

67

И Н С Т И Т У Т  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И ЯФ 76 - 103

Г.В.Ступаков

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ПЕРЕКРЫТИЯ  
ДИОДНОГО ПРОМЕЖУТКА ИОНАМИ  
В ПЛОСКОМ ДИОДЕ

Новосибирск

1976



ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ПЕРЕКРЫТИЯ ДИОДНОГО  
ПРОМЕЖУТКА ИОНАМИ В ПЛОСКОМ ДИОДЕ

Г.В.Ступаков

А Н Н О Т А Ц И Я

Приведены результаты численного решения нестационарной задачи о работе сильнооточного электронного диода при эмиссии в диодный промежуток ионов с анода. Исследован случай, когда все ионы одного сорта, а также случай, когда эмиттируются ионы с разными массами.

Возникающая в результате диода эмиссия ионов является источником ионов, эмиттируемых в диодный промежуток. Характерной особенностью является наличие в нем ионов анода, что имеет место в диодном промежутке анода  $d$ ,  $d = d_0 \left( \frac{M}{eU_0} \right)^{1/2}$ , где  $d_0$  - расстояние между катодом и анодом,  $M$  - масса иона (ионы считаются однозарядными). Не будут интересовать времена  $t < t_0$ , когда задача существенно нестационарна (отсчет  $t$  ведется с момента ионной эмиссии). При  $t > t_0$  диод переходит в стационарный режим работы со встречными электронами и ионами анода, аналитический анализ становится применимым к результатам работы [2]. Предполагается, что достаточно плотная плазма образуется на время, малое по сравнению с  $t_0$ , так что встречный ионный ток определяется эффектом пространственного заряда. Допущением это означает, что электрическое поле у поверхности анода должно определяться  $E = 4\pi n e d$ .



Часто для получения мощных электронных пучков используются так называемые плоские диоды, в которых катод и анод представляют собой диски радиуса  $R$ , существенно превышающего межэлектродный зазор  $a$ . Если собственным магнитным полем пучка можно пренебречь (например, когда диод помещен в сильное внешнее магнитное поле), то движение электронов в диоде одномерно. Задача определения стационарного тока, протекающего через такой диод, легко решается, и в нерелятивистском случае соответствующая зависимость дается хорошо известным "законом  $3/2$ ". Это решение нетрудно обобщить на релятивистские потенциалы [1] и, кроме того, включить в рассмотрение возможную эмиссию ионов с анода [2]. При этом по-прежнему предполагается, что диодный ток не зависит от времени. В настоящей работе приводятся результаты численного расчета нестационарной задачи о работе электронного диода в режиме, когда диодный промежуток заполняется ионами, эмиттируемыми с анода. Исследуется случай эмиссии ионов одного сорта, а также случай, когда эмиттируются ионы с разными массами.

#### I. Постановка задачи

Возникающая в результате <sup>РАБОТЫ</sup> диода анодная плазма является источником ионов, эмиттируемых в диодный промежуток. Характерный временной масштаб задачи  $\tau$  — это время пролета ионом межэлектродного зазора  $a$ ,  $\tau \sim a(M/e\varphi_0)^{1/2}$ , где  $\varphi_0$  — разность потенциалов между катодом и анодом,  $M$  — масса иона (ионы считаются однозарядными). Нас будут интересовать времена  $t \lesssim \tau$ , когда задача существенно нестационарна (отсчет  $t$  ведется с момента <sup>НАЧАЛА</sup> ионной эмиссии). При  $t \gg \tau$  диод переходит в стационарный режим работы со встречными электронным и ионным потоками; здесь становятся применимыми результаты работы [2]. Предполагается, что достаточно плотная плазма образуется за время, малое по сравнению с  $\tau$ , так что эмиттируемый ионный ток ограничивается эффектом пространственного заряда. Формально это означает, что электрическое поле у поверхности анода должно обращаться в нуль.



Существенное упрощение в решение задачи вносит малость параметра  $(m/M)$ ,  $m$  — масса электрона. Поскольку время пролета электроном диодного промежутка  $\tau_e \sim a(m/e\varphi_0)^{1/2}$  мало по сравнению с  $\tau$ , то для электронов можно пренебречь эффектами нестационарности. Это позволяет, в частности, выразить плотность электронов  $n_e(z, t)$  через потенциал  $\varphi(z, t)$  в точке  $z$

$$n_e = \frac{j_e}{ce} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{e\varphi}{mc^2} \right)^{-2} \right]^{-1/2} \quad (I.1)$$

где  $j_e = j_e(t)$  — плотность электронного тока,  $c$  — скорость света. Координата  $z$  отсчитывается от катода, потенциал катода принят равным нулю.

Плотность ионов  $n_i$  и их скорость  $v$  определяются из гидродинамических уравнений

$$\frac{dn_i}{dt} + \frac{d}{dz} n_i v = 0, \quad (I.2)$$

$$\frac{dv}{dt} + v \frac{dv}{dz} = - \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (I.3)$$

а потенциал  $\varphi$  подчиняется уравнению Пуассона, которое с помощью (I.1) записывается в виде

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = j_e \left\{ 1 - \left[ 1 + (\gamma - 1) \varphi \right]^{-2} \right\}^{-1/2} - n_i \quad (I.4)$$

Здесь (и в дальнейшем) используются безразмерные величины

$$\varphi \rightarrow \frac{\varphi}{\varphi_0}, \quad z \rightarrow \frac{z}{a}, \quad t \rightarrow \frac{t}{a} \sqrt{\frac{e\varphi_0}{M}}, \quad v \rightarrow v \sqrt{\frac{M}{e\varphi_0}},$$

$$n_{e,i} \rightarrow n_{e,i} \frac{4\pi e a^2}{\varphi_0}, \quad j_e \rightarrow j_e \frac{4\pi a^2}{c\varphi_0}, \quad \gamma = 1 + \frac{e\varphi_0}{mc^2}$$

Граничные условия к системе (I.2)-(I.4) имеют вид

$$\varphi|_{z=0} = 0, \quad \partial\varphi/\partial z|_{z=0} = 0, \quad (I.5)$$

$$\partial\varphi/\partial z|_{z=1} = 0, \quad (I.6)$$

$$\varphi|_{z=1} = 1. \quad (I.7)$$

Требование равенства нулю электрического поля в точках  $z = 0$ ; I соответствует предположению о бесконечной эмиссион-

ной способности катода и анода.

Если анодная плазма содержит ионы с разными массами, то они будут эмиттироваться в диодный промежуток в пропорции, определяемой компонентным составом анодной плазмы. Ниже, наряду со случаем однокомпонентной плазмы, рассматривается ситуация, когда плазма состоит из ионов двух сортов с отношением масс  $M$  и относительной концентрацией тяжелых ионов  $\alpha$ . Уравнения (I.2), (I.3) в этом случае нужно записать для каждой компоненты. С вычислительной точки зрения учет еще одного сорта ионов не представляет затруднений, поэтому при описании численного метода излагается только вариант с однокомпонентной плазмой.

Отметим, что в нерелятивистском пределе,  $\gamma - 1 \ll 1$  параметр  $\gamma$  можно исключить из системы (I.2)-(I.4), изменив единицу измерения  $j_e$ . Получающаяся система уравнений имеет универсальный вид, т.е. не содержит буквенных параметров.

## 2. Описание численного метода

Система уравнений (I.2)-(I.4) решалась численно на ЭВМ с помощью разновидности метода частиц в ячейках [3]. В соответствии с этим методом вводятся счетные частицы, моделирующие плоский слой ионов, движущихся как одно целое. Такая частица характеризуется величиной скачка  $\Delta E$ , который испытывает электрическое поле при переходе через ионный слой. Уравнения движения частицы

$$\frac{dv_i}{dt} = E_i(t), \quad \frac{dz_i}{dt} = v_i,$$

где  $E_i(t) = E(z_i(t), t)$ , аппроксимируются центрированной по времени разностной схемой второго порядка точности [3]:

$$z_i(t) = z_i(t - \Delta t) + \Delta t \cdot v_i(t - \frac{1}{2} \Delta t),$$

$$v_i(t + \frac{1}{2} \Delta t) = v_i(t - \frac{1}{2} \Delta t) + \Delta t \cdot E_i(t); \quad (2.1)$$

$\Delta t$  — временной шаг.

В начальный момент времени (момент образования анодной



плазмы) в точку  $z = 1$  помещается  $N$  счетных частиц. Электронный ток  $j_{e0}$  при  $t = 0$  и плотность  $n_e(z, 0)$  находятся в пренебрежении ионами из (1.1), (1.4), (1.5), (1.7). Величина  $\Delta E$  определяется из условия, чтобы возникшие ионы заэкранировали электрическое поле на аноде (условие (1.6)); поскольку поле на катоде тоже равно нулю, то

$$\Delta E = \frac{1}{N} \int_0^1 n_e(z, 0) dz.$$

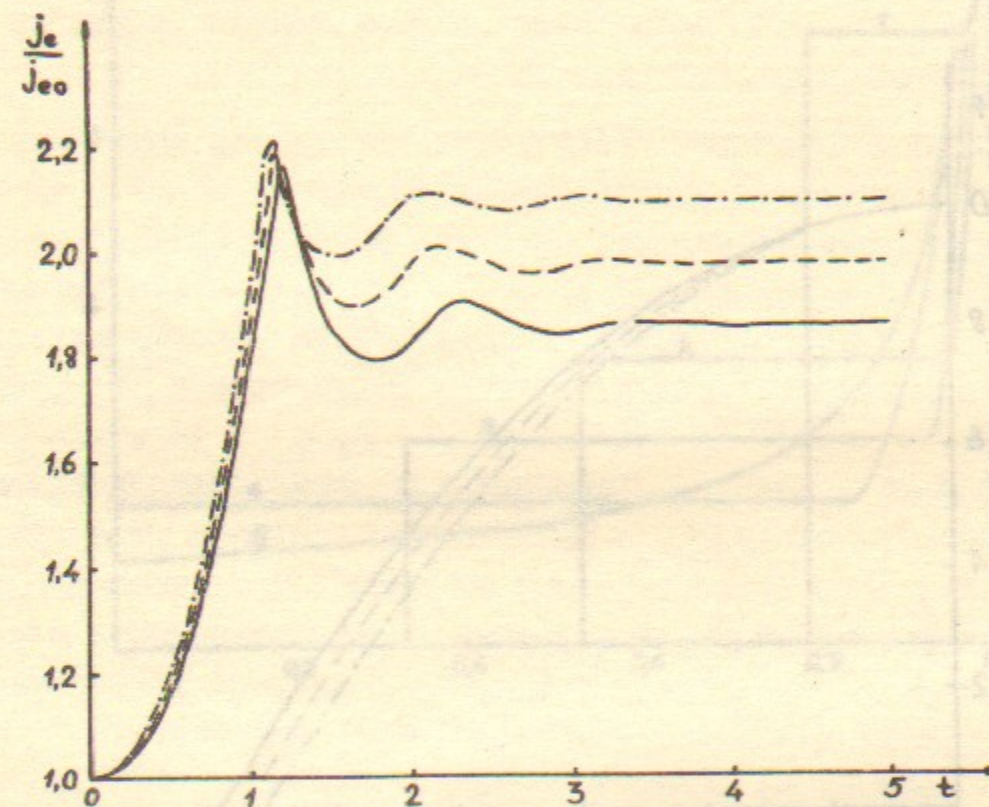
В дальнейшем вычисления идут в следующей последовательности. Для численного решения уравнения (1.4) интервал  $0 \leq z \leq 1$  разбивается на  $M$  ячеек. По известному распределению счетных частиц определяется плотность ионов в каждой ячейке. Затем решается уравнение (1.4) с начальными условиями (1.5) и перебором определяется такое значение  $j_e$ , чтобы удовлетворялось еще и условие (1.7). Частицы передвигаются на один временной шаг в соответствии с (2.1), и вылетевшие за границу интервала  $0 \leq z \leq 1$  исключаются из рассмотрения. Наконец, в последнюю ячейку добавляется (или удаляется) такое количество частиц, чтобы  $E|_{z=1}$  отличалось от нуля не более чем на  $\Delta E$  (с такой точностью удовлетворяется условие (1.6)). Затем вся процедура повторяется.

Поле, действующее на частицу  $i$ ,  $E_i(t)$ , определяется следующим образом. Оно представляется в виде суммы поля электронов и поля ионов в точке  $z_i$ . Последняя величина вычисляется точно (она равна произведению  $\Delta E$  на число частиц, находящихся между частицей  $i$  и катодом). Поле электронов находится линейной интерполяцией по значениям в ближайших узлах пространственной сетки.

Правильность вычислений проверялась путем изменения счетных параметров  $\Delta t, M, N$ , не влияющих на физическую постановку задачи. При их изменении в 2-3 раза результаты расчетов варьировались в пределах 1%. Типичные значения составляли  $\Delta t = 0,01, M = 200, N = 1200$ .

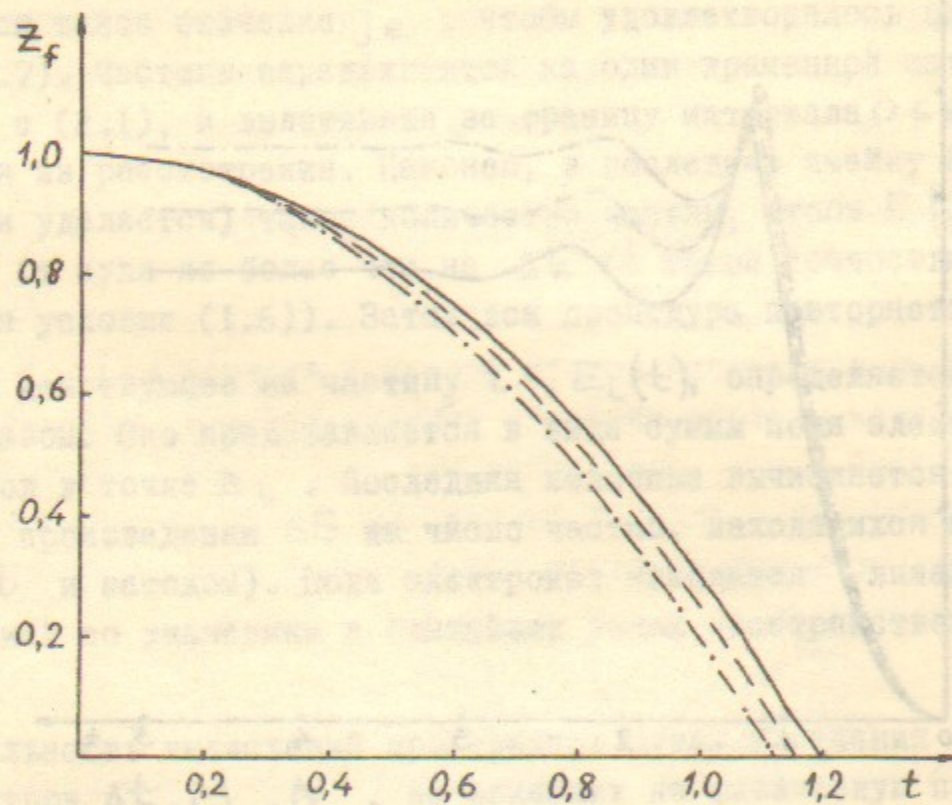
### 3. Результаты расчетов и их обсуждение

Основные результаты расчетов с однокомпонентной плазмой

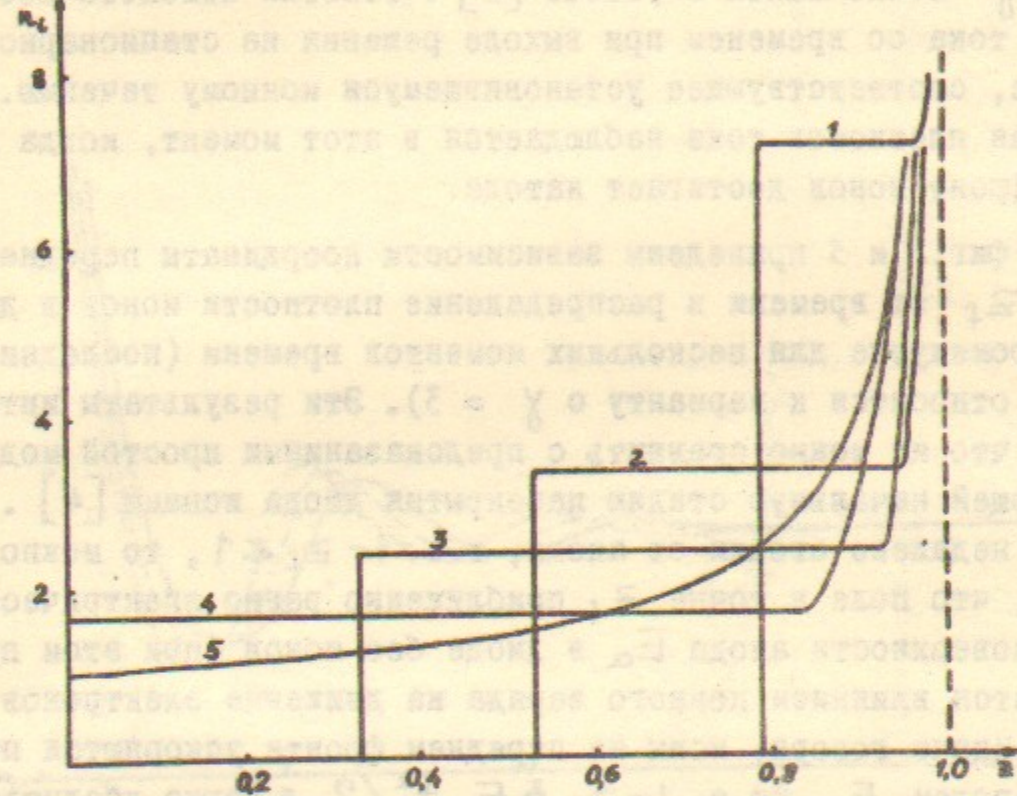


Фиг. 1.





Фиг.2.



Фиг.3. Распределение плотности ионов в диодном промежутке в различные моменты времени:

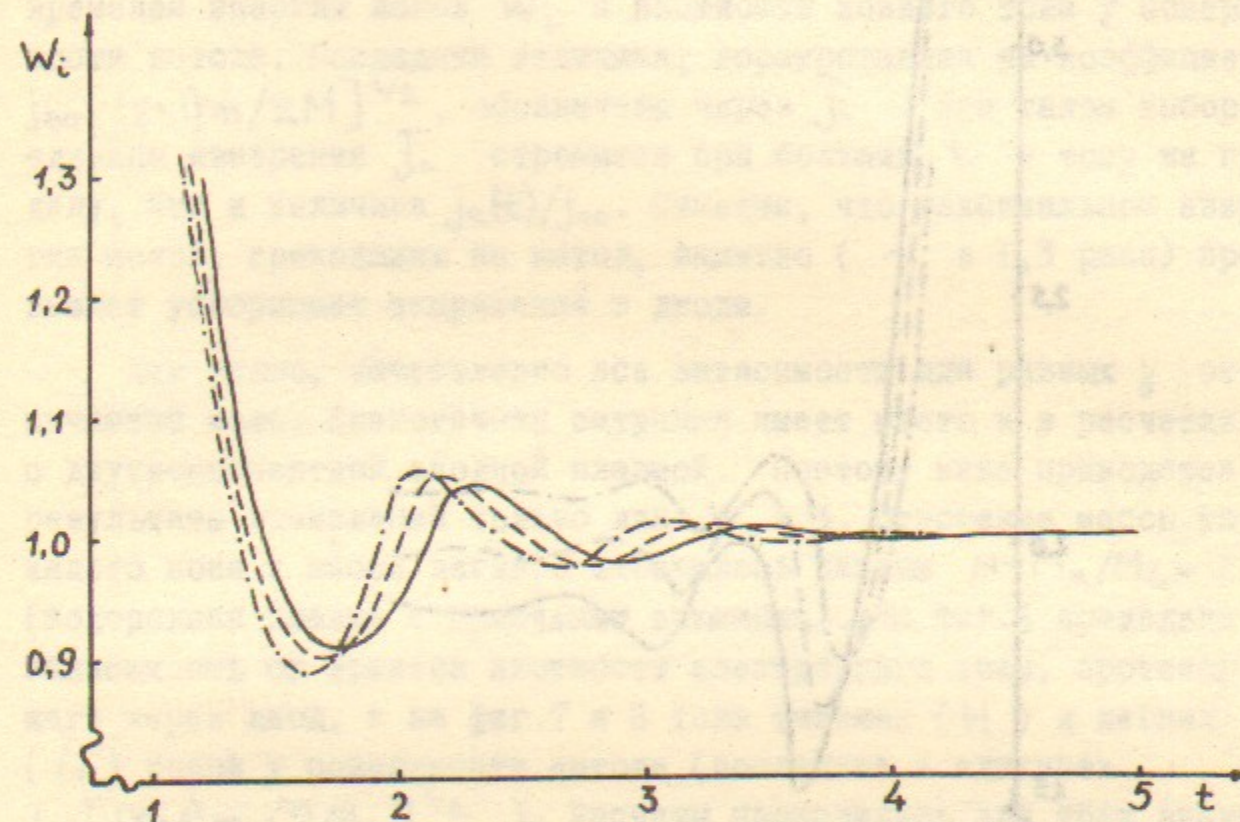
- 1 -  $t = 0,54$ ; 2 -  $t = 0,80$ ; 3 -  $t = 0,96$ ;
- 4 -  $t = 1,17$ ; 5 -  $t = 4,50$ .



приведены на фиг. I-5. Было просчитано три варианта с разными значениями  $\gamma$  : сплошная линия соответствует  $\gamma = 1,05$ , штриховая -  $\gamma = 3$ , штрих-пунктир -  $\gamma = 8$ . Решение с  $\gamma = 1,05$  с хорошей точностью описывает нерелятивистский предел системы (I.2)-(I.4).

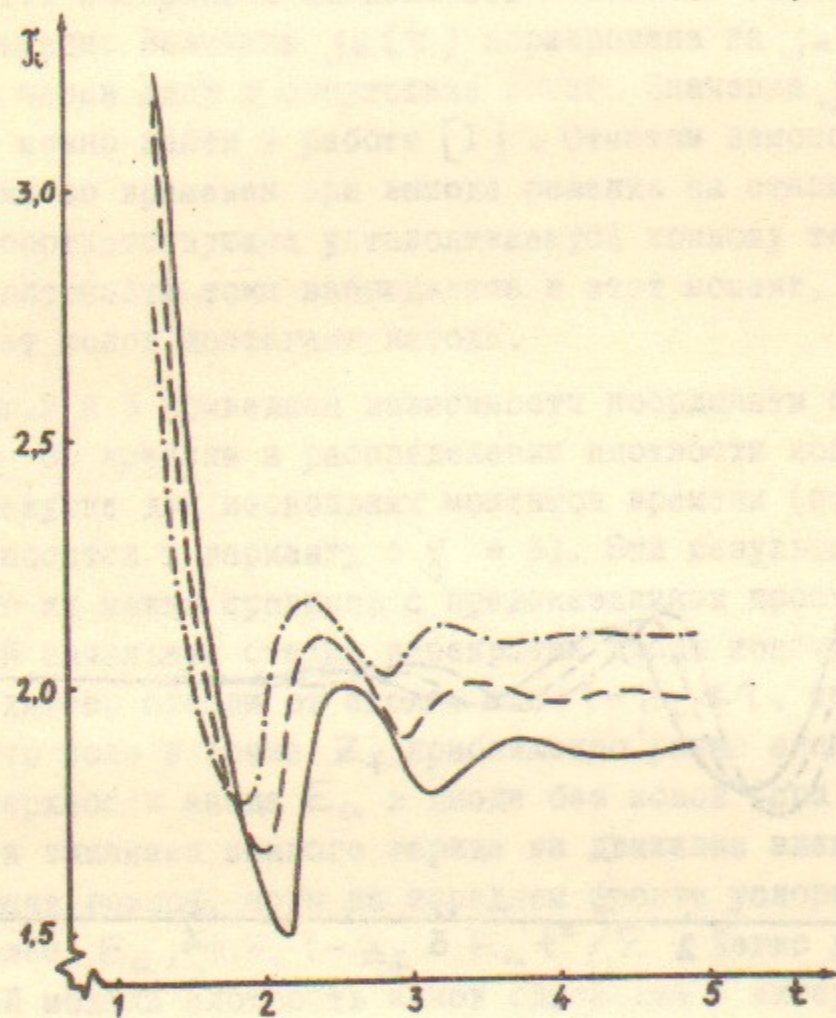
На фиг. I изображена зависимость плотности электронного тока от времени. Величина  $j_e(t)$  нормирована на  $j_{e0}$  - плотность тока через диод в отсутствие ионов. Значения  $j_{e0}$  для разных  $\gamma$  можно найти в работе [1]. Отметим немонотонное изменение тока со временем при выходе решения на стационарное значение, соответствующее установившемуся ионному течению. Максимальная плотность тока наблюдается в этот момент, когда передний фронт ионов достигает катода.

На фиг. 2 и 3 приведены зависимости координаты переднего фронта  $z_f$  от времени и распределение плотности ионов в диоде в промежутке для нескольких моментов времени (последний рисунок относится к варианту с  $\gamma = 3$ ). Эти результаты интересны тем, что их можно сравнить с предсказаниями простой модели, описывающей начальную стадию перекрытия диода ионами [4]. Если ионы недалеко отошли от анода, т.е.  $1 - z_f \ll 1$ , то можно считать, что поле в точке  $z_f$  приближенно равно электрическому полю у поверхности анода  $E_a$  в диоде без ионов (при этом пренебрегается влиянием ионного заряда на движение электронов в диоде). Иначе говоря, ионы на переднем фронте ускоряются постоянным полем  $E_a$ , т.е.  $1 - z_f = E_a t^2 / 2$ . Легко убедиться, что в такой модели плотность ионов однородна в интервале  $z_f < z < 1$  и в силу (I.6) равна  $n_i = E_a / (1 - z_f) = 2 / t^2$  (напоминаем, что мы всюду пользуемся безразмерными единицами). Из фиг. 3 видно, что при  $z > z_f$   $n_i$  действительно не зависит от  $z$  (за исключением области, непосредственно прилегающей к аноду), причем не только при  $z_f$  близких к единице, но также и при малых значениях  $z_f$ . Это же наблюдается и в вариантах с  $\gamma = 1,05; 8$ . Как показывает сравнение с результатами численного счета, полученные зависимости  $z_f(t), n_i(t)$ , (справедливые, строго говоря, только при  $1 - z_f \ll 1$ ) на самом деле тоже выполняются с хорошей точностью вплоть до момента прибытия ио-



Фиг. 4.





Фиг.5.

нов на катод. Например, для  $\gamma = 3$ ,  $E_a = 1,46$ , и согласно приведенным выше формулам первые ионы должны достигнуть катода в момент  $t_* = 1,17$  ( $Z_f(t_*) = 0$ ), а плотность однородной части ионов в этот момент составит  $n_i = 1,46$ . Результаты точного счета (фиг.2,3) дают не сильно отличающиеся значения:  
 $t_* = 1,16$ ,  $n_i = 1,67$ .

Наконец, на фиг.4 и 5 представлены графики изменения со временем энергии ионов  $W_i$  и плотности ионного тока у поверхности катода. Последняя величина, нормированная на коэффициент  $j_{e0} [(\gamma+1)m/2M]^{1/2}$ , обозначена через  $\tilde{j}_i$ . При таком выборе единицы измерения  $\tilde{j}_i$  стремится при больших  $t$  к тому же пределу, что и величина  $j_e(t)/j_{e0}$ . Отметим, что максимальная энергия ионов, приходящих на катод, заметно ( $\sim$  в 1,3 раза) превышает ускоряющее напряжение в диоде.

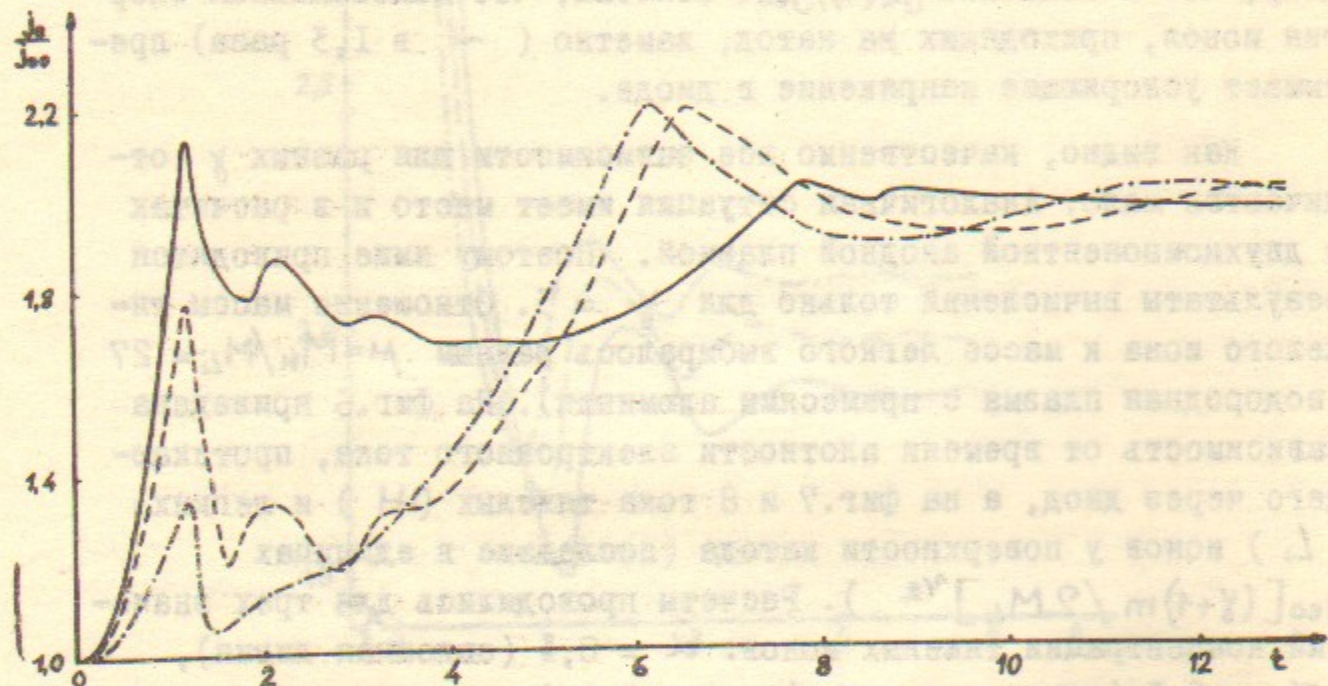
Как видно, качественно все зависимости для разных  $\gamma$  отличаются мало. Аналогичная ситуация имеет место и в расчетах с двухкомпонентной анодной плазмой. Поэтому ниже приводятся результаты вычислений только для  $\gamma = 3$ . Отношение массы тяжелого иона к массе легкого выбиралось равным  $\mu = M_H/M_L = 27$  (водородная плазма с примесями алюминия). На фиг.6 приведена зависимость от времени плотности электронного тока, протекающего через диод, а на фиг.7 и 8 тона тяжелых ( $H$ ) и легких ( $L$ ) ионов у поверхности катода (последние в единицах  $j_{e0} [(\gamma+1)m/2M_L]^{1/2}$ ). Расчеты проводились для трех значений концентрации тяжелых ионов:  $\alpha = 0,1$  (сплошная линия),  $\alpha = 0,5$  (штриховая линия),  $\alpha = 0,8$  (штрих-пунктир).

Используя неравенство  $\mu \gg 1$ , оценим условия, когда влиянием тяжелых ионов на работу диода можно пренебречь. Для этого необходимо, чтобы их плотность заряда  $n_{Hi} \sim j_{Hi}/e(e\phi_0/M_H)^{1/2}$  была мала по сравнению с  $n_{Li} \sim j_{Li}/e(e\phi_0/M_L)^{1/2}$ . Учитывая, что  $j_{Hi} \sim \alpha j_{Li}$ , найдем искомое условие:  $\alpha \leq \mu^{-1/2}$ . В наших расчетах  $\mu^{-1/2} \approx 0,2$  и рассмотренную ситуацию может иллюстрировать вариант с  $\alpha = 0,1$ . Однако и здесь влияние тяжелой компоненты, приводящее к уменьшению  $j_e$  при  $t = 3 + 7$ , заметно (ср. соответствующие кривые на фиг.6 и 1).



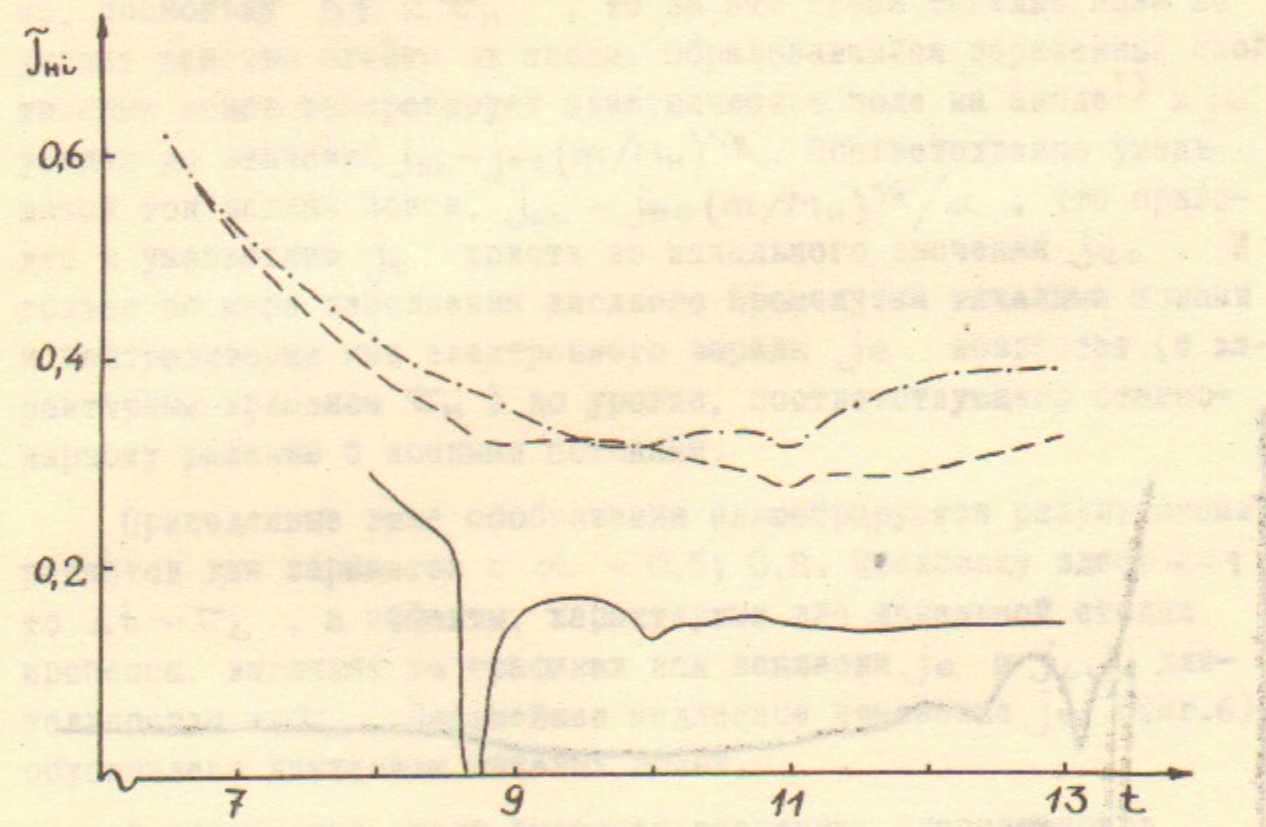
...  $\gamma = 1,17$  ...  $\beta = 1,16$  ...  $\alpha = 1,16$  ...

...  $\beta = 1,16$  ...  $\alpha = 1,16$  ...



Фиг.6.

...  $\beta = 1,16$  ...  $\alpha = 1,16$  ...



Фиг.7.

...  $\beta = 1,16$  ...  $\alpha = 1,16$  ...





Фиг.8.

В случае, когда  $\alpha \geq \mu^{1/2}$ , характер работы диода существенно меняется. Здесь влиянием тяжелых ионов можно пренебречь только на начальной стадии процесса. Действительно, с началом ионной эмиссии за время порядка  $\tau_L$  легкие ионы перекроют диодный промежуток и их плотность тока станет равной  $j_{Li} \sim j_{e0} (m/M_L)^{1/2}$ . Плотность тока тяжелых ионов будет равна  $j_{Hi} \sim \alpha j_{Li}$ , и через промежуток времени  $\Delta t \sim \tau_L / \alpha$  их заряд сравнится с зарядом электронов в диодном промежутке. Однако, поскольку  $\Delta t < \tau_H$ , то за это время тяжелые ионы не успеют заметно отойти от анода. Образовавшийся заряженный слой тяжелых ионов заэкранирует электрическое поле на аноде<sup>1)</sup> и  $j_{Hi}$  упадет до значения  $j_{Hi} \sim j_{e0} (m/M_H)^{1/2}$ . Соответственно уменьшится ток легких ионов,  $j_{Li} \sim j_{e0} (m/M_H)^{1/2} / \alpha$ , что приведет к уменьшению  $j_e$  вплоть до начального значения  $j_{e0}$ . И только по мере заполнения диодного промежутка тяжелыми ионами и нейтрализации ими электронного заряда  $j_e$  возрастет (с характерным временем  $\tau_H$ ) до уровня, соответствующего стационарному решению с ионными потоками.

Приведенные выше соображения иллюстрируются результатами расчетов для вариантов с  $\alpha = 0,5; 0,8$ . Поскольку здесь  $\alpha \sim 1$ , то  $\Delta t \sim \tau_L$ , и эффекты, характерные для начальной стадии процесса, выглядят на графиках как всплески  $j_e$  и  $j_{Li}$ , длительностью  $\sim \tau_L$ . Дальнейшее медленное изменение  $j_e$  (Фиг.6) обусловлено движением тяжелых ионов.

В заключение автор выражает искреннюю благодарность Д.Д.Рютову, по инициативе которого была выполнена эта работа, за полезные обсуждения.

Работа поступила - 13 мая 1976 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Жуков

Подписано в печать 29.1.1976 г. № 03014

1) Отметим, что при этом может стать существенным учет теплового расширения анодной плазмы. Если скорость расширения достаточно велика, то плазма может перекрыть тонкий слой тяжелых ионов, нейтрализовав их заряд. Поэтому описываемая картина, строго говоря, имеет место, если анодная плазма достаточно холодная.



Л и т е р а т у р а

1. Ivey H.F. J. Appl. Phys., 23, 208 (1952).
2. Игнатенко В.П. ЖТФ, 32, 1428 (1962).
3. Морз Р. В кн. "Вычислительные методы в физике плазмы", М., "Мир", 1974 г., стр.213.
4. Goldstein S.A., Lee R. Phys. Rev. Lett., 35, 1079 (1975).

Работа поступила - 13 июля 1976 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ  
Подписано к печати 29.X-1976г. МН 03014  
Усл. I, I печ.л., 0,9 учетно-изд.л.  
Тираж 150 экз. Бесплатно  
Заказ №103.

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР