

37
И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 75 - 74

А.А.Бехтенов, В.И.Волосов

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ
ЖЕЛОБКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ В
ОТКРЫТОЙ ЛОВУШКЕ С РАДИ -
АЛЬНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

Новосибирск

1975

ПРЕПРИНТ

А.А.Бехтенов, В.И.Волосов

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ЖЕЛОБКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ В
ОТКРЫТОЙ ЛОВУШКЕ С РАДИАЛЬНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

г.Новосибирск
1976г.

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ЖЕЛОБКОВЫХ КОЛЕБАНИЙ В
ОТКРЫТОЙ ЛОВУШКЕ С РАДИАЛЬНЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

А. А. Бехтенов, В. И. Волосов

Открытая магнитная ловушка является в настоящее время возможным прототипом термоядерного реактора /1,2/. Одной из серьезных проблем, возникающих при использовании подобных систем в качестве реактора, является относительно быстрый уход плазмы вдоль магнитного поля, что заставляет искать специальные методы компенсации продольных потерь плазмы /3-5/. Другая проблема, — это довольно сложная система инъекции и нагрева плазмы в открытых ловушках /6-9/. Если в подобной системе создать достаточно сильное радиальное электрическое поле, то продольный уход плазмы может быть существенно уменьшен за счет дополнительного удержания частиц центробежным потенциалом, возникающим из-за вращения плазмы в скрещенных полях, одновременно появляется весьма эффективный метод создания и нагрева плазмы /2,10-12/. Однако вращательное движение плазмы приводит к усилению желобковой (или перестановочной) неустойчивости (следует отметить, что использование магнитных ловушек с $\min B$, которые обычно используются для стабилизации этой неустойчивости, здесь практически исключено).

Ниже рассматривается задача о желобковых колебаниях в открытой ловушке при наличии радиального электрического поля для случая $\beta \ll 1$. Найдены условия, при которых может осуществляться стабилизация этих колебаний; учтены эффекты, связанные с конечным ларморовским радиусом ионов, градиентами радиального электриче-

ского поля $E(z)$, а также с продольными токами в плазме, уходящими на торцы.

Предполагается, что плазма имеет электрический контакт с торцевыми электродами, выполненными в виде концентрических колец, и что радиальный потенциал плазмы определяется, в основном, потенциалами на этих электродах; т.е. электрические поля в плазме могут быть заданы извне.

I. ЗАДАЧА О ЖЕЛОБКОВЫХ КОЛЕБАНИЯХ БЕЗ УЧЕТА ПРОДОЛЬНЫХ ТОКОВ

I. Дифференциальное уравнение для желобковых колебаний в присутствии радиального электрического поля впервые было получено Розенблютом и Саймоном (23) и несколько позднее другим методом Тимофеевым (14)^{х)}. Оно имеет вид:

$$\frac{d}{dz} S \frac{d\psi}{dz} + \left[\frac{1-m^2}{z^3} S + (m^2 g + z \omega^2) \frac{dn}{dz} \right] \psi = 0 \quad (1)$$

где $\psi = \frac{\varphi}{\omega_0 z}$, φ - возмущенный потенциал, m - азимутальное волновое число, ω - частота колебаний, $g = (MR)^{-1} (dp/dn)$ или при $T = \text{const}$, $g = T/MR$, R - радиус кривизны силовых линий магнитного поля, M, T - масса и температура ионов, n, p - плотность и давление плазмы.

$$S = \omega_0^2 z^3 n \left[1 + \frac{\Omega_i^2}{\omega_{pi}^2} - \frac{m}{z M \Omega_i \omega_0 n} \frac{dp}{dz} \right]$$

$\omega_0 = \omega + m \frac{cE}{Hr}$; Ω_i, ω_{pi} - циклотронная и плазменная частоты для ионов.

х) Ссылки на некоторые выражения в работе (14) ниже даются со значком Т, например (Т-1.36).

Уравнение (1) получено в работах (13,14) в предположении малости параметра ρ_i/a , здесь отброшены члены, имеющие порядок ρ_i/a по отношению к основным, (a - характерный размер изменения параметров плазмы по радиусу), а также в предположении, что $eE\rho_i \lesssim \psi_i$ или $eE\rho_i \lesssim \psi_i$, где ρ_i - ларморовский радиус иона с энергией ψ_i : В окрестности резонансных точек следует учитывать производные более высокого порядка (см. например, (Т-10) в нашем случае это существенно при $\gamma \ll \omega$).

Ниже нас будет интересовать задача о желобковых колебаниях в случае достаточно сильного электрического поля $eE\rho_i \gtrsim \psi_i$ т.е. когда условие $eE\rho_i \lesssim \psi_i$ нарушено. Покажем, что (1) справедливо и в этом случае (при некоторых дополнительных ограничениях). Будем решать нашу задачу в системе отсчета, вращающейся со скоростью $\Omega_0 = \frac{V_E}{z} = \frac{cE_0}{zH_0} = \text{const}$. Представим радиальное электрическое поле $E(z)$ в виде $E(z) = E_0 + E_1(z)$. В новой системе отсчета на частицы действует сила:

$$M \ddot{\vec{z}} = e \vec{E}_1 + \frac{e}{c} [\dot{\vec{z}} \vec{H}] + M \Omega_0^2 \vec{z} - 2M [\dot{\vec{z}} \vec{\Omega}_0] \\ \text{или } M \ddot{\vec{z}} = e \vec{E}_1^* + \frac{e}{c} [\dot{\vec{z}} \vec{H}_1^*], \text{ где} \quad (2)$$

$$\vec{E}_1^* = \vec{E}_1(z) + \frac{M_i}{e} \Omega_0^2 \vec{z} \quad (3)$$

Заметим, что при такой замене должно выполняться условие $eE_1^* \rho_i < \psi_i$, при котором справедливо (1); учтем также, что для электронов поправками в (2) и (3) можно пренебречь.

Далее рассмотрим выражение (Т-1.33). При переходе от E, H, R к E_j^*, H_j^*, R_j^* сумма по e и i двух последних членов

в этом выражении старших по разложению f_i/a теперь не сокращается и равна:

$$\sum_{e,i} = -\frac{e^2}{M_i \Omega_i^2 \omega_{0e}^2} \left\{ M_i \Omega_i^2 \omega_{0e}^2 z m \left[\left(\frac{1}{M_i \Omega_i^2 \omega_{0e}^2} - \frac{1}{M_e \Omega_e^2 \omega_{0e}^2} \right) \frac{dn}{dz} + \left(\frac{1}{M_i \Omega_i^2 \omega_{0e}^2 R_i^*} - \frac{1}{M_e \Omega_e^2 \omega_{0e}^2 R} \right) n \right] \right\} \frac{\psi}{z}$$

Здесь: $R_i^* = R(1 - 2\Omega_0/\Omega_i)$; $M_e \Omega_e^2 \omega_{0e}^2 \cong M_i \Omega_i \omega_0$
 - с точностью до членов $\sim M_e/M_i$. Множители при n' и n равны соответственно:

$$\frac{1}{M_i \Omega_i^2 \omega_{0e}^2} - \frac{1}{M_i \Omega_i \omega_{0e}^2} = \frac{1}{M_i \Omega_i^2 \omega_{0e}^2} \frac{2\Omega_0 \omega^* - m \Omega_0^2}{\Omega_i \omega_{0e}^2}$$

$$\frac{1}{M_i \Omega_i^2 \omega_{0e}^2 R_i^*} - \frac{1}{M_i \Omega_i \omega_{0e}^2 R} = \frac{1}{M_i \Omega_i^2 \omega_{0e}^2 R^*} \frac{2\Omega_0 \omega^* - m \Omega_0^2 - 2\Omega_0 \omega_{0e}^2}{\Omega_i \omega_{0e}^2}$$

откуда для суммы:

$$\sum_{e,i} \frac{e^2}{M_i \Omega_i^2 \omega_{0e}^2} = -\kappa z m \left[(2\Omega_0 \omega^* - m \Omega_0^2) \frac{dn}{dz} + (2\Omega_0 \omega^* - m \Omega_0^2 - 2\Omega_0 \omega_{0e}^2) \frac{n}{R^*} \right] \psi^*$$

где $\kappa = (\Omega_i^2 \omega_{0e}^2 / \Omega_i \omega_{0e}^2) \cong 1 + \alpha$; $\alpha \cong \Omega_0 / \Omega_i$.

Соответственно во вращающейся системе координат уравнение (I) имеет вид:

$$\frac{d}{z dz} S^* \frac{d\psi^*}{dz} + \frac{1-m^2}{z^3} S^* \psi^* + [m^2 g + (\omega^{*2} + \kappa m^2 \Omega_0^2 - 2\kappa m \omega^* \Omega_0) z] \frac{dn}{dz} \psi^* + (\kappa m^2 \Omega_0^2 - 2\kappa m \omega^* \Omega_0 - 2\kappa m \omega_{0e}^2 \Omega_0) z \frac{n}{R^*} \psi^* = 0. \quad (I')$$

Здесь ω^* - частота во вращающейся системе координат;

$$\omega_{0i}^* = \omega^* + m \frac{c E_i^*}{H z}; \quad E_{ii}^* = E_i + \frac{M}{e} \Omega_0^2 z; \quad \text{в } \psi^* \text{ и } S^*$$

входит ω_{0i}^* ; величина g с точностью до поправок $\sim \Omega_0/\Omega_i$ совпадает с прежним g .

Перейдем теперь обратно в лабораторную систему координат. Если ω и ω_0 - частоты в лабораторной системе координат, то из элементарных кинематических соображений имеем:

$$\omega_{0i}^* = \omega_0; \quad \omega_0 = \omega + m \frac{c E}{H z} \left(1 + \frac{E_0}{E} \frac{\Omega_0}{\Omega_i} \right)$$

Уравнение (I') после подстановки в него величин ω^* и ω_{0e}^* принимает вид:

$$\frac{d}{z dz} S \frac{d\psi}{dz} + \frac{1-m^2}{z^3} S \psi + [m^2 g + z \omega^2 + m \frac{\Omega_0}{\Omega_i^*} (2\Omega_0 \omega + m \Omega_0^2) z] \frac{dn}{dz} \psi - m (4\Omega_0 \omega + 3\Omega_0^2 m) z \frac{n}{R^*} \psi = 0 \quad (I'')$$

где $\Omega_0 \equiv \frac{c E_0}{z H}$; $\omega_0 = \omega + m \Omega_E \left(1 + \frac{\Omega_0}{\Omega_i} \left(1 + \frac{E_i}{E} \right) \right)$.

Здесь можно отбросить член, пропорциональный Ω_0/Ω_i^* при n' и добавочный член для $E \sim \Omega_0/\Omega_i$, поскольку они имеют порядок малости $\approx \beta/z$ (члены этого порядка были отброшены при выводе исходного уравнения).

При условии $n/Rn' \leq \beta/a$ или $R\beta_i \geq a^2$ (4)

можно отбросить также член с n/R^* , поскольку в этом случае он будет порядка $\sim \beta_i/a$ по сравнению с членами $\sim n'$. При выводе (I') было использовано условие $e E_i^* \rho_i < W_i$; после преобразований это условие можно записать в виде:

$$\frac{W_i}{W_E} \geq \left(\frac{E_i}{E} \right)^2; \quad (5)$$

где $W_E = \frac{1}{2} M_i V_E^2$.

Таким образом, при выполнении условий (4) и (5) выражение (I'') совпадает с точностью до членов $\sim \rho_i/\alpha$ с выражением (I). Используя приведенный выше метод, можно показать (если не учитывать эффекты, связанные с $\partial\Omega_0/\partial r$), что выражение (I) справедливо в случае

$$(\rho_i E'/E + \rho_E/r) e E \rho_i < W_i$$

Для этого доказательства плазма рассматривается состоящей из отдельных колец, в каждом из которых выполнено условие $e E_i \rho_i < W_i$ и для каждого из которых проводятся преобразования, аналогичные вышеизложенным.

В нашей работе не учитывалась ион-ионная вязкость, а также резонансные эффекты, изучавшиеся в (I4), в силу их малости для рассматриваемой задачи.

2. Решение (I) ищется при следующих условиях. Между цилиндрическими идеально проводящими стенками радиуса r_1 и r_2 с продольным магнитным полем $H(r)$ и радиальным электрическим полем $E(r)$ имеется слой плазмы с плотностью $n(r)$; для простоты предполагаем

$$n(r) = n_0 \left[1 - \left(\frac{r-r_0}{a} \right)^2 \right]; \quad r_1 \leq r \leq r_2 \quad (6)$$

где $r_0 = \frac{1}{2}(r_1 + r_2)$ - средний радиус системы, $2a = r_2 - r_1$ - ширина слоя. Свойства плазмы такой системы описываются дифференциальным уравнением желобковых колебаний (I) с граничными условиями

$$\Psi(r_1) = \Psi(r_2) = 0.$$

Рассматривается плотная плазма $\frac{\omega_{pi}^2}{\Omega_i^2} \gg 1$ с характерным размером $\alpha < r$, вращающаяся с частотой $\omega_e = \omega_e^0 \frac{r_0}{r} E(r) \equiv -\frac{cE}{Hr}$, где $\omega_e^0 = -\frac{cE_0}{H_0 r_0}$, E_0, H_0 - значения величин радиального электрического и продольного магнитного полей при $r = r_0$. $E(r)$ - характеризует зависимость полей $E(r), H(r)$ от радиуса и $E(r_0) = 1$.

Геометрия магнитного поля такова, что по порядку величины радиус кривизны R равен радиусу r . Температура плазмы считается постоянной и равной, по порядку величины, энергии $W_E = \frac{1}{2} M_i V_E^2$. При этом угловая скорость ларморовского дрейфа

$$\omega_A = -\frac{T}{M \Omega_i r} \frac{n'}{n} \ll \omega_e$$

Вычисление собственных значений ω проводится следующим образом. Уравнение (I) с начальными условиями $\Psi(r_1) = 0$; $\Psi'(r_1) = \text{const}$ интегрируется от r_1 до r_2 при различных ω . После этого с помощью интерполирования на плоскости ω строятся линии $\text{Re} \Psi(r_2) = 0$ и $\text{Im} \Psi(r_2) = 0$. Точки пересечения этих линий дают собственные значения ω для поставленной задачи.

3. Прежде, чем излагать результаты точных численных расчетов, рассмотрим ряд особенностей решения (I) с помощью приближенных методов и выясним их физический смысл.

Проинтегрируем исходное уравнение (I) с весом $r \tilde{\Psi}$ в пределах от r_1 до r_2 . Учитывая, что $\Psi(r_1) = \Psi(r_2) = 0$ имеем:

$$-\int S \left[\left| \frac{d\Psi}{dz} \right|^2 + \frac{m^2-1}{r^2} |\Psi|^2 \right] dz + \int r (m^2 g + r \omega^2) n' |\Psi|^2 dz = 0 \quad (7)$$

В дальнейшем будем считать, что $\int |\Psi|^2 dz = 1$ и $\int \left| \frac{d\Psi}{dz} \right|^2 dz = k_z^2$.

Рассмотрим случай, когда $\omega_e = \text{const}$, т.е. $E(r) \sim r$. Тогда из (7) с учетом $a < r$ и $\omega_A \ll \omega_e$ непосредственно вытекает следующее дисперсионное соотношение:

$$\omega^2 - 2 \omega \left[m \omega_e \left(1 - \frac{1}{a_n r k^2} \right) - \frac{1}{2} m \omega_A \right] + m^2 \omega_e^2 \left(1 - \frac{1}{a_n r k^2} \right) - m^2 \omega_e \omega_A + \frac{m^2 g}{a r k^2} = 0; \quad (8)$$

где $k^2 = k_z^2 + \frac{m^2-1}{r^2}$, $\frac{1}{a_n} = -\frac{n'}{n}$. Здесь n', n - значения величин, усредненные по $|\Psi|^2$ и $\left| \frac{d\Psi}{dz} \right|^2 + \frac{m^2-1}{r^2} |\Psi|^2$ соответственно (см. (7)).

Решение (8) имеет комплексный корень $\omega = Re\omega + iy$, инкремент которого приближенно равен:

$$\gamma \approx \sqrt{\frac{m^2 \omega_e^2}{a_n^2 z^2 k^2} + \frac{m^2 g}{a_n^2 z^2 k^2} - \frac{1}{4} m^2 \omega_h^2} \quad (9)$$

Предположим, что возмущения ψ локализованы на отрицательном склоне кривой плотности $n(z)$, тогда $k_z^2 \approx \frac{\pi^2}{a_n^2}$. При малых значениях азимутального числа m , когда $k_z^2 > \frac{m^2-1}{z^2}$ имеем:

$$\gamma \approx \frac{1}{\pi} m \omega_e \sqrt{\frac{a_n}{z} \left(1 + \frac{g}{z \omega_e^2}\right)} \quad (10)$$

где γ растёт линейно с ростом числа m . При $\frac{m^2}{z^2} > k_z^2$

$$\gamma \approx \omega_e \sqrt{\frac{z}{a_n} \left(1 + \frac{g}{z \omega_e^2}\right)} \quad (11)$$

здесь инкремент γ не зависит от m (выражения, аналогичные (10) и (11) приведены в /15/ см. также там рис.6.2). Для больших значений m , когда

$$m^2 \omega_h^2 > 4 \left(\omega_e^2 \frac{z}{a_n} + \frac{g}{a_n} \right) \quad (12)$$

желобковые колебания стабилизируются за счет конечного ларморовского радиуса ионов /16/.

Результаты оценок (10), (11) и (12) находятся в хорошем качественном согласии с результатами численного расчета. Это можно показать, сравнивая эти оценки с результатами численного расчета

$\gamma(m)$ при $\omega_e = const$, приведенными на рис.1а. Здесь и ниже значения γ приведены в единицах $|\omega_e|$.

Рассмотрим теперь случай, когда $\omega_e' \neq 0$ и исследуем зависимость $\gamma(\omega_e', m)$.

Здесь на условия раскачки колебаний существенно влияют два дополнительных эффекта. Один из них — это азимутальная раздрейфовка электронов и ионов, появляющаяся под действием центробежных сил и приводящая к дополнительной раскачке желобковых колебаний. Она может быть уменьшена (или даже изменить знак) при наличии соответствующих градиентов E и n . Впервые этот эффект был описан в работе /17/. Другой эффект, способствующий стабилизации желобковых колебаний связан с тем, что возмущенная плотность плазмы на разных радиусах разбегается по азимуту с относительной скоростью, пропорциональной ω_e' ; в пределах возмущения она приближенно равна $\omega_e' a_\varphi$, где a_φ — радиальный размер возмущения. Если скорость этого разбегания выше чем скорость нарастания возмущения, то в результате уменьшается область a_φ , в пределах которой могут существовать колебания. Условие стабилизации в этом случае можно записать как:

$$m |\omega_e'| \frac{a_\varphi}{\pi} > \gamma \quad (13)$$

Здесь ω_e' — среднее значение градиента ω_e в области колебаний, а γ зависит от a_φ и ω_e' .

Заметим, что стабилизация за счет конечного ларморовского радиуса ограничивает снизу значения a_φ при которых еще могут развиваться колебания; в сочетании с рассмотренным выше механизмом это приводит к подавлению высших мод при достаточно больших значениях ω_e' .

Найдем выражение инкремента γ , предположив, что a_φ меньше характерных размеров a_n и a_e . Здесь $a_e \approx \frac{a_n \omega_e}{\omega_e'} \approx a_n \approx a$.

Выписав отдельно реальную и мнимую часть (7), имеем

$$\gamma^2 \left[\int n \left[\left| \frac{d\psi}{dz} \right|^2 + \frac{m^2-1}{z^2} |\psi|^2 \right] dz - \int \frac{n'}{z} |\psi|^2 dz \right] + \left(\frac{m^2 g}{z^2} + \frac{\omega_e'^2}{z} \right) \int n' |\psi|^2 dz - \int n \left[(\omega_e - m \omega_e' + \frac{1}{2} m \omega_h)^2 - \frac{1}{4} m^2 \omega_h^2 \right] \left[\left| \frac{d\psi}{dz} \right|^2 + \frac{m^2-1}{z^2} |\psi|^2 \right] dz = 0 \quad (14)$$

$$\omega_s \left[\int \frac{n'}{r} |\psi|^2 dr - \int n \left[\left| \frac{d\psi}{dr} \right|^2 + \frac{m^2-1}{r^2} |\psi|^2 \right] dr \right] + \int n \left(m\omega_e - \frac{1}{2} m\omega_h \right) \left[\left| \frac{d\psi}{dr} \right|^2 + \frac{m^2-1}{r^2} |\psi|^2 \right] dr = 0 \quad (I5)$$

где $\omega_s = \text{Re } \omega$. Величина порядка $a_p/2$ можно пренебречь. Для удобства представим $|\psi|$ в виде полуволны $\cos \frac{\pi}{a_p} x$, предположив, что фаза ψ слабо меняется по радиусу в пределах a_p . Разложив величины n и ω_e в точке максимума $|\psi|$ в ряд по x и проведя интегрирование (I4) и (I5), получим приближенное значение

$$\gamma = \sqrt{\frac{m^2 \omega_e^2}{a_n^2 k^2} + \frac{m^2 g}{a_n^2 k^2} + \frac{m^2 \omega_e'^2}{k^2} - \frac{1}{4} m^2 \omega_h^2} \quad (I6)$$

где $k_z^2 \approx \frac{\pi^2}{a_p^2}$; $k^2 = k_z^2 + \frac{m^2-1}{r^2}$.

Выражение (I6) не пригодно для количественного определения инкремента γ , поскольку в пределах этой оценки остается нерешенным вопрос о точном значении величины a_p , которая существенно образом зависит от ω_e' . Кроме того, на величину k_z^2 существенно влияет фаза собственной функции ψ . Действительно, функцию ψ можно представить как $\psi = |\psi| e^{i\beta(r)}$, тогда $\left| \frac{d\psi}{dr} \right|^2$ имеет вид $\left(\frac{d}{dr} |\psi| \right)^2 + \beta'^2 |\psi|^2$ и k_z^2 соответственно равно: $k_z^2 = \frac{\pi^2}{a_p^2} + \bar{\beta}^2$, где $\bar{\beta}^2 = \int \beta'^2 |\psi|^2 dr$. Предполагая, что β меняется в пределах a_p на величину $\sim \pi$, получим $\bar{\beta}^2 \approx \frac{\pi^2}{a_p^2}$.

Попытаемся приближенно оценить условия, при которых стабилизация за счет градиента ω_e эффективна. Предположим, что в случае $a_p \leq a$ оценка (I6) правильно передает качественную зависимость γ от параметров. Тогда из (I3) и (I6) получим:

$$\omega_e'^2 \frac{a_p^2}{\pi^2} > \left[\frac{\omega_e^2}{a_n^2} + \frac{g}{a_n^2} + \omega_e'^2 \right] \frac{1}{\frac{\pi^2}{a_p^2} + \frac{m^2-1}{r^2}} - \frac{1}{4} \omega_h^2 \quad (I7)$$

Как видно, моды колебаний с достаточно малыми значениями m ($m \gg 1$) стабилизированы быть не могут, так как при $\rho \ll a$ всегда найдется такое a_p , при котором неравенство (I7) не выполняется. Для достаточно больших m это неравенство выполняется для любых возможных значений a_p . Таким образом, при данном методе подавления желобковых колебаний стабилизация под действием ω_e' начинается со стороны высших мод колебаний (больших m). Из (I7) также видно, что стабилизация эффективна, если

$$\omega_e'^2 > \left(\frac{\omega_e^2}{a_n^2} + \frac{g}{a_n^2} \right)$$

то есть выполнены два условия: энергия вращения порядка или больше температуры ионов, т.е. $W_E \geq \frac{a}{R} T_i$ и характерные радиальные размеры плазмы меньше её радиуса, т.е.

$a < r$ (точнее $a_E < r$). В случае $a \approx r$, для того, чтобы выполнить условие $a_E < r$ требуется изменять величину $E(r)/H(r)$ по радиусу в несколько раз, что ухудшает продольное удержание плазмы и затрудняет эксперименты, особенно, если образование и нагрев плазмы происходят в скрещенных полях.

Выражение (I7) позволяет определить качественную зависимость m_{max} от параметров плазмы (все моды колебаний с $m \geq m_{max}$ считаем стабилизированными). Если плазма размера a ограничена проводящими стенками, то k_z^2 может принимать минимальное значение порядка $\frac{\pi^2}{a^2}$, и если выполнено условие $\omega_e'^2 > \left(\frac{\omega_e^2}{a_n^2} + \frac{g}{a_n^2} \right)$, то механизм разбегания возмущенной плотности плазмы под действием ω_e' становится эффективным, как это видно из (I7), для тех значений азимутального числа m , для которых $\frac{m^2}{r^2} \approx \frac{\pi^2}{a^2}$, откуда $m_{max} \sim \frac{r}{a}$. Знак производной ω_e в (I3) определяется из условия уменьшения разности азимутальных дрейфовых скоростей ионов и электронов в спадающем по радиусу электрическом поле (по сравнению со случаем $\omega_e = \text{const}$), см., например, /I8/.

4. Решение уравнения (I) было проведено для ряда задач. Наиболее подробно исследовался случай с параметрами установки, исследование которой будет проведено в ИФ СО АН СССР. В этих расчетах предполагалось внутренний радиус плазмы $r_1 = 30$ см, наружный радиус $r_2 = 50$ см, $a = 10$ см магнитное поле $H_0 = 23$ тыс. эрст. Электрическое поле $E_0 = 23$ кВ/см, $T_i = 10$ кэВ.

Были исследованы также случаи с увеличенным радиусом плазмы $r_0 = 100, 200, 400$ см. Рассматривался случай, когда потенциал областей с меньшим радиусом — отрицательный по отношению к внешним; т.е. направление электрического дрейфа и ларморовского вращения ионов имеют разный знак. Величина ω_e' , использованная в расчетах, удовлетворяет условию (4) при $\alpha = 0,5, 0,6$. Здесь α — показатель спада поля E (см. ниже). Вычисления вблизи оси $r = 0$ не проводились, поскольку это требовало учета членов более высокого порядка в уравнении (I). Предполагалось, что продолжение кривых $\gamma(m)$ является достаточно гладким и точка пересечения продолжения кривой $\gamma(m)$ с осью $r = 0$, дает границу устойчивости.

Зависимость инкремента колебаний от номера азимутальной моды приведена на рис. 1а. — случай $\omega_e = const$ и рис. 1б — для различных законов изменения ω_e по радиусу. Величина $\omega_e(r)$ выражается через $E(r)$, где

$$E(r) = \begin{cases} 1 & r_1 \leq r \leq r_0 \\ 1 - \alpha \left(\frac{r-r_0}{a} \right)^2 & r_0 < r \leq r_2 \end{cases} \quad (18)$$

С ростом α наблюдается уменьшение максимального m , при котором ещё могут существовать колебания. На рис. 1^В приведены амплитуды собственной функции $\varphi(r)$ для $m = 10$ при различных значениях α . Хорошо наблюдается уменьшение радиального размера $\varphi(r)$

с ростом α и, соответственно, уменьшение величины γ .

Профиль $E(r)$ в большинстве расчетов выбирался в соответствии с (18), т.е. параболическим. Для контроля был проведен ряд расчетов для профилей типа

$$E(r) = \begin{cases} 1 & r_1 \leq r \leq r_0 \\ 1 - \alpha \left(\frac{r-r_0}{a} \right)^k & r_0 < r \leq r_2 \end{cases}$$

результаты которых приведены на рис. 2^а и 2^б ($k = 1, 2, 3, \dots$). Здесь также приведены данные для профиля

$$E(r) = \begin{cases} 1 & r_1 \leq r \leq r_0 \\ 1 - \alpha \sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{r-r_0}{a} & r_0 < r \leq r_2 \end{cases}$$

Различие между кривыми $\gamma(m)$ для различных законов изменения $E(r)$, как видно из этих графиков, не существенно, что оправдывает выбор профиля с $k=2$ (при этом $E'(r)$ не имеет разрыва в точке r_0 , величина m_{max} достаточно мала).

Зависимость инкремента от поперечного размера плазмы рассматривалась для двух случаев. При постоянстве отношения r/a , как это было показано выше, величина m_{max} должна слабо зависеть от радиуса плазмы. При $a = const$ величина m_{max} должна возрастать приблизительно $\sim r$. Эти два случая приведены на рис. 3, причем зависимость $m_{max}(r)$ в обоих случаях близка к ожидаемой.

Зависимость γ от температуры ионной компоненты плазмы приведена на рис. 4 для $T_i = 1, 3, 10$ и 30 кэВ.

Влияние профиля плотности частиц на зависимость $\gamma(m)$ рассматривается на рис. 5.

Как видно из приведенных графиков, соответствующий градиент ω_e может существенно уменьшить величину m_{max} , при этом величина γ для низких мод практически не меняется.

II. ЗАДАЧА О ЖЕЛОБКОВЫХ КОЛЕБАНИЯХ С УЧЕТОМ ПРОДОЛЬНОГО ТОКА

I. При рассмотрении задачи о желобковых колебаниях для реальной открытой магнитной ловушки естественно возникает вопрос о краевых условиях вблизи магнитных пробок. Для ряда частных задач он рассматривался в [18-20]. В интересующем нас случае для потенциальных колебаний при $\beta \ll 1$ в системе с торцевыми электродами этот вопрос сводится к определению электрического контакта между плазмой и электродами.

Весьма близкая задача рассматривалась в работах [21-22], где изучалось влияние дополнительной холодной плазмы на желобковые колебания в открытой ловушке. Холодная плазма имеет достаточно хороший электрический контакт с торцевыми электродами, что может приводить почти к полному подавлению колебаний (см. также [23-24]). Однако для стационарной ловушки с термоядерными параметрами плазмы этот метод стабилизации непригоден из-за интенсивного теплообмена между горячей и холодной компонентами плазмы; а также возможных неустойчивостей, возникающих за счет неравновесной функции распределения ионов по энергии в такой системе. Рассмотрим ток электронов плазмы, уходящих на торцевые электроды, обусловленный конечным временем удержания частиц в ловушке. Величина средней по времени плотности этого тока j_0 равна числу частиц (электронов) в объеме трубки магнитного поля, опирающейся на площадку в 1 см^2 на электроде ($N = \bar{n}L$; L - расстояние между пробками, \bar{n} - средняя плотность), деленному на среднее время жизни этих электронов $\bar{\tau}_p$, которое, по порядку, равно времени жизни ионов в ло-

вушке.

$$j_0 = \bar{n}eL/\bar{\tau}_p \quad (19)$$

Здесь предполагается, что вероятности рождения электрона и иона равны.

Стабилизирующее действие продольного тока определяется динамической проводимостью участка плазма-электрод т.е. отношением приращений плотности тока Δj и возмущенного потенциала плазмы $\Delta \varphi$, вызывающего приращение тока; т.е.

$$j = j_0 + j_1 \equiv j_0 + \frac{dj}{d\varphi} \Delta \varphi \quad (20)$$

Оценим величину $dj/d\varphi$ для разных условий. В случае, когда средний разброс по энергии электронов, уходящих из плазмы, порядка их температуры (см. также (22)), очевидно, что величина j_1 равна:

$$j_1 = j_0 \frac{e\varphi}{T_e} \quad (21)$$

Для достаточно горячей и редкой плазмы разброс по энергии электронов, уходящих на электроды через потенциальный барьер, определяется уже не их температурой, а энергией $\Delta \epsilon$; которую они могут набрать за время последнего пролета через ловушку Δt_1 , ($\Delta t_1 = 2L/\bar{v}_e$ где L - длина ловушки). Оценку размытия границы энергетического спектра можно получить, используя [25], откуда:

$$\Delta \epsilon \approx T_e \sqrt{\frac{\Delta t_1}{\tau_e}} 4 \left(\frac{T_e}{\epsilon} \right)^{1/2} \quad (22)$$

где τ_e - кулоновское время рассеяния электронов на электронах с температурой T_e , ϵ - высота энергетического барьера или энергия электронов вблизи границы спектра. Предполагалось, что основным процессом, определяющим перераспределение энергии меж-

ду электронами, является кулоновское взаимодействие между ними. Следует также отметить, что часть электронов уходит через барьер с энергией $\approx T_e$ - за счет однократного рассеяния на большие углы. Оценка показывает, что число таких электронов приблизительно в Λ - раз меньше, чем электронов уходящих с энергией $\Delta\epsilon$ (здесь Λ - кулоновский логарифм). Вклад тока этих электронов в $dj/d\varphi$ мал (в отношении $\Delta\epsilon/T_e$ раз меньше, чем вклад основного тока).

В случае $\Delta\epsilon \ll T_e$ необходимо учитывать также, что величина тока j_1 , которая определялась выше величиной возмущенного потенциала φ , в действительности определяется через φ_1 , $\varphi_1 = \varphi - \varphi_0$, где φ_0 - потенциал, при котором ток электронов из плазмы равен равновесному току ($j(\varphi_0) = j_0$). Очевидно, что потенциал $\varphi_0(t)$ определяется в основном величиной $\varphi(t)$ в промежутке времени $t + t - \Delta t_1$, с некоторым "весовым множителем", зависящим от $(t/\Delta t_1)$. Предполагая простейший вид этого множителя, получим:

$$\varphi_0(t) = \int_{-\infty}^t \varphi(t_1) e^{-\frac{t-t_1}{\Delta t_1}} d\left(\frac{t_1}{\Delta t_1}\right) \quad (23)$$

Подставляя $\varphi(t) = \bar{\varphi} e^{-i\omega t}$ в (23) получим для φ_1 ,

$$\varphi_1 = \varphi - \varphi_0 = \bar{\varphi} e^{-i\omega t} \frac{1}{1 - 1/i\omega\Delta t_1} \quad (24)$$

или, соответственно, для j_1 :

$$j_1 = (dj/d\varphi)\Delta\varphi = j_0 \frac{e\varphi}{T_e} \frac{1}{1 - 1/i\omega\Delta t_1} \quad (25)$$

здесь $T_e \approx \Delta\epsilon$. Ниже будем записывать j_1 в виде:

$$j_1 = j_0 \frac{e\varphi}{T_e} A \quad (25')$$

- где:
- 1) $A = 1; T_3 = T_e$ в случае $\Delta\epsilon \geq T_e$
 - 2) $A = 1; T_3 = \Delta\epsilon$ (см. (22)) в случае $\Delta\epsilon \ll T_e$; и $\omega_0 \Delta t_1 \geq 1$
 - 3) $A = \frac{1}{1 - 1/i\omega\Delta t_1}; T_3 = \Delta\epsilon$ для $\Delta\epsilon \ll T_e$ и $\omega_0 \Delta t_1 \leq 1$

2. Введем, рассмотренные выше продольные токи электронов в уравнение (I). Кинетическое уравнение, которое использовалось при выводе (I), дополним добавочным членом типа столкновительного, который учитывает уход частиц вдоль силовых линий:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial v} \frac{e\bar{v}\varphi}{M} = st_0 + st_1(\varphi)$$

здесь член st_0 - учитывает как уход частиц из ловушки так и их рождение в объеме при $\varphi = 0$. Переходя к линеаризированному уравнению получим:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{z, v_z} = \frac{F_{\perp}}{M} \frac{\partial f_0}{\partial v_{\perp}} + st_1(\varphi) \quad (26)$$

член $st_1(\varphi)$ отличен от нуля для электронов. Для ионов изменение потенциала φ практически не влияет на величину уходящего потока; поэтому этот член можно не учитывать. Можно также не учитывать изменение продольного тока, связанное с изменением плотности n , поскольку электронный и ионный потоки в этом случае равны и компенсируют друг друга. Интегрируя (26) получим:

$$P_1 = \iint \frac{F_{\perp}}{M} \frac{\partial f_0}{\partial v_{\perp}} dv_{\perp} dt + \iint st_1(\varphi) dv_{\perp} dt \quad (27)$$

где интеграл по t берется вдоль траектории. Очевидно, что

$$\iint st_1(\varphi) dv_{\perp} = -\text{div} j_1$$

откуда

$$\int_{-z}^z \text{div } j_i dt = - \frac{\text{div } j_i}{i\omega_0}$$

здесь j_i определяется из (21) или (26). Для возмущенной плотности:

$$j_i = \frac{en}{i\omega_0 \tau_p} \left(\frac{e\psi}{T_0} \right) A \quad (28)$$

или переходя к уравнению (1) с учетом (28) получим:

$$\frac{d}{dz} S \frac{d\psi}{dz} + \left[\frac{1-m^2}{z^3} S + (m^2 g + z\omega^2) \frac{dn}{dz} \right] \psi + \frac{n z^2 \omega_0^2}{\beta_i^2 i\omega_0 \tau_p} \left(\frac{T_i}{T_0} \right) A \psi = 0 \quad (29)$$

3. Оценим критерий стабилизации неустойчивостей с $k_z = 0$ за счет продольного тока электронов. Рассмотрим участки плазмы, на каждом из которых сохраняется знак ψ (см. рис. 6). Пусть L — их длина вдоль поля, $\lambda_1 = z/m$; $\lambda_2 \approx z \gg \Delta z$. Каждый из этих участков можно рассматривать как конденсатор, потенциал на котором возрастает с инкрементом γ за счет развития неустойчивости и убывает за счет тока на торцевые электроды:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \left(\gamma - \frac{1}{RC} \right) \psi \quad (30)$$

Величину RC можно оценить следующим образом: как следует из рис. 6, $C = \epsilon_1 L \Delta z / 4\pi \lambda$, где ϵ_1 — диэлектрическая проницаемость плазмы $\epsilon_1 = \omega_p^2 / \Omega_i^2 + 1$, соответственно динамическое продольное сопротивление плазмы $R = \psi / j_n = \psi / j_i \Delta z \lambda = \tau_p T_0 / ne^2 L \Delta z \lambda$; откуда $RC = \tau_p \epsilon_1 (z\omega / \lambda)^2$. Стабилизация (точнее заметное снижение γ) будет наблюдаться при

$\gamma^{-1} = \tau_p \epsilon_1 (z\omega / \lambda)^2$. Для плотной плазмы $\epsilon_1 \gg 1$; соответственно $\epsilon_1 z^2 \omega^2 = \beta_i^2 (T_0) \equiv \beta_i^{*2}$, где β_i^* — ларморовский радиус иона с энергией T_0 .

откуда критерий стабилизации

$$\gamma^{-1} \geq \tau_p (\beta_i^* / \lambda)^2$$

или несколько точнее:

$$\gamma^{-1} \geq \tau_p (k \beta_i^*)^2 \quad (31)$$

Поскольку этот критерий потребуется ниже, представим его в более простом виде: пусть $\gamma / \omega_0 = \alpha m$ или $\gamma^{-1} = z_0 / \alpha m \sqrt{E}$ здесь α — постоянный множитель порядка 1 для малых m , при возрастании m величина α убывает до 0 (см. рис. 1, рис. 2). Перепишем (31) в виде

$$\tau_p T_0 \leq \frac{z^3 \Omega_i^2 M_i}{\alpha \sqrt{E} m (kz)^2} \quad (32)$$

или $\frac{1}{\tau_p T_0} \geq \frac{1}{(\tau_p T_0)_0} \frac{(M/M_0) (kz/k_0 z_0)^2}{(z/z_0)^3 (H/H_0)^2} m$

где $(\tau_p T_0)_0^{-1}$ — входят τ_p и T_0 — обеспечивающие равенство в (31) при $m=1$; и всех остальных безразмерных множителей = 1. Эту величину можно также представить в виде

$$(\tau_p T_0)^{-1} = dj_i / d\psi \frac{1}{Ne}$$

где $N = \int n dz$. Т.о. величина j_i — определяющая стабилизирующий эффект пропорциональный

$$j_i \sim z^{-3} H^{-2} M_i m^3 T_0 (kz)^2 \quad (33)$$

Воспользуемся выражением аналогичным (7) для оценки влияния продольного тока на стабилизацию колебаний, описываемых уравнением (29) (для случаев 1) и 2)). После несложных преобразований аналогичных (14), (15), и (16) получим

$$\gamma = - \frac{\gamma_1}{2} + \sqrt{\frac{n^2 \omega_0^2}{a_n z k^2} + \frac{m^2 g}{a_n z k^2} + \frac{m^2 \omega_0^2}{k^2} - \frac{1}{4} m^2 \omega_0^2 + \frac{\gamma_1^2}{4}}$$

или, обозначая через γ_0 - инкремент в случае $j_i = 0$ (см. (16):

$$\gamma = -\frac{\gamma_i}{2} + \sqrt{\gamma_0^2 + \frac{\gamma_i^2}{4}} \quad (34)$$

здесь $\gamma_i = M \Omega_i^2 / \kappa^2 \tau_p T_2$; γ_0 - определяется выражением (16). Отсюда условие, при котором величина γ начинает заметно уменьшаться за счет γ_i имеет вид: $\gamma_i \geq \gamma_0$; оно полностью совпадает с оценкой (31).

Формально из этих оценок следует отсутствие стабилизации при введении продольного тока в уравнение (1) т.е. $\gamma \rightarrow \gamma_0 (\frac{j_i}{j_0})$; и при увеличении γ_i величина γ уменьшается, но не обращается в нуль. Это объясняется, тем, что продольный ток пропорционален φ и при уменьшении инкремента соответственно падают величины φ и j_i . Процесс развития неустойчивости как бы замедляется в γ_0/γ_i раз, но неустойчивость не подавляется.

Стабилизация неустойчивости может здесь осуществляться за счет эффектов "проскальзывания", рассмотренных выше в п.1-3. Действительно, при достаточно малых γ за счет продольных токов, условие стабилизации $\omega_0' a_p > \gamma$ может быть выполнено для всех m .

Грубо этот эффект объясняется уменьшением размеров локализации возмущения при уменьшении γ (т.е. увеличением κ) и отсутствием собственных функций для возмущения при достаточно малых γ (или больших γ_i/γ_0). Заметим, что в системе с $\omega_0 = const$, подобная стабилизация отсутствует при любых значениях γ_i .

4. Решение (29) проводилось в основном для тех же крайних условий и параметров плазмы, что и в случаях рассмотренных в п.1-4. Ниже приводятся результаты расчетов, для $A=1$ см (25'),

т.е. либо $T_e \approx T_2$; либо $T_e \gg T_2$ и $\omega_0 \Delta t_i \gg 1$, что соответствует, при выбранных параметрах плазмы, величине $T_e \leq 10^1 - 10^2$ эв.

Зависимость инкремента колебаний (точнее γ/γ_0 где γ_0 - соответствует $j_i = 0$) от величины параметра X приведена на рис.7 для различных значений азимутальной моды. Здесь X - равно отношению $(1/\tau_p T_2)/(1/\tau_p T_2)_0$; величина $(1/\tau_p T_2)_0$ - определялась из условия равенства левой и правой части выражения (31). Как отмечалось выше выражение $(1/\tau_p T_2)$ можно представить также как $(dj/d\varphi)(Ne)^{-1}$; т.е. при постоянстве T_2 величина $X = j_i/j_0$; где j_0 - продольная плотность тока соответствующая $(1/\tau_p T_2)_0$. Рассмотрены две задачи; в первом случае предполагалось, что $\omega_0 = const$, т.е. твердотельное вращение плазмы. В соответствии с оценками приведенными в п.П-3. В этом случае не наблюдается стабилизации колебаний:

увеличение j_i лишь медленно уменьшает величину γ , причем ход $\gamma(j_i)$ достаточно хорошо совпадает с оценкой $\gamma = \gamma_0 \frac{(1/\tau_p T_2)}{(1/\tau_p T_2)_0}$. В случае, когда $\omega_0' \neq 0$ (рассматривался тот же профиль $\omega_0(r)$, что и на рис.1-б при $\alpha = 0,5$) при $X=1$ величина γ стремится к нулю, также в соответствии с качественными оценками. На рисунке хорошо видно, что с ростом j_i стабилизируются сначала низшие и высшие моды колебаний (моды с наименьшими γ), а затем моды с наибольшими γ ; $m=7,8,9$.

Более четко это наблюдается на рис.8, где показаны те же зависимости, что и на рис.7 для $\omega_0' \neq 0$, но в качестве переменной теперь взят номер m , а в качестве параметра $\lg X$.

На рис.9 приведена связь между минимальным значением X

(или $(\tau_p \tau_s)^{-1}$), при котором осуществляется стабилизация всех мод колебаний, и размерами ловушки и плазмы в радиальном направлении. Как уже отмечалось выше, при сохранении подобия между τ и α , т.е. радиусом ловушки и размером плазмы, величина j_0 (или $\frac{1}{\tau_p \tau_s}$) должна падать с ростом τ как $\sim \tau^3$; в случае же, если $\alpha = \text{const}$, j_0 падает с ростом $\tau \sim \tau^1$ (практически только за счет уменьшения абсолютной величины $\gamma \sim V_E/\tau$). Обе эти зависимости хорошо наблюдаются на этом графике. Следует отметить, что в случае $\tau/\alpha = \text{const} \approx 4$ и $\tau_0 = 200$ см величина $\frac{1}{\tau_p \tau_s}$ соответствующая стабилизации удовлетворяется при $T_e \approx 100$ эВ и τ_p - порядка нескольких кулоновских времен τ_{ii} для $n \approx 10^{13}$ см $^{-3}$ и $T_i \approx 10$ КэВ, т.е. этого тока достаточно для стабилизации плазмы при времени удержания плазмы необходимом для реализации положительного энергетического выхода.

Авторы выражают благодарность А.В.Тимофееву и С.В.Путвинскому за полезные обсуждения и критические замечания.

Л и т е р а т у р а

- I. Г.И.Будкер, "Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций", 3, Изд. АН СССР, М. (1958).
2. А.Бишоп, "Проект Шервуд", М. Госатомиздат (1960).
3. A. Fitch et al, *Plasma Phys*, 14, 211 (1972).
4. R. Post, *BNES, Conf. Nucl. Fusion Reactors, Culham, rep.2,1(1969)*.
5. F. Marcus et al, *Nucl. Fusion*, 11, 661 (1971).
6. G. Celley, *Plasma Phys.*, 9, 503 (1967).
7. Ю.В.Готт, М.С.Иоффе и др., Доклады международной конференции по физике плазмы и УТС (Калэм. 1965), I, 35, IAEA, Vienna (1966)
8. Г.Ф.Богданов, И.Н.Головин, Ю.А.Кучеряев, Д.А.Панов, Ядерный синтез, приложение 4. I, 215 (1962).
9. F. Coensgen et al, Доклады международной конференции по физике плазмы и УТС. (Мэдисон, 1971), II, 718, IAEA, Vienna (1971).
10. К Бойер, Д.Е.Хаммел и др., Труды II международной конференции по мирному использованию атомной энергии. Женева 1958. Доклады иностранных ученых. I, 317 (1959).
- II. Т.Нортроп, "Адиабатическая теория движения заряженных частиц", Атомиздат, М.(1967).
12. Ф.А.Цельник, Кандидатская диссертация, Новосибирск (1970).
13. M. Rosenbluth, A. Simon, *Phys. Fluids*, 8, 1300 (1965).
14. А.В.Тимофеев, Ядерный синтез, 6, 93 (1966).
15. А.Б.Михайловский, "Теория плазменных неустойчивостей", т.2. Атомиздат, М. (1971).
16. M. N. Rosenbluth, N.A. Krall, N. Rostoker, *Nucl. Fusion, Suppl. p. 1, 143 (1962)*.
17. Л.И.Артеменков, Г.Ф.Богданов, И.Н.Головин и др., "О получении горячей термоядерной плазмы методом инжекции быстрых частиц в магнитную ловушку", препринт, ИАЭ, М. (1964).
18. А.В.Тимофеев, ЖТФ, 38, 14 (1968).

19. Е.П.Велихов, ЖТФ, 31, 180 (1961).
 20. M. Vuillemin, Nucl. Fusion, Suppl. p.1, 341 (1962).
 21. R. Prater, Phys. Fluids, 17, 193 (1974).
 22. W.B. Kunkel, J. U. Guillaud, Доклады 7-ой международной конференции по ионизационным явлениям в Газах, (Белград, Югославия, 1966) II, 702.
 23. G.E. Guest, C.O. Beasley, Phys. Fluids, 9, 1798 (1966).
 24. М.В.Бабыкин и др. ЖЭТФ, 47, 1631 (1964).
 25. Б.А.Трубников, "Вопросы теории плазмы", выпуск I, 98, Госатомиздат, М.(1963).

Поступила - 15 июля 1975 г.

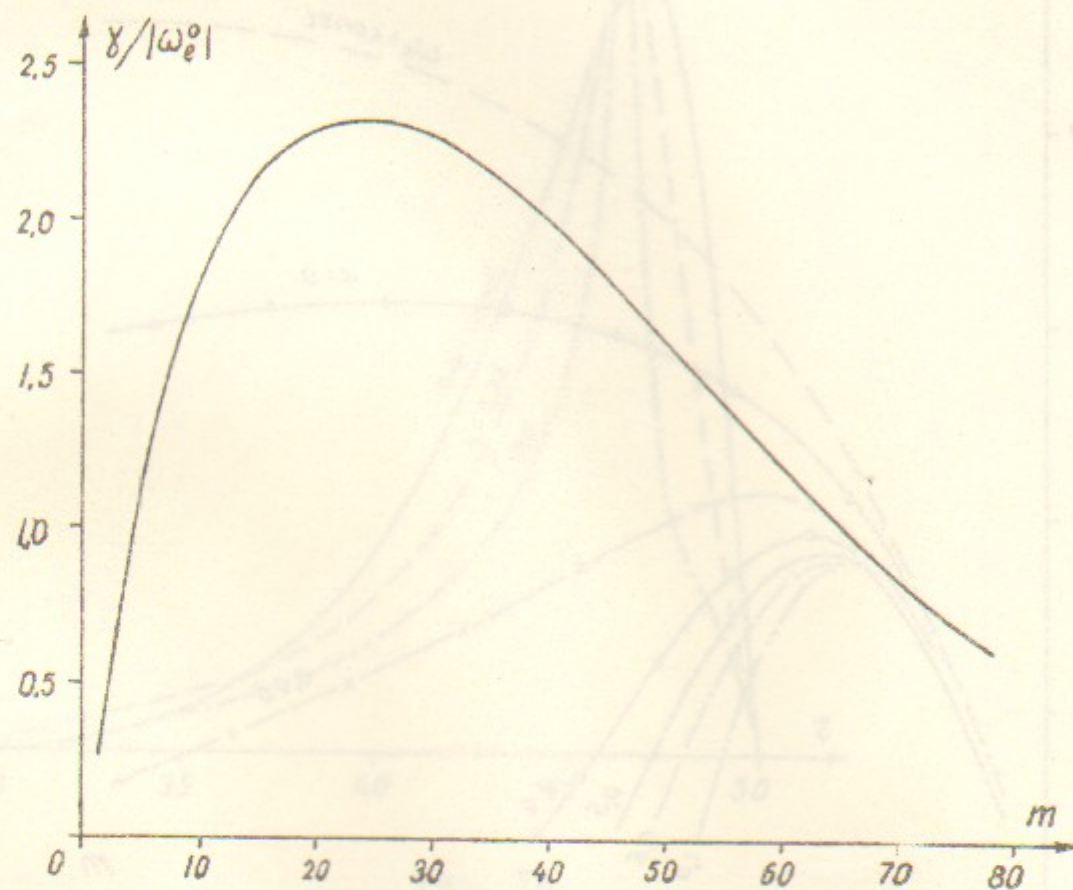


Рис. 1а

Зависимость γ от номера азимутальной моды m ;
 $\omega_0 = \text{const}$; $T_i = 10$ КэВ параболический профиль
 плотности; $r_1 = 30$ см, $r_2 = 50$ см.

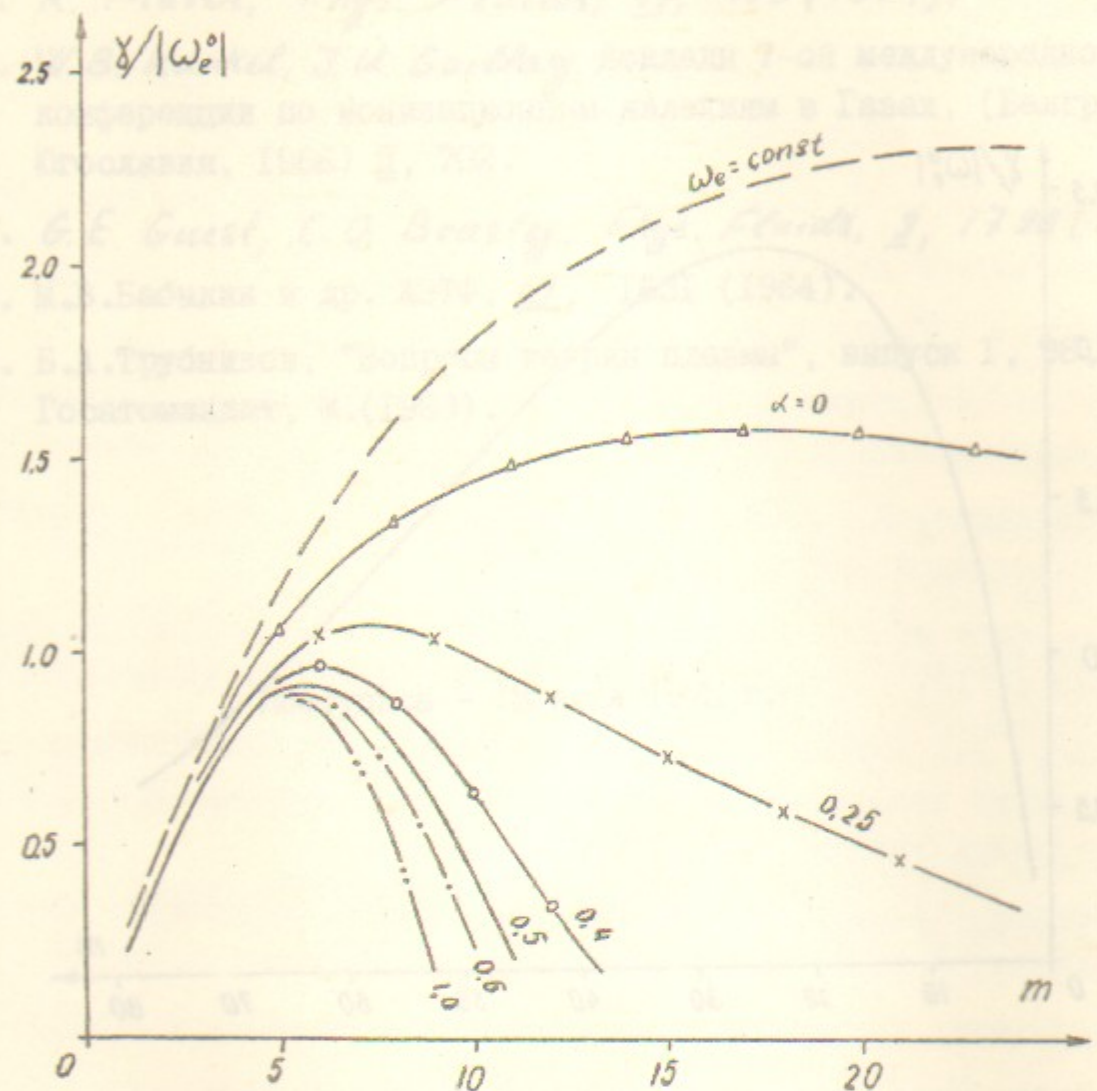


Рис. 16

Зависимость γ от m для различных профилей частоты электрического дрейфа, определяемых соотношением (18); $z_1 = 30$ см, $z_2 = 50$ см.

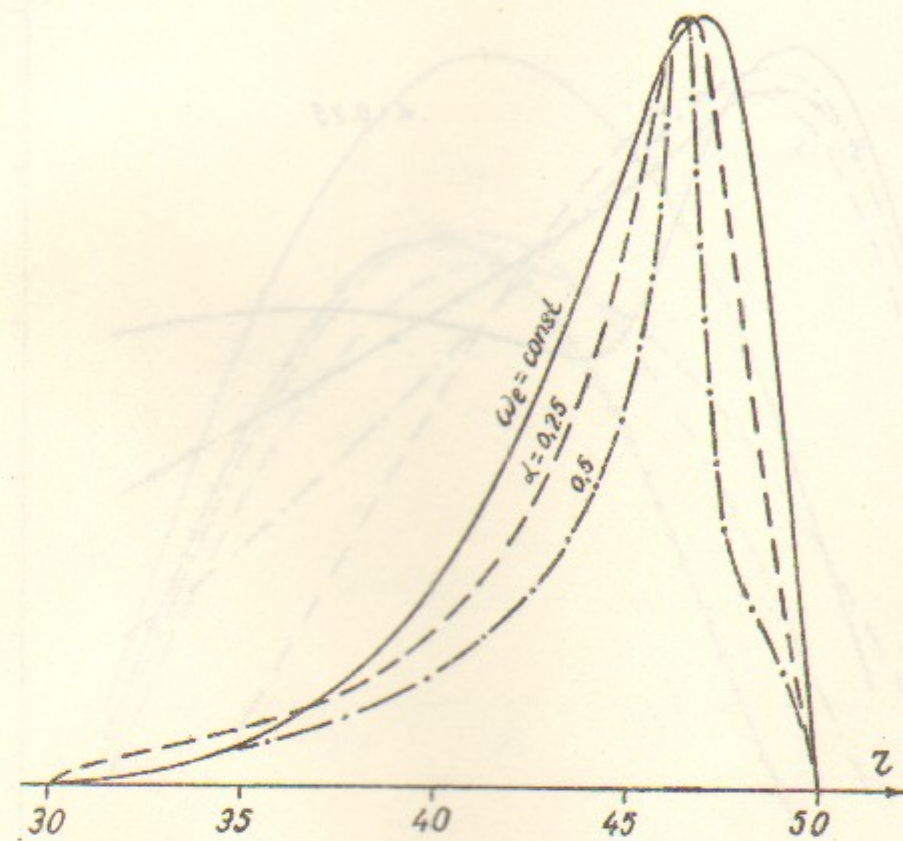


Рис. 1в

Зависимость амплитуды возмущенного потенциала $\varphi(z)$ от радиуса при $m = 10$ для различных профилей частоты электрического дрейфа, определяемых (18); $z_1 = 30$ см, $z_2 = 50$ см.

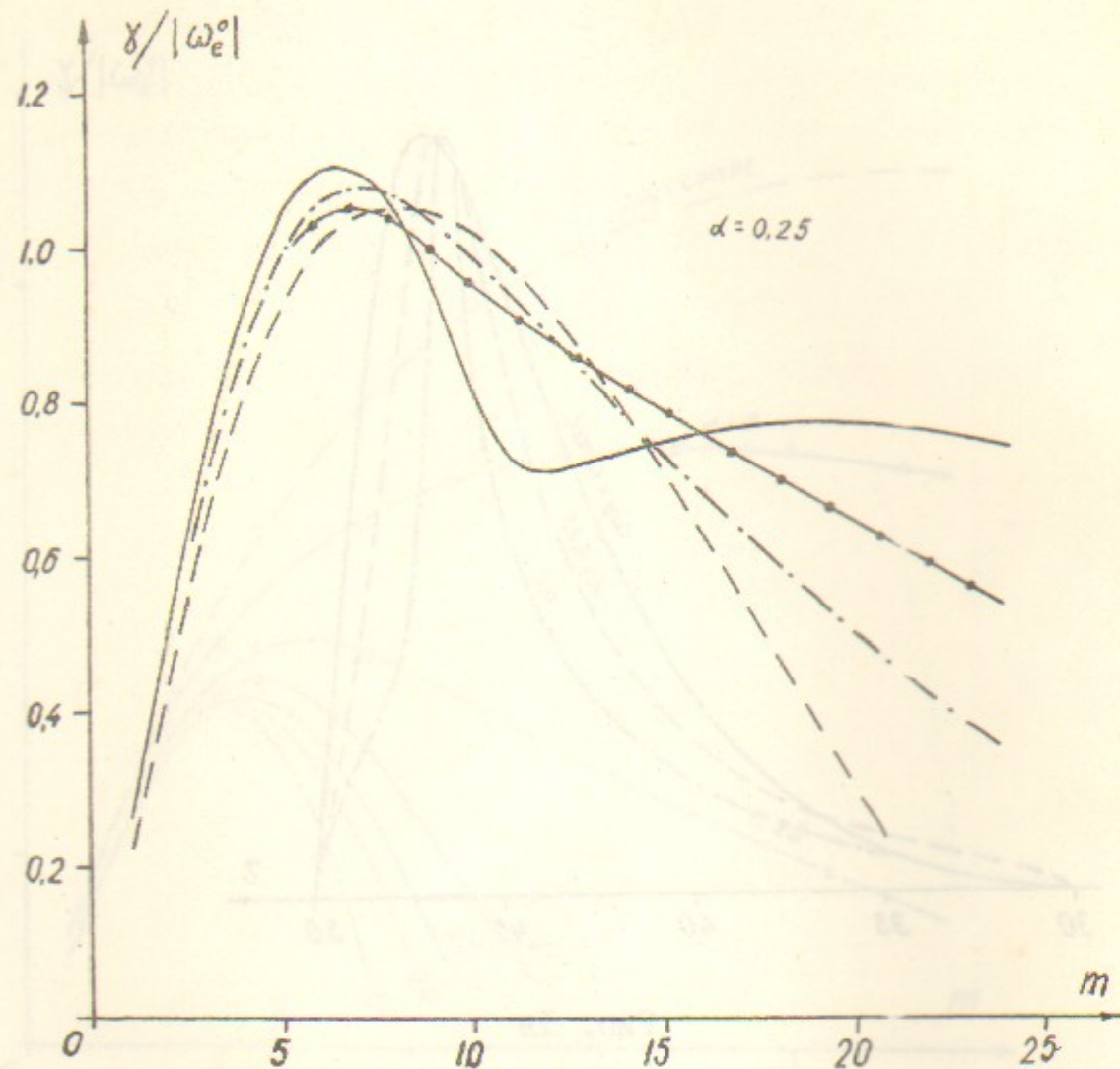


Рис. 2а,

Зависимость инкремента γ от m для различных законов изменения частоты электрического дрейфа:

$$\mathcal{E}(z) = \begin{cases} 1 & z_1 \leq z \leq z_0 \\ 1 - \alpha \sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{z - z_0}{a} & z_0 < z \leq z_2 \end{cases}$$

СПЛОШНАЯ ЛИНИЯ

$$\mathcal{E}(z) = \begin{cases} 1 & z_1 \leq z \leq z_0 \\ 1 - \alpha \left(\frac{z - z_0}{a} \right)^K & z_0 < z \leq z_2 \end{cases}$$

—•—•— $K=1,5$; —·—·— $K=2$; — — — $K=3$.

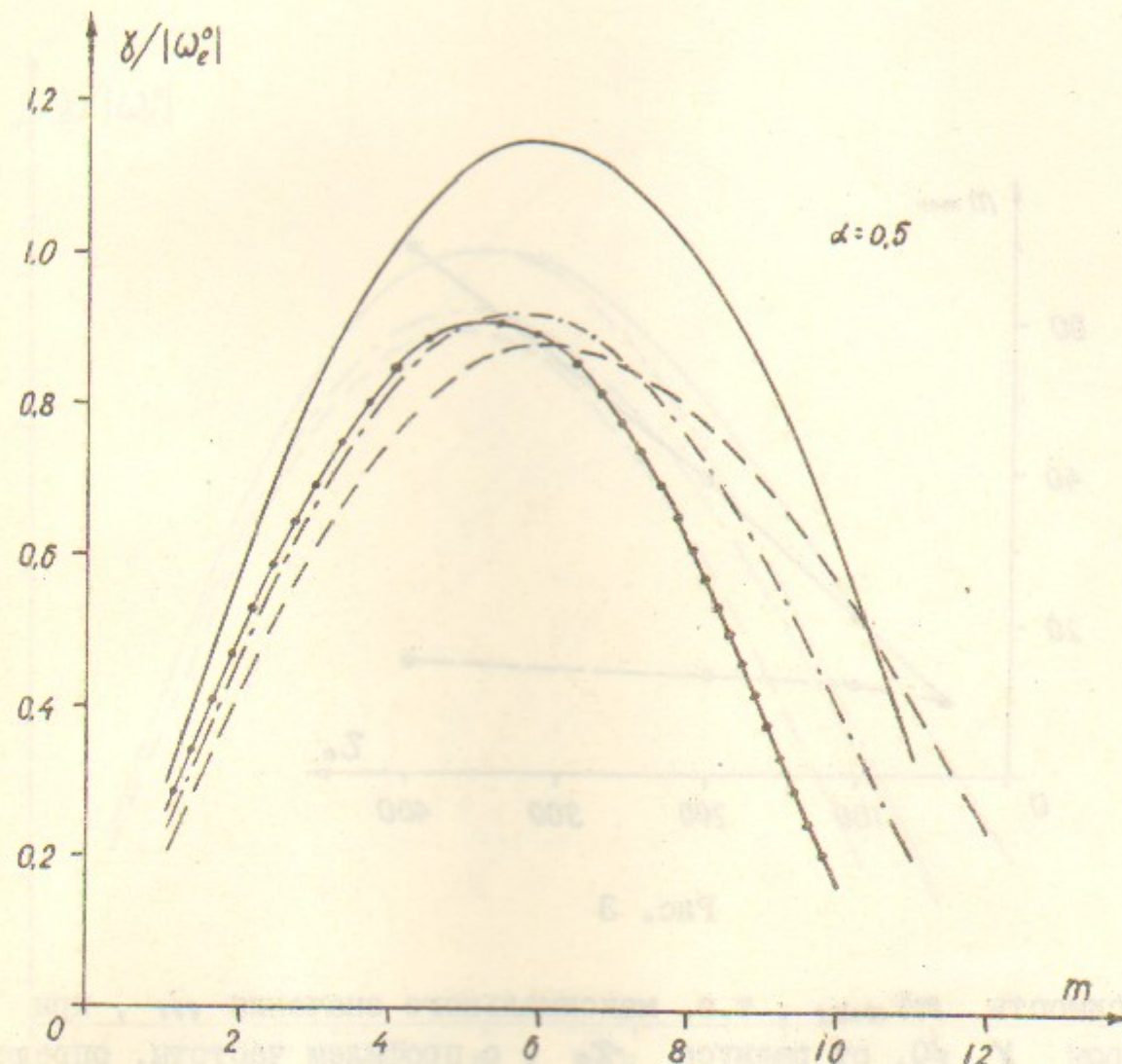


Рис. 2б

Зависимость инкремента γ от m для различных законов изменения частоты электрического дрейфа:

$$\mathcal{E}(z) = \begin{cases} 1 & z_1 \leq z \leq z_0 \\ 1 - \alpha \sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{z - z_0}{a} & z_0 < z \leq z_2 \end{cases}$$

СПЛОШНАЯ ЛИНИЯ.

$$\mathcal{E}(z) = \begin{cases} 1 & z_1 \leq z \leq z_0 \\ 1 - \alpha \left(\frac{z - z_0}{a} \right)^K & z_0 < z \leq z_2 \end{cases}$$

—•—•— $K=1,5$; —·—·— $K=2$; — — — $K=3$.

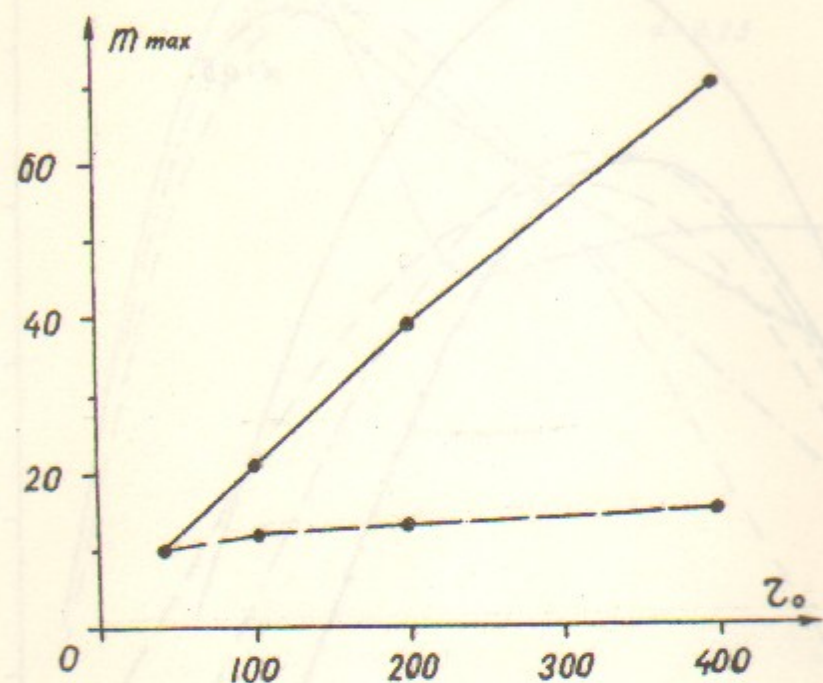


Рис. 3

Зависимость m_{max} , т.е. максимального значения m , при котором $\gamma \neq 0$, от радиуса r_0 , с профилем частоты, определяемым (18); $\alpha = 0,5$, — $a = const$ ($a = 10$ см);
 - - - $a/r_0 = const$ ($a/r_0 = 1/4$).

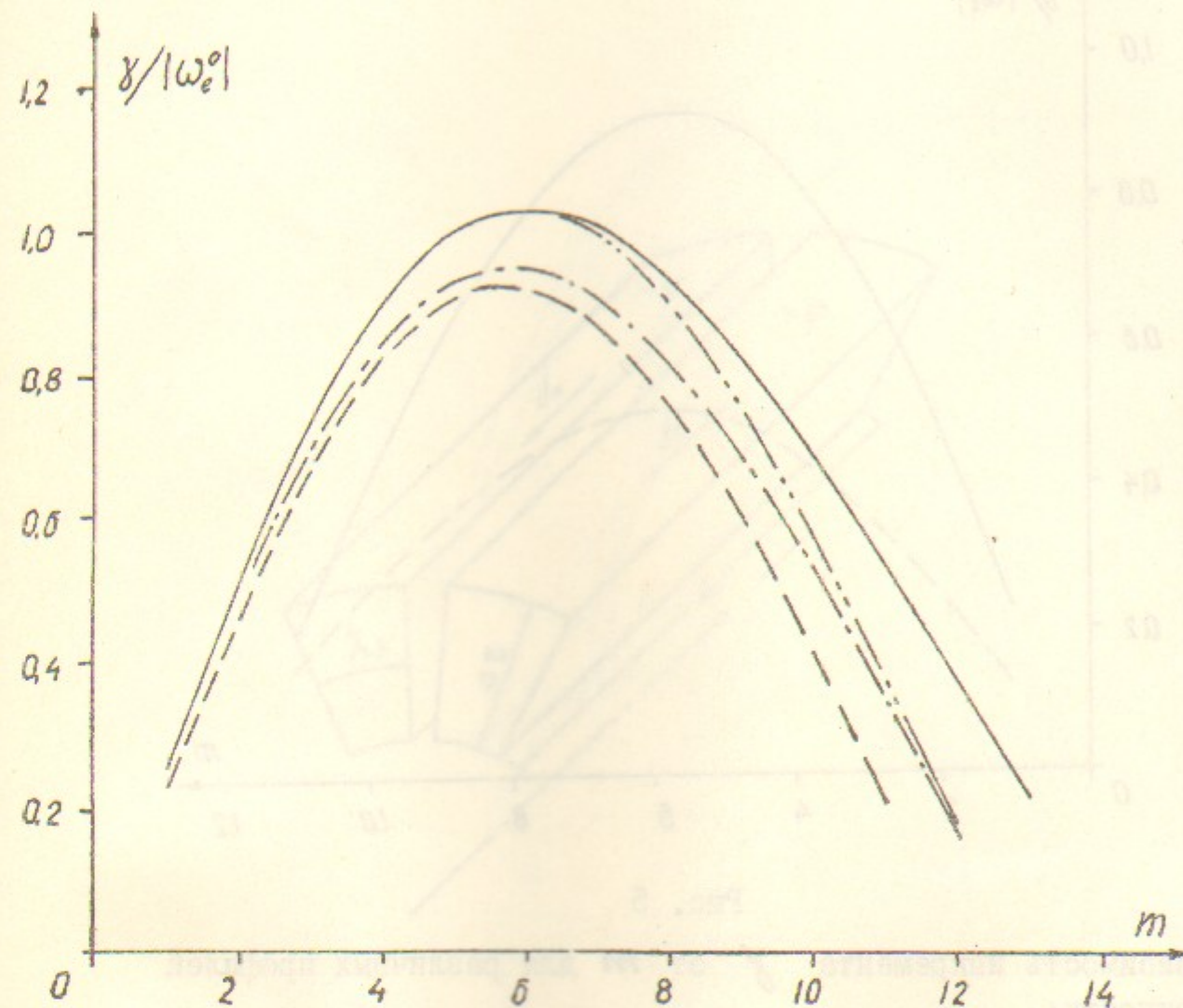


Рис. 4

Зависимость инкремента γ от m при разной температуре ионов;
 — 1 КэВ; — · — 3 КэВ; - - - 10 КэВ; — · · — 30 КэВ
 остальные параметры как на рис. 1б при $\alpha = 0,5$.

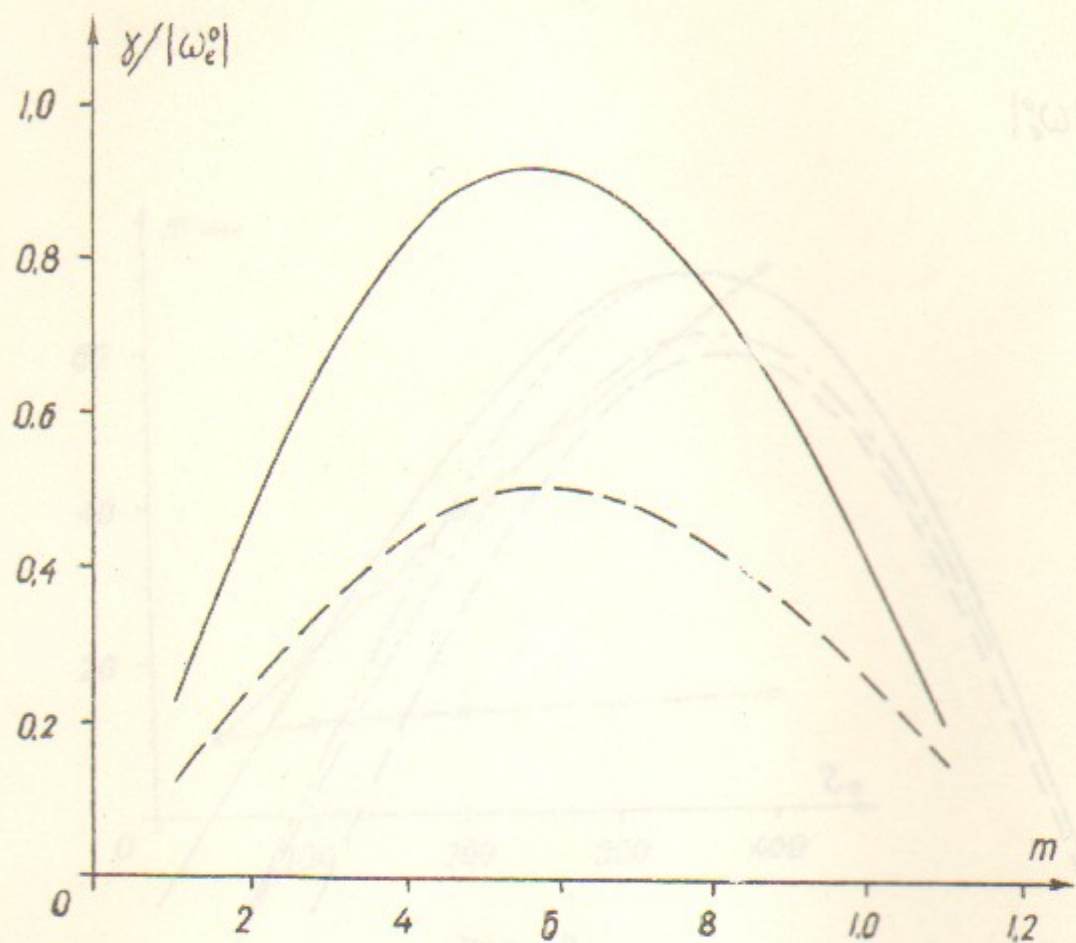


Рис. 5

Зависимость инкремента γ от m для различных профилей плотности:

$$n(z) = n_0 \left[1 - \left(\frac{z-z_0}{a} \right)^k \right], \text{ здесь } \text{---} k=2;$$

--- $k=4$; остальные параметры как на рис. 1б при $\alpha = 0,5$.

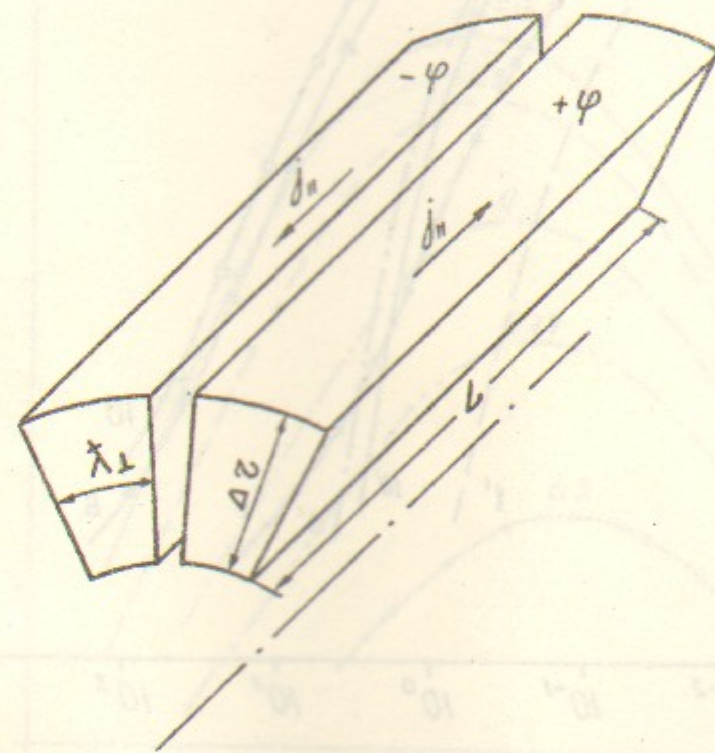


Рис. 6

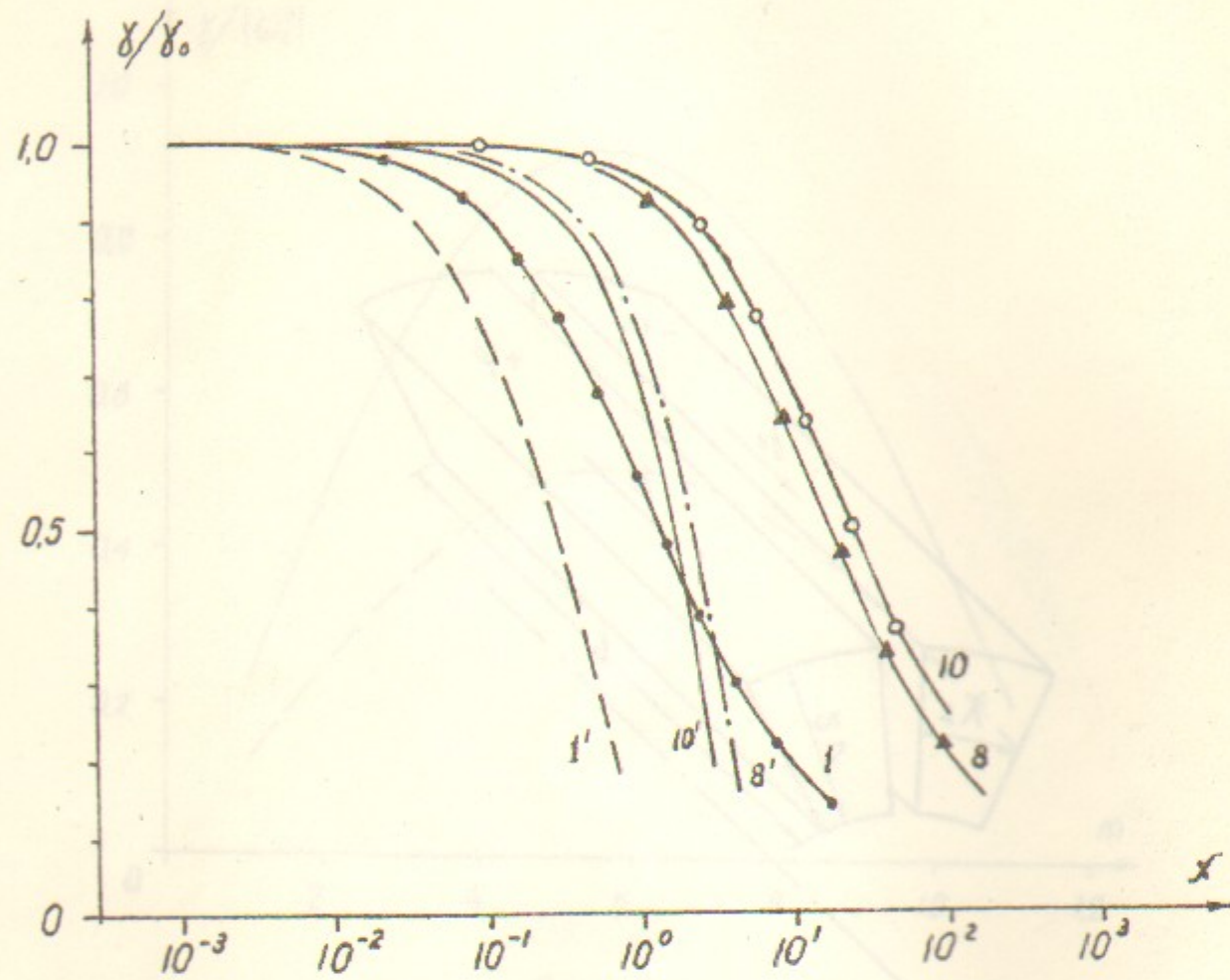


Рис. 7

Зависимость инкремента γ для различных m от величины

$$x = \left(\frac{1}{\tau_0 T_3}\right) / \left(\frac{1}{\tau_0 T_3}\right)_0, \quad \text{где } \left(\frac{1}{\tau_0 T_3}\right)_0 = 1 [\text{сек}^{-1} \text{эб}^{-1}],$$

$m = 1; 8; 10$ при $\omega_0 = \text{const}$, $m = 1'; 8'; 10'$ при $\omega_0' \neq 0$,
 $\alpha = 0,5$. Остальные параметры см. рис. 1б.

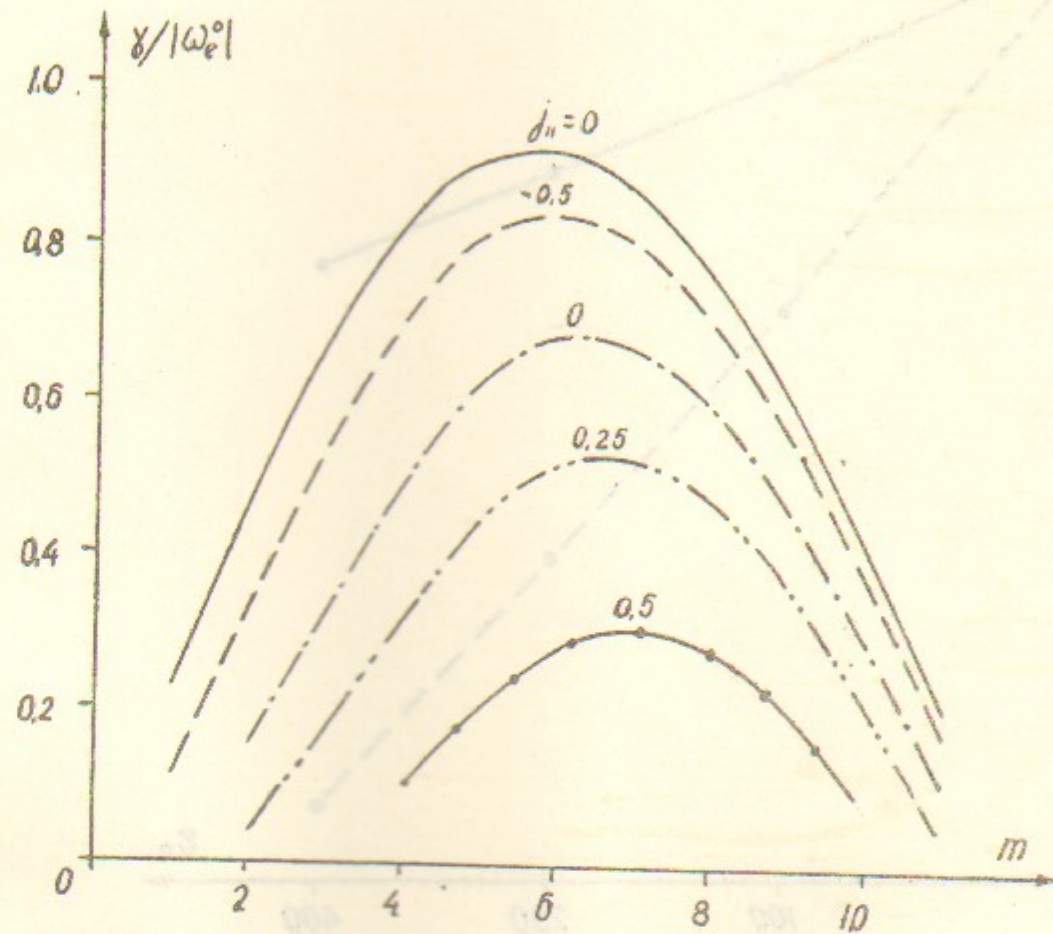


Рис. 8

Зависимость инкремента γ от m для различных значений $\lg x$. Остальные параметры см. рис. 1б. $\alpha = 0,5$.

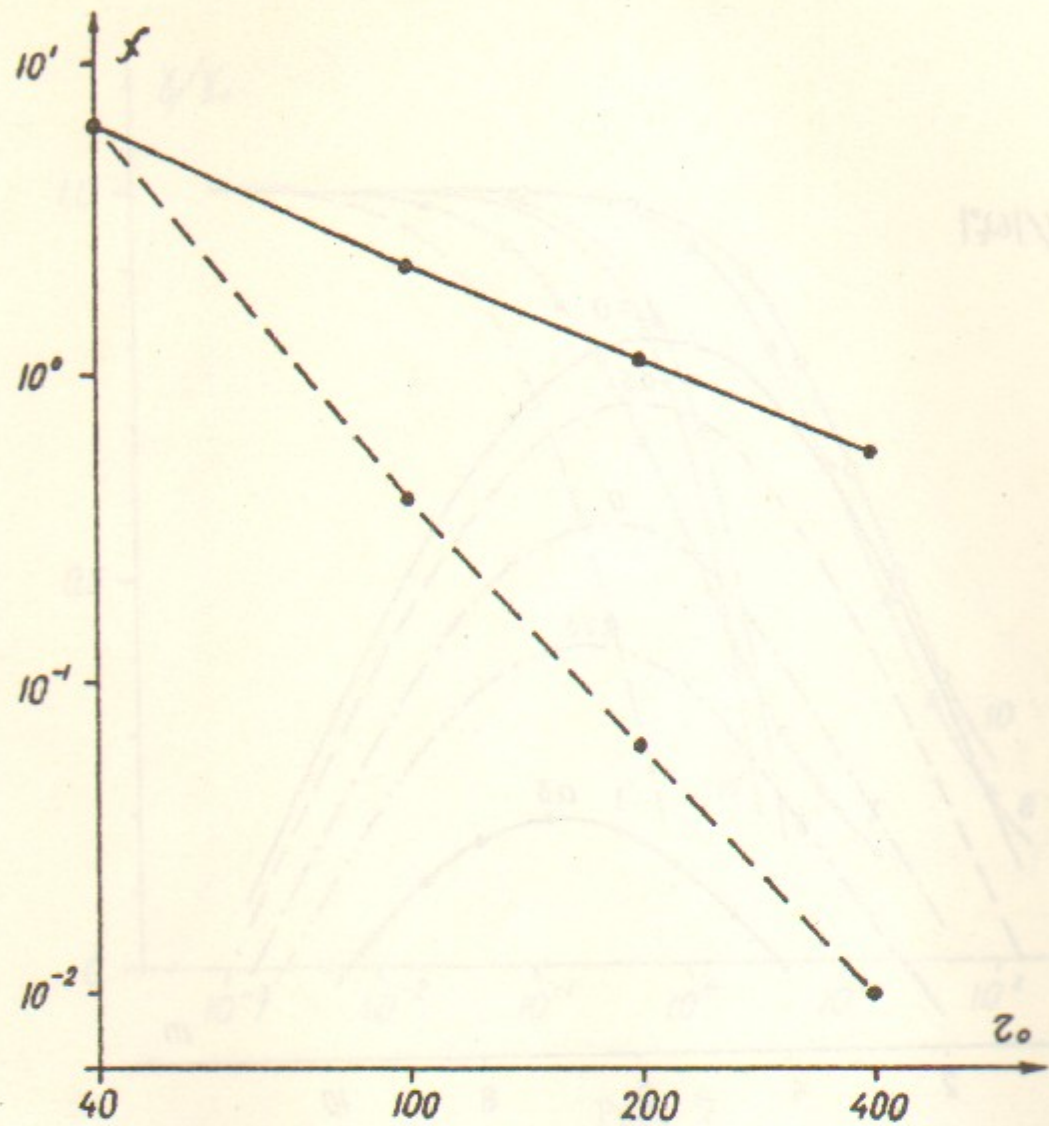


Рис. 9

Зависимость величины χ , необходимой для полного подавления колебаний от размеров плазмы при $u_0' \neq 0$.

— $\alpha = \text{const}$ ($\alpha = 10$ см); - - - $\alpha/r_0 = \text{const}$ ($\alpha/r_0 = 1/4$).

Ответственный за выпуск Г.А. СПИРИДОНОВ
 Подписано к печати 3.9-75г. МН 03145
 Усл. 2,2 печ.л., тираж 200 экз. Бесплатно
 Заказ № 74 ПРЕПРИНТ
 Отпечатано на роталпринте в ИЯФ СО АН СССР