6

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 76 - 11

А.З.Паташинский, Б.И.Шумило

О ПОВЕДЕНИИ СИСТЕМЫ В ОКРЕСТНОСТИ ПОЛИКРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ

Новосибирск
1976

АННОТАЦИЯ

Найдены термодинамические свойства и корреляторы системы вблизи поликритической точки. Показано существование областей с различными масштабными свойствами.

О ПОВЕДЕНИИ СИСТЕМЫ В ОКРЕСТНОСТИ ПОЛИКРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ

А.З.Паташинский, Б.И.Шумило

На линиях фазовых переходов II рода / λ -линии/ в термодинамической плоскости значения критических индексов Δ проиеизменны. Лишь в особых точках λ -линий / μ -точки/ происходит скачкообразное изменение критических индексов. Примером может служить трикритическая точка, предсказанная Ландау [1]. Недавно было показано существование μ -точек в системах полей в пространстве $4-\epsilon$ измерений при $\epsilon \to 0$ [2]. Цель нашей заметки - описать особенности термодинамического поведения системы вблизи μ -точки.

Для математического описания удобна запись гипотезы подобия на языке ренормгруппы [3]. Параметр упорядочения $\varphi(x)$, сглаженный до масштаба $\lambda = e^{\xi}$, имеет вероятность W конфигурации $\{\varphi(x)\}$ вида $W\{\varphi\} \sim e^{-H_\xi}$. Гамильтониан $H_\xi\{\varphi\}$ при ренормгрупповых преобразованиях подчинен уравнению

$$\frac{\partial H}{\partial \xi} = F\{H\}. \qquad /I/$$

При $\xi \to \infty$ согласно гипотезе подобия $H_\xi \to H^*$, $F\{H^*\} = 0$, причем в зависимости от начальной точки H_{ξ_0} при $\xi = \xi_0$ по условиям задачи получается одна из неподвижных точек $H^*_{(\mu)}, H^*_{(\lambda)}, H^*_{i}, \dots$, соответствующая μ -точка, λ -линии, или конечному радиусу корреляции r_c. Начальный гамильтониан определяется точкой в термодинамической плоскости (τ, p). Гамильтониан, близкий к гамильтониану $H^*_{(\mu)}$ в μ-точке, запишем в виде

$$H_\xi = H^*_{(\mu)} + \sum h_i(\xi)\gamma_i\{\varphi\}; \qquad /2/$$

вид величин $\gamma_i\{\varphi\}$, имеющих определенные масштабные размерности Δ_i, определяется гамильтонианом $H^*_{(\mu)}$. Считая h_i малыми, получим в линейном по h приближении из /I/

$$\frac{\partial h_i}{\partial \xi} = -\Delta_i h_i; \; h_i(\xi) = h_i(0)e^{-\Delta_i\xi} = h_i(0)\lambda^{-\Delta_i}. \qquad /3/$$

В уравнении /3/ за единицу длины принят масштаб a /обычно порядка нескольких межатомных расстояний/, для которого можно с достаточной точностью использовать запись /2/. Величины $h_i(0)$ зависят от точки (τ,ρ) термодинамической плоскости. Возмущения h_i, для которых $\Delta_i > 0$, затухают при $\lambda \to \infty$ и не опасны. Возмущения с $\Delta_i < 0$ растут с ростом λ и приводят, вообще говоря, к другим точкам H^* при $\lambda \to \infty$, при этом при достаточно больших λ справедливость линейного приближения /3/ нарушится. Рассмотрим возмущение, смещающее систему из μ-точки вдоль λ-линии $h_\lambda\gamma_\lambda\{\varphi\}$ и возмущение, приводящее к конечному τ_c, $h_\tau\gamma_i\{\varphi\}$, обозначим $h_\lambda(0) \equiv S(\tau,\rho)$, $h_\tau(0) \equiv \theta(\tau,\rho)$. Вблизи μ-точки

$$S = A\tau + B\rho, \qquad /4/$$
$$\theta = C\tau + D\rho.$$

В μ-точке $S=0$, $\theta=0$, $H_\xi \to H^*_\mu$. Для малого S

$H \simeq H^*_{(\mu)}$ при $S\lambda^{-\Delta_s} \ll 1$. При $\lambda \sim \tau_\rho(S)$,

$$\tau_\rho(S) \sim |S|^{-1/|\Delta_s|}, \quad (\Delta_s < 0), \qquad /5/$$

происходит существенное изменение H_ξ, и при $\lambda \gg \tilde{\tau}_\rho(S)$ $H \simeq H^*_{(\lambda)}$. Мы предполагаем, что $\tilde{\tau}_\rho \sim \tau_\rho$, т.е. что область перехода от режима вблизи $H^*_{(\mu)}$ к режиму $H^*_{(\lambda)}$ не вносит какой-либо новой величины размерности длины.

Описанной выше эволюции гамильтониана H_ξ, т.е. функции распределения $w \sim e^{-H_\xi}$, соответствует следующее поведение корреляторов. Рассмотрим, для определенности, коррелятор $G(\tau)$ параметра $\varphi(\tau)$. В μ-точке

$$G(\tau) = \langle\varphi(\tau)\varphi(0)\rangle - \langle\varphi\rangle^2; \; G(\tau) \sim \tau^{-2\Delta_{\mu\varphi}}, \; \tau \gg 1, \qquad /6/$$

где $\Delta_{\mu\varphi}$ - масштабная размерность поля φ по отношению к $H^*_{(\mu)}$, т.е. в μ-точке. При малых $S \neq 0$, $\theta = 0$ асимптотика /6/ сохранится при $1 \ll \tau \ll \tau_\rho(S)$. При $\tau \gg \tau_\rho$ получим

$$G(\tau) \sim \tau_\rho^{2(\Delta_{\lambda\varphi} - \Delta_{\mu\varphi})}\tau^{-2\Delta_{\lambda\varphi}}, \qquad /7/$$

где $\Delta_{\lambda\varphi}$ - размерность $\varphi(\tau)$ по отношению к $H^*_{(\lambda)}$, т.е. на λ-линии. В формуле /7/ использованы соображения сшивки при $\tau \sim \tau_\rho$ и предположение о единственном размере $\tau_\rho(S)$. Существенно, что и на λ-линии вблизи μ-точки, при $S \ll 1$, существует область, где корреляторы сохраняют поведение μ -точки, и что в картине флуктуаций появился новый радиус поликритических корреляций $r_p(S)$. Если еще и $\theta \neq 0$, то появляется обычный радиус корреляции $r_c(\theta)$

$$r_c(\theta) \sim |\theta|^{-\frac{1}{|\Delta_\theta|}} \qquad /8/$$

Введем масштабно-безразмерную величину

$$P = \theta S^{-\frac{\Delta_\theta}{\Delta_s}} \qquad /9/$$

При $P \gg 1$ $r_c \gg r_p$. В этом случае поведение термодинамических величин такое же, как и в μ -точке. При $S = const$ поведение корреляторов и термодинамических величин для $P \ll 1$ соответствует λ -линии, величина r_p играет при этом роль "микроскопической" длины. Если же изменяется и S, то происходит изменение корреляторов в области $r_p < r < r_c$, где они и при $\theta \neq 0$ описываются формулой вида /7/. Термодинамические величины выражаются через S и θ из соображений масштабной размерности с точностью до функций от P, асимптотики которых при $P \to 0$ и $P \to \infty$ легко получить. Например, для теплоемкости C

$$C = \theta^{-\alpha_\mu} f(P),$$

$$\lim_{P \to \infty} f(P) = const\,; \quad f(P) \to const\, P^{\alpha_\mu - \alpha_\lambda}, \quad P \to 0; \qquad /10/$$

где α_μ и α_λ - критические индексы теплоемкости в μ -точке и на λ -линии. Отметим, что на самой λ -линии $(\theta \to 0)$ теплоемкость сингулярна: $C \sim A(S)\theta^{-\alpha_\lambda}$, причем коэффициент $A(S)$

сингулярен в μ -точке

$$A(S) \sim S^{\frac{\Delta_\theta}{\Delta_s}(\alpha_\lambda - \alpha_\mu)} \qquad /11/$$

Таким образом, в окрестности μ -точки имеются области с различными свойствами, граница между этими областями расположена около линии $P = const$, или

$$\theta = const \cdot S^{\frac{\Delta_\theta}{\Delta_s}} \qquad /12/$$

В качестве примера рассмотрим трикритическую точку. Гамильтониан $H^*_{(\mu)}$ в этом случае есть гамильтониан свободного поля [4]. Величины γ_i выражаются через нормальные произведения:

$$h_\theta \gamma_\theta = \theta \int :\varphi^2(x): dx\,; \quad h_\lambda \gamma_\lambda = S \int :\varphi^4(x): dx\,;$$

$$h_6 \gamma_6 = g \int :\varphi^6(x): dx\,. \qquad /13/$$

Возмущение h_6 затухает в пространстве более чем трех измерений, а в трехмерном пространстве приводит к логарифмическим поправкам, обсуждение которых выходит за рамки нашей заметки. Размерности для свободного поля известны [4]. Вычисление методом ϵ -разложения в младшем порядке иллюстрируют приведенные выше формулы и, в частности, существование одной величины $r_p(S)$.

Описанные выше свойства могут затруднить интерпретацию экспериментальных данных при их недостаточной точности и привести к ошибочным заключениям.

Литература

I. Л.Д.Ландау, ЖЭТФ, 7, I9, /I937/

2. M.E. Fisher. Rev. Mod. Phys., 46, 597, /I974/

И.Ф.Люксютов, В.Л.Покровский, Письма в ЖЭТФ, 2I, 22, /I975/

3. F.J. Wegner. Phys. Rev. B, 5, 4529,/I972/

4. А.З.Паташинский, В.Л.Покровский, Флуктуационная теория фазовых переходов, М., Наука, I975

Работа поступила - 27 января I976 г.

Ответственный за выпуск Г.А.СПИРИДОНОВ
Подписано к печати 2.-II-I976г. МН 02628
Усл. 2,6 печ.л., тираж I50 экз.
Заказ № II

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР