

И Н С Т И Т У Т ¹⁹
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 76 - 36

В.А.Таюрский

РАСЧЕТ КОНВЕРСИИ ЭЛЕКТРОНОВ
В ПОЗИТРОНЫ ПРИ ЭНЕРГИИ 0,2-2 ГэВ

Новосибирск

1976

В.А.Таурский

Расчёт конверсии электронов в позитроны при
энергии 0,2 - 2 ГэВ.

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе методом Монте-Карло рассчитаны спектры, а также средние величины $\langle x^2(E_-, E_+, T) \rangle$, $\langle \theta_x^2(E_-, E_+, T) \rangle$, $\langle x\theta_x(E_-, E_+, T) \rangle$ для позитронов, получаемых конверсией электронов с энергией $E_- = 0,2 - 2$ ГэВ на вольфрамовых мишенях толщиной $T = 0,5 - 3,5 X_0$. Расчёты проведены для энергий позитронов $5 \text{ МэВ} \leq E_+ \leq 0,5 E_-$. Результаты вычислений позволяют рассчитывать оптимальные условия конверсии с учётом захвата позитронов в заданный фазовый объём и величину захваченного позитронного тока

Введение

Получение интенсивных позитронных пучков является актуальным для установок со встречными $e^- - e^+$ пучками, а также для ряда других физических задач. Позитронные пучки получают с помощью конверсии электронов на тяжёлых мишенях (например, из вольфрама, тантала), обладающих достаточно малой величиной радиационной единицы длины. Последнее существенно для получения пучка с минимальным поперечным эмиттансом \mathcal{E}_+ . На выходе из конвертера пучок e^+ обычно имеет угловой и пространственный размеры, отличные от размеров, характеризующих поперечные аксептансы накопителя \mathcal{E}_x и \mathcal{E}_z . Для расчёта собирающей позитроны магнитной системы, канала для транспортировки позитронов, согласования \mathcal{E}_+ с \mathcal{E}_x и \mathcal{E}_z и числа захватываемых в накопитель позитронов, необходимы данные об энергетических спектрах позитронов, а также о величине и форме эмиттанса пучка.

В рассматриваемой области энергий (0,2 - 2 ГэВ) существуют отдельные измерения спектров $\frac{d^2N_+}{dE_+d\Omega}$ [1-3]. В монте-карловских расчётах $e-\gamma$ ливней в свинце [4-6] получены суммарные характеристики электронов и позитронов каскада. С помощью этих данных можно лишь приближённо оценить $\frac{dN_+}{dE_+}$ и \mathcal{E}_+ позитронов.

В настоящей работе методом Монте-Карло рассчитаны спектры позитронов, а также средние значения $\langle x^2 \rangle$, $\langle \theta_x^2 \rangle$, $\langle x\theta_x \rangle$ угловых и пространственных распределений позитронов при начальных энергиях $E_+ = 0,2; 0,5; 1; 2$ ГэВ для вольфрамовых мишеней толщиной $T = 0,5 - 3,5 X_0$ (здесь и далее длины даются в радиационных единицах длины; для вольфрама $1 X_0 = 0,35$ см [7]). Расчёты выполнены с помощью программы [8], подвергшейся некоторым усовершенствованиям. Программа расчёта в основных чертах совпадает с программами, описанными в [4-6]. В ней учтены процессы: 1) тормозного излучения по формуле Бете-Гайтлера [9] с учётом экранирования и кулоновской поправки [10]; 2) рождения пар по формуле Бете-Гайтлера [9] с учётом экранирования и кулоновской поправки [11]; 3) комптоновского рассеяния [12]; 4) аннигиляции позитронов [12]; 5) многократного рассеяния по упрощённому варианту [13] теории Нигэма и др. [14]; 6) потерь энергии на

ионизацию [15] с учётом эффекта плотности [16]. В 1), 2) углы между импульсами вторичных частиц и первичных не учитывались. Вместе с 6) учитывались потери энергии заряженных частиц на излучение тормозных квантов с $E_\gamma < m_e c^2$ (где m_e — масса электрона, c — скорость света), при которой обрезался интеграл при вычислении полного сечения тормозного излучения. В работе проведено сравнение спектров позитронов $\frac{d^2 N_+}{dE_+ d\Omega}$ под углом $\theta = 0^\circ$ с результатами измерений [1-3]. В качестве начальных условий принималось, что точечный пучок электронов нормально падает на поверхность широкого конвертера.

Спектры позитронов

Расчёты спектров позитронов, а также величин $\langle x^2 \rangle$, $\langle \theta_x^2 \rangle$, $\langle x\theta_x \rangle$ производились для энергий позитронов $5 \text{ МэВ} \leq E_+ \leq E_-/2$. При вычислениях проводилось усреднение результатов по интервалу энергий $\Delta E_+ \approx 0,3 \langle E_+ \rangle$. Расчёты при различных энергиях E_- выполнялись для мишеней толщиной от $T = 0,5 X_0$ до $T \approx T_{\text{max}}(E_-)$ (см. (1)) через $\Delta T = 0,5 X_0$. На рис. 1-4 приводятся проведённые в пределах статистических погрешностей по расчётным гистограммам кривые спектров $E_+ \frac{dN_+}{dE_+}$ при $E_- = 0,2; 0,5; 1; 2 \text{ ГэВ}$ для различных T .

На рис. 5 даны кривые числа позитронов всех энергий $N_+(E_+ > m_e c^2)$ на один падающий электрон, выходящих из мишени в зависимости от её толщины. Кривые получены приближённым интегрированием расчётных спектров. Толщина конвертера, при которой выход максимален с ошибкой менее 10% аппроксимируется выражением:

$$T_{\text{max}}(E_-) = 0,51 \ell_n E_- - 0,6 \quad (X_0) \quad (1)$$

где E_- — энергия электронов в МэВ, $200 \leq E_- \leq 2000 \text{ МэВ}$. Доля низкоэнергетических позитронов в спектре растёт с увеличением толщины мишени, а $N_+(E_+ > m_e c^2)$ определяется в основном низкоэнергетической частью спектра. Поэтому, определяемая (1) величина $T_{\text{max}}(E_-)$ даёт предельный размер, до которого имеет смысл варьировать толщину мишени для достижения оптимальных условий конверсии при любых энергиях позитронов E_+ . Поперечный эмиттанс позитронного пучка возрастает с толщиной конвертера.

Поэтому, если $\epsilon_+(T_{\text{max}}) \gg \epsilon_x, \epsilon_z$ то максимальное число захватываемых в накопитель позитронов может обеспечиваться при толщине конвертера $T < T_{\text{max}}$ (если начальный пучок электронов имеет фазовый объём $\epsilon_0 \gg \epsilon_+$, его нужно учитывать в ϵ_+ при расчёте оптимальных условий конверсии).

Среднеквадратичные размеры пучка позитронов

Величины $\langle x^2 \rangle, \langle \theta_x^2 \rangle, \langle x\theta_x \rangle$ необходимы для расчётов фазового эллипса позитронного пучка и коэффициента захвата позитронов в накопитель [17]. Величина x — проекция на ось x пространственного отклонения позитрона, а величина угла θ_x определяется соотношением: $\tan \theta_x = v_x/v_z$, где v_x, v_z — компоненты скорости позитрона (начальный пучок электронов направлен по оси z). При гауссовом распределении по x, θ_x нормированная на 1 функция распределения позитронов имеет вид:

$$\frac{d^2 N_+}{dx d\theta_x} = \frac{1}{\pi \epsilon_+} \exp \left\{ -2 \frac{\langle \theta_x^2 \rangle}{\epsilon_+^2} x^2 + 4 \frac{\langle x\theta_x \rangle}{\epsilon_+^2} x\theta_x - 2 \frac{\langle x^2 \rangle}{\epsilon_+^2} \theta_x^2 \right\} \quad (2)$$

где среднеквадратичный эмиттанс пучка позитронов ϵ_+ определён как

$$\epsilon_+ = 2 \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle \theta_x^2 \rangle - \langle x\theta_x \rangle^2} \quad (3)$$

При определении эмиттанса (3) в фазовый эллипсо

$$\gamma x^2 + 2\alpha x\theta_x + \beta \theta_x^2 \leq \epsilon_+ \quad (4)$$

где $\gamma = 2 \langle \theta_x^2 \rangle / \epsilon_+, \alpha = -2 \langle x\theta_x \rangle / \epsilon_+, \beta = 2 \langle x^2 \rangle / \epsilon_+$

попадает ~63% частиц. Среднее расстояние от конца конвертера места рождения выходящих из мишени частиц приближённо определяется условием исчезновения корреляции $\langle (x - \ell \theta_x) \theta_x \rangle = 0$, что даёт:

$$\ell = \langle x\theta_x \rangle / \langle \theta_x^2 \rangle \quad (5)$$

Анализ угловых и пространственных распределений позитронов показал, что они несколько уже гауссовых (с расчётными $\langle x^2 \rangle, \langle \theta_x^2 \rangle$) в центральной части и шире на хвостах, но в фазовый объём $\pi \epsilon_+$ попадает примерно столько же частиц, как и при гауссовом распределении (2). В таблицах 1-3 приведены соответственно средние значения $\langle x^2 \rangle, \langle \theta_x^2 \rangle, \langle x\theta_x \rangle$. В каждой клетке таблицы даны значения, отвечающие четырём начальным энергиям: $E_- = 0,2; 0,5; 1; 2 \text{ ГэВ}$ (сверху-вниз).

Таблица I. Величина $\langle x^2 \rangle (X_0^2)$ в зависимости от E_+ , T для $E_- = 0, 2; 0, 5; 1; 2$ ГэВ.

E_+ T	5	10	20	50	100	200	500	1000
0,5	0,0080 0,0030 0,0027 0,0027	0,0027 0,0016 0,0022 0,0019	0,00095 0,00080 0,00090 0,00092	0,00030 0,00020 0,00020 0,00020	0,000160 0,000070 0,000047 0,000043	- 0,000035 0,000020 0,000011	- 0,000068 0,000025 0,0000011	- - - 0,0000011
I	0,019 0,012 0,017 0,021	0,0110 0,0096 0,0110 0,0090	0,0052 0,0055 0,0045 0,0048	0,0022 0,0015 0,0011 0,0013	0,00110 0,00054 0,00036 0,00026	- 0,00018 0,00014 0,00008	- - 0,000040 0,000023	- - - 0,000007
1,5	0,018 0,022 0,012 0,022	0,033 0,022 0,016 0,017	0,015 0,013 0,011 0,011	0,0067 0,0041 0,0030 0,0036	0,0045 0,0019 0,0011 0,0009	- 0,00077 0,00035 0,00026	- - 0,00011 0,000075	- - - 0,000035
2	0,043 0,042 0,015 0,047	0,050 0,031 0,028 0,023	0,031 0,019 0,017 0,013	0,0140 0,0070 0,0051 0,0044	0,0060 0,0022 0,0022 0,0016	- 0,0018 0,0010 0,0006	- - 0,00048 0,00015	- - - 0,000070

Продолжение таблицы I

E_+ T	5	10	20	50	100	200	500	1000
2,5	0,110 0,022 0,036 0,048	0,062 0,045 0,038 0,037	0,038 0,030 0,028 0,024	0,021 0,013 0,011 0,0078	0,0100 0,0055 0,0042 0,0030	- 0,0027 0,0015 0,0011	- - 0,00010 0,00033	- - - 0,00018
3	- 0,100 0,110 0,086	- 0,078 0,080 0,054	- 0,042 0,040 0,029	- 0,019 0,014 0,011	- 0,0110 0,0061 0,0043	- 0,0045 0,0026 0,0018	- - 0,0011 0,00052	- - - 0,00035
3,5	- - 0,14 0,08	- - 0,08 0,08	- - 0,045 0,036	- - 0,019 0,011	- - 0,0092 0,0045	- - 0,0041 0,0023	- - 0,0012 0,00058	- - - 0,00025
E_+ T	5	10	20	50	100	200	500	1000

Таблица I. Величина $\langle x^2 \rangle (X_0^2)$ в зависимости от E_+ , T для $E_- = 0, 2; 0, 5; 1; 2$ ГэВ.

Таблица 2. Величина $\langle \theta_x^2 \rangle$ (радиан²) в зависимости от E_+ , T при $E_- = 0,2$; $0,5$; 1 ; 2 ГэВ

E_+ T	5	10	20	50	100	200	500	1000
0,5	0,37	0,16	0,047	0,0110	0,0044	-	-	-
	0,40	0,16	0,054	0,0095	0,0022	0,00075	-	-
	0,37	0,14	0,044	0,0095	0,0021	0,00055	0,000120	-
	0,33	0,14	0,050	0,0100	0,0023	0,00054	0,000085	0,000030
1	0,31	0,21	0,068	0,016	0,0065	-	-	-
	0,29	0,16	0,076	0,014	0,0048	0,0009	-	-
	0,36	0,20	0,075	0,016	0,0044	0,0011	0,00018	-
	0,32	0,17	0,070	0,014	0,0037	0,0010	0,00023	0,000052
1,5	0,34	0,22	0,096	0,029	0,0080	-	-	-
	0,36	0,23	0,120	0,025	0,0084	0,0020	-	-
	0,37	0,21	0,110	0,030	0,0072	0,0015	0,00023	-
	0,32	0,21	0,110	0,024	0,0060	0,0018	0,00030	0,000090
2	0,35	0,22	0,120	0,040	0,0210	-	-	-
	0,30	0,19	0,110	0,032	0,0075	0,0021	-	-
	0,32	0,22	0,100	0,024	0,0076	0,0025	0,00035	-
	0,31	0,19	0,097	0,029	0,0081	0,0021	0,00034	0,000110

Продолжение таблицы 2

2,5	0,37	0,22	0,13	0,040	0,0062	-	-	-
	0,32	0,22	0,13	0,036	0,0090	0,0011	-	-
	0,30	0,21	0,11	0,030	0,0100	0,0022	0,00016	-
	0,35	0,21	0,11	0,030	0,0084	0,0025	0,00040	0,00018
3	-	-	-	-	-	-	-	-
	0,30	0,24	0,14	0,036	0,012	0,0040	-	-
	0,34	0,21	0,12	0,040	0,011	0,0026	0,00039	-
	0,35	0,23	0,11	0,033	0,0095	0,0030	0,00054	0,00012
3,5	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-
	0,37	0,30	0,12	0,042	0,015	0,0024	0,0006	-
	0,35	0,24	0,12	0,027	0,009	0,0034	0,00054	0,00009

Таблица 2. Величина $\langle \theta_x^2 \rangle$ (радиан²) в зависимости от E_+ , T при $E_- = 0,2$; $0,5$; 1 ; 2 ГэВ

Таблица 3. Величина $\langle \chi \theta_x \rangle$ (χ , радиан) в зависимости от E_+ , T при $E_- = 0,2$; $0,5$; 1 ; 2 ГэВ

E_+ T	5	10	20	50	100	200	500	1000
0,5	0,015	0,0100	0,0043	0,0011	0,00060	-	-	-
	0,025	0,0130	0,0055	0,0010	0,00027	0,00013	-	-
	0,016	0,0120	0,0054	0,0010	0,00024	0,00008	0,000018	-
	0,010	0,0075	0,0045	0,0011	0,00024	0,00006	0,000009	0,0000004
1	0,015	0,030	0,013	0,0045	0,00220	-	-	-
	0,011	0,026	0,013	0,0028	0,00110	0,00028	-	-
	0,024	0,028	0,013	0,0035	0,00100	0,00029	0,000056	-
	0,015	0,019	0,011	0,0032	0,00076	0,00023	0,000045	0,000014
1,5	0,019	0,042	0,024	0,0094	0,0045	-	-	-
	0,008	0,040	0,023	0,0072	0,0028	0,00095	-	-
	0,018	0,029	0,024	0,0072	0,0022	0,00054	0,00012	-
	0,019	0,033	0,025	0,0060	0,0016	0,00050	0,00009	0,00004
2	0,025	0,052	0,038	0,0180	0,0050	-	-	-
	0,018	0,032	0,031	0,0110	0,0028	0,00150	-	-
	0,006	0,035	0,030	0,0080	0,0028	0,00130	0,00040	-
	0,009	0,031	0,024	0,0088	0,0024	0,00073	0,00014	0,00006

Продолжение таблицы 3

2,5	0,081	0,056	0,033	0,016	0,0030	-	-	-
	0,022	0,048	0,040	0,015	0,0050	0,0011	-	-
	0,023	0,050	0,035	0,011	0,0040	0,0013	0,00010	-
	0,047	0,048	0,034	0,011	0,0035	0,0012	0,00025	0,00015
3	-	-	-	-	-	-	-	-
	0,006	0,080	0,057	0,018	0,0086	0,0016	-	-
	0,045	0,061	0,044	0,017	0,0039	0,0019	0,00048	-
	0,031	0,047	0,037	0,012	0,0050	0,0018	0,00045	0,00018
3,5	-	-	-	-	-	-	-	-
	-	-	-	-	-	-	-	-
	0,042	0,058	0,042	0,020	0,0068	0,0020	0,00043	-
	0,019	0,058	0,041	0,012	0,0043	0,0018	0,00045	0,00012

Статистические погрешности приведённых в таблицах величин, определённые по числу позитронов, приходящихся на интервал энергии ΔE_+ (по которому производилось усреднение), а также погрешности кривых спектров на рис. 1-4 - в среднем $\sim 15\%$; для граничных энергий позитронов $E_+ \sim 5$ МэВ и $E_+ \sim 0,5 E_-$, погрешности составляют $\sim 25\%$.

Сравнение расчётов с экспериментальными данными

На рис. 6 данные расчётов сравниваются с результатами измерений [1] при $E_- = 220$ МэВ, $T = 1,5 X_0$. Спектр $\frac{d^2 N_+}{dE_+ d\Omega}$ измерен в [1] под $\theta = 0^\circ$ для мишени из свинца. Из рис. 6 следует, что расчётные точки лежат ниже измерений (в среднем на $\sim 20\%$). Это отличие по-видимому связано с тем, что для получения приемлемой погрешности расчётных точек при вычислении $\frac{d^2 N_+}{dE_+ d\Omega}$ брался большой пространственный угол ($\theta \sim 0,2 \sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$).

На рис. 7 монте-карловские данные сравниваются с экспериментальными данными [2, 3]. В [2] измерения $\frac{d^2 N_+}{dE_+ d\Omega}$ проведены при $E_- = 1$ ГэВ для мишени из свинца толщиной $T = 2,9 X_0$ под различными углами θ . В [3] спектр $\frac{d^2 N_+}{dE_+ d\Omega}$ измерен под углом $\theta = 0^\circ$ при $E_- = 640$ МэВ и 1220 МэВ для танталового конвертера толщиной $T = 0,5 - 3 X_0$. На рис. 7 с данными [2, 3] сравниваются расчёты $\frac{d^2 N_+}{dE_+ d\Omega}$ под $\theta = 0^\circ$ при $E_- = 1220$ МэВ, $T = 3 X_0$. Для получения расчётных точек при сравнении с [3] брался телесный угол $\Omega = 4,2 \cdot 10^{-4}$, как и в [3]. Как видно из рис. 7, наблюдается удовлетворительное согласие расчётов с данными [3] в пределах ошибок измерений ($\sim 15\%$). Отличие низкоэнергетической части расчётного спектра от [2] связано, по-видимому, со значительными погрешностями измеренного спектра, особенно при низких энергиях позитронов.

В заключение автор выражает благодарность Б.В. Чирикову за ряд полезных замечаний.

Список литературы

1. T.L. Aggson, L. Burnod. *Int. Rep. LAL-27, Orsay, France 1962.*
2. H. De Staebler. *Preprint SLAC TN-65-23, March 1965.*
3. И.А. Гришаев и др.. УФЖ, 13, 1926, (1968).
4. H. Messel et al.. *Nuclear Physics.* 39, 1, (1962).
5. H. Nagel. *Zeits. für Physik.* 186, 319, (1965).
6. М.Я. Борковский, С.П. Крутлов. "Ядерная физика", 16, 349, (1972).
7. О.И. Довженко, А.А. Поманский. Труды ФИАН, 26, 166, (1964).
8. Ф.М. Израйлев и др.. Препринт ИЯФ 63-73. Новосибирск 1973.
9. С.З. Беленький. Лавинные процессы в космических лучах. ОГИЗ Гостехиздат 1948.
10. H.W. Koch, J.W. Motz. *Rev. Mod. Phys.* 31, 920, (1959).
11. H. Davies et al.. *Phys. Rev.* 93, 788, (1954).
12. В. Гайтлер. Квантовая теория излучения. ИИЛ 1956.
13. J.B. Marion, V.A. Zimmerman. *Nucl. Instr. a Meth.* 51, 93, (1967).
14. V.P. Nigham et al.. *Phys. Rev.* 115, 491, (1959).
15. R.E. Uhling. *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 4, 315, (1956).
16. R.M. Sternheimer. *Phys. Rev.* 103, 511, (1956).
17. Т.А. Всеволожская. Препринт ИЯФ 75-35. Новосибирск 1975.

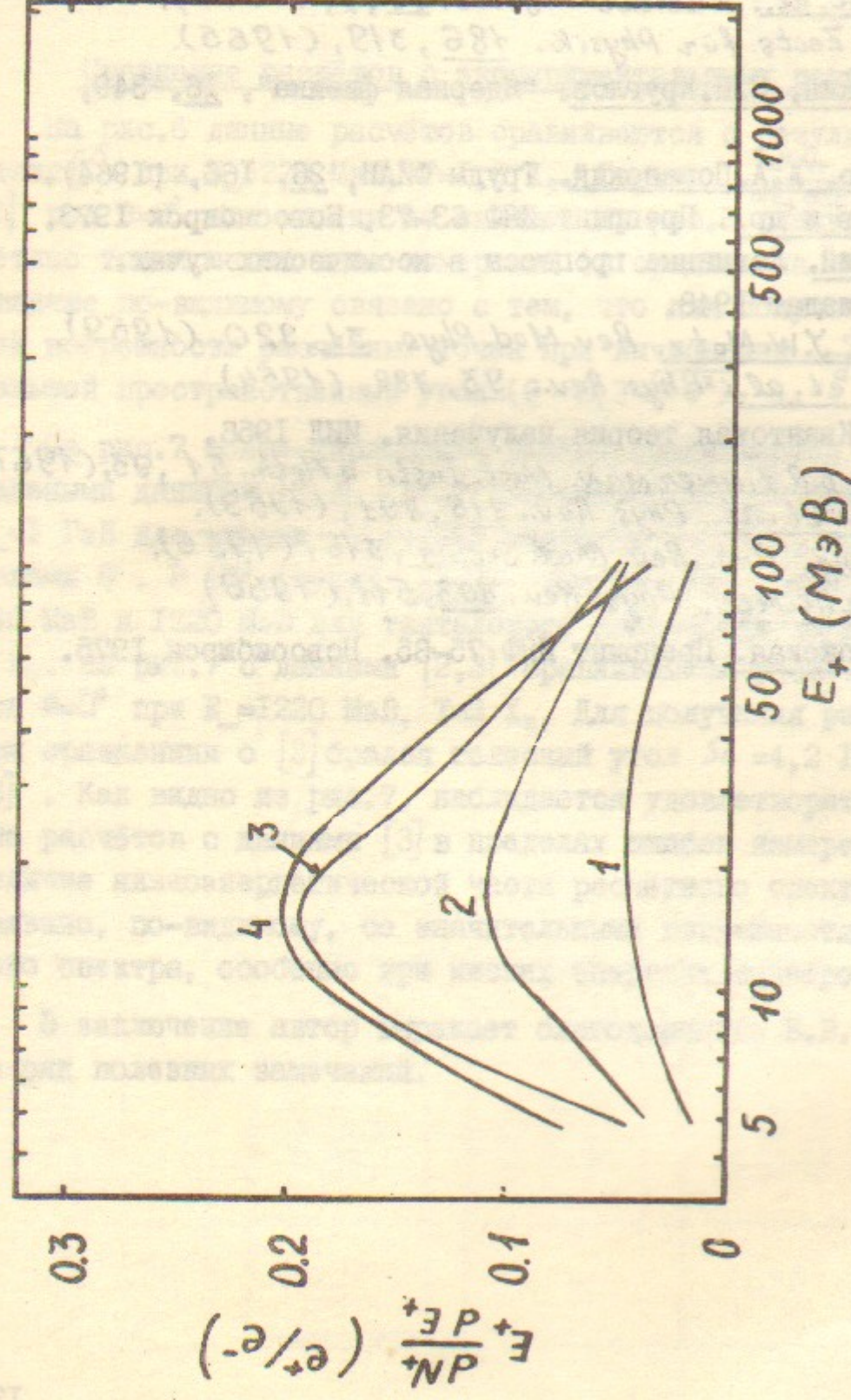


Рис.1 Энергетические спектры позитронов, выходящих из мишени вперед в телесный угол

$\Omega = 2\pi$, на один падающий электрон при различных толщинах конвертера.

1 - $T=0,5 X_0$; 2 - $T=1 X_0$; 3 - $T=1,5 X_0$; 4 - $T=2 X_0$. $E_- = 0,2$ ГэВ.

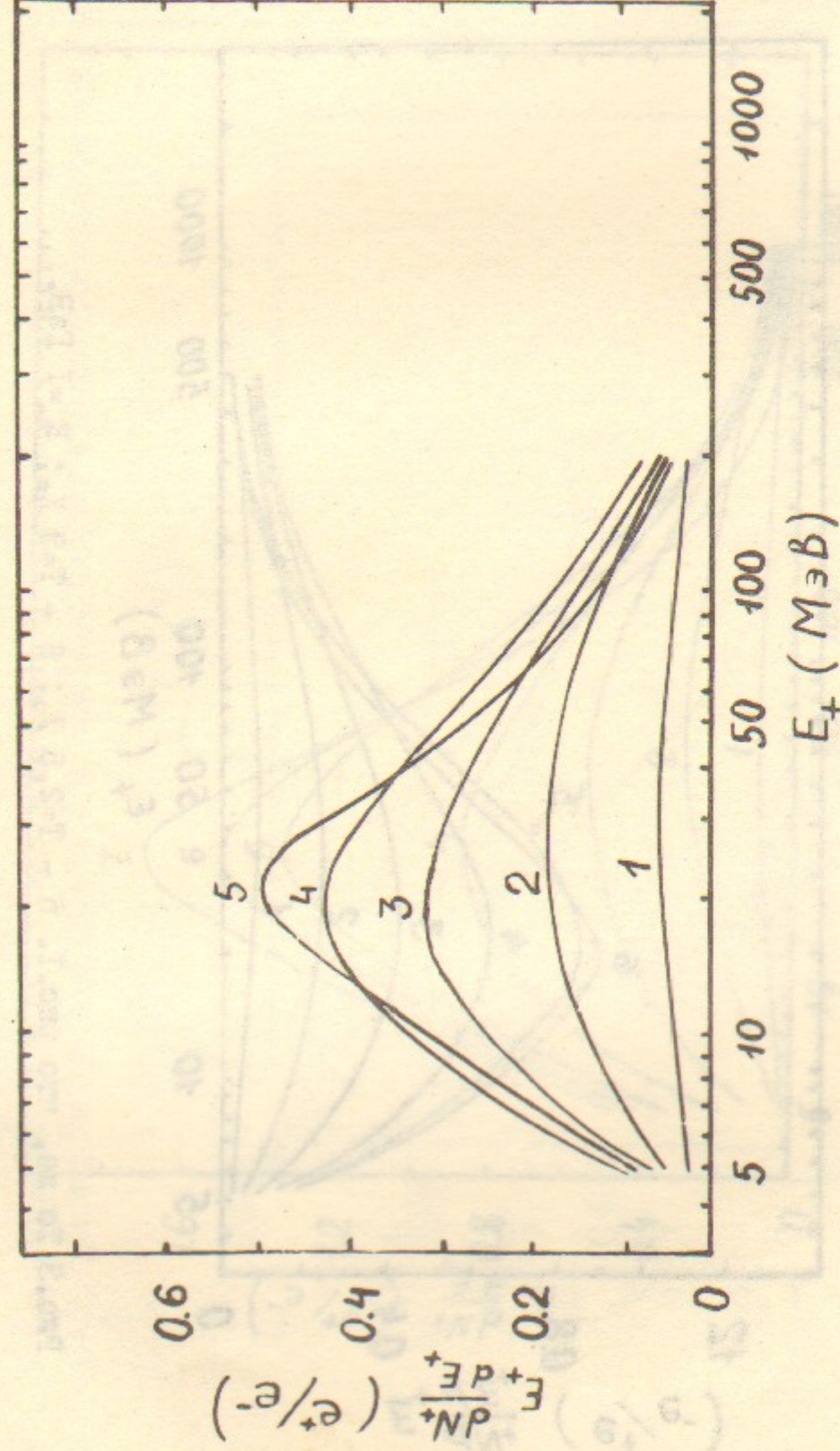


Рис.2 То же, что рис.1. 5 - $T=2,5 X_0$. $E_- = 0,5$ ГэВ.

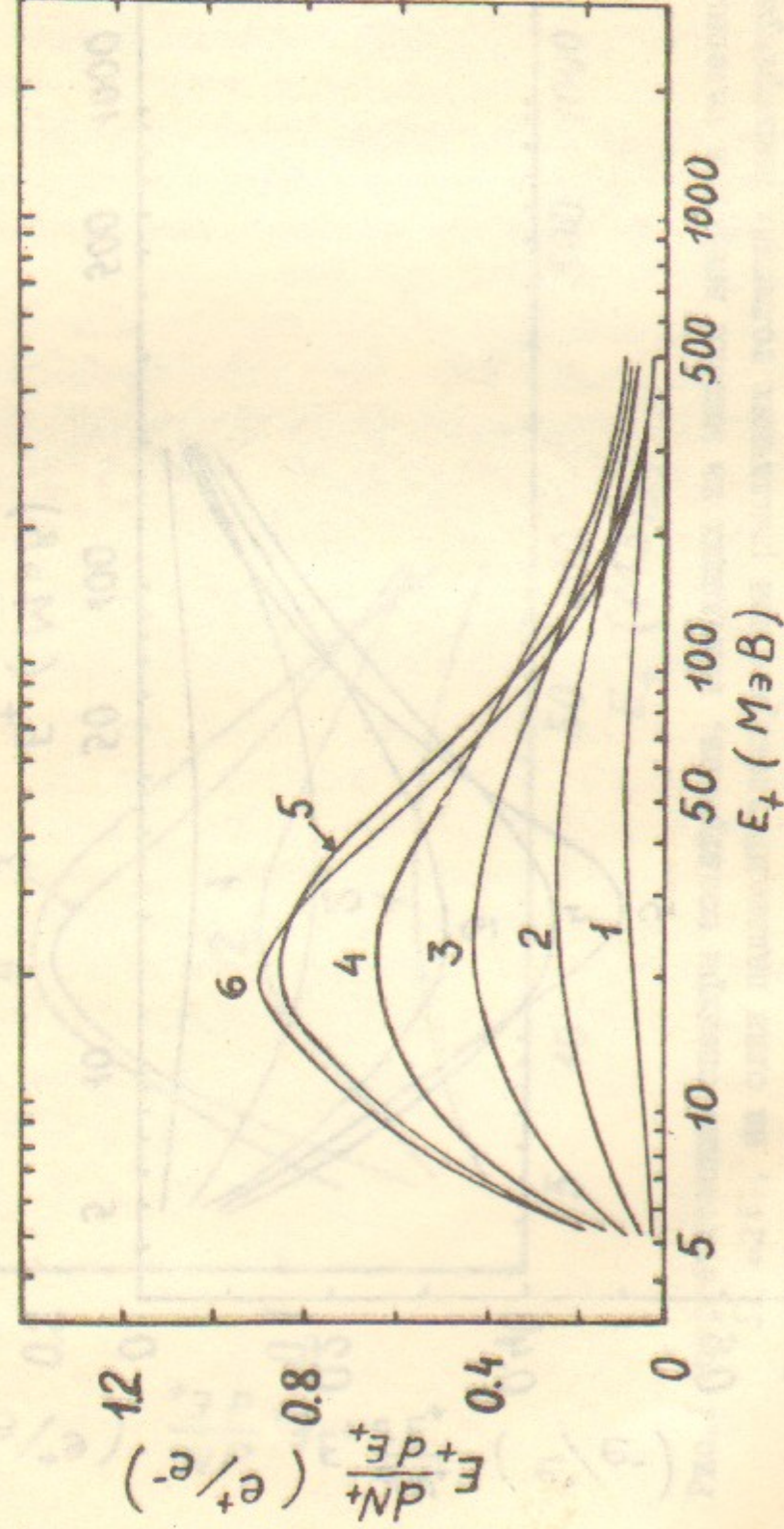


Рис.3 То же, что рис.1. 5 - $T=2,5 X_0$; 6 - $T=3 X_0$; $E_- = 1$ ГэВ.

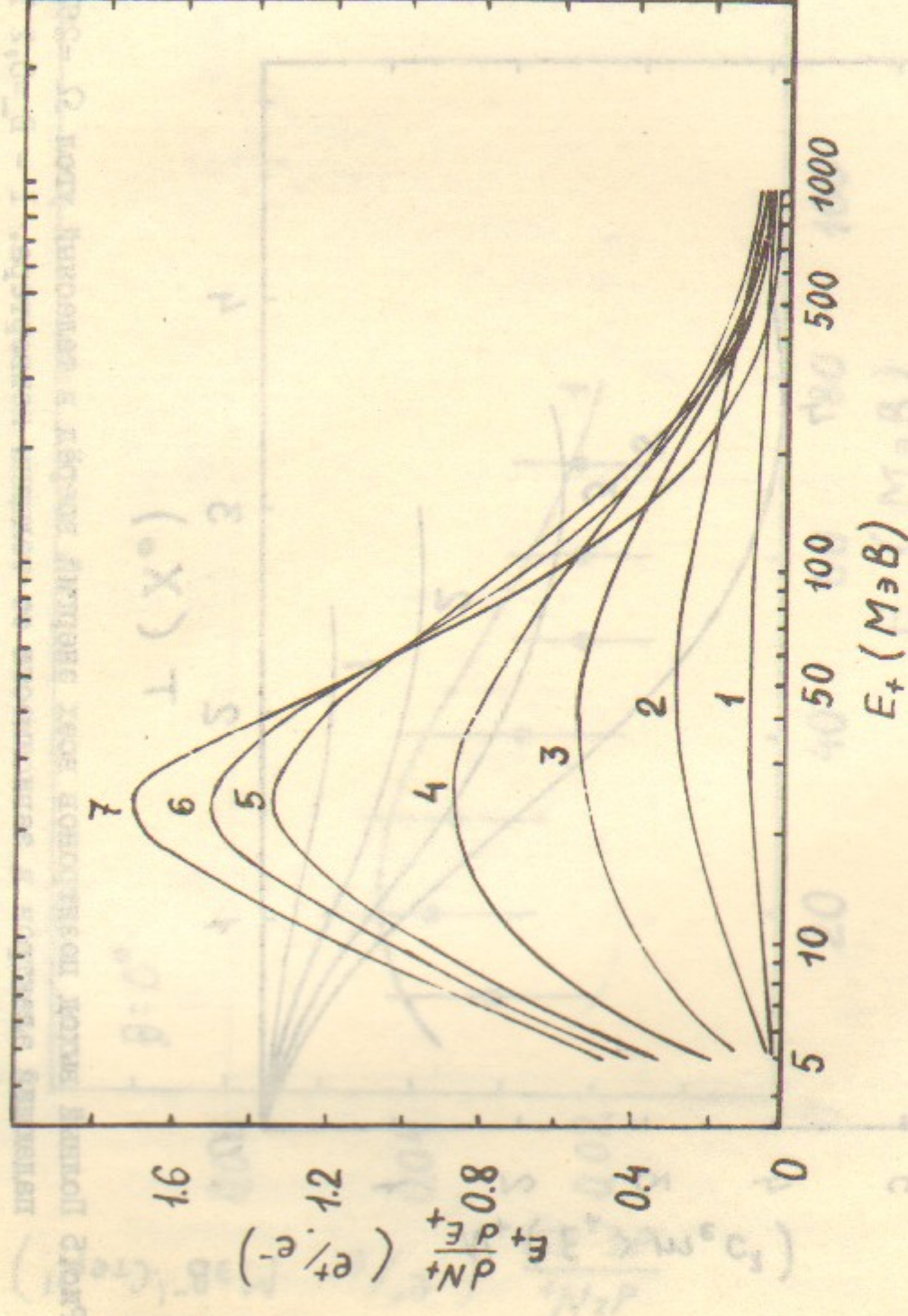


Рис.4 То же, что рис.1. 5 - $T=2,5 X_0$; 6 - $T=3 X_0$; 7 - $T=3,5 X_0$. $E_- = 2$ ГэВ.

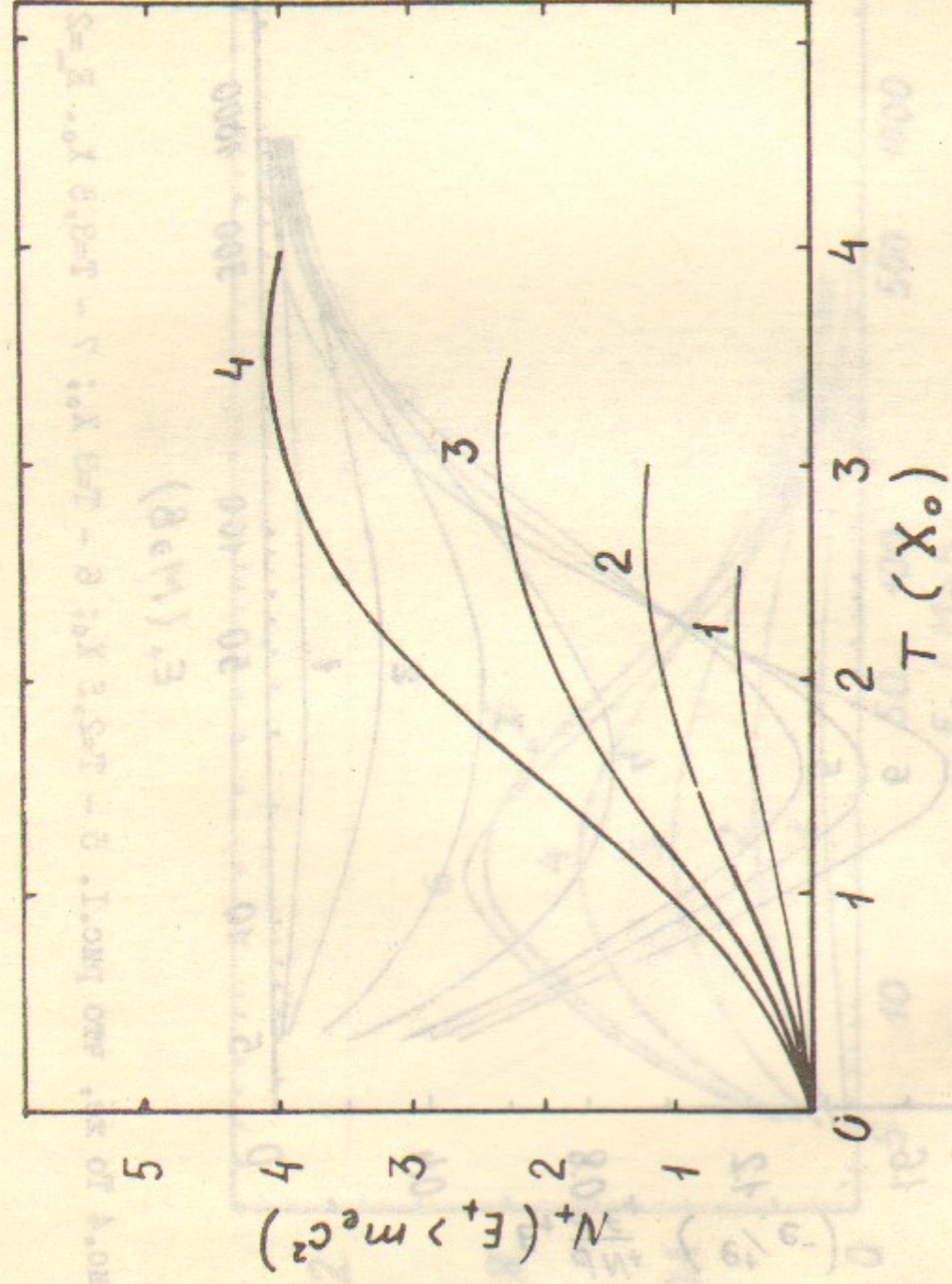


Рис.5 Полный выход позитронов всех энергий вперед в телесный угол $\Omega = 2\pi$ на один падающий электрон в зависимости от толщины конвертера. 1 - $E_- = 0,2$ ГэВ; 2 - $E_- = 0,5$ ГэВ; 3 - $E_- = 1$ ГэВ; 4 - $E_- = 2$ ГэВ.

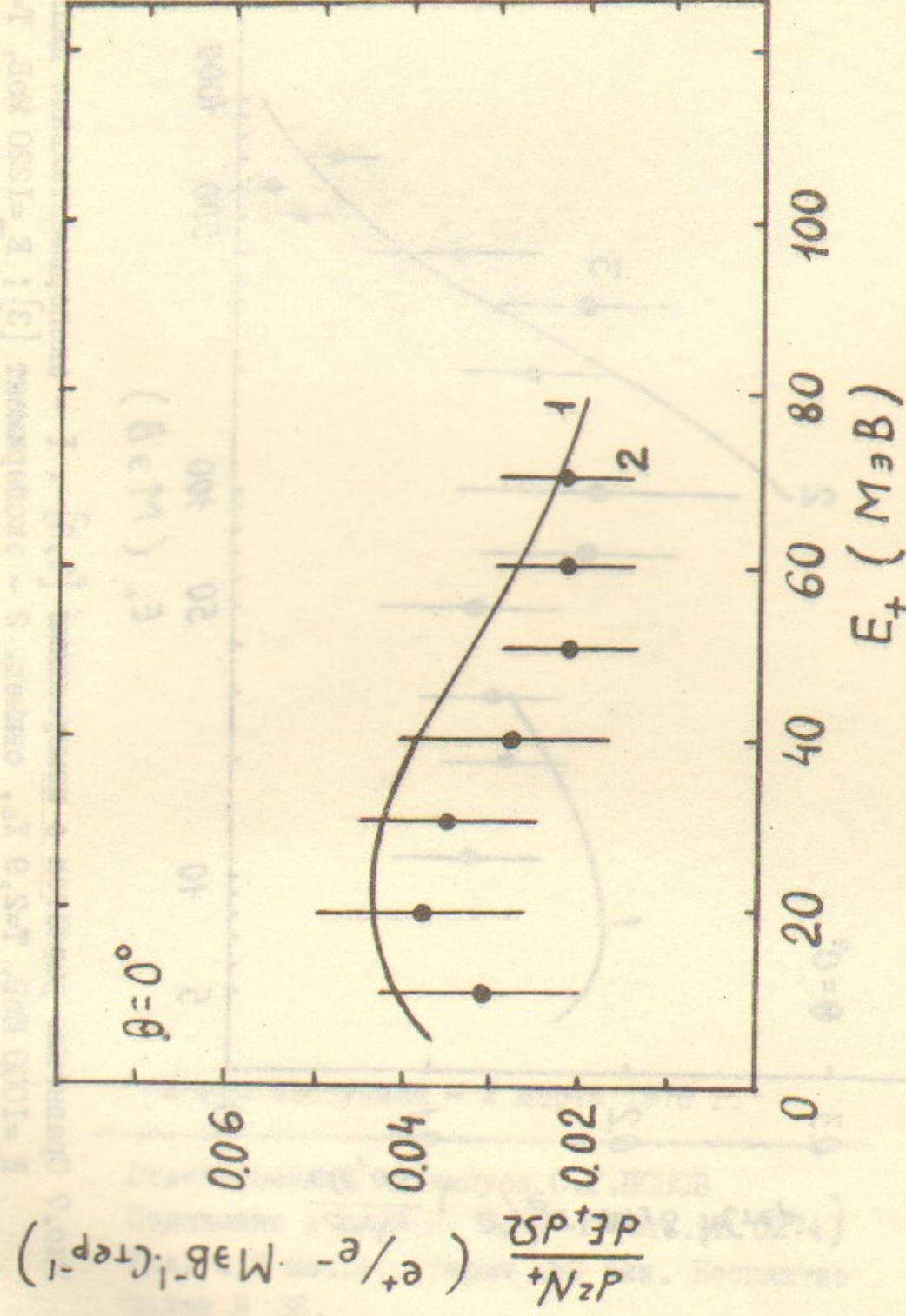


Рис.6 Сравнение расчётов с измерениями [1]. $E_- = 220$ МэВ, $T = 1,5 X_0$. 1 - эксперимент [1], свинец; 2 - монте-карловский расчёт, вольфрам.

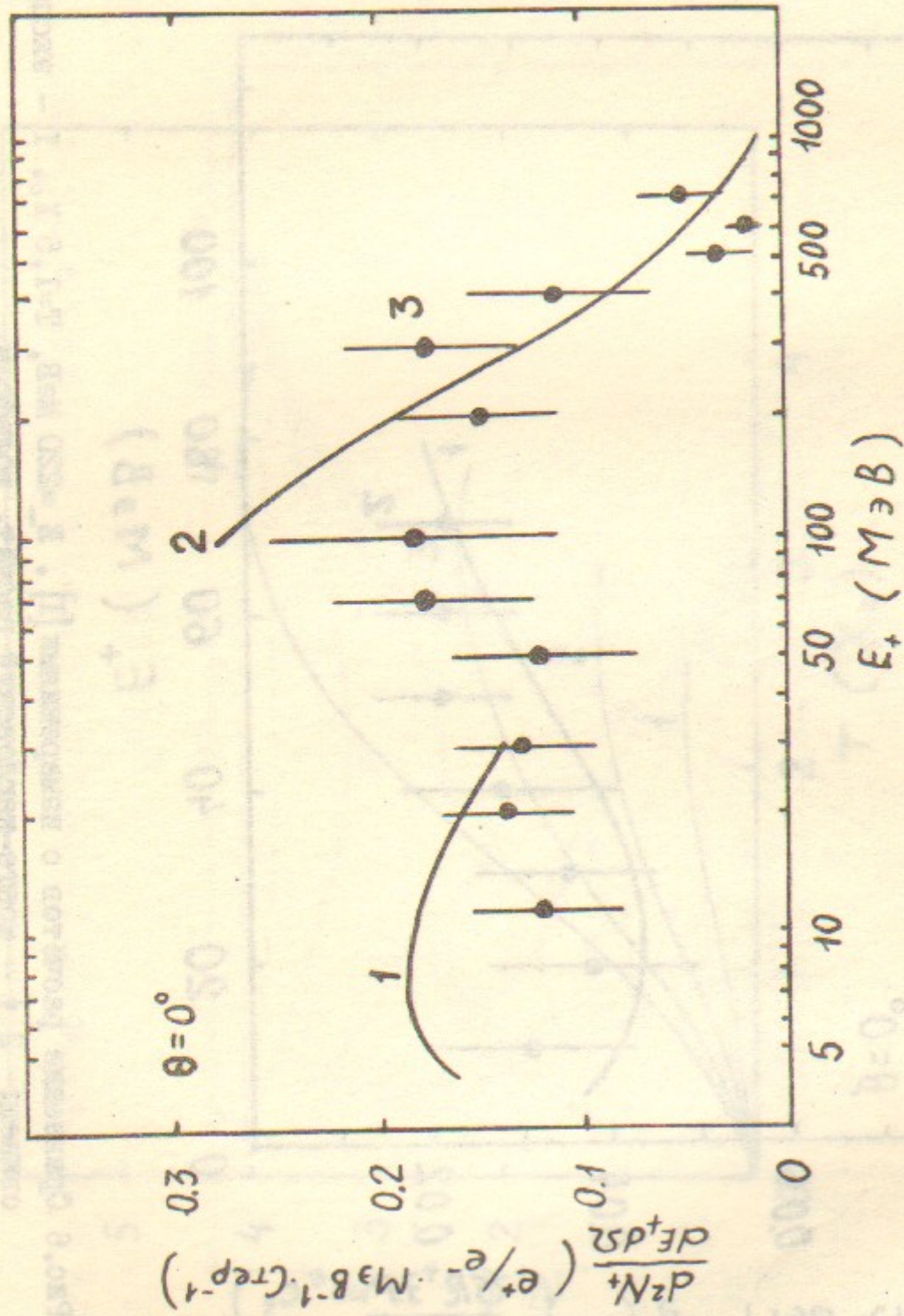


Рис. 7 Сравнение расчётов с измерениями [2,3]. 1 - экспериментальные данные [2]; $E_- = 1000$ МэВ, $T = 2,9 X_0$, свинец. 2 - эксперимент [3]; $E_- = 1220$ МэВ, $T = 3 X_0$, тантал. 3 \blacklozenge - монте-карловский расчёт при $E_- = 1220$ МэВ, $T = 3 X_0$, вольфрам.

Работа поступила - 2 марта 1976 г.

Ответственный за выпуск С.Г.ПОПОВ
Подписано к печати 16.IV-1976г. МН 02742
Усл. 0,9 печ.л., тираж 150 экз. Бесплатно
Заказ № 36.

Отпечатано на ротапринте в ИЯФ СО АН СССР