И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

22

ПРЕПРИНТ И Я Ф 76 - 40

Н.С.Диканский, Д.В.Пестриков

ДЕМПФИРОВАНИЕ КОЛЛЕКТИВНЫХ КОЛЕБАНИЙ БУНЧИРОВАННОГО ПУЧКА ПРОТОНОВ

Новосибирск
1976

Н.С.Диканский, Д.В.Пестриков

ДЕМПФИРОВАНИЕ КОЛЛЕКТИВНЫХ КОЛЕБАНИЙ БУНЧИРОВАННОГО ПУЧКА ПРОТОНОВ

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе рассматривается задача об устойчивости бунчированного пучка протонов, взаимодействующего с электронным потоком. Показано, что при точном совпадении средних скоростей пучков, взаимодействие приводит к появлению "быстрого затухания" когерентных колебаний протонов. Этот эффект может быть использован для демпфирования когерентных колебаний пучков в накопителях с электронным охлаждением.

N.S.Dikansky, D.V.Pestrikov

COLLECTIVE OSCILLATIONS DAMPING OF BUNCHED PROTON BEAM

S U M M A R Y

In this paper the stability problem of a bunched proton beam, interacting with an electron streem is considered. It is shown that interaction leades to "fast damping" of proton collective oscillations when mean beams velocities are equal. This effect can be used to damp the collective oscillations of a beam in storage ring with an electron cooling.

Успешное проведение экспериментов по электронному охлаждению /I,2/ открывает реальную возможность накопления больших токов антипротонов или получения больших токов протонов с высокой степенью монохроматичности. Одной из важных проблем, которую необходимо при этом решать, является задача обеспечения коллективной устойчивости пучков с малым энергетическим и амплитудным разбросом. Исследование этой проблемы ведётся уже давно и в настоящее время известно около десятка различных эффектов, могущих представлять опасность, если не предусмотреть заранее средства к их подавлению.

Согласно классификации неустойчивостей /3/, по величине возможных инкрементов, наибольшую опасность представляют резонансные неустойчивости, обязанные взаимодействию пучка с каким-либо высокодобротным элементом вакуумной камеры накопителя. Характерной чертой этих эффектов является резонансная зависимость инкрементов (декрементов) от частот колебаний частиц. Основным способом подавления таких неустойчивостей является подавление или отстройка неустойчивых мод.

Второй класс – неустойчивости типа "резистивной"/4,5,6,7/, обязанные взаимодействию пучка с низкодобротными элементами "с памятью". Для этого класса явлений характерна слабая зависимость инкрементов от частот. Подавление отдельных мод (одной или нескольких) можно обеспечить правильным выбором частот колебаний частиц /4,5,6/ или введением сильной кубической нелинейности.

Третий класс – "мгновенные эффекты" /3,8/, обязанные взаимодействию пучка с низкодобротными элементами "без памяти". Характерной особенностью этих эффектов является независимость инкрементов от частот колебаний частиц. Эти неустойчивости могут быть подавлены либо введением сильной кубической нелинейности, либо использованием широкополосных демпфирующих систем (типа согласованных линий или быстрых обратных связей). Последний способ пригоден также и для демпфирования неустойчивостей первых двух классов /3/. Использование широкополосных демпфирующих систем особенно важно в тех случаях, когда введение сильной нелинейности ведущего поля может привести в рабочую апертуру мощные машинные резонансы, препятствуя использованию всей апертуры для накопления частиц.

В накопителях тяжёлых частиц с электронным охлаждением в качестве широкополосной системы, демпфирующей когерентные колебания, может быть использован охлаждающий электронный пучок. В таких установках для уменьшения дефокусирующего влияния сил пространственного заряда (а также других побочных факторов) электронный пучок помещается в продольное магнитное поле /9/. При этом частота ларморовского вращения электронов существенно превышает частоты бетатронных колебаний протонов, когда продольное поле одного порядка с ведущим полем накопителя. Это означает, что для низкочастотных коллективных колебаний поперечные степени свободы электронов можно считать замагниченными. В продольном направлении на участке охлаждения электроны движутся свободно. При этом возможно возбуждение колебаний плотности электронов с непрерывным спектром $\omega = k v_e$. Так как электронный поток всё время обновляется, такая система (в известной степени эквивалентная согласованным пластинам) может вносить затухание в коллективное движение протонов.

Целью настоящей работы является исследование коллективной устойчивости бунчированного пучка протонов, взаимодействующего с "охлаждающим" электронным потоком.

Задача может быть решена традиционным приёмом линейной теории коллективных колебаний /3,8/, который заключается в исследовании устойчивости некоторого стационарного состояния системы по отношению к возбуждению в ней малых когерентных колебаний.

Пусть $f^e(\vec{r},\vec{p},t)$ и $F(\vec{r},\vec{p},t)$ - распределение электронов и, соответственно, протонов в фазовом пространстве. Пренебрегая возбуждением поперечного движения электронов коллективными полями, стационарное распределение электронов запишем в виде:

$$f^e_{st}(\vec{r},\vec{p}) = n^e(\vec{r}_\perp)\,\delta(\vec{p}_\perp)\,f_0(p_y) \qquad (1)$$

где y - продольная координата, индексом e будут отмечаться все величины, относящиеся к электронам.

Невозмущённые колебания протонов описываются формулами

$$z = a_z \cos\psi_z \;; \quad p_z = \frac{P_s}{R_0}\frac{dz}{d\theta}\;; \qquad (2)$$

$$\theta = \frac{y}{R_0} = \omega_0(p_s)t + \varphi_c = \omega_s t + \varphi\sin\psi_c\;; \quad \frac{d\psi_\alpha}{dt} = \omega_\alpha = \nu_\alpha(p)\,\omega_0(p),\ \alpha = z, c$$

$$I_z = \frac{P_s \nu_z a_z^2}{2R_0}\;, \quad I_c = R_0\frac{\mu_c \omega_c \varphi^2}{2}\,,$$

в которых индексом s отмечаются величины, относящиеся к равновесному движению; $2\pi R_0$ - периметр орбиты; $\omega_0(p)$ - частота обращения; $\omega_s = \omega_0(p_s)$, μ_c - масса синхротронных колебаний $\mu_c^{-1} = (d\omega_0/dp)_s$. Влияние стационарных наведённых полей на движение частиц предполагаем малым.

Формулы (2) осуществляют каноническое преобразование от переменных $(\vec{r},\vec{p})$ к переменным действие-фаза стационарного состояния. В стационарном состоянии распределение протонов, по определению, не зависит от фаз колебаний ψ_α :

$$F_{st}(\vec{r},\vec{p},t) = F_{st}(I) \equiv F_{st}(I_z, I_z, I_c)\,. \qquad (1\text{ a})$$

В возбуждённом состоянии распределения электронов f^e и протонов F приобретают малые нестационарные добавки[x)]:

$$f^e = f^e_{st} + \tilde{f}^e(\vec{r},\vec{p},t) = f^e_{st} + \int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk}{2\pi}\tilde{f}^e_{k\omega}(\vec{r}_\perp,\vec{p})\,e^{i(ky-\omega t)}$$

$$F = F_{st} + \tilde{F}(I,\psi,t) = F_{st} + \sum_{m\neq 0} F_m(I)\,e^{i(m_\alpha\psi_\alpha - \omega t)}\,. \qquad (3)$$

Для изучения устойчивости стационарного состояния (I), (I a) относительно возбуждения малых когерентных колебаний (3) используем линеаризованную систему кинетических уравнений для функций $\tilde{f}^e$ и $\tilde{F}$:

$$\frac{\partial \tilde{f}^e}{\partial t} + v_y\frac{\partial \tilde{f}^e}{\partial y} + e\tilde{\mathcal{E}}_y\frac{\partial f^e_{st}}{\partial p_y} = 0\,,$$

$$\frac{\partial \tilde{F}}{\partial t} + \dot{\psi}_\alpha\frac{\partial \tilde{F}}{\partial \psi_\alpha} + \frac{\partial \tilde{\mathcal{H}}}{\partial \psi_\alpha}\frac{\partial F_{st}}{\partial I_\alpha} = 0. \qquad (4)$$

Здесь $\tilde{\mathcal{E}}_y$ - продольное электрическое поле, действующее на элек-

---

x) Здесь и везде ниже по повторяющимся индексам ведётся суммирование $m_\alpha\psi_\alpha \equiv \sum_\alpha m_\alpha\psi_\alpha$

тронный пучок со стороны возмущения протонов $\tilde{F}$, $\tilde{\mathcal{L}}$ – лагранжиан взаимодействия протона с полем возмущения электронного пучка $\tilde{f}^e$.

Если длины протонного и электронного пучков существенно больше поперечного размера вакуумной камеры, то для длинноволновых когерентных возмущений $\lambda \gg \ell_\perp$ вакуумная камера является запредельным волноводом. Поэтому $\tilde{\mathcal{E}}_y$ может быть представлено в виде

$$\tilde{\mathcal{E}}_y(\vec{r}_\perp,t)=-e\left(\frac{v_s}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial y}\right)\int d^2r'_\perp d^3p'\, G(\vec{r}_\perp-\vec{r}\,'_\perp)\,\tilde{F}(\vec{r}\,'_\perp,y,\vec{p}\,',t) \qquad (5)$$

а лагранжиан $\tilde{\mathcal{L}}$:

$$\tilde{\mathcal{L}}=\frac{e^2}{\gamma^2}\int d^2r^e_\perp d^3p^e\, G(\vec{r}_\perp-\vec{r}^{\,e}_\perp)\,\tilde{f}^e(\vec{r}^{\,e}_\perp,y,\vec{p}^{\,e},t) \qquad (6)$$

γ – релятивистский фактор, e – заряд электрона, c – скорость света, знак заряда электрона и протона учитывается, $G(\vec{r}_\perp)$ – функция Грина двумерной задачи

$$G(\vec{r}_\perp)=\frac{1}{\pi}\int\frac{d^2k_\perp}{k_\perp^2}\,e^{i\vec{k}_\perp\vec{r}_\perp} \qquad (7)$$

В линейном приближении по взаимодействию с наведёнными полями спектр коллективных колебаний протонов близок к невозмущённому $\omega\cong m_\alpha\omega_\alpha$, а нормальными коллективными переменными протонов, с точностью до величин порядка $\frac{|\omega-m_\alpha\omega_\alpha|}{\min(\omega_\alpha)}\ll 1$, являются гармоники распределения F по фазам колебаний ψ_α /3,8/

$$F_m(I)\exp(im_\alpha\psi_\alpha-i\omega t)$$

С учётом этого, после подстановки (3) в (4) получим систему уравнений для расчёта спектра коллективных колебаний протонов:

$$\tilde{f}^e_{k\omega}=-\frac{e^2\delta(\vec{p}^{\,e}_\perp)\,n^e(\vec{r}_\perp)}{(\omega+n\omega_0-kv_y)}\frac{\partial f_c}{\partial p_y}\,\ell_{kn}\left[\frac{v_s}{c^2}(\omega+n\omega_0)-k\right]\int d\Gamma\, G(\vec{r}^{\,e}_\perp-\vec{r}_\perp)_m\, J_{m_c}(n\psi)F_m \qquad (8)$$

$$F_m=\frac{e^2m_\alpha}{\gamma^2(\omega-m_\alpha\omega_\alpha)}\cdot\frac{\partial F_{st}}{\partial I_\alpha}\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_{m_c}(n\psi)\int d\Gamma^e G(\vec{r}_\perp-\vec{r}^{\,e}_\perp)_m\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk}{2\pi}\,\tilde{f}^e_{k\omega}(\vec{r}^{\,e}_\perp,\vec{p}^{\,e}).$$

Здесь $d\Gamma^e$, $d\Gamma$ – элементы фазового объёма электронов, протонов,

$$G(\vec{r}_\perp)_m=\int_0^{2\pi}\frac{d^2\psi}{(2\pi)^2}\,G(\vec{r}_\perp)\,e^{-im_\alpha\psi_\alpha}, \quad J_{m_c}(x)=\int_0^{2\pi}\frac{d\psi_c}{2\pi}\,e^{ix\sin\psi_c-im_c\psi_c}$$

фактор ℓ_{kn} учитывает, что взаимодействие пучков происходит на ограниченном участке орбиты, если отсчитывать азимут от середины участка охлаждения, то

$$\ell_{kn}=\int_{-\theta_0}^{\theta_0}\frac{d\theta}{2\pi}\exp(i[kR_0-n]\theta)=\frac{1}{\pi}\frac{\sin\theta_0(kR_0-n)}{(kR_0-n)}$$

θ_0 – длина участка охлаждения; $\theta_0=\ell/2R_0$. Входящие в (8) целые числа m_α ($m_\alpha=\{m_z,m_z,m_c\}$) определяют мультипольность возбуждения.

Разрешая систему (8) относительно $\tilde{f}^e_{k\omega}(\vec{r}_\perp,\vec{p})$, получим однородное интегральное уравнение для определения амплитуд F_m :

$$F_m=\frac{e^2m_\alpha}{\gamma^2(\omega-m_\alpha\omega_\alpha)}\cdot\frac{\partial F_{st}}{\partial I_\alpha}\sum_n J_{m_c}(n\psi)\,\Lambda_{mn}\int d\Gamma'\,U_m(I,I')\,J_{m_c}(n\psi')\,F_m(I'), \qquad (9)$$

в котором фактор Λ_{mn} определяется равенством

$$\Lambda_{mn}=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dk}{2\pi}|\ell_{kn}|^2\left(k-\frac{v_s\omega_{mn}}{c^2}\right)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dv_y}{\omega_{mn}-kv_y+i\varepsilon}\cdot\frac{\partial f_0}{\partial v_y}, \qquad (10)$$

$\omega_{mn}=m_\alpha\omega_\alpha+n\omega_0$, $\varepsilon\to+0$, $U_m(I,I')$ – Фурье-гармоника от потенциала взаимодействия протонов, расположенных в точках $\vec{r}_\perp$ и $\vec{r}\,'_\perp$, через электронный пучок:

$$U(\vec{r}_\perp,\vec{r}\,'_\perp)=\int d^2r^e_\perp\, n^e(\vec{r}^{\,e}_\perp)\,G(\vec{r}_\perp-\vec{r}^{\,e}_\perp)\,G(\vec{r}^{\,e}_\perp-\vec{r}\,'_\perp),$$

$$U_m(I,I')=\int_0^{2\pi}\frac{d^2\psi}{(2\pi)^2}\,U(\vec{r}_\perp,\vec{r}\,'_\perp)\exp(im_\alpha[\psi'_\alpha-\psi_\alpha]). \qquad (11)$$

Ввиду нерезонансного характера взаимодействия протонного и электронного пучков частота ω в правой части (9) заменена невозмущённым значением $m_\alpha\omega_\alpha$.

Для простоты предположим, что бетатронные колебания протонов одномерны и что

$$F_{st}(I_z,I_c)=F_0(I_z)\,\varrho(\varphi)$$

Уравнение (9) может быть решено методом разделения переменных.

После подстановки

$$\tilde{F}_m = \chi_1(a_z^2)\chi_2(\varphi)$$

(9) распадается на два независимых уравнения

$$-\lambda_m \chi_1(a_z^2) = -\frac{\partial F_0}{\partial a_z^2}\int_0^\infty da_z'^2\, U_m(a_z, a_z')\,\chi_1(a_z'), \qquad \text{(I2 а)}$$

$$\chi_2 = \frac{2e^4\lambda_m R_0 \rho(\varphi) m_z}{\gamma^5 \beta_s \nu_z(\omega - m_x\omega_x)}\sum_n J_{m_c}(n\varphi)\Lambda_{mn}\int_0^\infty d\varphi'\varphi' J_{m_c}(n\varphi')\chi_2(\varphi') \qquad \text{(I2 б)}$$

Для монотонно спадающих распределений по амплитудам бетатронных колебаний $F_o(a_z^2)$, уравнение (I2 а) может быть преобразовано в уравнение с симметричным и положительным ядром. При этом все его собственные числа $-\lambda_m$ положительны и ограничены сверху величиной

$$-\lambda_m^{max} = -\int_0^\infty da_z^2 \frac{\partial F_0}{\partial a_z^2}\, U_m(a,a) \qquad \text{(I3)}$$

Ниже для оценки декрементов ограничимся случаем, когда установившийся размер протонного пучка существенно меньше поперечного размера электронного пучка. При этом формула (I3) даёт:

$$-\lambda_m^{max} \simeq \begin{cases} \dfrac{\pi n_0^e}{|m_z|(m_z^2-1)}, & |m_z| \neq 1 \\[2mm] \pi n_0^e \ln\left(\dfrac{\ell_\perp}{R_e}\right), & |m_z| = 1 \end{cases} \qquad \text{(I4)}$$

где $\ell_\perp$ – поперечный размер вакуумной камеры, R_e – радиус поперечного сечения электронного пучка, n_0^e – плотность в центре электронного пучка.

Определение спектра уравнения (I2 б) (а с ним и спектра коллективных колебаний протонов) наталкивается на известные вычислительные тудности. Поэтому, для выяснения качественной зависимости декрементов от характерных параметров задачи, получим выражение декрементов для наиболее простого случая, когда все протоны имеют одну амплитуду синхротронных колебаний:

$$\rho(\varphi) = \delta(\varphi^2 - \varphi_0^2) \qquad \text{(I5)}$$

$\ell_b = 2\varphi_0 R_0$ – длина сгустка протонов.

Полученные таким образом выражения определяют верхнюю границу для декрементов коллективного движения пучка с гладким распределением по амплитудам синхротронных колебаний. Более точные оценки декрементов могут быть получены экстраполяцией спектра уравнения (I2 б) из коротковолновой области /8/.

Подставив (I5) в (I2 б), получим выражение для комплексного когерентного сдвига частоты

$$(\omega - m_x\omega_x) = \frac{2Ne^4\lambda_m R_0 m_z}{\gamma^2\beta_s\nu_z}\sum_n J_{m_c}^2(n\varphi_0)\Lambda_{mn} \qquad \text{(I6)}$$

где λ_m – собственные числа (I2 а), N – число протонов. Суммирование по n в (I6) удобно заменить интегрированием по формуле

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n = \sum_{q=-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dn\, b(n)\, e^{2\pi i q n} \qquad \text{(I7)}$$

Прямой подстановкой (I7) в (I6) легко убедиться в том, что в сумме по q отличен от нуля только член с $q = 0$. Физически это соответствует полному исчезновению наведённых полей за время оборота протонов в машине (аналогично тому, как это было, например, для согласованных пластин /8/).

Таким образом, для декрементов колебаний $\delta = -Im\,\omega$ получаем выражение

$$\delta_m = \frac{2Ne^4\lambda_m R_0 m_z}{\gamma^2\beta_s\nu_z}\int_{-\infty}^{\infty} dn\, J_{m_c}^2(n\varphi_0)\, Im\,\Lambda_{mn} \qquad \text{(I8)}$$

Оценим сначала декременты колебаний короткого пучка протонов ($\varphi_0 \to 0$). Согласно (I8), декременты синхробетатронных колебаний ($m_c \neq 0$) равны нулю:

$$J_{m_c}(n\varphi_0) \to 0, \quad \varphi_0 \to 0, \quad |m_c| \neq 0$$

а декременты бетатронных колебаний ($m_c = 0$) определяются выражением

$$\delta_{m_z} = \frac{2Ne^4\lambda_m R_0 m_z}{\gamma^2\beta_s\nu_z}\int_{-\infty}^{\infty} dn\, Im\,\Lambda_{mn} \qquad \text{(I9)}$$

Для гауссова распределения электронов по продольным скоростям

$$f_0^e(v)=\frac{1}{\Delta\sqrt{\pi}}\exp\left[-\frac{(v-v_0)^2}{\Delta^2}\right]$$

выражение (I9), с учётом (I0), можно переписать в виде:

$$\delta_{m_z}=-\lambda_m\frac{2N r_p r_e c\,\theta_0^2 R_0}{\pi^3\gamma^5\beta^3\nu_z^2}Z\frac{d}{dZ}\int_0^1 d\xi(1-\xi)\int_{-\infty}^{\infty}dk\,k^2\exp\left(-\frac{k^2\Delta^2\ell^2}{v_s^2}\xi^2\right)\cos\left(2\theta_0\xi\left[\frac{ku}{v_s}+Z\right]\right) \quad (20)$$

где $r_p=e^2/Mc^2$, $r_e=e^2/mc^2$ – классический радиус протона, электрона; $Z=m_z\nu_z$, u – отстройка средних скоростей пучков $u=v_s-v_0$. При уменьшении разброса электронов по скоростям ($\Delta\to 0$) интеграл в (20) расходится, как Δ^{-3}. Такой результат связан с пренебрежением в формулах (5), (6) "размазанностью" взаимодействия зарядов по области с азимутальным размером порядка $|\Delta y|\sim\frac{1}{k_\perp}\sim a_0$ поперечного размера протонного пучка, что оправдано, если за время пролёта протона участка охлаждения флюктуация плотности электронов "расплывается" больше чем на размер экранировки

$$\Delta\cdot\frac{\ell}{v}>a_0$$

Для качественного анализа эффекта такое ограничение малосущественно.

Знак декремента δ_{m_z} зависит от точности подстройки средних скоростей электронного и протонного пучков. При совпадении средних скоростей пучков лучше, чем ширина распределения электронов по продольным скоростям $|u|<\Delta$, взаимодействие с электронным пучком приводит к появлению "быстрого затухания" колебаний протонов с декрементом:

$$\delta_{m_z}=-\frac{d^2 f_0^e}{du^2}\frac{\pi N r_p r_e c^4 n_0^e}{2\gamma^5}\left(\frac{\ell}{2\pi R_0}\right)L\begin{cases}\dfrac{1}{m_z^2-1}, & |m_z|\neq 1\\[2ex] \ln\left(\dfrac{\ell_\perp}{R_e}\right), & |m_z|=1\end{cases} \quad (2I)$$

где L – логарифмический фактор, равный по порядку величины $\ln(\Delta\ell/v_s a_0)$; собственные числа λ_m заменены своим предельным значением из (I3); при получении (2I) предполагалось, что распределение электронов симметрично относительно средней скорости $\left(df_0/du\underset{u\to 0}{\to}0\right)$. Если средние скорости протонов и электронов совпадают $(v_s=v_0)$, d^2f_0/du^2 порядка Δ^{-3} и декременты δ_{m_z} можно записать в виде:

$$\delta_{m_z}=\delta(u=0)=\frac{\pi N r_p r_e n_0^e c}{2\gamma^5\beta^3}\left(\frac{\ell}{2\pi R_0}\right)\left(\frac{v_s}{\Delta}\right)^3 L\begin{cases}\dfrac{1}{m_z^2-1}, & |m_z|\neq 1\\[2ex] \ln\left(\dfrac{\ell_\perp}{R_e}\right), & |m_z|=1\end{cases} \quad (22)$$

При большой отстройке скоростей протонов и электронов $|u|>\Delta$ колебания протонного пучка неустойчивы с инкрементом

$$\delta_{m_z}=-\delta(u=0)\cdot\left(\frac{\Delta}{|u|}\right)^3. \quad (23)$$

Причину возникновения неустойчивости легко понять, если рассмотреть движение протона в системе отсчёта, сопутствующей электронам. В такой системе протоны движутся в продольном направлении со скоростью u. При этом мгновенная плотность электронов перестраивается таким образом, что протон взаимодействует с положительным следом, движущимся в ту же сторону, с той же скоростью u. При совпадающих скоростях $u\to 0$ электроны притягиваются симметрично и энергия колебаний протонов тратится на образование отрицательно заряженного следа в электронном пучке.

Приведём теперь выражения для декрементов протяжённого пучка протонов. Примем $\ell_b\gg\ell\zeta(|m_z|+1)$, где $\zeta=\max(|u|,\Delta)$. После интегрирования в (I8) получим:

а) в случае совпадающих скоростей ($u=0$)

$$\delta=\delta(u=0)\cdot\left(\frac{\ell\Delta}{\ell_b v_s}\right) \quad (24)$$

где $\delta(u=0)$ – декремент короткого пучка, определяется формулой (22). Взаимодействие пучков приводит к появлению "быстрого затухания" когерентных колебаний протонного пучка. Так как отношение v_s/Δ велико ($v_s/\Delta>10^3$), величины декрементов в (24) оказываются значительными,

б) при большой отстройке скоростей $|u|\gg\Delta$ взаимодействие пучков приводит к неустойчивости колебаний протонов с инкрементом:

$$\delta_m = -\delta(u=0)\,\frac{\ell\Delta}{\ell_b v_s}\cdot\left(\frac{\Delta}{u}\right)^2 \qquad (25)$$

Появление в формулах (24), (25) факторов $\frac{\ell\zeta}{\ell_b v_s}$ по сравнению с (2I), (23) легко понять. Эффективно, через электронный пучок взаимодействуют протоны, продольное расстояние между которыми меньше $\ell\frac{\zeta}{v_s}$, что соответствует интервалу синхротронных фаз $|\Delta\psi_c| \sim \ell\zeta/\ell_b v_s \ll \frac{1}{|m_c|}$ При этом до мультипольностей $|m_c| \sim \ell_b v_s/\ell\zeta$ все синхробетатронные моды затухают одинаково, независимо от помера мультипольности синхротронных колебаний.

Появление "быстрого затухания" когерентных колебаний протонов при подстройке средних скоростей $|u| < \Delta$ может быть использовано для демпфирования когерентных колебаний накапливаемого пучка. Следует, видимо, ещё раз заметить, что формулы (2I), (25) определяют верхнюю границу декрементов (инкрементов) затухания когерентных колебаний протонов. Для гладких распределений протонов по амплитудам синхротронных колебаний величины декрементов уменьшатся, однако для коротких сгустков $(\ell_b < \ell)$ величины декрементов могут быть достаточно велики для обеспечения коллективной устойчивости накапливаемого пучка.

Оценим геличины декрементов затухания для описанного в /IO/ накопителя антипротонов НАП (R_0 = 750 см; ν = I.2÷I.3; ℓ = 500 см, β = 0,85, γ = 2; $\frac{\Delta}{v_s} \sim$ IO^{-3}, $n_0^e \simeq$ IO^8 I/см^3). Для тока антипротонов N = IO^{IO} и длины сгустка $2\pi R_0/3$ формула (24) даёт время затухания $\tau \simeq$ IO^{-3} сек. При ухудшении точности подстройки средних скоростей пучков время затухания увеличивается по закону, примерно совпадающему с законом убывания декремента в (2I).

Авторы благодарны Я.С.Дербеневу, И.Н.Мешкову и В.В.Пархомчуку за обсуждения результатов и интерес к работе.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. Г.И.Будкер, Н.С.Диканский и др. В сб. "Труды IУ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц", т.II, 309, "Наука" (I975).

2. G.I.Budker, Ya.S.Derbenev et al, IEEE TRANS on Nucl. Sci. NS-22, No 5, 2093 (1975); Г.И.Будкер, Я.С.Дербенев и др., АЭ, 40, I, 49 (I976).

3. Я.С.Дербенев, Н.С.Диканский. Препринт № 3I5 ИЯФ СО АН СССР (I969), Я.С.Дербенев, Н.С.Диканский. Препринт № 3I8 ИЯФ СО АН СССР (I969), Н.С.Диканский. Диссертация. Новосибирск (I969).

4. Н.С.Диканский, А.Н.Скринский. "АЭ", 2I, I76 (I966).

5. Я.С.Дербенев, Н.С.Диканский. "АЭ", 22, I9I (I967).

6. E.D.Courant, A.M.Sessler. Rev.Sci. Instr., 37, 1579 (1966).

7. Н.С.Диканский, Д.В.Пестриков. Препринт ИЯФ 94-74 СО АН СССР (I974).

8. Я.С.Дербенев, Н.С.Диканский, Д.В.Пестриков. Препринт ИЯФ 7-72 СО АН СССР (I972).

9. В.В.Анашин, Г.И.Будкер и др. В сб. "Труды IУ Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц", т.П, 304, "Наука" (I975).

IO. ВАПП-НАП группа. 8-я Международная конференция по ускорителям заряженных частиц, 72, Женева (I97I).

Работа поступила -3 декабря 1975 г.

Ответственный за выпуск С.Г.ПОПОВ
Подписано к печати 28.4.76г. МН 02764
Усл. 0,7 печ.л., тираж 160 экз. Бесплатно
Заказ № 40

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР