИРИДОНС,

Подписано к печати 26.02.1975г. МН 02670

Усл. 2,0 печ.л., тираж 170 экз. Бесплатно

Заказ № 17

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР, вт.