

T.25

19

И Н С Т И Т У Т  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 75 - 39

В.А.Таюрский

РАСЧЁТ ЭФФЕКТИВНОСТИ КОНВЕРСИИ ЭЛЕКТРОНОВ  
В ПОЗИТРОНЫ ПРИ ЭНЕРГИИ 20-70 МЭВ

Новосибирск

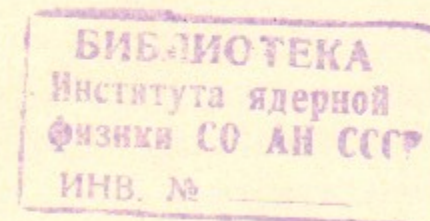
1975

РАСЧЁТ ЭФФЕКТИВНОСТИ КОНВЕРСИИ ЭЛЕКТРОНОВ  
В ПОЗИТРОНЫ ПРИ ЭНЕРГИИ 20-70 МЭВ

В.А.Таурский

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе методом Монте-Карло рассчитаны спектры  $\frac{dN_+}{dE_+}$  и средние значения  $\langle e^2(E_-, E_+, T) \rangle$ ,  $\langle r^2(E_-, E_+, T) \rangle$  для позитронов, получающихся при конверсии электронов с энергией  $E_- = 20-70$  Мэв. Также вычислены оптимальные условия и число позитронов, захваченных в синхротроны Б-3М и Б-4 ИЯФ СОАН СССР.



## Введение

За последние 10-15 лет большое развитие получили сильно-точные электронные линейные ускорители, в частности электронные ускорители на энергию в несколько десятков Мэв. Хотя эффективность конверсии электронов в позитроны при этих энергиях очень мала, всё же может быть получен достаточно большой позитронный ток, пригодный для экспериментов. При проектировании линейного ускорителя для получения позитронов нужно располагать достаточно надёжными данными о спектрах позитронов, рождающихся при конверсии. Имеющиеся для этих энергий экспериментальные данные [1-4] носят отрывочный характер и не всегда согласуются друг с другом. (см. §2). В аналитических расчётах [3, 5-7] делаются те или иные приближения уменьшающие их точность, хотя расчёты и дают вид аналитических зависимостей и позволяют предвидеть оптимальные условия конверсии и её эффективность.

В работе выполнены расчёты спектров  $\frac{dN_+}{dE_+}(E_+, E_-, T)$ , средних значений  $\langle \theta^2(E_+, E_-, T) \rangle$ ,  $\langle r^2(E_+, E_-, T) \rangle$  угловых и пространственных распределений позитронов методом прямого моделирования электронно-фотонного каскада в веществе по Монте-Карло с помощью программы [8]. Расчёты производились для вольфрамовых мишеней толщиной  $T=0.2-1.4$  рад.ед. длины и при начальных энергиях  $E_-=20, 30, 50, 70$  Мэв. Также рассчитаны оптимальные условия и эффективность конверсии электронов этих энергий с учётом захвата позитронов в фазовые объёмы синхротронов Б-3М и Б-4 ИЯФ СОАН СССР.

В расчётах принималось, что пучок начальных электронов имеет гауссово распределение по радиусу с  $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0.5 \text{ мм}$  (0.143 рад. дл. вольфрама). Для электронного пучка с другим радиусом изменится радиальный размер пучка позитронов и коэффициенты захвата в Б-3М и Б-4. Но их можно легко рассчитать по полученным в работе данным. Траектории начальных электронов считались параллельными. Все длины в работе измеряются в радиационных единицах длины, а все энергии в Мэвах (причём всюду подразумевается полная энергия). Статистические ошибки большинства величин, полученных в расчётах 10-20%. Расчёт одного варианта  $(E_-, T)$  занимает 20-30 минут машинного времени БЭСМ-6.

### §1. Расчёты конверсии.

Расчёты проводились при начальных энергиях  $E_- = 20, 30, 50, 70$  Мэв для мишеней толщиной  $T = 0.2 - 1.4$  рад.дл. На рис. 1, 2 представлены полученные в расчётах энергетические спектры позитронов, выходящих из конвертера вперёд в телесный угол  $\Omega = 2\pi$  при различных начальных энергиях и для мишеней различных толщин. Кривые, приведённые на рис. 1, 2, проведены по гистограммам монте-карловского расчёта в пределах статистических ошибок. Статистические ошибки расчёта принимались равными  $\pm\sqrt{N_+}$ , где  $N_+$  — число позитронов, попадающих в интервал  $\Delta E_+$ , для рис. 1, 2  $\Delta E_+ = 1$  Мэв. На некоторых кривых эти ошибки проставлены, чтобы можно было судить о точности кривых. В расчётах рассматривались вторичные частицы с энергиями боьшими 5 Мэв. Это связано с тем что, как оказалось, оптимальные условия конверсии с учётом захвата позитронов в Б-3М и Б-4, достигаются при  $E_+ \approx 5$  Мэв (см. §3), а учёт в расчётах меньших энергий приводит к заметному возрастанию времени счёта, определяющегося в основном многократным рассеянием низкоэнергетических электронов и позитронов. На рис. 3 даны графики полного выхода позитронов всех энергий при  $E_- = 20, 30, 50, 70$  Мэв в зависимости от толщины конвертера  $T$ . Кривые получены приближённым интегрированием спектров рис. 1, 2; принималось, что последние имеют максимум вблизи  $E_+ \approx 2$  Мэв, как это следует из измерений [1]. При вычислении площади кривая спектра заменялась на прямоугольный треугольник (см. рис. 1). Для выбора оптимальных условий конверсии при любых  $E_+$  имеет смысл рассматривать толщины  $T$  до максимума полного выхода позитронов, как следует из данных [1] и спектров рис. 1, 2. Начальные участки кривых для числа позитронов на 1 начальный электрон на рис. 3 можно с точностью  $\sim 10\%$  аппроксимировать линейной зависимостью от  $T$ :

$$N_+/N_- = 2.4 \cdot 10^{-4} E_-^{3/2} (Мэв) T (рад.дл.) \quad (I.1)$$

$$\text{где } T \leq T_c, \quad T_c \approx 0.25 \epsilon_{и} E_- \quad (I.2)$$

Зависимость от  $E_- \propto E_-^{3/2}$  можно объяснить тем, что рассматриваемые энергии относятся к промежуточной области между низкими энергиями, где  $N_+ \propto E_-^2$  [3, 7], и высокими, где  $N_+ \propto E_-$  [9]. Для приближённых расчётов при  $E_-, T$  других, нежели приведённые на рис. 1, 2, можно использовать аппроксимацию, полученную по данным рис. 1, 2:

$$1/N_- \frac{dN_+}{dE_+} \approx 3 \cdot 10^{-4} E_-^{5/6} (1 - E_+/E_c) T \quad (I.3)$$

$$2 \leq E_+ \leq E_c, \quad T \leq T_c, \quad E_c \approx 1.6 E_-^{2/3} \quad (I.4)$$

Интеграл от (I.3) совпадает с (I.1).

Сравним (I.1) с оценкой выхода позитронов из конвертера которая получена в [7]. При  $E_- \sim 20$  Мэв из [7] имеем:

$$N_+/N_- \approx 7 \cdot 10^{-5} E_-^2 T \Omega \quad (I.5)$$

$\Omega$  — телесный угол, в который выходят позитроны. Примем  $\Omega$  равным среднеквадратичному углу, в который выходят позитроны при  $E \approx 2$  Мэв (вблизи максимума спектра  $\frac{dN_+}{dE_+}$ ),  $\Omega \approx 1.7$  (экстраполяция по рис. 4). При этом оценка (I.5) даёт для  $E_- = 20$  Мэв примерно в 2.3 раза большее число позитронов, чем (I.1).

На рис. 4 приведены графики  $\langle \theta_+^2(\epsilon, \epsilon, T) \rangle$  — среднего квадрата пространственного угла выхода позитронов в зависимости от  $E_+, T$ . Оказалось, что в пределах статистических ошибок расчёта  $\langle \theta_+^2 \rangle$  можно считать независимым от  $E_-$ . Как показал анализ угловых распределений, в пределах статистических ошибок их можно считать гауссовыми.

На рис. 5-6 представлены  $\langle r_+^2(\epsilon, \epsilon, T) \rangle$  для пучка позитронов на выходе из конвертера, в зависимости от  $E_+, T$  при различных  $E_-$ . В отличие от  $\langle \theta_+^2 \rangle$ ,  $\langle r_+^2 \rangle$  заметно отличаются при  $T = 0.8 - 1.0$  рад.дл. при различных  $E_-$ . Величины  $\langle r_+^2 \rangle$ , приведённые на рис. 5-6, включают в себя радиальное расхождение позитронов, полученное в мишени, и размер начального пучка электронов.

### §2. Сравнение монте-карловских расчётов с другими расчётами и экспериментальными данными

Область энергий, в которой производились расчёты, сравнительно богата экспериментальными данными по энергетическим спектрам позитронов под  $\theta = 0^\circ$ . Это даёт возможность произвести детальное сравнение имеющихся спектров с расчётами. Такое сравнение позволяет судить о надёжности полученных в расчётах результатов и о правильности работы программы. Программа, с помощью которой производились расчёты, в основных чертах совпадает с известными программами расчёта электронно-фотонных ливней в веществе [10, 11]. Результаты [10, 11] сравнивались с экспериментальными данными по каскадным кривым при энергиях обрезания  $E = 10$  Мэв

и  $E=1.5$  Мэв, и согласие было найдено хорошим. С другой стороны, в [12,13] указывается, что расчёт по Монте-Карло спектров позитронов, выполненный в ORNL с помощью программы [14] даёт меньшую по сравнению с экспериментальными данными, интенсивность позитронов при  $E_+ < 10$  Мэв. То же самое наблюдалось в наших расчётах [8].

Тем не менее, сравнение спектров  $\frac{d^2 N_+}{dE_+ d\Omega}$  при  $E_+ > 5$  Мэв, полученных в настоящих расчётах, с экспериментальными данными показало что согласие тех и других довольно-таки хорошее. Расчёты и экспериментальные спектры сравниваются на рис.7-10. Спектры, взятые из [1], увеличены в 2.7 раза, в соответствии с замечанием, имеющимся в конце работы [1]. Этот фактор возник из-за путаницы с разрешением  $\Delta E/E$  спектрометра, которое сначала было рассчитано теоретически и учтено в спектрах, приведённых в работе, а затем определено экспериментально по доле электронов начального пучка, принимаемых в спектрометр. В работе указывается, что фактор 2.7 следует рассматривать как минимальный.

На рис.7 сопоставляются экспериментальные данные [1] при  $E_+=20$  Мэв, экспериментальные данные [2] при  $E_+=20$  Мэв, аналитический расчёт [6] при  $E_+=17$  Мэв и монте-карловский расчёт при  $E_+=20$  Мэв. Сравнивается выход вперёд при  $\theta=0^\circ$ . Толщина мишени 0.6-0.7 рад.дл.. Значения  $\frac{d^2 N_+}{dE_+ d\Omega}$  как в этом расчёте, так и при других энергиях, получены с помощью данных рис.1-2,4 в предположении гауссового распределения по углам:  $\frac{d^2 N_+}{dE_+ d\Omega} \Big|_{\theta=0^\circ} = \frac{1}{\pi \langle \theta^2 \rangle} \cdot \frac{dN_+}{dE_+}$ . Наблюдается неплохое согласие всех спектров. Ошибки измерений [1] 15%. Точность расчётов [6] оценивается в 50%.

На рис.8 сравниваются экспериментальные данные [1], [3], аналитические расчёты [5] и настоящие расчёты по Монте-Карло при  $E_+=25$  Мэв,  $T=0.2$  рад.дл.,  $\theta=0^\circ$ . Спектр из [1] для  $T=0.2$  получен интерполяцией данных при  $T=0.15$  и  $T=0.3$ . Спектры [1], [5], монте-карловский расчёт хорошо согласуются друг с другом, но меньше результатов измерений [3] примерно в 2 раза. Однако в [3] отмечается, что абсолютный масштаб экспериментальных кривых может содержать фактор порядка 2. В то же время форма кривой из [3] при  $E_+ < 10$  Мэв заметно отличается от вида остальных кривых. Вероятно, точный наклон позитронного спектра при  $E_+ < 10$  Мэв в [3] искажён рассеянием низкоэнергетических позитронов на окошке спектрометра [13].

На рис.9 расчётные спектры под  $\theta=0^\circ$  сравниваются с данными [1] при  $E_+=30$  Мэв,  $T=0.3, 0.9$ . Наблюдается хорошее согласие в пределах ошибок.

На рис.10 расчётный выход позитронов вперёд  $\frac{d^2 N_+}{dE_+ d\Omega} \Big|_{\theta=0^\circ}$  сравнивается с экспериментальными данными [4], взятыми из [13].  $E_+=55$  Мэв,  $T=1.5$  рад.дл.. Расчёт по Монте-Карло меньше результатов [4] примерно в 1.7 раза. Трудно сказать с чем связано это отличие, так как в [13] нет сведений о том, как авторы [4] оценивают надёжность измерений.

В целом, сравнение настоящих расчётов с имеющимися экспериментальными данными указывает на неплохое абсолютное согласие, хотя всё же и может быть, что монте-карловские вычисления дают несколько заниженные интенсивности позитронов.

### §3. Расчёт оптимальных условий конверсии электронов в позитроны с учётом захвата позитронов в Б-4 и Б-3М.

В расчётах были получены оптимальные условия конверсии электронов с  $E_+=20, 30, 50, 70$  Мэв в позитроны с учётом захвата позитронов в фазовый объём синхротрона Б-4, принятый равным  $\epsilon_{гор} = 0.2$  рад.хсм.,  $\epsilon_{верт} = 0.015$  рад.хсм. (без  $\pi$ ), в энергетический интервал  $\Delta E/E = \pm 3.5\%$  и в Б-3М с  $\epsilon_{гор} = 0.14$  рад.хсм.,  $\epsilon_{верт} = 0.02$  рад.хсм. (без  $\pi$ ), в энергетический интервал  $\Delta E/E = \pm 1.8\%$ . В расчётах предполагалось, что позитроны не теряются при транспортировке от конвертера до синхротрона. Считалось также, что с помощью магнитной оптики эмиттанс пучка позитронов согласован с аксептансом синхротрона по каждому поперечному направлению. При вычислении коэффициентов захвата, весь диапазон энергий позитронов разбивался на интервалы в 2 Мэв. Для каждого интервала вычислялся среднеквадратичный фазовый объём позитронов. После этого рассчитывалось прямое попадание позитронов одновременно в фазовые объёмы  $\epsilon_{верт}$  и  $\epsilon'_{гор}$ , каждый из которых считался подобным эмиттансу позитронов.  $\epsilon'_{гор}$  - горизонтальный аксептанс для частиц из рассматриваемого интервала, энергия которых не равна средней в интервале:

$$\epsilon'_{гор} = \epsilon_{гор} \left( 1 - \frac{2|E_+ - E_-|}{\Delta E} \right)^2, \quad \Delta E = 2 \text{ Мэв}$$

В целом процедура аналогична описанной в [15].

Оптимальные условия конверсии, а также число позитронов на один начальный электрон, захваченных в Б-4 и Б-3М приведены в таблице 1.

таблица 1

$E_-$	T	E	(Б-4)	(Б-3М)
20	0.4-0.8	5-9	$(5.0 \pm 1.5)_{10^{-5}}$	$(2.0 \pm 0.8)_{10^{-5}}$
30	0.8-1.0	7-13	$(2.0 \pm 0.5)_{10^{-4}}$	$(1.0 \pm 0.3)_{10^{-4}}$
50	0.8-1.0	7-13	$(5.0 \pm 0.7)_{10^{-4}}$	$(3.0 \pm 0.5)_{10^{-4}}$
70	0.8-1.2	9-15	$(1.1 \pm 0.2)_{10^{-3}}$	$(6.0 \pm 1.0)_{10^{-4}}$

В таблице приведены статистические ошибки, которые определялись как  $\pm \sqrt{N_+}$ , где  $N_+$  - число захваченных в заданные фазовые объемы позитронов.

Результаты расчётов числа захваченных позитронов для оптимальных условий конверсии можно с ошибкой не превышающей 30% аппроксимировать зависимостью:

$$N_+/N_- \approx 2 \cdot 10^{-7} E_-^2 \text{ (МэВ)} \quad \text{для Б-4} \quad (3.4)$$

$$N_+/N_- \approx 10^{-7} E_-^2 \text{ (МэВ)} \quad \text{для Б-3М} \quad (3.2)$$

Как указывалось, в расчётах принято, что начальный пучок электронов имеет размер  $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0.143$  рад.дл.. Этот размер даёт вклад в расхождение позитронного пучка на выходе из конвертера при оптимальных T, E (см. рис. 5, 6). Представляет интерес знать как зависит число захваченных позитронов от размера электронного пучка. Коэффициент захвата при другом радиусе пучка электронов и, следовательно, для другого, нежели при  $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0.143$  рад.дл. среднеквадратичного эмиттанса позитронов можно приближённо вычислить по формуле [16]:

$$\alpha = 1 - \frac{(2 - e^{-\lambda/2})^2 - 1}{\lambda} \quad (3.3)$$

где  $\lambda = \frac{\sqrt{\varepsilon_{\text{эфф}} \cdot \varepsilon_{\text{гов}}}}{\varepsilon_+}$ ,  $\varepsilon_+$  - среднеквадратичный эмиттанс позитронов.

Формула (3.3) получена в предположении гауссового распределения позитронов по углам и координатам и для согласования эмиттанса позитронов с горизонтальным и вертикальным фазовыми объёмами, которые приняты равными друг другу при каждой энергии (последнее условие не сильно увеличивает коэффициент захвата по сравнению со случаем без согласования при не слишком больших  $\frac{\varepsilon_{\text{эфф}}}{\varepsilon_{\text{гов}}} [16]$ ). С помощью данных по спектрам  $\frac{dN_+}{dE_+}$ ,  $\langle \Theta^2(E_-, E_+, T) \rangle$ ,  $\langle r^2(E_-, E_+, T) \rangle$  и (3.3) были рассчитаны коэффициенты захвата и число захваченных позитронов для  $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0, 0.143, 0.286$  рад.дл.. Оптимальные T, E<sub>+</sub> должны быть примерно теми же, что и в таблице 1, так как максимумы по T, E<sub>+</sub> довольно широкие, а радиус пучка электронов составляет небольшую часть от размера позитронного пучка для оптимальных T, E<sub>+</sub> (см. рис. 5, 6). Результаты расчёта  $N_+/N_-$  для Б-4 приведены в таблице 2 (для Б-3М число захваченных позитронов примерно в 2 раза меньше, как следует из таблицы 1).

Таблица 2

$E_- \backslash \sqrt{\langle r^2 \rangle}$	0	0.143(0.5мм)	0.286(1мм)
20	$5.0_{10^{-5}}$	$4.5_{10^{-5}}$	$3.8_{10^{-5}}$
30	$1.7_{10^{-4}}$	$1.5_{10^{-4}}$	$1.2_{10^{-4}}$
50	$5.9_{10^{-4}}$	$4.5_{10^{-4}}$	$3.7_{10^{-4}}$
70	$1.1_{10^{-3}}$	$8.7_{10^{-4}}$	$7.1_{10^{-4}}$

Как следует из сравнения 3-го столбца таблицы с данными таблицы 1, расчёт коэффициентов захвата по ф-ле (3.5) даёт меньшие величины по сравнению с расчётами прямого захвата, хотя и согласуется с последними в пределах статистических ошибок.

В заключение автор выражает глубокую благодарность Б.В. Чирикову, Б.И. Гришанову, Р.А. Салимову, А.Д. Букину за полезные обсуждения.

Литература

1. M. Bernardini et al. Rapport C.E.A. N°2212, 1962
2. Jupiter et al. Phys. Rev. 121 (1961), 866
3. L. Katz, K.H. Lokan, Nucl. Instr. and Meth. 11 (1961), 7
4. T.Z. Aggson, Z. Bernod, ЖАЭ-27 (1962)
5. B.J. Jacobs et al. Nucl. Instr. and Meth. 61 (1968), 166
6. R.E. Sund, R.B. Walton, Nucl. Instr. and Meth. 24 (1964), 109
7. В.А. Таурский, Б.В. Чириков, препринт ИЯФ СОАН СССР 73-73.
8. Ф.М. Израилев и др., препринт ИЯФ СОАН СССР 63-73.
9. С.З. Беленький. Лавинные процессы в космических лучах. ОГИЗ 1948г.
10. H. Messel et al. Nucl. Phys. 39 (1962), 1
11. H. Nagel. Zeits für Physik, 186 (1965), 319
12. H. Destaeler, SLAC, TN-65-23, 1965
13. H. Wiedemann, DESY, H5/6, 1970
14. C.D. Zerby, Moran, Journ. of Appl. Phys. v34, n8 (1963)
15. В.А. Таурский, Б.В. Чириков, В.Ф. Шмаков, препринт ИЯФ СОАН СССР 62-73.
16. В.А. Таурский, Б.В. Чириков, В.Ф. Шмаков, препринт ИЯФ СОАН СССР 64-72.

Поступила - 26 марта 1975 г.

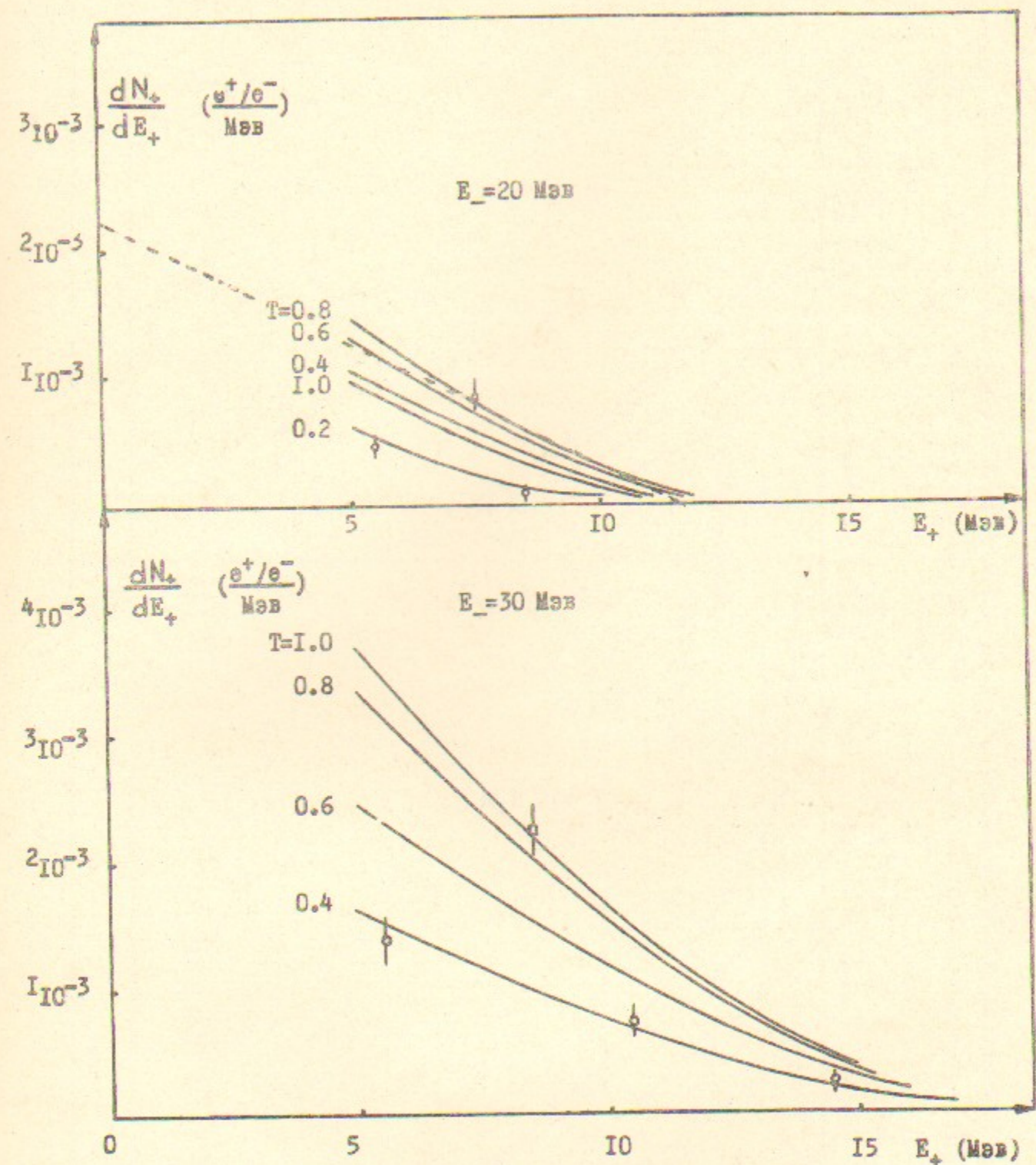


Рис. I. Энергетические спектры позитронов, выходящих из мишени вперед в  $\Omega = 2\pi$ .  $E_0 = 20, 30$  мэв.  $T = 0.2 - 1.0$  рад.дл..

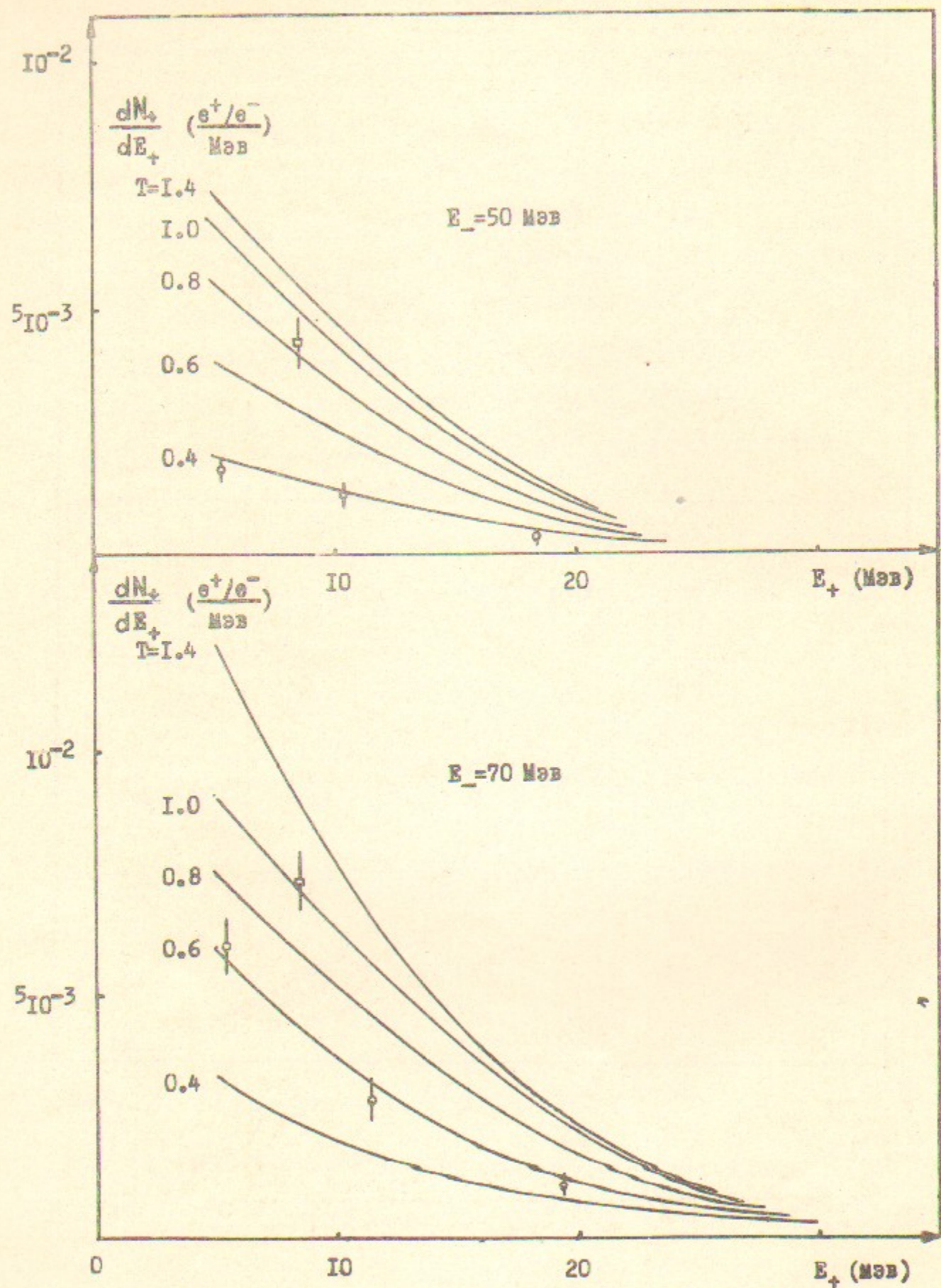


Рис.2. То же, что рис.1.  $E_- = 50, 70$  МэВ.  $T = 0.4 - 1.4$  рад.дл..

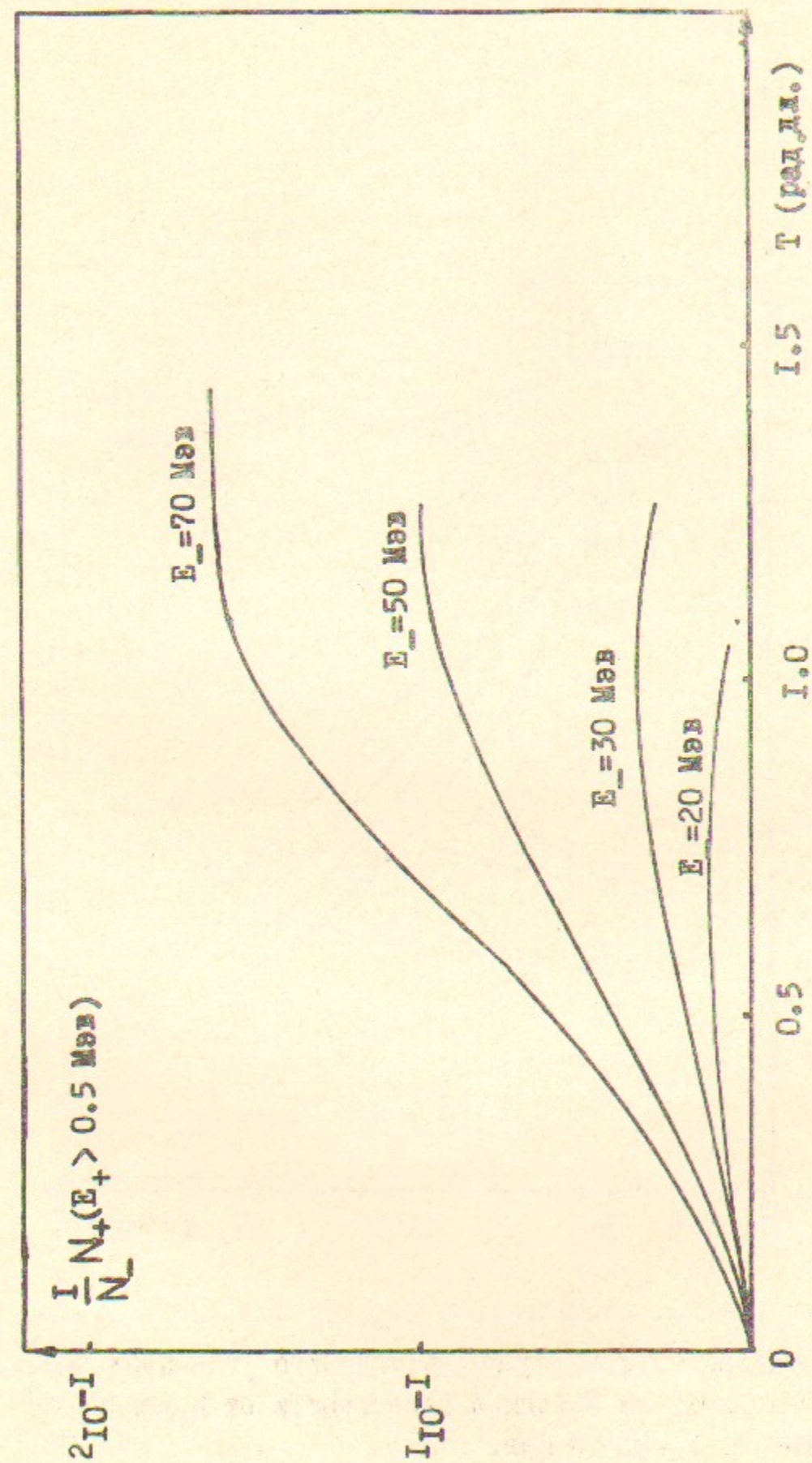


Рис.3. Полный выход позитронов всех энергий вперёд в  $\Omega = 2\pi$  в зависимости от толщины мишени  $T$ .  $E_- = 20 - 70$  МэВ.



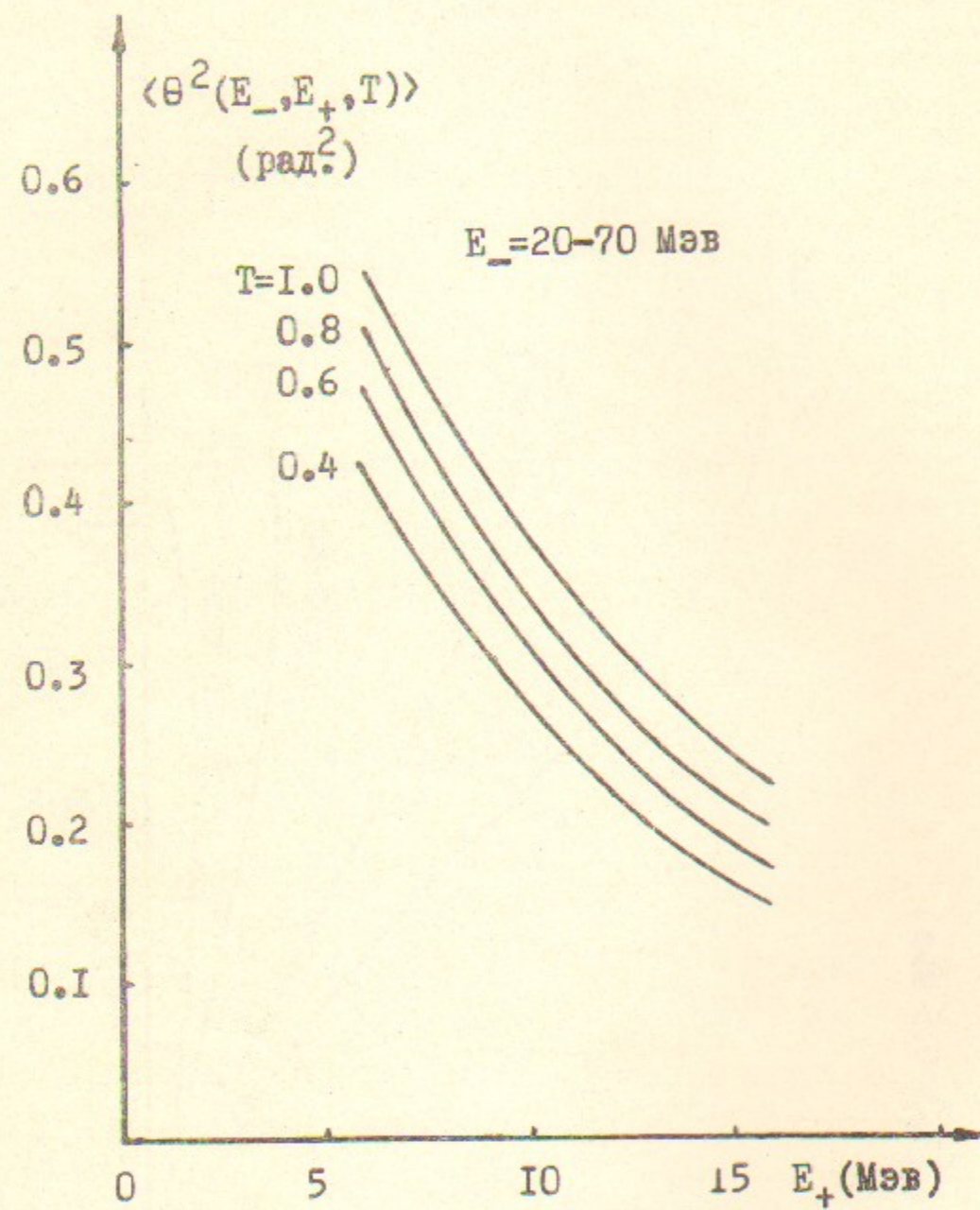


Рис.4. Средний квадрат пространственного угла позитронов, выходящих из мишени, в зависимости от  $E_+$  для различных  $T$ .  $E_- = 20-70$  МэВ.

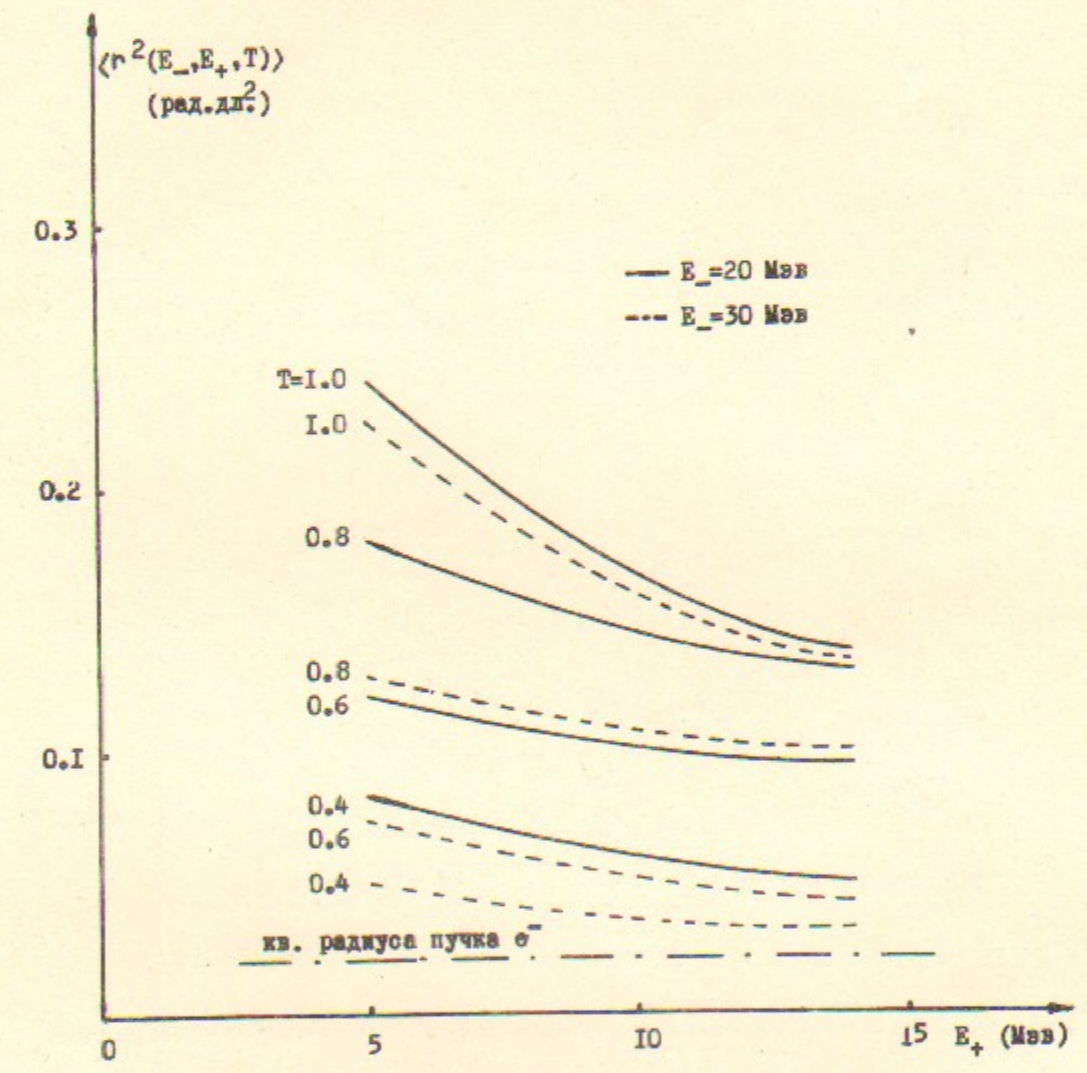


Рис.5. Средний квадрат радиуса позитронного пучка в зависимости от  $E_+$  для  $T=0.4-1.0$  рад. дл.  $E_- = 20, 30$  МэВ.  $\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 0.143$  р.д..

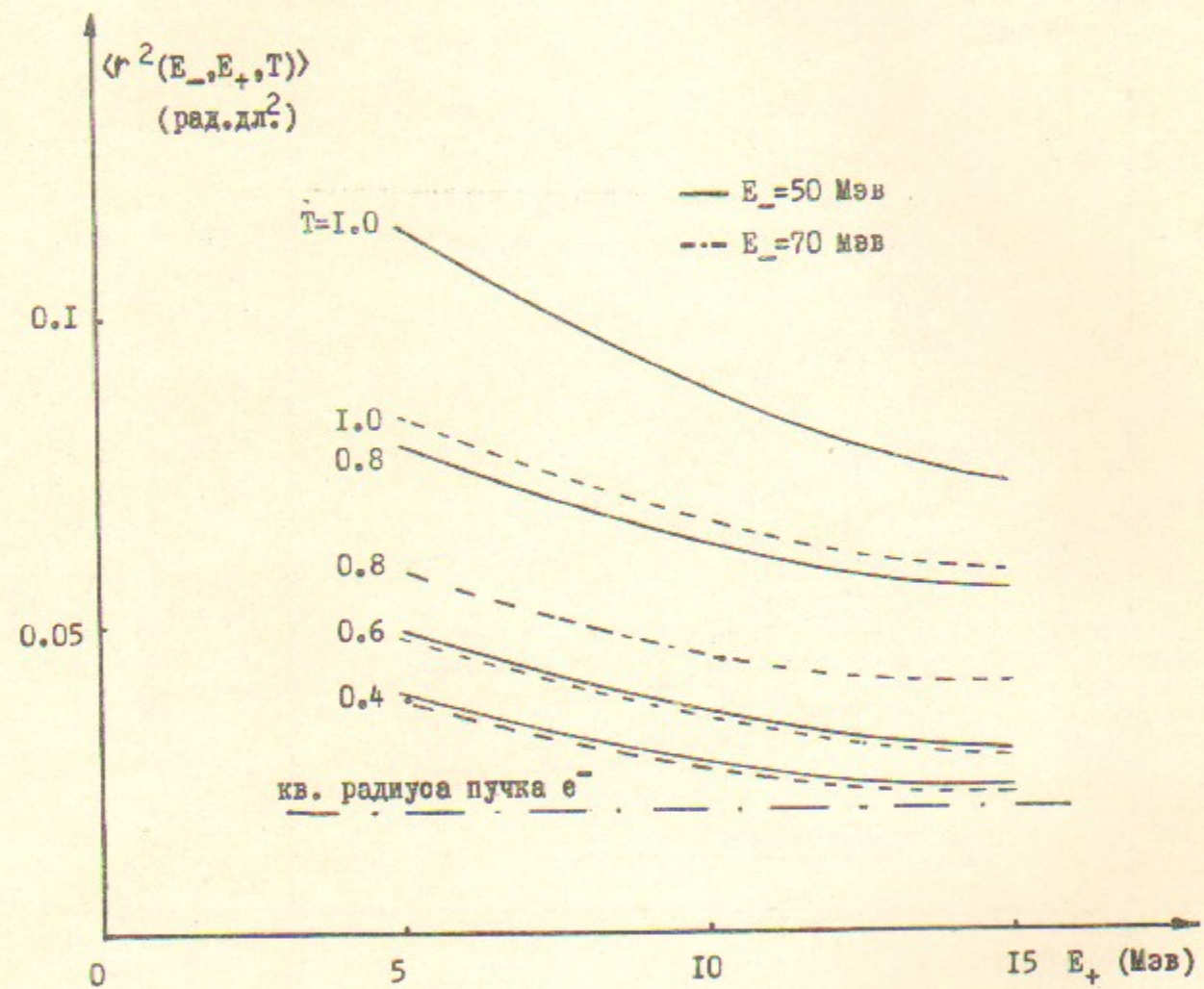


Рис.6. То же, что рис.7.  $E_- = 50, 70$  Мэв.

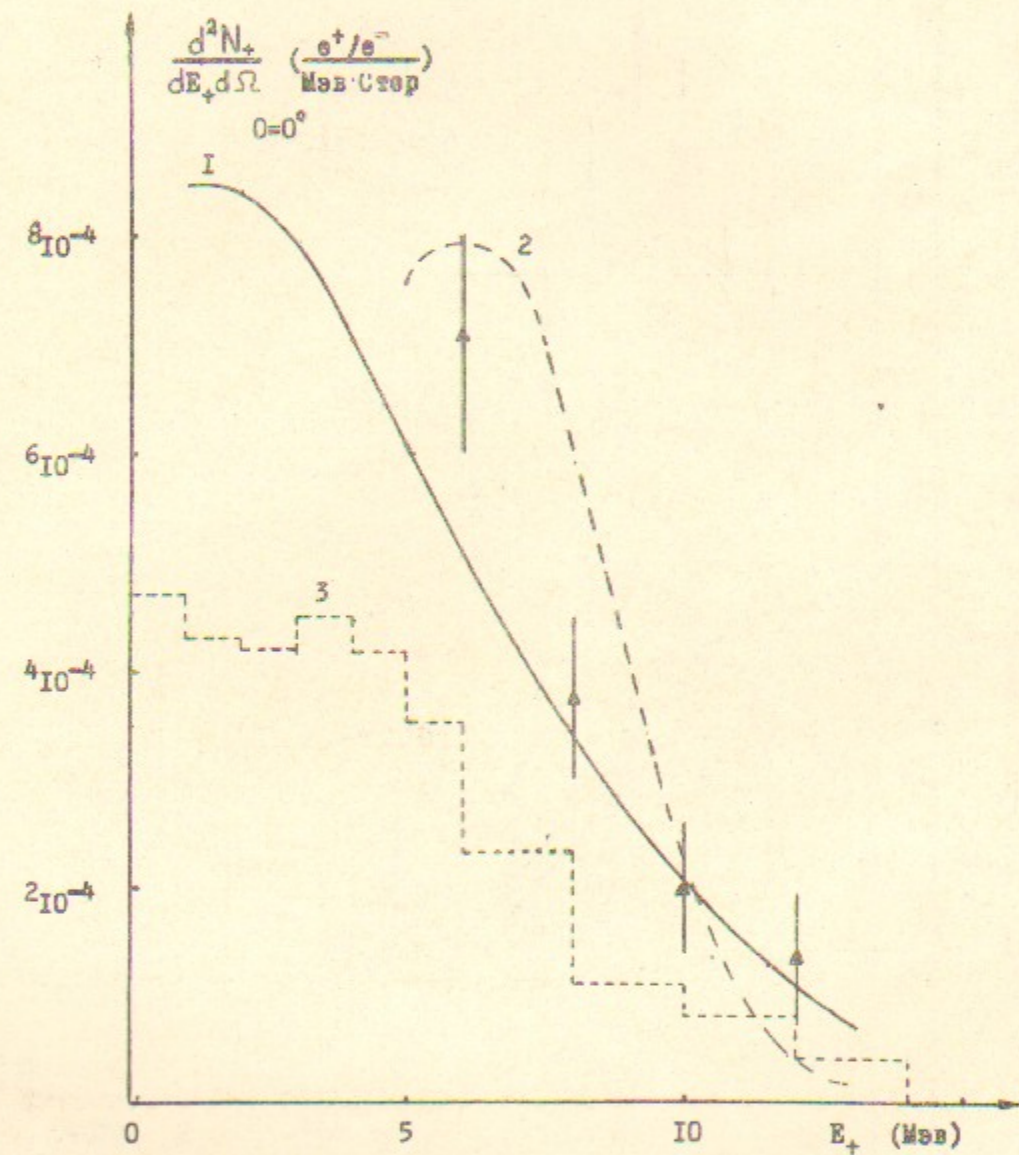


Рис.7. Сравнение монте-карловских расчётов с другими данными. 1.- эксперимент [1],  $E_- = 20$  Мэв,  $T = 0.6$ , Pt; 2.- эксперимент [2],  $E_- = 20$  Мэв,  $T = 0.6-0.7$ , Ta; 3.- расчёт [6],  $E_- = 17$  Мэв,  $T = 0.68, W$ ;  $\nabla$ - расчёт по Монте-Карло,  $E_- = 20$  Мэв,  $T = 0.6, W$ .

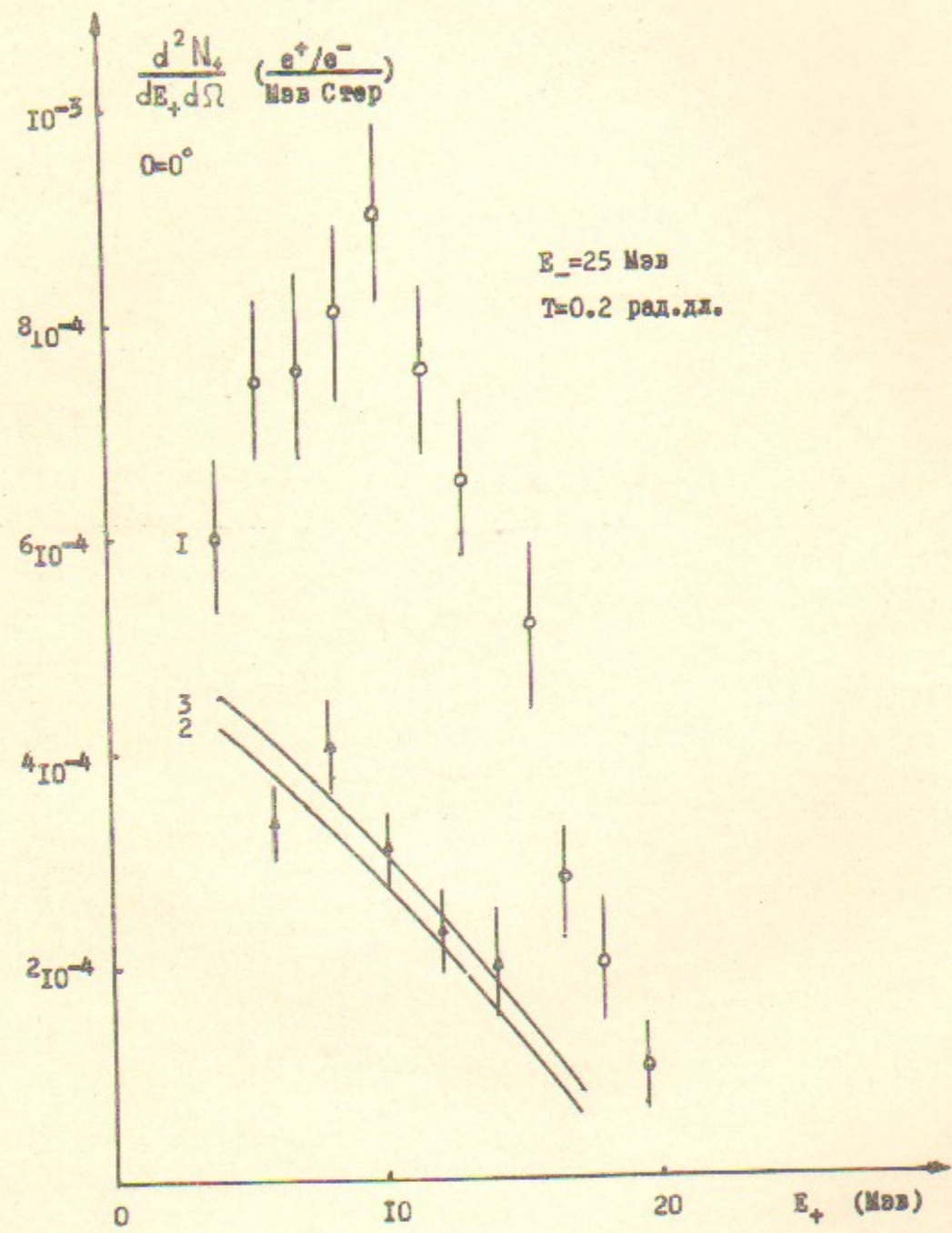


Рис. 8. Сравнение монте-карловских расчётов с другими данными  
 1.- эксперимент [3],  $w$ ; 2.- эксперимент [1],  $P_t$ ; 3.- аналитический расчёт [5],  $w$ ;  $\dagger$  - расчёт по Монте-Карло,  $w$ .

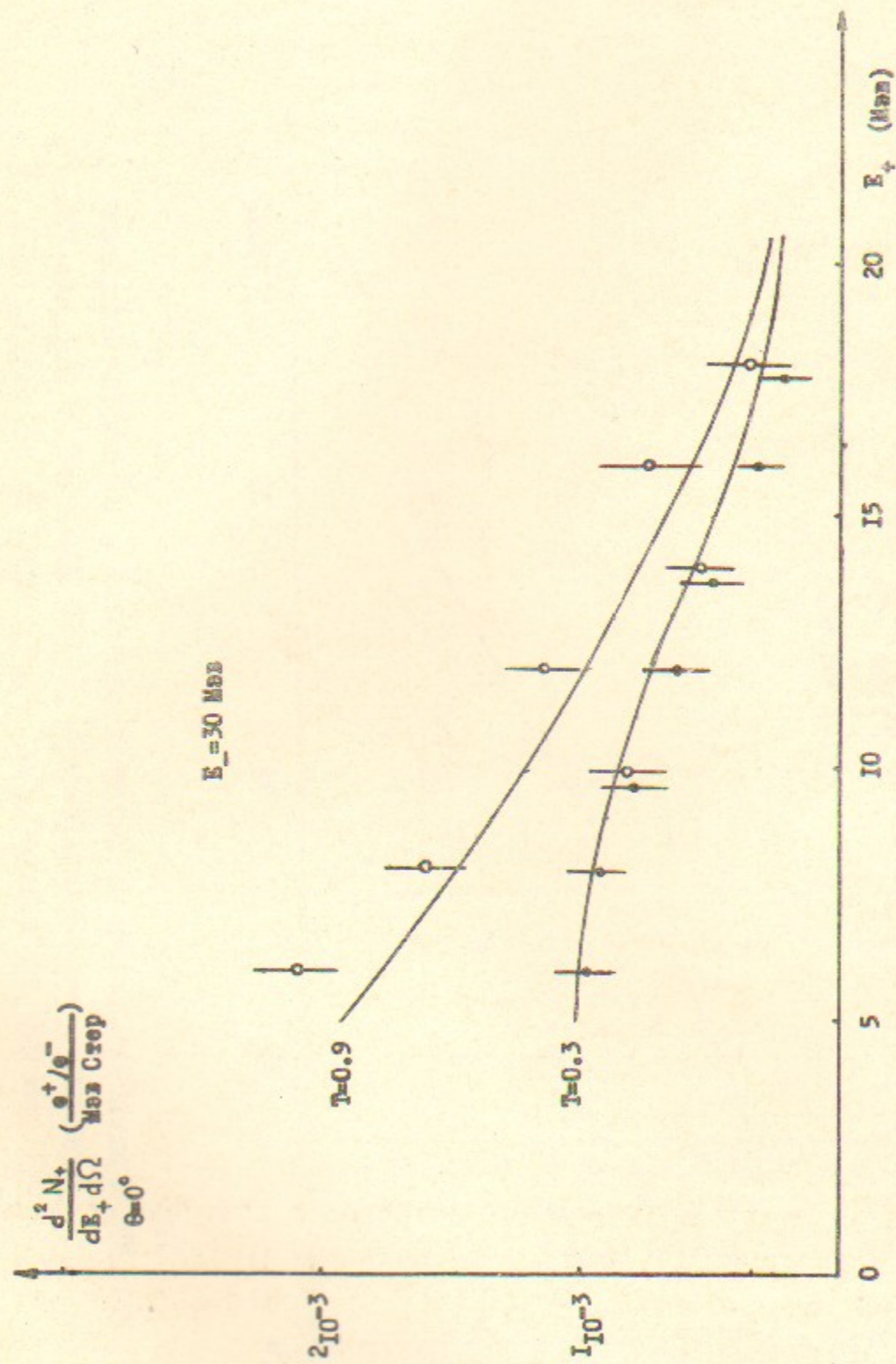


Рис. 9. Сравнение монте-карловских расчётов с экспериментальными данными. — эксперимент [1],  $E_- = 30$  Мэв,  $T = 0.3, 0.9, P_t$ ;  $\dagger$  - расчёт по Монте-Карло,  $E_- = 30$  Мэв,  $T = 0.3$ ;  $\phi$  - то же,  $T = 0.9, W$ .

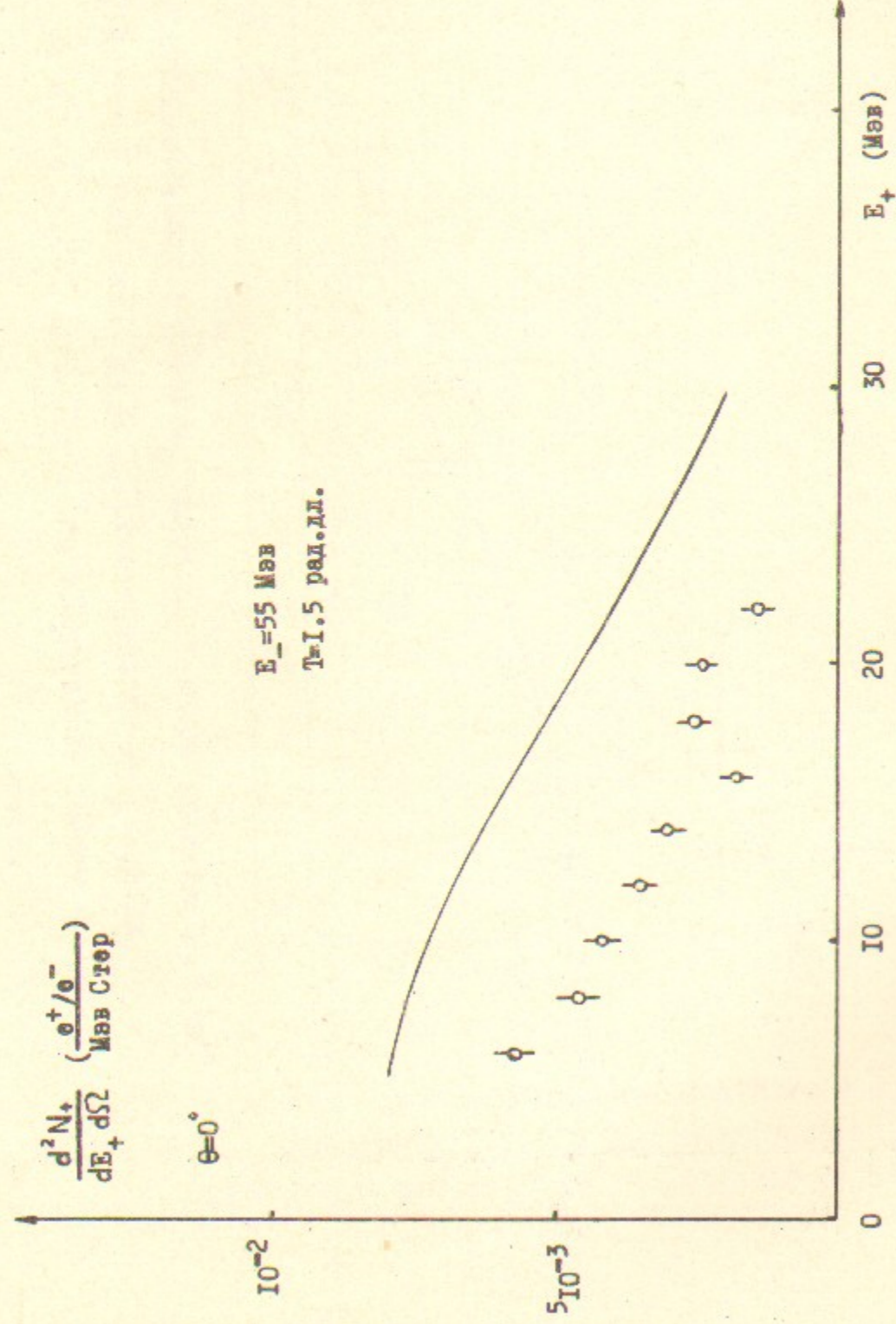


Рис. 10. Сравнение монте-карловских расчётов с экспериментальными данными. — эксперимент [4],  $E_- = 55 \text{ Мэв}$ ,  $T = 1.5 \text{ рад. дл.}$ . Рв;  $\phi$  — расчёт по Монте-Карло,  $E_- = 55 \text{ Мэв}$ ,  $T = 1.5 \text{ рад. дл. в/}$ .

Ответственный за выпуск Г.А.Спиридонов  
Подписано к печати 5.V-1975г. МН 02530  
Усл. I, Печ. л., тираж 150 экз. Бесплатно  
Заказ №39. ПРЕПРИНТ

Отпечатано на ротапринтере в ИЯФ СОАН СССР. вг