Б.18

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 77 - 56

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ РАДИА-ЦИОННЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ В СЛУЧАЕ НЕОДНОРОДНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

БИБЛИОТЕКА
Института Ядерной
Физики СО АН СССР
ИНВ. №

Новосибирск

1977

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

ПОЛЯРИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ РАДИАЦИОННЫМ РАЗДЕЛЕНИЕМ В СЛУЧАЕ НЕОДНОРОДНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

А Н Н О Т А Ц И Я

Показано, что эффект пространственного разделения частиц разной поляризации, установленный ранее авторами для случая прохождения электронами с энергией в сотни Гэв через мегагауссное однородное магнитное поле, имеет место и в неоднородных магнитных полях.

I. Получение поляризованных электронов и позитронов в области очень высоких энергий, где использование накопителей встречает серьезные трудности, представляет весьма сложную задачу. В работах /I,2/ показано, что при очень высоких энергиях существует способ создания пучков поляризованных электронов и позитронов, основанный на том, что при прохождении через сильные магнитные поля частицы с разной проекцией спина на направление магнитного поля пространственно разделяются вследствие зависимости вероятности излучения от указанной проекции. Этот эффект становится заметным уже при $\chi \sim 0,05$. Параметр $\chi = \chi(\varepsilon) = H\varepsilon / H_0 m$, где H - магнитное поле, $H_0 = m^2/e = 4,41 \cdot 10^{13}$ э., ε - энергия, m - масса электрона, является характеристическим в квантовой теории магнитотормозного излучения. При энергии электронов ε = 250 Гэв (вторичные пучки ускорителей FNAL, CERN-II) для получения $\chi \sim 0,05$ необходимо магнитное поле $H \sim 4$МгГс. Такого рода мегагауссные поля в малых обьемах и на короткие времена могут быть получены взрывным способом. Предлагаемый способ значительно расширяет возможности подобных устройств (магнитных конвертеров), поскольку в них могут быть использованы как жесткие фотоны, максимум спектрального распределения которых для $\chi \lesssim 1$ лежит при $\omega \sim \varepsilon\chi$ (см., напр., /3/), так и поляризованные электроны, что представляет интерес, особенно если учесть сложность получения электронов сверхвысоких энергий. В /I,2/ рассмотрен случай однородного магнитного поля. Поскольку задача представляет практический интерес, желательно рассмотреть эффект и в случае неоднородного магнитного поля. Этому вопросу и посвящена настоящая работа.

2. Как известно, см., напр., /4/, магнитотормозное излучение ультрарелятивистских частиц сосредоточено в узком конусе с углом раствора $\sim \varepsilon/m$ по отношению к направлению движения частицы. С этой точностью можно пренебречь изменением поперечных составляющих импульса в процессе излучения. Тогда угол φ, характеризующий направление импульса частицы, будет изменятся только за счет прямого воздействия магнитного поля. Нас будет интересовать случай, когда начальная и конечная (после прохождения через поле) энергии одного порядка, при этом эффективное время взаимодействия с полем $t_{эф} \sim \varepsilon/\alpha m^2 \chi^2$. При этих условиях изменение угла φ за время пролета $\sim m/\alpha\varepsilon\chi$, для рассматриваемых значений ε, χ величина $\varphi \ll$ I. Тогда

$$\vec{H}(x,y,z) \simeq \vec{H}(x,y_0,z_0) + \frac{\partial \vec{H}(x,y_0,z_0)}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial \vec{H}(x,y_0,z_0)}{\partial z}\Delta z$$

здесь y_0, z_0 - поперечные координаты электрона при входе в поле (начальная скорость направлена по оси x). Поле $\vec{H}(x,y_0,z_0) \equiv \vec{H}(x)$ будем считать почти постоянным по направлению, которое выберем в качестве оси z :

$$\vec{H}(x) = \vec{e}_z H(x) + \vec{h}(x) \quad , \text{ где } \quad \frac{|\vec{h}|}{H} \ll 1$$

Если кроме того выполнено условие

$$\frac{1}{H}\,|\vec{\nabla}_\perp H|\, t_{\text{эф}}\, \varphi \sim \frac{|\vec{\nabla}_\perp H|}{H}\,\frac{1}{\alpha^2 m \chi^3} \ll 1$$

то можно считать, что $\vec{H}(x,y,z) \simeq \vec{e}_z H(x)$. На прямолинейной траектории $x = vt$, $\vec{H} \simeq \vec{e}_z H(x=vt) \simeq \vec{e}_z H(t)$. Это обстоятельство позволяет написать уравнения для функции распределения в зависимости от энергии ε , азимутального угла φ , спиновой переменной $\zeta = \pm 1$, характеризующей поляризацию частицы на направление магнитного поля, и времени t в виде

$$\frac{\partial \rho_\zeta(\varepsilon,\varphi,t)}{\partial t} + \frac{eH(t)}{\varepsilon}\frac{\partial \rho_\zeta(\varepsilon,\varphi,t)}{\partial \varphi} =$$
$$= -\int W_\zeta(\varepsilon',\varepsilon,H(t))\rho_\zeta(\varepsilon,\varphi,t)\,d\varepsilon' +$$
$$+ \int W_\zeta(\varepsilon,\varepsilon',H(t))\rho_\zeta(\varepsilon',\varphi,t)\,d\varepsilon' + \qquad (I)$$
$$+ \int W_{\zeta,-\zeta}(\varepsilon,\varepsilon',H(t))\rho_{-\zeta}(\varepsilon',\varphi,t)\,d\varepsilon' -$$
$$- \int W_{-\zeta,\zeta}(\varepsilon,\varepsilon',H(t))\rho_\zeta(\varepsilon',\varphi,t)\,d\varepsilon'$$

где $W_\zeta(\varepsilon',\varepsilon,H(t))$ плотность вероятности перехода электрона из состояния с энергией ε и спином ζ в состояние с энергией ε', просуммированная по конечным спиновым состояниям;
$W_{-\zeta,\zeta}(\varepsilon',\varepsilon,H(t))$ - плотность вероятности перехода электрона из состояния с энергией ε и спином ζ в состояние с энергией ε'

и спином $-\zeta$ (см. ,напр., /4/).

Будем искать решение уравнения (I) с начальным условием

$$\rho_\zeta(\varepsilon,\varphi,-\infty) = \delta(\varepsilon-\varepsilon_0)\,\delta(\varphi) \qquad (2)$$

Найти общее решение уравнения (I) в аналитическом виде не представляется возможным. В важном для приложений случае, когда $\chi_0 \equiv \chi(\varepsilon_0) \ll 1$, $\varepsilon' = \varepsilon - \omega = \varepsilon(1+O(\chi))$, можно провести разложение входящих в (I) величин по степеням $\chi \lesssim \chi_0$. Оставляя первые члены этого разложения, а также опуская производные выше второй (приближение Фоккера-Планка) получаем

$$\frac{\partial \rho_\zeta(\tau,\varphi,z)}{\partial z} + \frac{\beta\nu(z)}{\tau}\frac{\partial \rho_\zeta(\tau,\varphi,z)}{\partial \varphi} = \qquad (3)$$
$$= \nu^2(z)\frac{\partial}{\partial \tau}\left[\tau^2(1+a\tau\nu(z))\rho_\zeta\right] + \frac{\nu^3(z)}{2}\frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\left[\tau^4 b\rho_\zeta\right],$$

где

$$z = I_c(\varepsilon_0,B)t/\varepsilon_0\,,\quad \beta = eB/I_c(\varepsilon_0,B)\,,\quad H(z) = B\nu(z);$$

$$a = -\left(6c+\tfrac{3}{2}\zeta\right)\chi_0\,,\quad b = 2c\chi_0\,,\quad c = \frac{55\sqrt{3}}{96}\,,\quad \chi_0 = \frac{B}{H_0}\frac{\varepsilon}{m}$$

$I_c(\varepsilon,B)$ - классическая интенсивность излучения электрона в поле B. Введем новую функцию $F = \beta\varepsilon^2\rho/\varepsilon_0$, тогда после замены переменных

$$u = \frac{1}{\tau} - 1 - \int_{-\infty}^{z}\nu^2(z')\,dz' + A\int_{-\infty}^{z}\frac{\nu^3(z')\,dz'}{1+\int_{-\infty}^{z'}\nu^2(z'')\,dz''}\,,$$

$$\psi = \frac{\varphi}{\beta} - \int_{-\infty}^{z}\nu(z')\left(1+\int_{-\infty}^{z'}\nu^2(z'')\,dz''\right)dz' + \qquad (4)$$
$$+ A\int_{-\infty}^{z}\nu(z')\,dz'\int_{-\infty}^{z'}dz''\frac{\nu^3(z'')}{1+\int_{-\infty}^{z''}\nu^2(z_1)\,dz_1}\,;$$

$$s = \int_{-\infty}^{z}\nu(z')\,dz'\,,\qquad A = \chi_0\left(4c+\tfrac{3}{2}\zeta\right)$$

имеем с нашей точностью следующее уравнение для F

$$\frac{\partial F}{\partial s} + u\frac{\partial F}{\partial \psi} = \frac{1}{2} b\,\nu^2(z(s))\,\frac{\partial^2 F}{\partial u^2},$$

$$F(z=-\infty) = \delta(u)\,\delta(\psi) \qquad (5)$$

Проводя в (5) преобразование Фурье по переменным u и ψ получаем для образа функции F уравнение первого порядка, которое решается методом характеристик. В итоге находим

$$F(u,\psi,s) = \frac{1}{\pi\Delta\delta}\exp\left\{-\frac{2u^2}{\Delta^2} - \frac{2\psi^2}{\delta^2} + \frac{2\sqrt{3}}{\Delta\delta}u\psi\right\} \qquad (6)$$

где

$$\Delta^2 = b\int_0^s \nu^2(s')\,ds' = b\int_{-\infty}^{z}\nu^3(z')\,dz',$$

$$\delta^2 = b\int_0^s \nu^2(s')(s-s')^2\,ds' =$$

$$= 2b\int_{-\infty}^{z}\nu(z_1)\,dz_1\int_{-\infty}^{z_1}\nu(z_2)\,dz_2\int_{-\infty}^{z_2}\nu^3(z_3)\,dz_3$$

Интегрируя $F(u,\psi,s)$ по u имеем угловое распределение

$$F(\psi,s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}}\exp\left\{-\frac{\psi^2}{2\delta^2}\right\} \qquad (7)$$

Величина A, входящая в ψ, u (см. (4)), зависит от $\geq$, т.е. распределение для частиц с разной проекцией спина отличаются одно от другого. Это обстоятельство приводит к тому, что неполяризованный пучок частиц, проходя через магнитное поле, становится, вообще говоря, частично поляризованным, если отбирать из него частицы в некотором интервале углов и энергий, причем степень поляризации существенно зависит от выбора этих интервалов. В однордном поле напряженности B на "глубине" z_0, для которого $\nu_0(z) = \vartheta(z)\,\vartheta(z_0 - z)$, из приведенных выше выражений следуют результаты, совпадающие с соответствующими результатами работ /I,2/, а именно:

$$u_0 = \frac{1}{\varepsilon} - 1 - z_0 + A\ln(1+z_0) \qquad (8)$$

$$\Delta_0^2 = b z_0, \quad \delta_0^2 = \frac{b z_0^3}{3}, \quad \psi_0 = \varphi/\beta - z_0 - \frac{z_0^2}{2} + A\left[(1+z_0)\ln(1+z_0) - z_0\right]$$

В качестве примеров неоднородного поля рассмотрим следующие два случая

$$\nu_1(z) = \frac{d_1}{\operatorname{ch} k_1 z}, \quad d_1 = \frac{\pi}{2}, \quad k_1 = \frac{\pi^2}{2z_0}$$

$$\nu_2(z) = \frac{d_2}{1+(k_2 z)^2}, \quad d_2 = 2, \quad k_2 = \frac{2\pi}{z_0}. \qquad (9)$$

константы $d_{1,2}$, $k_{1,2}$ выбраны так, чтобы классические значения энергии и угла ($\varepsilon_c = \varepsilon_0/(1+z_0)$, $\varphi_c = \beta z_0(1+\frac{z_0}{2})$) после прохождения частиц через поле соответственно совпадали для всех трех случаев $\nu = \nu_0$, $\nu = \nu_1$, $\nu = \nu_2$. После пересечения области занятой полем распределение по углам имеет вид

$$F(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi R}}\exp\left\{-\frac{(y+\lambda)^2}{R}\right\} \qquad (10)$$

где мы перешли к переменной $y = (\varphi - \varphi_c)/\beta\sqrt{2\delta_0^2}$, использовавшейся в /2/; δ^2 определено в (6), δ_0^2 – в (8); зависящая от спина величина $\lambda = \psi/\sqrt{2\delta_0^2} - y$, $R = \delta^2(z=\infty)/\delta_0^2$.

Степень поляризации частиц, летящих в интервале углов дается выражением

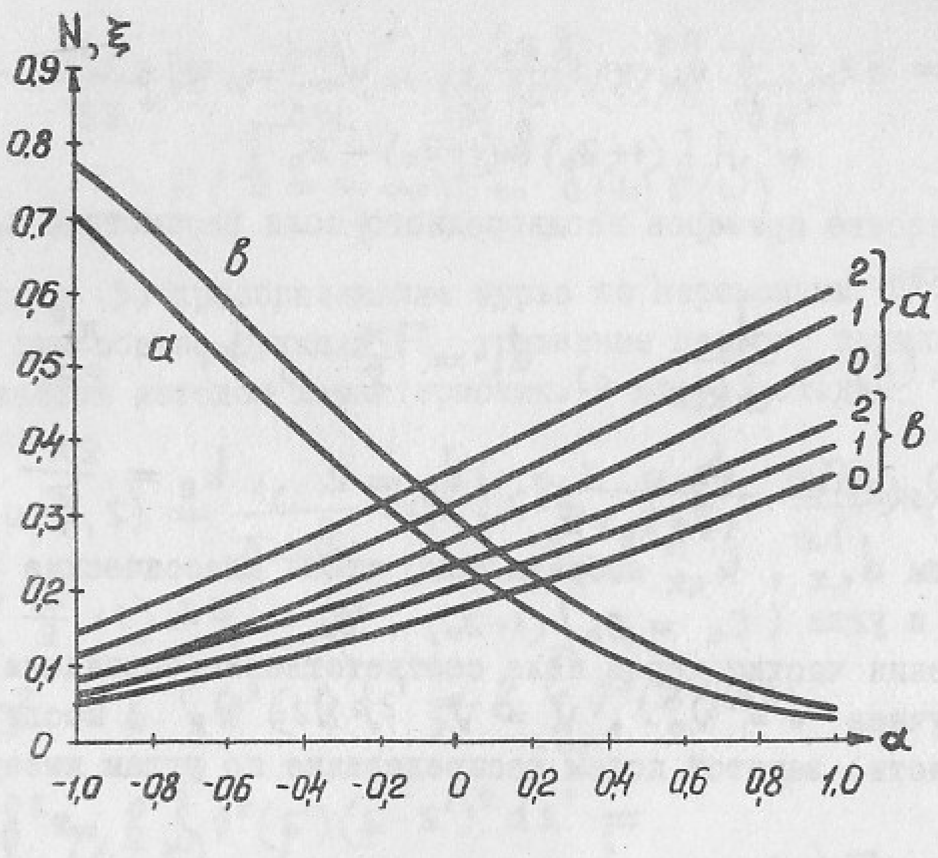
$$\xi(y_1,y_2) = \int_{y_1}^{y_2} dy\,\left[F_-(y) - F_+(y)\right] \Big/ N(y_1,y_2) \qquad (11)$$

где

$$N(y_1,y_2) = \int_{y_1}^{y_2} dy\,\left[F_-(y) + F_+(y)\right]$$

На рисунке изображена зависимость от α величин $\xi(\alpha,\infty)$ и $N(\alpha,\infty)$ для z_0 = I, γ_0 = 0,05 и γ_0 =0,I. Видно, что при выбранных условиях степень поляризации в неоднородном поле больше, чем в однородном, причем отличие в числе частиц мало.

Учет следующих приближений несколько меняет ответы. Есть основания предполагать, что соотношение результатов первого и последующих приближений будет таким же как в случае однородного поля (см. /2/).



Степень поляризации $\xi(\alpha,\infty)$ для $z_0 = I$ и $\chi_0 = 0,I$ (кривые a) и $\chi_0 = 0,05$ (кривые b). Индексы 0,I,2 отвечают соответственно $\nu = \nu_0$, $\nu = \nu_1$, $\nu = \nu_2$. Число частиц $N(\alpha,\infty)$ для $\nu = \nu_2$.

ЛИТЕРАТУРА

I. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко, Препринт ИЯФ СОАН СССР 77-25, I977

2. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко, Препринт ИЯФ СОАН СССР 77-42, I977

3. T. Erber. Acta Phys. Austr. Suppl VIII, 323, 1971

4. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.С.Фадин. Излучение релятивистских электронов, Атомиздат, I973.

Работа поступила - 30 мая 1977 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ
Подписано к печати 22.VI-1977 г. МН 02877
Усл. 0,5 печ.л., 0,4 учетно-изд.л.
Тираж 200 экз. Бесплатно
Заказ № 52.

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР