

68

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 76 - 100

Г.Е.Векштейн, В.В.Мирнов, Д.Д.Рютов,
П.З.Чеботаев

УДЕРЖАНИЕ ПЛАЗМЫ С $\beta \gg 1$

Новосибирск
1976

ПРЕПРИНТ

Г.Е.Векштейн, В.В.Мирнов, Д.Д.Рятов, П.З.Чеботаев

УДЕРЖАНИЕ ПЛАЗМЫ С $\beta \gg 1$.

В обсуждаемых в настоящее время параллельных термоядерных системах с плотной плазмой высокой плотности n может достигаться значительного порядка $10^{27} + 10^{28} \text{ см}^{-3}$. Температура $T \sim 10^8 \text{ эВ}$ обеспечения струи такой плазмы от стенки при помощи магнитного поля потребовало бы создания мощнейших магнитных полей.

Одна из возможностей состоит в удержании плазмы непосредственно в стенках сосуда и использовании магнитного поля лишь для компенсации токопроводимости плазмы /1/, что может быть достигнуто уже при умеренных значениях β , что $\beta = 46T/n^2 \gg 1$. В этом случае плазма находится в контакте с плазмой со стенками, при таком (немагнитном) удержании появляются существенные отличия в поведении плазмы во время ее сжатия. Наиболее важными из них являются возникновение точечной плазмы и возрастание доли тормозных потерь. В работе рассматриваются влияние этих эффектов на динамику нагрева и отключение плазмы с $\beta \gg 1$. Плазма считается помещенной в вакуумную цилиндрическую трубу с продольным магнитным полем, так что немагнитное удержание происходит по радиусу. Продолговатое же удержание плазмы мы считаем обеспеченным каким-либо другим способом (например, с помощью многопробочного магнитного поля /2/). Приведены аналитические решения, связывающие поведение плазмы при импульсном и квазистационарном нагреве, с результатами численных расчетов, направленных на определение параметров "критического" реактора.

2. Роль радиационных потерь и компрессионного нагрева

Характерные отличия немагнитного удержания плазмы с $\beta \gg 1$ от традиционных систем с малым β связаны с тем, что в плазме с $\beta \gg 1$ газодинамическое давление $P \sim 2nT$ должно быть скомпенсировано во сжатии¹⁾. Нагляднее роль этого обстоятельства

Новосибирск
1976

1) Мы имеем в виду, что типичная длительность одного цикла работы установки обычно настолько мала, что ионизация плазмы можно пренебречь.

1. Введение

В обсуждаемых в настоящее время неразрушаемых термоядерных системах с плотной плазмой величина плотности ρ может достигать значений порядка $10^{17} \div 10^{18} \text{ см}^{-3}$. При температуре $T \sim 10^4 \text{ эв}$ обеспечение отрыва такой плазмы от стенок при помощи магнитного поля потребовало бы создания мегагауссных магнитных полей, что представляет значительные технические трудности. Одна из возможностей состоит в удержании плазмы непосредственно стенками сосуда и использование магнитного поля лишь для подавления теплопроводности плазмы /1/, что может быть достигнуто уже при умеренных магнитных полях (таких, что $\beta \equiv 16\pi\rho T/H^2 \gg 1$). Кроме очевидных особенностей, связанных с контактом плазмы со стенками, при таком (немагнитном) удержании появляются существенные отличия и в поведении плазмы во всем её объёме. Наиболее важными из них являются возникновение течений плазмы и возрастание роли тормозных потерь. В работе рассматривается влияние этих эффектов на динамику нагрева и остывание плотной плазмы с $\beta \gg 1$. Плазма считается помещенной в длинную цилиндрическую трубу с продольным магнитным полем, так что немагнитное удержание происходит по радиусу. Продольное же удержание плазмы мы считаем обеспеченным каким-либо другим способом (например, с помощью многопробочного магнитного поля /2/). Приведены аналитические решения, описывающие поведение плазмы при импульсном и квазистационарном нагреве, и результаты численных расчетов, направленных на определение параметров "критического" реактора.

2. Роль радиационных потерь и конвекционного переноса

Характерные отличия немагнитного удержания плазмы с $\beta \gg 1$ от традиционных систем с малым β связаны с тем, что в плазме с $\beta \gg 1$ газокINETическое давление $P=2\rho T$ должно быть однородным по сечению¹⁾. Нагляднее всего роль этого обстоятельства

1) Мы имеем в виду, что типичная длительность одного цикла работы установки обычно настолько велика, что инерцией плазмы можно пренебречь.

можно пояснить на примере задачи с начальными условиями. Пусть в начальный момент температура и плотность плазмы однородны по сечению. Вследствие взаимодействия со стенками пристеночный слой плазмы остывает и сжимается (nT не зависит от r !). Возникший слой холодной плазмы отбирает тепло у следующих порций горячей плазмы, которые в свою очередь остывают, сжимаются и т.д. Возникает течение горячей плазмы к стенкам трубы. Поскольку толщина слоя холодной плазмы мала по сравнению с поперечником трубы, можно говорить, что горячая плазма "съедается" стенками.

Скорость течения горячей плазмы определяется теплопроводностью переходной области между горячей и холодной плазмой:

чем выше теплопроводность, тем быстрее происходит остывание (и, следовательно, сжатие) той порции горячей плазмы, которая находится в контакте с холодной плазмой, тем выше, соответственно, скорость вытекания.

Связанный с радиальным течением поток тепла мы будем называть конвекционным. Наличие этого потока может в некоторых условиях приводить к существенному уменьшению времени жизни горячей плазмы по сравнению с простой оценкой

$$\tau \approx R^2/\chi \quad (I)$$

где R - радиус трубы, а χ - коэффициент температуропроводности в горячей области.

Соотношение между конвективным и диффузионным потоками тепла определяется температурной зависимостью коэффициента температуропроводности χ . В классическом случае коэффициент температуропроводности в горячей области относительно мал, а в холодной велик, поэтому конвекционный поток очень существен. Обратная ситуация осуществляется в случае боровской теплопроводности; соответственно, конвекционные эффекты здесь несущественны, и время остывания плазмы можно оценить по формуле (I).

Остановимся несколько более подробно на менее тривиальном случае классической теплопроводности. Как уже отмечалось, после

создания горячей плазмы у стенки возникает тонкий слой плотной холодной плазмы, который "съедает" все новые порции горячей плазмы. С течением времени толщина пристеночного слоя растёт, и тепловой поток сквозь него падает. В этих условиях существенным может стать тормозное излучение из переходной области между горячей и холодной плазмой. Действительно, интенсивность его $Q_{rad} = An^2 T^{1/2}$ при $nT = const$ пропорциональна $T^{-3/2}$ и становится очень большой в холодной плазме.

В работе [3] показано, что при классических коэффициентах переноса весь поток тепла, поступающий в переходный слой между горячей и холодной плазмой, может уноситься из него в виде излучения. Соответствующая этому режиму скорость течения горячей плазмы оказывается порядка

$$u \approx (\chi/\tau_{rad})^{1/2} \beta^{1/4}$$

Здесь под χ понимается классическая температуропроводность в области горячей плазмы, под τ_{rad} время радиационного остывания горячей плазмы ($\tau_{rad} = 3nT/Q_{rad}$), под β - отношение газокинетического давления к магнитному в области горячей плазмы. Время остывания горячей плазмы в этих условиях растёт пропорционально первой степени радиуса: $\tau \sim R/u$. Разумеется, это решение формируется только при достаточно больших радиусах трубы, когда пристеночный слой делается достаточно толстым для запирания теплового потока раньше, чем "съедается" значительное (порядка единицы) количество горячей плазмы.

Для термоядерной плазмы с температурой $T \sim 10^4$ эв время радиационного остывания τ_{rad} примерно в 30 раз превышает лосоновское время τ_L . Поэтому, как следует из результатов работы [3], удержание в течение времени $\sim \tau_L$ соответствует режиму, в котором $\tau \sim R$, когда $\beta > 30^2 \approx 10^3$. При меньших значениях β , которые и представляют для нас практический интерес, переход к такому режиму происходит при столь больших R , когда время удержания уже превышает лосоновское время. Этим значениям R соответствует очень большая и практически трудно реализуемая энергия на единицу длины установки, пропорциональная R^2 . Поэтому мы приведём численные иллюстрации для меньших

радиусов, когда излучение ещё несущественно.

Постановка задачи, решаемой численно, состоит в следующем. В начальный момент однородная холодная плазма заполняет цилиндрическую трубу с однородным продольным магнитным полем (стенки трубы считаются идеально проводящими). Затем включается внешний источник нагрева, который выбирается таким, чтобы имитировать нагрев плазмы релятивистским электронным пучком. Зависимость потока энергии пучка на катоде S от радиуса и от времени считается известной. В реальных условиях магнитное поле заморожено в катод. Поскольку, с другой стороны, электроны пучка движутся вдоль магнитных поверхностей, то задание функции $S(r, t)$ однозначно определяет распределение объёмной мощности нагрева²⁾:

$$Q_H(r, t) = \frac{S(r_0, t)}{L} \cdot \frac{r_0 dr_0}{r dr} \quad (2)$$

Здесь L — длина плазмы, а r_0 и r , соответственно, радиусы магнитной поверхности на катоде и в плазме. Если зависимость магнитного поля в плазме от радиуса и от времени известна, то зависимость $r_0(r, t)$ может быть найдена из дифференциального уравнения $H(r, t)r dr = H_0 r_0 dr_0$, где H_0 — начальное однородное магнитное поле (время входит в уравнения как параметр).

При заданной вышеуказанным способом мощности источника нагрева численно решалась система уравнений переноса плазмы поперёк магнитного поля [4]; температуры электронов и ионов считались равными:

2) Вообще говоря, пучок выделяет энергию неоднородно по длине. Однако, из-за большой продольной теплопроводности происходит усреднение энерговыделения по длине плазмы и в расчётах можно полагать Q_H не зависящим от z . Естественно, мы подразумеваем, что плазма теплоизолирована от торцов.

$$M n \frac{dV}{dt} = - \frac{\partial}{\partial r} (2nT + H^2/8\pi)$$

$$\frac{dn}{dt} + \frac{n}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) = 0$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{H}{n} \right) = \frac{c^2}{4\pi r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{\sigma_L} \frac{\partial H}{\partial r} \right) + \frac{c}{er} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\beta_n^{uT}}{n} \frac{\partial T}{\partial r} \right)$$

$$3n \frac{dT}{dt} - 2T \frac{dn}{dt} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\alpha_1 \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{c \beta_n^{uT}}{4\pi e} \frac{\partial H}{\partial r} \right) +$$

$$+ \frac{c \beta_n^{uT}}{4\pi e} \frac{\partial H}{\partial r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{c^2}{16\pi^2 \sigma_L} \left(\frac{\partial H}{\partial r} \right)^2 + Q_H - Q_{rad}$$

(обозначения те же, что и в работе [4]).

Рис. 1б иллюстрирует отмеченную выше важную роль конвективного потока тепла из горячей плазмы. Он соответствует моменту времени, когда пучок уже практически выключился и плазма остывает. Видно, что из области горячей плазмы энергия выносится в пристеночный слой конвективным потоком, а оттуда передаётся на стенку за счёт теплопроводности. Поэтому плотность плазмы в центре убывает со временем не только на стадии нагрева плазмы (что естественно), но и на стадии остывания (рис. 1а). В результате энергетическое время жизни плазмы (рис. 1а) оказывается примерно на порядок меньше оценки (I). Так как излучение из плазмы в данном случае не играет роли, то на стадии остывания поток энергии q , отнесенный к единице длины, проходящий через поверхность цилиндра радиуса r , пропорционален r^2 , что характерно для систем с $\beta \gg 1$. Отметим, также, что, как видно из рис. 1б, магнитное поле можно с хорошей точностью считать замороженным в плазму.

Остановимся теперь на ситуации, когда в плазме развиты микронеустойчивости, и коэффициенты переноса являются аномальными. В этих условиях верхнюю оценку энергии, которую необходимо сообщить плазме, чтобы выполнить критерий Лоусона, можно по-

лучить, если принять (как это было сделано в работах [5,6]), что коэффициент температуропроводности является боровским:

$\chi = \chi_B = (I/I_0) (cT/eH)$. Однако, так как это предположение является, по-видимому, слишком пессимистическим, ниже в численных расчётах мы будем полагать $\chi = \chi_B/5$ (среднее между боровским и классическим).

При расчётах с боровским (или "урезанным" боровским) коэффициентом теплопроводности возникает вопрос о выборе выражения для термоэдс (см. [5,6]). Простые аргументы показывают, что дрейфовые неустойчивости, приводящие к аномальной теплопроводности, относительно слабо влияют на термоэдс и проводимость плазмы. Соответственно, при расчётах с боровской теплопроводностью термоэдс и проводимость считались классическими, что фактически соответствовало предположению о замороженности магнитного поля в плазму (за исключением узкого пристеночного слоя). Как уже отмечалось выше, в случае боровской теплопроводности задача о тепловом балансе плазмы проще, чем в случае классической теплопроводности. Это видно из численных иллюстраций, приведённых на рис.2. Он соответствует следующим условиям: радиус трубы 7,1 см, начальная плотность плазмы 10^{18} см^{-3} , начальное магнитное поле 10^5 гс . Функция $S(r_0)$, характеризующая распределение мощности пучка по радиусу у катода (см. формулу (2)) была выбрана в виде: $S \sim [\exp(1-r_0^2/R^2)-1]$. Временная зависимость полной мощности пучка изображена на рис.2а. Как видно из рис.2а на стадии остывания происходит обратное течение плазмы от стенок к центру, и плотность плазмы в центре начинает возрастать. Конвективный поток энергии не играет здесь такой существенной роли, как при классической теплопроводности. Потери энергии на излучение также невелики и не превышают 30% от потерь из-за теплопроводности. Энергетическое время жизни плазмы, которое на основании рис.2а можно оценить как $(3+4) \cdot 10^{-4} \text{ сек}$, неплохо согласуется с оценкой (1).

В приведённом численном примере параметры пучка были выбраны такими, чтобы реактор был "критическим", т.е. чтобы полный энергетический выход термоядерных реакций (мощность ядерного энерговыделения $Q_{эф}$ показана на рис.2а в предположении одинаковой плотности дейтерия и трития) был равен полной энер-

гии пучка за импульс. При этом подогрев плазмы \perp -частицами не учитывался, поскольку в рассматриваемом случае их ларморовский радиус был порядка радиуса трубы. Необходимая для достижения критических условий энергия пучка оказалась равной $6 \cdot 10^5 \text{ Дж/см}$. Довольно очевидно, что этот пример не является оптимальным, и энерговыход для критического реактора может быть уменьшен. При выборе наиболее выгодного в этом смысле профиля пучка полезно иметь аналитические решения для различных предельных случаев. В следующем разделе приведены два таких решения.

3. Некоторые аналитические решения

Первое из них соответствует малой длительности пучка, когда за время нагрева теплопроводность вообще можно пренебречь, второе относится к обратному предельному случаю, когда для нахождения распределения температуры и плотности необходимо решать стационарную задачу.

Рассмотрим первый случай. В пренебрежении всеми диссипативными эффектами и процессами переноса уравнение, описывающее энергобаланс в плазме, имеет вид:

$$\frac{3}{2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{3}{2} p r u \right) + \frac{p}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u) = Q_H(r, t) \quad (3)$$

где мощность источника нагрева задается формулой (2). Используя условие замороженности магнитного поля $H/H_0 = n/n_0(r_0)$, где $n_0(r_0) = n(r, 0)$, мы можем переписать (2) следующим образом

$$Q_H(r, t) = \frac{f(r_0)}{L} g(t) \frac{n(r, t)}{n_0(r_0)}$$

Мы предполагаем, что $S(r_0, t) = f(r_0) g(t)$.

В силу условия $\beta \gg 1$ давление плазмы однородно по сечению шнура и является функцией только времени. Интегрируя уравнение (3) по r с учётом граничного условия $u(R, t) = 0$, находим зависимость $p(t)$:

$$p(t) = p_0 + \frac{4}{3R^2} \int_0^t g dt' \int_0^R \frac{f(r_0) r_0}{L} dr_0$$

Пространственное распределение плотности вычисляется из уравнения (3), записанного в лагранжевых переменных (z_0, t) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho^{3/5}}{n} \right) = \frac{2}{5} f(z_0) g(t) / L \rho^{2/5} n_0(z_0)$$

Решение этого уравнения, удовлетворяющее начальным условиям, имеет вид:

$$\frac{n_0(z_0)}{n(z, t)} = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{3/5} + \left[1 - \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{3/5} \right] f(z_0) R^2 / 2 \int_0^R f(z_0) z_0 dz_0 \quad (4)$$

Для отыскания распределения плотности в эйлеровых координатах необходимо связать переменные z и z_0 . Используя соотношение

$$n_0(z_0) z_0 dz_0 = n z dz, \text{ находим}$$

$$z^2 = \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{3/5} z_0^2 + \left[1 - \left(\frac{\rho_0}{\rho} \right)^{3/5} \right] R^2 \frac{\int_0^{z_0} f(z_0) z_0 dz_0}{\int_0^R f(z_0) z_0 dz_0} \quad (5)$$

Анализ формул (4), (5) показывает, что установившееся после выключения пучка распределение плотности существенно зависит от профиля пучка. Для двух конкретных зависимостей

$$f_1 = A \begin{cases} 1 & z_0 < a \\ 0 & z_0 > a \end{cases} \quad f_2 = A (e^{1-z_0^2/R^2} - 1)$$

на рис. 2а и 2б приведены графики, иллюстрирующие зависимости $n(z)$ и $T(z)$. Кривые получены в предположении, что начальное распределение $n_0(z_0)$ является однородным и отношение $\rho/\rho_0 \gg 1$. Хотя плотность вблизи стенки много больше, чем в центральной области, в первом случае приблизительно лишь половина частиц, а во втором малая их доля сосредоточены в пристеночном слое. Соответственно в обоих вариантах плотность в центральной области после нагрева уменьшается не очень значительно.

Отметим, что с помощью формул (4) (5) можно решать обратную задачу и находить профиль пучка, обеспечивающий заданное распределение плотности и температуры после нагрева.

Рассмотрим теперь стационарную задачу о нагреве для случая боровского коэффициента теплопроводности. Постановка задачи состоит в следующем: пусть в цилиндрическую трубу радиуса R , заполненную плазмой с однородно распределенными плотностью n_0 , температурой T_0 и магнитным полем H_0 , начиная с некоторого момента времени стационарно инжектируется пучок, обеспечивающий радиальное распределение мощности нагрева $Q_H(z)$.

Для упрощения расчетов мы будем в дальнейшем считать, что пучок имеет кольцевую форму и, соответственно, $Q_H(z) = Q \delta(z-a)/2\pi a$, где Q — полная мощность нагрева, приходящаяся на единицу длины плазменного шнура.

После начала инъекции за время порядка времени теплопроводности (оно предполагается малым по сравнению с длительностью пучка) в плазме устанавливается стационарное распределение $n(z)$ и $T(z)$. Магнитное поле на этой стационарной стадии все еще можно считать замороженным в плазму, поскольку, как отмечалось выше, время диффузии поля намного превышает время перестройки n и T за счет теплопроводности.

Зная из решения стационарной задачи явные выражения для $n(z)$ и $T(z)$, можно вычислить мощность термоядерного выхода Q_{2y} . Условие работы реактора в критическом режиме выражается равенством

$$Q_{2y} = Q \quad (6)$$

Варьируя Q в этом соотношении при фиксированном положении пучка можно определить значение R , отвечающее минимуму тепловой энергии, запасенной в плазме. Меняя далее положение пучка, мы найдем оптимальный вариант нагрева, при котором тепловая энергия минимальна и по этому параметру.

Первая часть поставленной задачи — отыскание стационарных профилей $n(z)$ и $T(z)$ — решается аналитически. Для этого запишем в безразмерных переменных уравнение переноса тепла и условие однородности давления по z :

$$\frac{\partial T^2}{\partial z} = \begin{cases} 0 & z < a \\ -Q/\pi & z > a \end{cases} \quad (7)$$

$$nT + n^2/\beta_0 = \text{const} \quad (8)$$

При выводе соотношений (7), (8) использовано условие замороженности магнитного поля $H = n$, где H и n нормированы, соответственно, на H_0 и n_0 . Величины z и a нормированы на R , единица измерения температуры $\tilde{T} = 10^4 \text{ эв}$, Q измеряется в величинах $\pi n_0 \tilde{T} D_s / 5 = \pi n_0 \tilde{T}^2 c / 80 e H_0$, постоянный множитель $\beta_0 = 16 \pi n_0 \tilde{T} / H_0^2$.

Из (7), (8) видно, что при $\chi < a$ плотность и температура однородны по χ . Обозначая их значения в этой области через n_a и T_a , запишем решения для $r > a$ в следующей форме:

$$T = (T_x^2 - Q \ln r)^{1/2} \quad (9)$$

$$n = -\frac{\beta_0 T}{2} + \left(\frac{\beta_0^2 T^2}{4} + \beta_0 n_a T_a + n_a^2 \right)^{1/2} \quad (10)$$

Константа в формуле (9) определяется из граничного условия на стенке $T(1) = T_x$. Значение величины T_a , фигурирующей в формуле (10), можно получить из соотношения (9), принимая во внимание непрерывность температуры в точке $r = a$: $T_a = (T_x^2 - Q \ln a)^{1/2}$. Параметр n_a следует искать из уравнения сохранения полного числа частиц

$$a^2 n_a + 2 \int_a^1 n r dr = 1$$

Дальнейшие расчёты производились численно. Термоядерный выход вычислялся в предположении, что плазма представляет собой равнокомпонентную дейтерий-тритиевую смесь. Исходная формула (см. [7]) для мощности термоядерного выхода, рассчитанной на единицу длины плазменного столба, имеет вид:

$$Q_{\text{эф}} = 4.73 \cdot 10^{-25} n_c^2 R^2 \gamma \quad (II)$$

Здесь R измеряется в см, n_c - в см^{-3} , $Q_{\text{эф}}$ - в вт/см , энергия, выделяемая в одном акте синтеза, считается равной 17,6 МэВ, безразмерный множитель γ зависит от профиля $n(r)$ и $T(r)$ и выражается интегралом

$$\gamma(Q, a) = 2\pi \int_0^1 r dr \frac{n^2}{T^{2/3}} e^{-9.27/T^{1/3}}$$

Отметим, что в уравнениях (7), (8) и граничных условиях не фигурирует величина R , поэтому безразмерные $n(r)$, $T(r)$ и, соответственно, γ параметрически зависят только от Q . В связи с этим условие (6) надо рассматривать как уравнение, определяющее величину критического радиуса системы, при котором вкладываемая мощность сравнивается с термоядерным энерговыделением. Из (6) и (II) видно, что зависимость R_{crit} от Q определяется соотношением $R_{\text{crit}}^2 \propto Q/\gamma(Q, a)$. Полная тепловая энергия плазмы выражается интегралом

$$W = 6\pi R^2 w(Q, a), \quad w(Q, a) = \int_0^1 n T r dr$$

Соответственно, в критическом режиме зависимость W от Q описывается множителями $W \propto Q \cdot w(Q, a)/\gamma(Q, a)$. Пользуясь этим представлением, нетрудно показать, что величина W как функция Q имеет минимум. Варьированием Q при фиксированных положениях пучка a соответствующие минимумы находились численно. Сравнивая затем значения, отвечающие различным величинам a , мы определили оптимальное положение пучка a_0 , при котором W имеет абсолютный минимум. Соответствующие оптимальные параметры плазмы и пучка следующие:

$$a_0 = 0,05 R, \quad R = 6,3 \text{ см}, \quad n_a = 2,8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}, \\ T_a = 1,22 \cdot 10^4 \text{ эв}, \quad W = 2 \cdot 10^5 \text{ дж/см}, \quad Q = 3,1 \cdot 10^8 \text{ вт/см}, \text{ мощность тормозного излучения } Q_{\text{rad}} = 1,2 \cdot 10^8 \text{ вт/см. В этом численном примере значения } n_0, H_0 \text{ и } \beta_0 \text{ принимались равными: } \\ n_0 = 10^{18} \text{ см}^{-3}, \quad H_0 = 10^5 \text{ гс}, \quad \beta_0 = 80.$$

Однако, заметного выигрыша в энергии можно добиться, приготовляя предварительную плазму не однородной, как в рассмотренном выше случае, а с резким максимумом плотности в центре. После включения нагрева плазма расширяется и выталкивает (из-за вмороженности) первоначально однородное магнитное поле в тонкий пристеночный слой. Приведём соответствующие вычисления для случая теплопроводности типа боровской: $\chi = 2CT/16eH$ (2 - численная постоянная). В пределе можно считать, что в горячей плазме магнитное поле стремится к нулю, а теплопроводность (формально) к бесконечности. Поэтому температура T и плотность n плазмы будут однородны везде, кроме тонкого пристеночного слоя с толщиной $\delta \ll R$, где и происходит переход от температуры T до нулевой температуры стенки. Магнитное поле H_1 в этом слое связано с начальным однородным полем H_0 условием сохранения магнитного потока:

$$\pi R^2 H_0 = 2\pi R \delta H_1, \text{ т.е. } H_1 = R H_0 / 2\delta$$

Тогда поток тепла из плазмы на единицу длины трубы q равен:

$$q = 2\pi R \cdot 2 \frac{n e T}{16 e H_1} \frac{T}{\delta} = \frac{2\pi c n T^2}{4 e H_0}$$

При критических условиях этот поток энергии компенсируется ядерным энерговыделением:

$$q = \frac{2\pi c n T^2}{4eH_0} = \pi R^2 n^2 f_{ag}(T)$$

($n^2 f_{ag}(T)$) - объёмная мощность ядерного энерговыделения).

Из этого равенства можно определить тепловую энергию плазмы на единицу длины системы:

$$W \equiv 3\pi R^2 n T = \frac{32\pi c T^3}{4eH_0 f_{ag}(T)}$$

При заданном магнитном поле W является функцией температуры плазмы и имеет минимум при $T \approx 6$ КэВ:

$$W_{min} = \frac{1,125 \cdot \lambda \cdot 10^8}{H_0(\text{гс})} \text{ (дж/см)}$$

(Заметим, что при $T=6$ КэВ мощность излучения Q_{rad} примерно на порядок меньше мощности ядерного энерговыделения, что и позволяет пренебречь излучением).

Тогда при $\lambda = 1/5$ и $H_0 = 10^5 \text{ гс}$, таких же, как и в случае однородной начальной плотности плазмы, необходимая энергия оказывается в тысячу раз меньше. Конечно, этот результат получен для идеализированной модели. Как показывают предварительные численные расчёты нестационарной задачи, таким путём можно уменьшить энерговыклад в критический реактор по крайней мере на порядок.

В заключение этого раздела отметим, что во всех рассмотренных выше аналитических и численных примерах наличие холодной жёсткой стенки учитывалось введением простых граничных условий $V_r|_{r=R} = 0$ и $T|_{r=R} = T_x$, где T_x не зависит от времени. В проводившихся ранее численных расчётах [5,6] было обнаружено, что поведение плазмы в горячей области слабо меняется при варьировании T_x в широких пределах (от 3 до 30 эв); это указывает на не слишком существенное влияние пристеночных эффектов на модель в целом.

Что касается роли примесей, возникающих при испарении тонкого поверхностного слоя стенки, то их проникновение в горячую плазму с $\beta \gg 1$ оказывается сильно подавленным из-за выталкивания примесей ионной термосилой. Относящиеся сюда аналитические ^{и численные} результаты можно найти в работе [8].

4. Заключение

Основные выводы из приведенных результатов состоят в следующем:

Во-первых, характер процессов охлаждения плазмы с $\beta \gg 1$ в существенной мере определяется зависимостью $\chi(T)$: при классической температуропроводности важную роль играют конвекционный поток и (в некоторых случаях) тормозное излучение, а при боровской температуропроводности роль указанных эффектов несущественна и энергетическое время жизни плазмы может оцениваться по формуле (1).

Во-вторых, необходимый для выполнения критерия Лоусона энерговыклад в плазму оказывается не слишком большим ($\sim 10^5$ дж/см при не слишком ^{малых} оптических предположениях), что кажется приемлемым при полной длине сгустка плазмы до 10 м (ср. [9]). Тем самым возможность немагнитного удержания оказывается вполне реальной.

В дальнейшем представляет интерес рассмотреть роль возможной аксиальной несимметрии нагрева, а также более детально исследовать процессы в пристеночном слое.

Л и т е р а т у р а

- 1 Budker G. I. Proc. 6th Europ. Conf. on Plasma Physics and Contr. Fusion, 2, 136, Moscow, (1973).
- 2 Будкер Г.И., Мирнов В.В., Рютов Д.Д. Письма ИЭТФ 14 (1971) 320.
- 3 Векштейн Г.Е., ПМТФ 6 (1976) 31.
- 4 Брагинский С.И. "Вопросы теории плазмы", Атомиздат, Москва (1963) 183.

- 5 Chebotaeв P. Z., Ryutov D. D., Spector M. D., Vekstein G. E.
Proc. 6th Europ. Conf. on Plasma Physics and Contr. Fusion
1, Moscow (1973), 411.
- 6 Векштейн Г.Е., Рютов Д.Д., Спектор М.Д., Чеботаев П.З.,
ПМТФ 6 (1974) 3.
- 7 Арцимович Л.А., "Управляемые термоядерные реакции",
Физматгиз, Москва (1963).
- 8 Векштейн Г.Е., Рютов Д.Д., Чеботаев П.З., Физика плазмы
I 3 (1975) 401.
- 9 Рютов Д.Д., УФН II 6 (1975) 340.

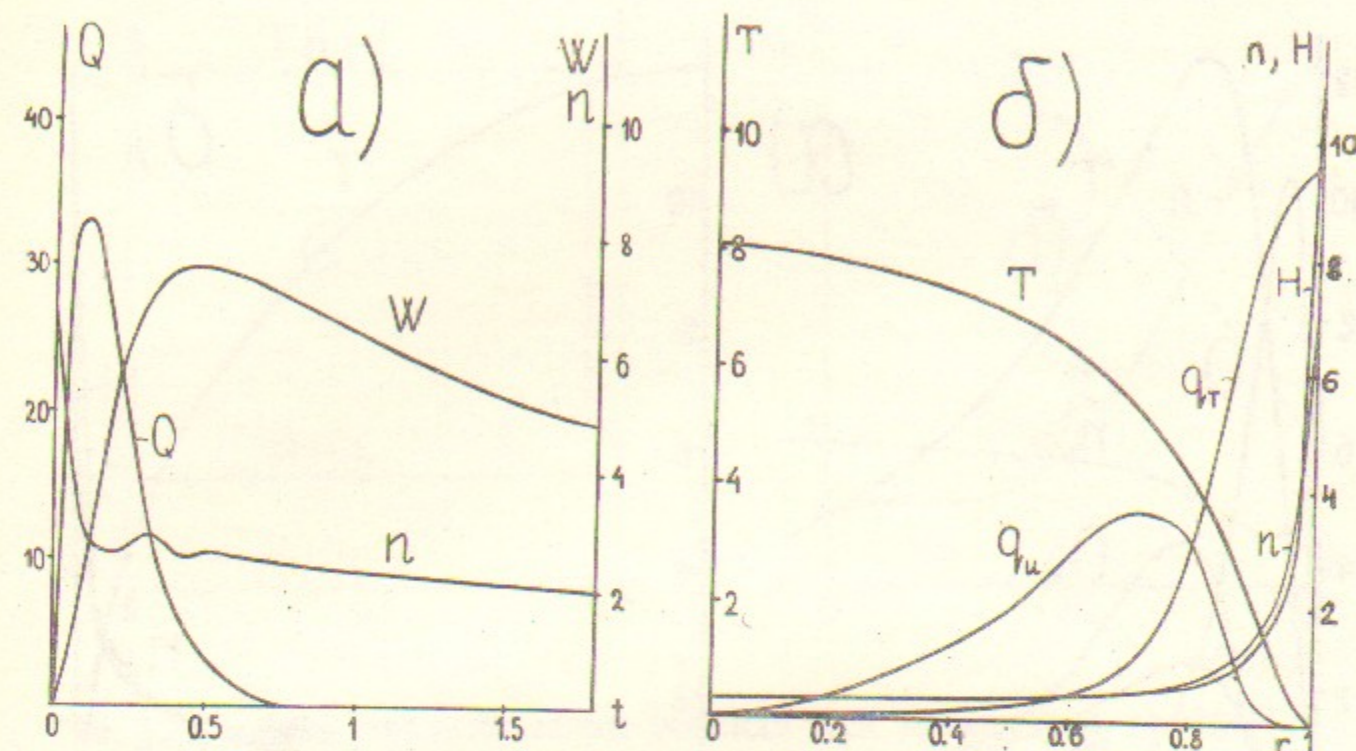


Рис. I. Немагнитное удержание плазмы при классических коэффициентах переноса.

- а) Зависимость от времени: мощности Q источника нагрева, отнесенной к единице длины плазменного столба; энергосодержания W единицы длины плазменного столба; плотности n на оси системы. Радиальное распределение плотности мощности нагрева дается формулой (2) с $S \propto [\exp(1-r^2/R^2) - 1]$. Единицы измерения: $t - 3,3 \cdot 10^{-6}$ сек, $n - 6 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $W - 4 \cdot 10^4$ дж/см, $Q - 1,1 \cdot 10^{10}$ вт/см. Значения n_0 и H_0 при $t = 0$ есть: $n_0 = 4 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $H_0 = 10^5$ гаусс, $R = 3,2$ см.
- б) Радиальные распределения параметров плазмы в момент $t = 1,1$, когда источник нагрева практически уже выключен. T - температура плазмы (в единицах $1,5 \cdot 10^3$ эв), n - плотность плазмы (в единицах $4 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$, H - напряженность магнитного поля (в единицах 10^5 гс), q - поток энергии (в единицах $3 \cdot 10^9$ вт/см), отнесенный к единице длины системы, проходящий через поверхность цилиндра радиуса r (q_u - конвективный поток энергии, q_T - поток тепла).

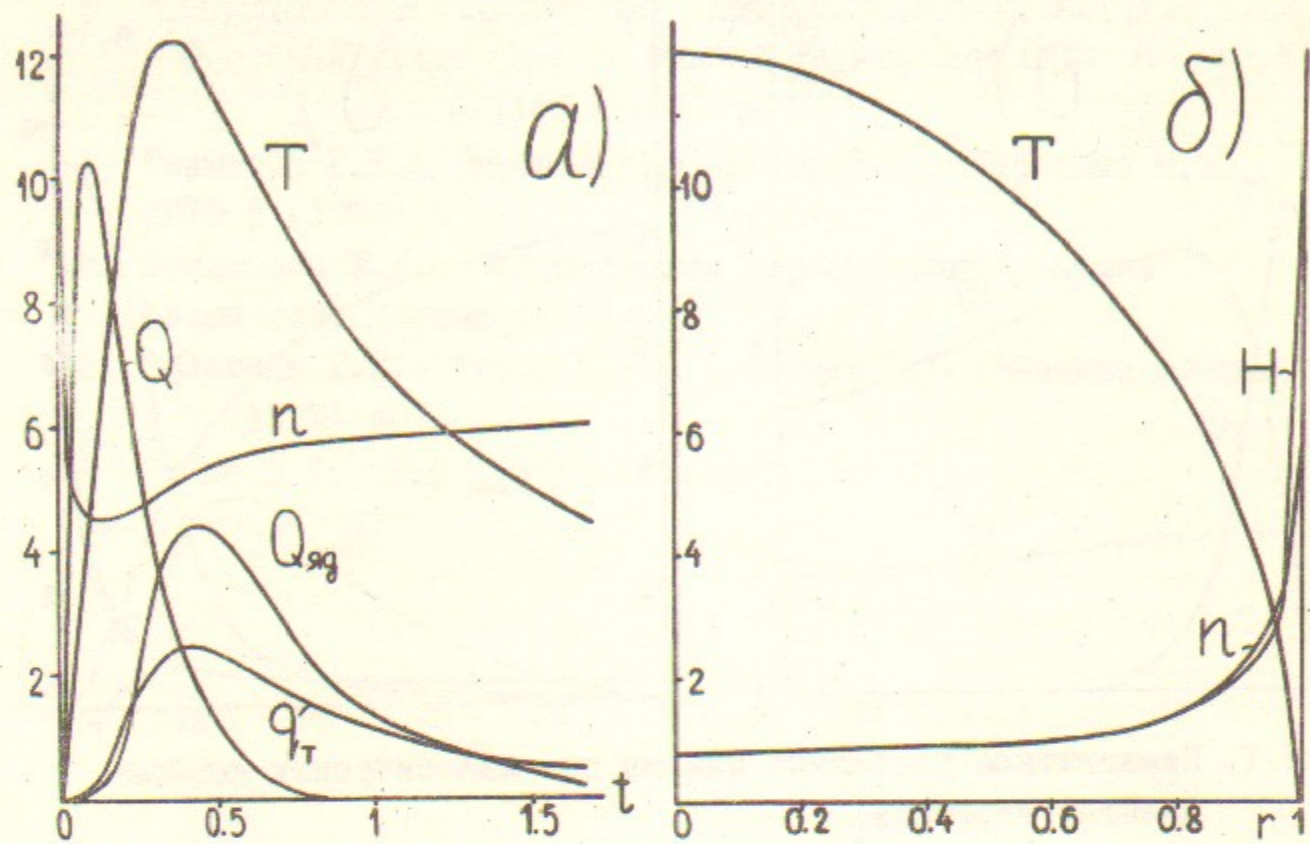


Рис.2. Немагнитное удержание плазмы при боровском коэффициенте теплопроводности.

- а) Зависимость от времени: мощности Q источника нагрева, мощности ядерного энерговыделения $Q_{яд}$, потока q_T тепла через стенку камеры (все величины отнесены к единице длины плазменного столба, единица измерения - $5,4 \cdot 10^8$ вт/см), плотности n и температуры T на оси системы (единицы измерения, соответственно, - 10^{17} см $^{-3}$ и 10^3 эв). Единица измерения t - $4 \cdot 10^{-4}$ сек.
- б) Радиальные распределения параметров плазмы в момент $t = 0,4$, когда температура на оси достигает максимума, n - плотность плазмы (в единицах $5 \cdot 10^{17}$ см $^{-3}$), T - температура плазмы (в единицах 10^3 эв), H - напряженность магнитного поля (в единицах $5 \cdot 10^4$ гс), радиус r отнесен к $R = 7,14$ см.

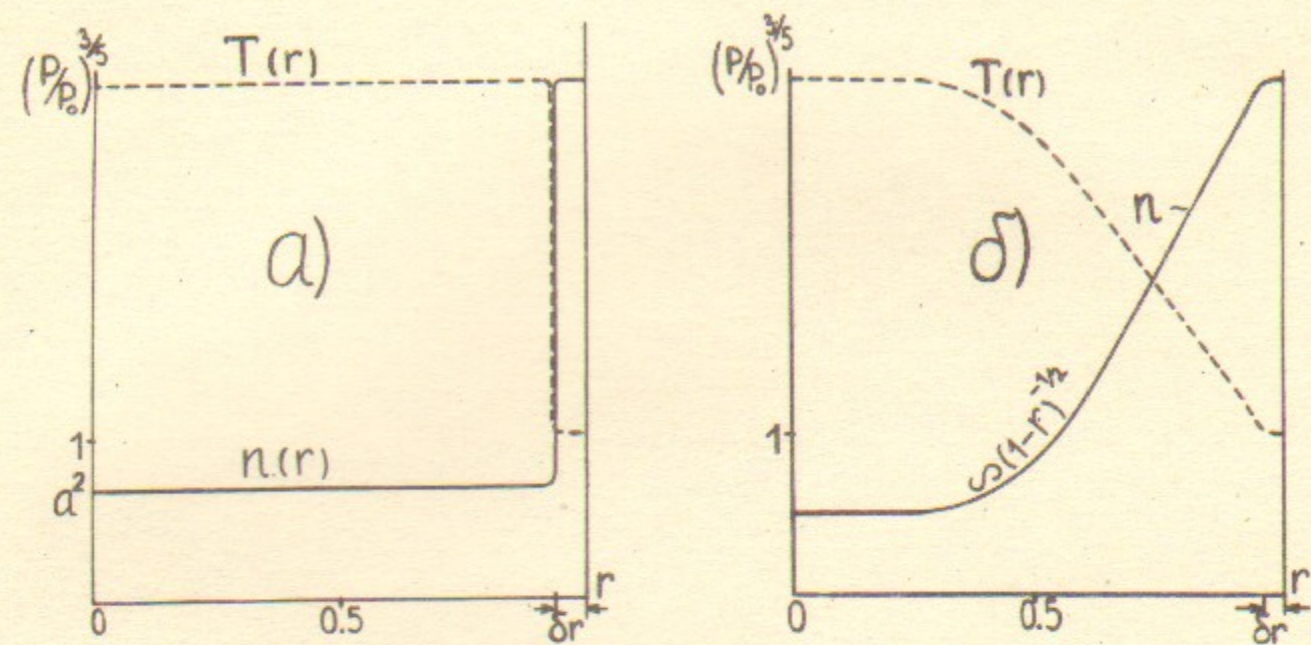


Рис.3. Графики аналитических решений для радиальных распределений $n(r)$ и $T(r)$, образующихся после нагрева плазмы с начальными параметрами n_0, T_0 пучком малой длительности. Плотность измеряется в единицах n_0 , температура нормирована на значение $T_0 (P/P_0)^{2/5}$, $P/P_0 \gg 1$ - отношение давления после нагрева к начальному давлению, r - радиус, отнесенный к R , a - положение пучка (в единицах R)

а) Нагрев пучком ступенчатой формы $S(r, t) = \begin{cases} g(t) & r < a \\ 0 & r > a \end{cases}$

Ширина пристеночного слоя $\delta r \sim (P_0/P)^{3/5} (1-a^2)$

б) Нагрев пучком с плавным профилем $S \propto [\exp(1-r^2)-1]$
 $\delta r \sim (P_0/P)^{6/5}$

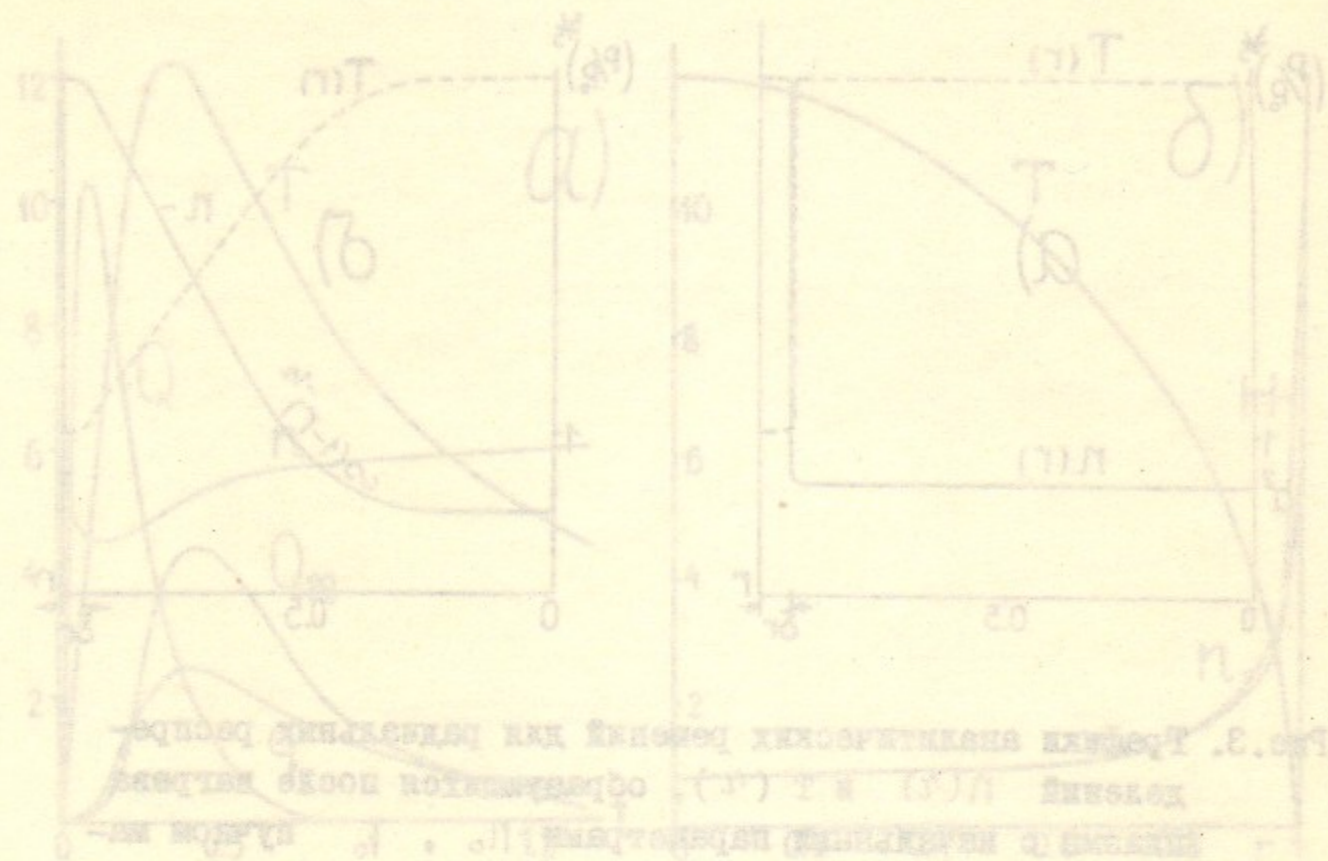


Рис. 3. Зависимость параметров от угла поворота. Кривые: α , β , γ , δ , ϵ , ζ , η , θ , I .

Значения параметров при $\alpha = 0$ и $\alpha = 90^\circ$ приведены в таблице 1.

Работа поступила - 13 октября 1976г.

Ответственный за выпуск - С.Г. ПОПОВ

Подписано к печати 14.10.76г. МН 03003

Усл. I, I печ. л., 0,9 учетно-изд.л.

Тираж 200 экз. Бесплатно

Заказ № 100

Отпечатано на ротарпринте ИЯФ СО АН СССР