14

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 77 - 19

Б.А.Румянцев

КОГЕРЕНТНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ В РЕАКЦИЯХ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

Новосибирск
1977

КОГЕРЕНТНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ГИГАНТСКИХ РЕЗОНАНСОВ В РЕАКЦИЯХ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

Б.А.Румянцев

Институт ядерной физики СО АН СССР, Новосибирск

I. Введение

Результат численных экспериментов моделирующих рассеяние тяжелых ионов парными соударениями нуклонов на массовой поверхности /I-3/, ставят под сомнение применимость гидродинамики для описания этого процесса /4/. Рассматриваемый в нашей работе эффект когерентной генерации гигантских резонансов не связан условием статистического равновесия возбужденных ядер и в некотором смысле подобен эффекту Черенкова. Для его реализации необходимы лишь достаточно широкий частотный спектр коллективных вибраций ядра и быстро движущееся через ядро - мишень макроскопическое возмущение плотности.

Другими словами, речь пойдет о процессе, изображенном на рис.I.

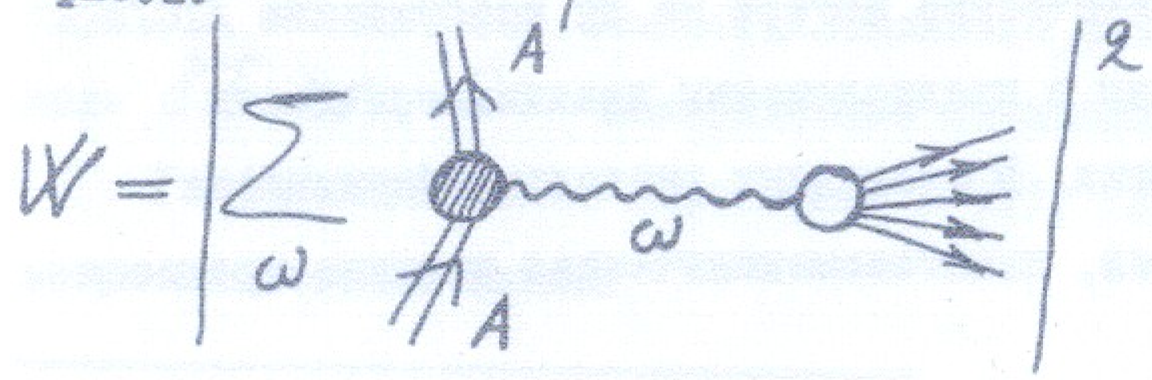


Рис.I.

Если энергия налетающего иона A достаточно велика ("сверхзвуковой" режим) то амплитуды с разными ω складываются когерентно.

На классическом языке это означает, что внутри ядра-мишени формируется резкий пакет волн – черенковский конус. Для локализации его внутри ядра требуется и локальность коллективной моды $|\omega\rangle$, формирующей пакет. Кроме того, пространственный масштаб возмущения плотности и декремент колебаний $\Gamma(\omega)$ должны быть достаточно малы для существования "волновой зоны" излучения. "Выплескивание" части из ядра фронтом черенковского конуса (правая вершина на рис.I) результативно очень похоже на действие ударной волны, поэтому исследуемый нами эффект может оказаться полезным при анализе экспериментов по поиску ударных волн в ядрах. Заметим, что впервые на этот эффект было указано в работе /5/ (в 1959 году!).

Дальнейшее изложение состоит из четырех разделов. Сначала мы покажем (в рамках теории конечных ферми-систем /6/) законность гидродинамического описания гигантских резонансов /7/. Затем, в простейшей аппроксимации (однородная ферми – жидкость) оценим вероятность "выплескивания" /8/, а также угловые и энергетические спектры испускаемых нуклонов /9/. В третьей части исследуется пространственно-временная картина когерентной генерации гигантских резонансов в конечном ядре с учетом затухания $\Gamma(\omega)$, а также энергетические потери на их возбуждение /10/. Все вычисления проделаны в предположении квазиклассичности движения налетающего иона. В последних разделах обсуждается роль нелинейных эффектов, квантовомеханическая картина процесса и пересмотрение задачи.

2. Гидродинамический режим для коллективных колебаний ядра

В этом разделе мы получим уравнения гидродинамики в т.н. "акустическом" (линейном) приближении /II/.

$$\frac{\partial}{\partial t}\delta\rho(\vec{x},t) \equiv \delta\dot{\rho} = -\operatorname{div}\left(\rho(\vec{x})\frac{\partial\varphi(\vec{x},t)}{\partial\vec{x}}\right) \equiv -\operatorname{div}\vec{j} \qquad (\mathrm{I})$$

$$\dot{\varphi}(\vec{x},t) = -\delta P(\vec{x},t) = -\int d\vec{x}'\, G(\vec{x}|\vec{x}')\,\delta\rho(\vec{x}',t) \qquad (2)$$

исходя из микроскопических уравнений метода зависящего от времени Хартри-Фока[ж)]

Основное уравнение этого метода для вариации матрицы плотности $\delta\rho(\vec{x},\vec{x}';t)$ имеет вид

$$i\,\delta\dot{\rho} = [\delta\rho; S] + [\rho; V] \qquad (3)$$

где

$$V(1) = Tr_2\left(G_{12}\,\delta\rho(2)\right) \qquad (4)$$

Скобки в (3) означают коммутатор, $S = \vec{p}^{\,2}/2 + \Sigma(\vec{x})$ – самосогласованный гамильтониан, ρ – матрица плотности основного состояния ядра, V – изменение самосогласованного потенциала (эффективное поле $\delta\Sigma$ /6/), G – межнуклонное взаимодействие, $\hbar = m =$ I.

Гидродинамические переменные в (I), (2) имеют следующий микроскопический аналог

ж) Ниже мы ограничимся силами G, зависящими только от пространственных координат. Роль спиновых и скоростных членов в G обсуждается в заключении.

$$\rho(\vec{x}) = \rho(\vec{x}|\vec{x}')\Big|_{\vec{x}'=\vec{x}}$$ – плотность в равновесном состоянии (5)

$$\delta\rho(\vec{x};t) = \delta\rho(\vec{x}|\vec{x}';t)\Big|_{\vec{x}'=\vec{x}}$$ – вариация плотности (6)

$$\delta P(\vec{x};t) = \int d\vec{x}'\,\frac{\delta P(\vec{x})}{\delta\rho(\vec{x}')}\,\delta\rho(\vec{x}';t) \equiv \int d\vec{x}'\,G(\vec{x}|\vec{x}')\,\delta\rho(\vec{x}';t) \quad (7)$$

– отклонение давления от равновесного

$$\varphi(\vec{x};t) = -\int^{t} dt'\,V(\vec{x};t')$$ – потенциал поля скоростей (8)

Отметим, сходство выражения (8) с определением потенциала поля скоростей в гидродинамике сверхтекучего ядра /I2/. Роль потенциала скоростей в последнем случае играет фаза параметра куперовского спаривания $\Delta(\vec{x};t) = |\Delta|\,e^{i\varphi(\vec{x};t)}$. Для нормальной системы фазовое преобразование имеет сходний вид $\exp\left(-i\int^{t} dt'\,\delta\Sigma(\vec{x};t')\right)$ ($\delta\Sigma = V(\vec{x};t)$ – вариация самосогласованного поля).

Стандартний метод вывода гидродинамических уравнений из кинетического состоит в разложении последнего по малому параметру /I3/

$$l/\lambda \ll 1 \quad (9)$$

где λ – характерний масштаб коллективного движения (длина волни звука), а l – длина свободного пробега частиц. В нагретых системах малость в (9), обеспечивается столкновениями частиц. В холодном ядре роль l играет величина (v_F – скорость ферми)

$$l \sim v_F/\omega \sim v_F T \quad (10)$$

т.е. расстояние, проходимое нуклонами за период коллективного движения ($T = 2\pi/\omega$). Поэтому, локальний (гидродинамический) режим для коллективных колебаний ядра имеет место лишь для

его высокочастотной ветви. Критерий макроскопического описания колебаний следует из (9) и (10) ($\lambda \sim c_s/\omega$) /7,I4/

$$c_s \gg v_F \quad (11)$$

(c_s – скорость нулевого звука)

Практический вывод уравнения (2) (уравнение (I) выполняется в силу определения (8)) проще всего привести в представлении $\varphi_\nu(\vec{x})$ – собственних функций $\mathcal{E}$ и ρ.

$$\rho_{\nu\nu'} = \delta_{\nu\nu'}\,n_\nu\,; \quad \mathcal{E}_{\nu\nu'} = \delta_{\nu\nu'}\,\varepsilon_\nu$$

Для фурье – компонент $\delta\rho_\omega(\nu\nu')$, имеем

$$\delta\rho_\omega(\nu\nu') = \frac{n_\nu - n_{\nu'}}{\varepsilon_\nu - \varepsilon_{\nu'} + \omega}\,V_\omega(\nu\nu') \quad (12)$$

Разлагая правую часть в (I2) по $1/\omega$ находим

$$-\omega^2\delta\rho_\omega(\vec{x}|\vec{x}) \approx \langle\vec{x}|[\rho;[\mathcal{E};V_\omega]]|\vec{x}\rangle \equiv \operatorname{div}\left(\rho(\vec{x})\frac{\partial V_\omega}{\partial\vec{x}}\right) \quad (13)$$

Используя тождество (8) ($V = -\dot{\varphi}$) окончательно найдём

$$\delta\dot{\rho}(\vec{x};t) + \operatorname{div}\left(\rho(\vec{x})\frac{\partial\varphi(\vec{x};t)}{\partial\vec{x}}\right) = 0$$

т.е. уравнение непрерывности (I).

Вычисляя ток $\vec{j}_\omega(\vec{x})$ в возбуждаемом состоянии $|\omega\rangle$ *)

$$2i\,\vec{j}_\omega(\vec{x}) = \lim\,(\nabla - \nabla')\,\delta\rho_\omega(\vec{x}|\vec{x}')\Big|_{\vec{x}'\to\vec{x}}$$

в высокочастотном пределе, имеем

$$i\omega\,\vec{j}_\omega(\vec{x}) \approx \rho(\vec{x})\,\nabla V_\omega$$

---

*) С точностью до нормировки $\delta\rho_\omega(\vec{x}|\vec{x}')$ является волновой функцией фонона /I5/.

Таким образом, вычисления в первом и во втором порядках по $1/\omega$ являются согласованными, а величина $\rho(\vec{x})\frac{\partial\varphi}{\partial\vec{x}}$ в (I) действительно имеет смысл тока $\vec{j}(\vec{x},t)$

Система (I), (2) имеет первый интеграл (энергию) $\mathcal{H}$

$$\mathcal{H} = 1/2\int d\vec{x}\,\rho(\vec{x})\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\vec{x}}\right)^2 + 1/2\int d\vec{x}\int d\vec{x}\,'\,\mathcal{Q}(\vec{x}|\vec{x}\,')\,\delta\rho(\vec{x},t)\,\delta\rho(\vec{x}\,',t) \qquad (14)$$

из которого уравнения (I), (2) могут быть получены по обычным правилам (φ и $\delta\rho$ - канонически сопряженные величины)

$$\dot{\varphi} = -\frac{\delta\mathcal{H}}{\delta\delta\rho}\,;\quad \delta\dot{\rho} = \frac{\delta\mathcal{H}}{\delta\varphi} \qquad (15)$$

Процедура отделения "духовой" ветви (изоскалярного дипольного резонанса $J^{\pi} = 1^{-}$, $\omega = 0$) имеет стандартную форму /16/. Вычитая из полного гамильтониана ядра энергию движения как целого

$$H \longrightarrow H - \frac{\vec{P}^2}{2A}$$

найдём ($\vec{p}$ - одночастичний импульс, A - атомный номер)

$$\delta\rho_\omega(\nu\nu') = \frac{n_\nu - n_{\nu'}}{\varepsilon_\nu - \varepsilon_{\nu'} + \omega}\left(V_\omega(\nu\nu') - \vec{p}_{\nu\nu'}\vec{u}\right)$$

где $\vec{u} = A^{-1}\,Tr(\hat{\vec{p}}\,\delta\rho_\omega)$

В пределе больших частот легко найти

$$\vec{u} \approx 1/A\int d\vec{x}\,\rho(\vec{x})\frac{\partial\varphi}{\partial\vec{x}}$$

а уравнение (I) принимает вид

$$\delta\dot{\rho} + div\left(\rho(\vec{x})\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\vec{x}} - \vec{u}\right)\right) = 0$$

Таким образом, вектор $\vec{u}$ имеем смысл скорости ядра как целого. В гамильтониане (14) кинетическая энергия преобразуется обычным образом,

$$1/2\int d\vec{x}\,\rho(\vec{x})\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\vec{x}} - \vec{u}\right)^2$$

Обсудим теперь область применимости найденных нами уравнений (I), (2). Удобно исследовать уравнение для эффективного поля V. В базисе $\varphi_\nu(\vec{x})$, имеем

$$V_\omega(11') = \sum_{22'}\langle 12'|\mathcal{Q}|21'\rangle\frac{n_2 - n_{2'}}{\varepsilon_2 - \varepsilon_{2'} + \omega}V_\omega(22') \qquad (16)$$

Предполагая частоту ω много больше характерной энергии частично-дырочних переходов $|\varepsilon_2 - \varepsilon_{2'}|$, дающих вклад в (16), т.е.

$$\omega \gg |\varepsilon_2 - \varepsilon_{2'}| \qquad (17)$$

в координатном представлении найдём /7/

$$-\omega^2 V_\omega(\vec{x}) \approx \int d\vec{x}\,'\,\mathcal{Q}(\vec{x}|\vec{x}\,')\,div\left(\rho(\vec{x}\,')\frac{\partial V_\omega}{\partial\vec{x}\,'}\right) \qquad (18)$$

(это уравнение может быть получено из (I), (2) исключением $\delta\rho$)

Подставляя в (18) простейшую параметризацию взаимодействия /6/ в теории конечных ферми-систем

$$\mathcal{Q}(\vec{x}|\vec{x}\,') = f\Big/\frac{dn}{d\varepsilon_F}\,\delta(\vec{x}-\vec{x}\,')\,;\quad n = \frac{p_F^3}{3\pi^2} \equiv \rho(0) \qquad (19)$$

(f - скалярная амплитуда рассеяния, $\varepsilon_F = p_F^2/2$ - энергия ферми) перепишем (18) в форме

$$div\left(n(\vec{x})\frac{\partial V_\omega}{\partial\vec{x}}\right) + \omega^2/c_1^2\,V_\omega(\vec{x}) = 0 \qquad (18a)$$

где $c_1^2 = p_F^2 f/3$; $n(\vec{x}) = \rho(\vec{x})/\rho(0)$ - безразмерная плотность.

Масштаб изменения $V_\omega(\vec{x})$ (длина волны) согласно (18a) имеет порядок $\lambda \sim c_1/\omega$. Тогда, характерная энергия перехода в матричном элементе $V_\omega(\nu\nu')$ равна (R - радиус ядра)

$$|\varepsilon_\nu - \varepsilon_{\nu'}| \approx \frac{\partial \varepsilon_\nu}{\partial \nu}\delta\nu \sim \frac{\partial \varepsilon_\nu}{\partial \nu}\frac{R}{\lambda} \sim \varepsilon_F A^{-1/3}\frac{R}{\lambda} \qquad (20)$$

Используя (20) перепишем неравенство (I7) в виде[ж)]

$$\omega \gg \varepsilon_F A^{-1/3}\frac{R}{\lambda} \sim v_F/\lambda$$

в согласии с физическими оценками (9), (I0).

Фактически, критерий применимости оказывается менее жестким, вследствии правил отбора по орбитальному моменту. Радиальная зависимость эффективного поля слабо влияет на разность $\varepsilon_\nu - \varepsilon_{\nu'}$ и $\delta\nu$ в (20) имеет порядок L, а не $R/\lambda\ (>L)$ (L - мультипольность гигантского резонанса) /I7/.

Рассмотрим теперь граничные условия к системе интегро-дифференциальных уравнений (I), (2). В исходном (микроскопическом) уравнении (3) граничные условия автоматически заданы асимптотикой волновых функций $\varphi_\nu(\vec{x})$. В найденных макроскопических уравнениях (I), (2) следы от нее остались только в интегральных величинах - плотности $\rho(\vec{x})$, ее градиентах и т.д.[жж)] С другой стороны уравнения последовательной макроскопической теории не должны содержать микроскопический масштаб (радиус сил r_0, параметр диффузности границы a и т.п.) Это означает, что пропорциональные градиентам плотности (и одночастичного потенциала $\Sigma(\vec{x})$) члены, определяют граничные условия к дифференциальным уравнениям гидродинамики.

Получим граничное условие в задаче на собственные значения

ж) Аналогичный, в физическом плане, критерий гидродинамического режима был получен в /I2/ для сверхтекучего ядра ($|\Delta| \gg v_F/\lambda$)

жж) В частности, в высокочастотном пределе (I7) теряется мнимая часть пропагатора в (I6) ($\sim i\pi\delta(\varepsilon_\nu - \varepsilon_{\nu'} + \omega)$), отвечающая распаду гигантского резонанса по нуклонному каналу.

для объёмных колебаний ядра. Полагая $\delta\rho(t) \sim \varphi(t) \sim e^{-i\omega t}$ для $\varphi_\omega(\vec{x})$, имеем

$$-\omega^2 \varphi_\omega(\vec{x}) = \int d\vec{x}'\, G(\vec{x}, \vec{x}')\, div\left(\rho(\vec{x}')\frac{\partial \varphi_\omega}{\partial \vec{x}'}\right) \qquad (2I)$$

Отметим, что для не нулевого радиуса сил G, оператор в первой части (2I), неэрмитов и сопряженным к (2I) является уравнение (I8). Легко проверить, что функции $\delta\rho_\omega$ и φ_ω (или V_ω) образуют ортонормированный набор. Для δ-сил уравнение (2I) имеет вид (I8а)

$$div(n(\vec{x})\nabla\varphi_\omega) + \omega^2/c_1^2\, \varphi_\omega = 0$$

Уравнение для φ_ω и граничное условие получается из (I8а) хорошо известным в теории плазмы приемом — "интегрированием по слою". Интегрируя уравнение (I8а) вблизи края ядра, в интервале шириной $L\ (\lambda \gg L \gg a)$ найдём (имея в виду $\omega < \varepsilon_F$)

$$\left.\frac{\partial \varphi_\omega}{\partial \vec{x}}\right|_{\text{граница}} \approx 0 \qquad (22)$$

Физический смысл этого условия состоит в равенстве нулю скорости коллективного движени на границе ядра.

Решение (I8а) с естественными граничными условиями $(\varphi_\omega(x \to \infty) \to 0)$ приводит к физически неудовлетворительному результату - сплошному спектру собственных частот. В этом легко убедиться вычисляя, асимптотику $\varphi_\omega(x \to \infty)$ для плотности $\rho(\vec{x})$ обычного вида[ж)]

$$n(\vec{x}) = \left(1 + exp\left(\frac{x-R}{a}\right)\right)^{-1} \qquad (23)$$

ж) Удобной переменной для исследования асимптотики $\varphi_\omega(\vec{x})$ в общем случае является: $\psi(x) = \int^x \frac{dx}{x^2 \rho(x)}$

Для больших x, $\psi_\omega(x)$ имеет, в случае (23), неубывающую асимптотику

$$\psi_\omega(x) \sim (n(x))^{-1/4} \cos 2\left(\frac{\omega a}{c_3\sqrt{n(x)}}\right)$$

Учёт нелокальности в (21), обязанной радиусу сил r_0 не устраняет отмеченную трудность /17/. Детальный ход $\psi_\omega(\vec{x})$ на краю системы зависит от ряда факторов – радиуса сил, вида плотности и т.д. Однако, основную роль играет "сшивка" объёмной моды с адиабатическими "квантовыми капиллярными волнами" /18/, для которых $V(x) \sim \partial E/\partial x$.

В заключении раздела мы кратко рассмотрим возможность существования в ядре высокочастотной поверхностной (рэлеевской) моды. Исследованная в серии работ Ходеля /18/ поверхностная ветвь колебаний ядра ("квантовые капиллярные волны") реализуется в адиабатическом ($\omega \to 0$) пределе. Очевидно, что за период колебаний ($T = 2\pi/\omega$) нуклоны ядра, формирующие пространственную структуру волны, покинут её. Таким образом, когерентность этой ветви обеспечивается притоком частиц отраженных, с определёнными фазовыми соотношениями, от стенок ядра*). В полуограниченной системе отражения и квантование одночастичного спектра отсутствуют, а ветвь Ходеля исчезает.

В классической жидкости длина волны колебаний много больше диффузности края (и радиуса сил), иначе лишено смысла само понятие резкой границы. Покажем, что решение такого типа содержится в системе уравнений (I), (2). Рассматривая для простоты полубесконечную геометрию ($\rho(\vec{x}) = \rho(z)$), ищем вариацию плотности $\delta\rho$ в виде

---

*) На это показывает важность условия согласования одночастичного потенциала и плотности, являющегося следствием трансляционной инвариантности взаимодействия G.

$$\delta\rho(\vec{x},t) = \partial\rho/\partial z \cdot \eta(\vec{x}_\perp,t)$$

где $\eta(\vec{x}_\perp,t)$ имеет смысл уравнения модулированной поверхности. Подставляя (24) в уравнение (I), имеем выражение

$$\frac{\partial\rho}{\partial z}\left(\dot\eta - \frac{\partial\varphi}{\partial z}\right) = \rho(z)\,\Delta\varphi$$

которое, очевидно, распадается на два уравнения

$$\Delta\varphi(\vec{x},t) = 0 \qquad \text{(в объеме)}$$

$$\dot\eta(\vec{x}_\perp,t) = \frac{\partial\varphi}{\partial z} \qquad \text{(на поверхности)}$$

Таким образом, $\varphi(\vec{x},t)$ – гармоническая функция (у Ходеля $\varphi(z) \sim V(z) \sim \partial E/\partial z$!). Второе уравнение представляет собой граничное условие – скорость на поверхности $\left.\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right|_{z=0}$ равна скорости границы $\dot\eta$. Динамическое граничное условие, определяющее спектр собственных частот мы обсудим в другом месте

3. Черенковское излучение нулевого звука. "Выплескивание" нуклонов

Здесь мы рассмотрим процесс, изображенный на рис.I, в однородной ферми-жидкости. Кроме вычислительной простоты и наглядности этой модели, полученные результаты носят полуколичественный характер, поскольку исследуемый эффект является объемным. Предварительно мы получим формулы, пригодные и в общем случае конечного ядра.

Физическая постановка задачи такова. Сначала мы найдём поле, генерируемое налетающим ионом в ядре -мишени $V(\vec{x},t)$. Затем, вероятность "выплескивания" $W_{i\to f}$ находим считая это поле внешним для нуклонов ядра, используя временную теорию возмущений

$$W_{i\to f} = \left| \int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{-i(E_i-E_f)t} (f|V(\vec{x},t)|i) \right|^2 \qquad (25)$$

($|i)$ и $|f)$ – соответственно основное и возбужденное состояние ядра-мишени). Ниже рассмотрена строго квантовомеханическая картина эффекта и указана область применимости квазиклассической аппроксимации (25). В этом разделе мы отметим только, что в черенковском ("сверхзвуковом") режиме главный вклад в $W_{i\to f}$ вносят амплитуды с фононом $|\omega\rangle$ на массовой поверхности. Диаграмма на рис.I факторизуется тогда на амплитуду возбуждения фонона и амплитуду "выплескивания" нуклона ($V(\vec{x},t)$ – одночастичный оператор).

Для решения поставленной нами задачи необходимо в уравнениях (I), (2) учесть внешнее поле $\overset{\circ}{V}(\vec{x};t)$. Исходное уравнение (3) дополняется членом $[\rho;\overset{\circ}{V}]$ в правой части

$$i\delta\dot{\rho} = [\delta\rho;\mathcal{E}] + [\rho;V] + [\rho;\overset{\circ}{V}] \qquad (26)$$

Переходя к фурье-компонентам по t , в пределе больших ω (I7) из (26) получим

$$-\omega^2 V_\omega(\vec{x}) = \int d\vec{x}'\, \mathcal{G}(|\vec{x}-\vec{x}'|)\, \mathrm{div}\left(\rho(\vec{x}')\frac{\partial V_\omega}{\partial \vec{x}'}\right) - \omega^2 \overset{\circ}{V}_\omega(\vec{x}) \qquad (27)$$

Поле $\overset{\circ}{V}$ обязанное налетающему иону мы аппроксимируем обычным образом

$$\overset{\circ}{V}(\vec{x},t) = \int d\vec{x}'\, \bar{\mathcal{G}}(|\vec{x}-\vec{x}'|)\, \delta\overset{\circ}{\rho}(\vec{x}';t) \qquad (28)$$

где $\delta\overset{\circ}{\rho}(\vec{x};t)$ – внешнее возмущение плотности, а $\bar{\mathcal{G}}$ – взаимодействие. Формула (28) получается усреднением микроскопического гамильтониана взаимодействия сталкивающихся ядер и содержит два предположения

I) Квазиклассичность движения налетающего ядра

2) Пренебрежение внутренним возбуждением налетающего иона.

Пренебрегая, для простоты, отличием $\bar{\mathcal{G}}$ от $\mathcal{G}$, для δ -сил (I9), перепишем (27) в форме волнового уравнения для $V(\vec{x};t)$ /7/ на /I5/

$$\Box V \equiv \left(\Delta - 1/c_1^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) V = -\frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\delta\overset{\circ}{\rho}(\vec{x};t)}{\rho(0)} \qquad (29)$$

Перейдем теперь к вычислению вероятностей (25) в неограниченной ферми-жидкости. Матричные элементы от $V(\vec{x};t)$, в (25), с рождением частично-дырочной пары выражаются через фурье-образ $V_\omega(\vec{k})$

$$V(\vec{k};\omega) = \frac{\omega^2}{\omega^2 - k^2 c_1^2}\, \delta\overset{\circ}{\rho}(\vec{k};\omega) \qquad (30)$$

где следует положить

$$\vec{k} = \vec{p} - \vec{p}\,', \quad \omega = \varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}\,'}$$

Пренебрегая торможением налетающего иона (т.е. $\delta\overset{\circ}{\rho}(\vec{x};t) \to \to \delta\overset{\circ}{\rho}(\vec{x}-\vec{v}t)$), имеем

$$\delta\overset{\circ}{\rho}(\vec{k};\omega) = \delta(\omega - \vec{k}\vec{v})\, \delta\overset{\circ}{\rho}(\vec{k}) \qquad (31)$$

($\vec{v}$ – скорость иона, а $\delta\overset{\circ}{\rho}(\vec{k})$ – его форм-фактор).

Подставляя (30) в (25) и суммируя по импульсам дырки $\vec{p}\,'$, найдём вероятность эмиссии частицы с импульсом $\vec{p}$ /9/ ($n_{\vec{p}}$ – числа заполнения нуклонов, $n_{\vec{p}} = \theta(p_F - p)$)

$$\frac{dW}{d\vec{p}} = \frac{\pi^3 T^2}{16 p_F^2} f^2 \sum_{\vec{p}\,'} n_{\vec{p}\,'} \left|\delta\overset{\circ}{\rho}_{\vec{k}}\right|^2 \delta(\omega_{\vec{p}\vec{p}\,'} - \vec{k}\vec{v})\, \delta(\omega^2_{\vec{p}\vec{p}\,'} - k^2 c_1^2)(k c_1)^3 \qquad (32)$$

Разъяснения здесь требует лишь множитель T^2, где $T \sim R/c_1$ – характерное время процесса. Диаграмма на рис.I с промежуточным состоянием $|\omega\rangle$ на массовой поверхности (затухание $\Gamma(\omega) = 0$) факторизуется на произведение вероятностей, каждая из которых $\sim T$. Отсюда и следует множитель T^2 ж).

ж) Учёт других каналов эмиссии (кроме "выплескивания") приведёт к замене $T^2 \to T/\Gamma$, где Γ – полная ширина распада в сплошной спектр.

Кинематически доступная область изменения импульса $\vec{p}$ в $W(\vec{p})$ определяется произведением δ - функций в (32)

$$\delta(\omega-\vec{k}\vec{v})\,\delta(\omega^2-k^2c_1^2) \tag{33}$$

откуда непосредственно следует условие излучения: $c_1/v<1$.

$$\cos\theta = c_1/v$$

где θ - угол между векторами $\vec{p}-\vec{p}'$ и $\vec{v}$. Если пренебречь импульсом дырки $\vec{p}'$, то (33) фиксирует импульс $p=2c_1$ и угол (относительно $\vec{v}$) испускаемого нуклона

$$p=2c_1\ ;\quad \cos\theta_0=\frac{\vec{p}\vec{v}}{pv}=c_1/v \tag{34}$$

(θ_0 - черенковский угол)

Такой δ - образный спектр имел бы место в классическом случае столкновения массивной частицы, движущейся со скоростью c_1 (фронт ударной волны) с покоящимися легкими частицами (нуклоны). Фермиевское движение нуклонов ядра (интегрирование по импульсу дырки) расширяет кинематически доступную область импульсов вторичных частиц $\vec{p}$. Параметром размытия является отношение $p_F/2c_1$.

Интегрирование в (32) легко выполняется аналитически в предположении точечности налетающей частицы ($\delta\overset{\circ}{\rho}_k=const$).

$$\frac{dW}{d\vec{p}}=\frac{f^2T^2p^2}{32p_F^2}\frac{c_1}{\beta}\,\theta\left[\cos(\alpha-\theta_0)-\frac{p^2-p_F^2+4c_1^2}{4pc_1}\right]\times\left\{\pi\theta\left[\cos(\alpha+\theta_0)-\frac{p^2-p_F^2+4c_1^2}{4pc_1}\right]\times\right.$$
$$\times\left[1/2\sin^2\alpha\cdot(1-1/\beta^2)+\left(\frac{\cos\alpha}{\beta}-\frac{c_1}{p}\right)^2\right]+\theta\left[\frac{p^2-p_F^2+4c_1^2}{4pc_1}-\cos(\alpha+\theta_0)\right]\times$$
$$\left.\times\left[1/2\sin^2\alpha\cdot(1-1/\beta^2)\sin2\varphi_0+2\sin\alpha\cdot\sqrt{1-1/\beta^2}\left(\frac{\cos\alpha}{\beta}-\frac{c_1}{p}\right)\sin\varphi_0\right]\right\} \tag{35}$$

$$\varphi_0=\arccos\left\{\frac{1}{\sin\alpha\sqrt{1-1/\beta^2}}\left(\frac{p^2-p_F^2+4c_1^2}{4pc_1}-\frac{\cos\alpha}{\beta}\right)\right\};$$

$$\beta=v/c_1$$

откуда непосредственно следуют приведённые выше результаты. Формула (35) правильно передает основные характеристики спектров нуклонов - положение и ширину максимумов, однако непригодна для оценки интегральной вероятности "выплескивания" некоторых тонких деталей распределения. Действительно, интеграл по импульсам $\vec{p}$, как, это следует из (32) сидит на верхнем пределе. Физически это означает, что главный вклад в W вносит область фронта ударной волны, который формируется коротковолновой частью спектра фононов. В приближении точечного источника поле $V(\vec{x},t)$ на фронте бесконечно, поэтому интегральная вероятность чувствительна к параметрам обрезающим высокочастотные гармоники генерируемого спектра $\omega(k)$. Наиболее существенно обрезание связанное с размером налетающего иона a. Дисперсия взаимодействия $G(\vec{k})$ становится существенной для $k\sim p_F\gg 1/a$.

Аппроксимируя возмущение плотности $\delta\overset{\circ}{\rho}$ шаром радиуса a постоянной плотности $\rho(0)$, найдём (j_ℓ - сферическая функция Бесселя)

$$\delta\overset{\circ}{\rho}_k=\rho(0)\frac{4\pi a^3}{ka}j_1(ka) \tag{36}$$

Подставляя (36) в (32) и заменяя квадраты быстро осциллирующих функций на их среднее значение, легко показать, что учёт ферми-фактора (36) уменьшает вероятность W на величину $\sim(p_F a)^{-4}$.

Результаты численного интегрирования в (32) иллюстрируются на рис.2 и рис.2 и рис.3 угловыми $dW/d\theta$ и импульсными dW/dp спектрами. Отметим резкое смещение максимума в энергетическом распределении в сторону меньших p, а также небольшую асимметрию $W(\theta)$ относительно θ_0. Оба эффекта обязаны учету радиуса возмущения a, подавляющего вклад больших k. Полная вероятность "выплескивания"

$$W = \int dp \, \frac{dW}{dp}$$

после простого интегрирования и подстановки численных множителей оказывается значительной /9/

$$W \approx 0.05 \, (AA')^{2/3} \frac{c_s}{v}$$

где A и A' – атомные номера ядра – мишени и налетающего иона. Поэтому могут оказаться важными многократные процессы возбуждения. Очень интересным эффектом второго порядка (по $V(\vec{r},t)$) является [redacted] "выплескивание" пары скоррелированных нуклонов.

В заключение мы коротко обсудим вопрос об энергетических потерях налетающего иона E^* на возбуждение гигантских резонансов.

Существенны два механизма потерь.

I. Возбуждение коллективных вибраций при внезапном контакте сталкивающихся ядер.

2. Потери на излучение фононов в сверхзвуковом режиме.

В общем случае, для $E^*(t)$ имеем (ω_λ – собственные частоты в RPA).

$$E^*(t) = \sum_\lambda |a_\lambda(t)|^2 \omega_\lambda \tag{37}$$

где $a_\lambda(t)$ – коэффициент разложения вариации матрицы плотности $\delta\rho$ по фононным амплитудам $\delta\rho_\lambda$ (I2). Используя уравнение для $\delta\rho$ с внешним полем V^0 легко показать, что /8/

$$a_\lambda(t) = -i \int_0^t dt' \, e^{-i\omega_\lambda (t-t')} \, Tr\left(\delta\rho_\lambda^+ V^0(t')\right) \tag{38}$$

Простые аналитические оценки E^* возможны только в модели однородной ферми-жидкости. Рассмотрим оба эффекта отдельно.

I. Искажение плотности, обязанное взаимному проникновению ядер, аппроксимируем шаром радиуса a

$$\delta\rho^0(\vec{r},t) = \rho(0)\,\theta(a-x)\,\theta(t) \tag{39}$$

В гидродинамическом пределе (I7), используя уравнение (I3) имеем

$$\delta\rho_\lambda(\vec{r}) \approx -1/\omega_\lambda^2 \, div\left(\rho(\vec{r}) \nabla V_\lambda(\vec{r})\right) \longrightarrow \rho(0) \frac{V_\lambda(\vec{r})}{c_s^2}$$

и для E^* легко найти (опуская численные множители)

$$E^*(t) \approx \delta A \, c_s^2 \, f\left(\frac{c_s t}{a}\right) \tag{40}$$

где $\delta A \sim \rho(0)\, a^3$ – число нуклонов в области контакта, а

$$
f(y) = \begin{cases} y(1 - y^2/6) & y < 2 \\ 2/3 & y > 2 \end{cases} \qquad (41)
$$

Ступенчатая зависимость E^* от времени означает, что поле фононов уходит в волновую зону и потери энергии становятся необратимыми за время τ (- время, в течение которого волны интерферируют на диаметре шара $2a$)

$$
\tau = 2a/c_1
$$

Если время контакта ядер τ_c меньше $2a/c_1$, то поле $V(\vec{x},t)$ виртуально и диссипация практически отсутствует *). Таким образом эффект резко зависит от условий реакции - начальной энергии, прицельного параметра и т.д. и носит пороговый характер. Полная потеря кинетической энергии велика

$$
E^* \sim \delta A c_1^2 \gtrsim 100 \text{ Мэв}
$$

поэтому рассмотренный механизм может играть важную роль в исследовании глубоко-неупругих процессов /23/.

2. В "черенковском" режиме ($v > c_1$) возмущение плотности имеет вид (36) ($\delta\rho(\vec{x},t) = \rho(0)\,\theta(a - |\vec{x} - \vec{v}t|)$). Опуская простые вычисления, приведем окончательный результат для потерь E^* за время пролета ($\sim R/a$)

$$
E^* \simeq \delta A c_1^2 \left(\frac{\delta A c_1^2}{E_{кин.}} \right) \frac{R}{a}
$$

где $E_{кин.}$ - энергия налетающего иона. Отметим резкое уменьшение потерь с ростом $E_{кин.}$ - относительные потери $E^*/E_{кин.}$ падают как $1/\beta^4$! Численные оценки E^* приведены в следующем

*) Для $\tau_c < \tau$ формула (41) очевидно непригодна, поскольку в этом случае становится неправильной параметризация возмущения (39) в форме $\theta(t)$.

разделе.

4. Пространственно-временная картина генерации гигантских резонансов в конечном ядре.

Выше было отмечено хорошее согласие прямого квантово-механического расчета "выплескивания" нуклонов (25) с классической картиной столкновения ударной волны и покоящихся частиц (34). Можно думать, что этот результат не случаен*) и сохранится и в случае эмиссии более сложных фрагментов. Тогда задача с произвольными конечными состояниями может быть разделена на две части. Главная из них - исследование эволюции пакета волн в реальном ядре (учет затухания фононов, конечности ядра, энергетических потерь и т.д.). Что же касается вторичных частиц, то их взаимодействие с фронтом волны можно охарактеризовать некоторой вершиной, типа эффективного числа кластеров. Аналогичный, по существу, подход был предложен Сливом в /19/, где эти константы предлагалось находить в методе резонирующих групп.

Для нахождения наведенного налетающим ионом поля $V(\vec{x},t)$, мы воспользуемся уравнением (29), дополнив его диссипативным членом, описывающим затухание гигантского резонанса (распад на некогерентные компаунд-состояния). Вид этих членов в достаточной мере произволен ($\partial^3/\partial t^3$; $\Delta \frac{\partial}{\partial t}$ и т.д.)**). Выбирая простейшую параметризацию, имеем уравнение для $V(\vec{x},t)$

$$
\left(\Delta - \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \alpha \Delta \frac{\partial}{\partial t} \right) V(\vec{x},t) = - \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\delta\rho(\vec{x},t)}{\rho(0)}
$$

*) По-видимому он является следствием кинематических особенностей взаимодействия фронта пакета с частицами.

**) Эмпирические данные о ширине $\Gamma(\omega)$ для $J^\pi = 1^-$ хорошо описываются выражением: $\Gamma(\omega) = const \cdot \omega^2$ /20/. Аналогичная зависимость следует и для нулевого звука в однородной ферми-жидкости /21/.

(где $\alpha \sim 1/\varepsilon_F$ – параметр задачи).

Мы будем решать это уравнение разложением $V(\vec{x};t)$ в ряд по собственным функциям однородной задачи (I8), (22)

$$(\Delta + \omega_\alpha^2/c_1^2)\, v_\alpha(\vec{x}) = 0 \;, \quad \frac{\partial v_\alpha}{\partial n}\Big|_S = 0$$

считая ядро – мишень сферическим (т.е. $\alpha = \{n,\ell,m\}$). Кроме того, мы пренебрежем потерями энергии, при заданном движении налетающего иона, т.е.

$$\delta\rho^0(\vec{x};t) = \delta\rho^0(\vec{x} - \vec{v}t)$$

где $\vec{v} = const$ – относительная скорость сталкивающихся ядер.

Собственные функции (I8), (22) хорошо известны /22/.

$$v_{n\ell m}(\vec{x}) = C_{n\ell}\, j_\ell(\varkappa_{n\ell}\tfrac{x}{R})\, Y_{\ell m}(\vec{n})$$

здесь j_ℓ – сферические функции Бесселя, а собственные числа $\varkappa_{n\ell} = \omega_{n\ell}R/c_1$ находятся из дисперсионного уравнения $j_\ell'(\varkappa_{n\ell}) = 0$. Для вычисления $C_{n\ell}$ ($v_{n\ell m}(\vec{x})$ – размерна!) следует обратиться к нормировке метода хаотических фаз (RPA) /I5/. Для v_α легко найти

$$|C_\alpha|^2 \sum_{\nu\nu'} \frac{n_{\nu'} - n_\nu}{(\varepsilon_{\nu'} - \varepsilon_\nu + \omega_\alpha)^2} |v_\alpha(\nu\nu')|^2 = \frac{\omega_\alpha}{|\omega_\alpha|} \qquad (42)$$

для δ – сил (I9), в пределе больших ω_α сумма в (42) переходит в интеграл

$$|C_\alpha|^2 \int d\vec{x}\, |v_\alpha(\vec{x})|^2 \simeq \frac{|\omega_\alpha/c_1|^2}{2\rho(0)}$$

откуда и находится нормировочная постоянная $C_{n\ell}$ в гидродинамическом пределе.

Обсудим выбор возмущения плотности $\delta\rho^0$. Учет формфактора налетающего иона важен при вычислении абсолютной величины $V(\vec{x};t)$ на фронте пакета. Кроме того, точечный источник неудобен и в техническом плане, поскольку из-за сильной сингулярности V,

необходимо учитывать большое число членов разложения V по $v_\alpha(\vec{x})$. К сожалению простое аналитическое представление разумной функции (ступенчатой или Гауссовой формы) рядом по $j_\ell Y_{\ell m}$ нам неизвестно. Мы сконструируем протяженный источник следующим образом.*) В разложении $\delta(\vec{x} - \vec{v}t)$ по набору $v_\alpha(\vec{x})$ допишем под сумму множитель $exp(-\varkappa_{n\ell}^2 a^2/4)$, в результате

$$\Delta(\vec{x} - \vec{v}t) = \sum_{n\ell} \Lambda_{n\ell}^{-1} exp\left(-\frac{\varkappa_{n\ell}^2 a^2}{4}\right) j_\ell(\varkappa_{n\ell}\tfrac{x}{R})\, j_\ell(\varkappa_{n\ell}\tau)\, \frac{2\ell+1}{4\pi} P_\ell(\widehat{\vec{n}\vec{v}}) \qquad (43)$$

где

$$\Lambda_{n\ell} = \int_0^1 x^2 dx\, j_\ell^2(\varkappa_{n\ell} x) \;, \quad a = R'/R \;;\; x = x/R \;;\; \tau = \frac{c_1 t}{R}$$

R' – радиус налетающего иона, P_ℓ – полиномы Лежандра.

В однородной системе ($\alpha \to \{\vec{p}\}$) последняя сумма точно переходит в источник гауссовой формы

$$\Delta(\vec{x} - \vec{v}t) \longrightarrow exp\left(-\frac{(\vec{x} - \vec{v}t)^2}{R'^2}\right) \qquad (44)$$

Для контроля приближения (43) численно рассчитывалось отношение (43) к (44). В широком интервале изменения параметра R' эта величина отличается от единицы всего на несколько процентов. Некоторую трудность представляет разложение движущегося протяженного возмущения $\delta\rho^0$ в ряд по собственным функциям $v_\alpha(\vec{x})$. Набор $v_\alpha(\vec{x})$ полон лишь в пространстве ядра – мишени. Поэтому, для описания плавного входа возмущения, функция $\delta\rho^0(\vec{x} - \vec{v}t)$ разлагалась в ряд в шаре радиуса $2R$ (т.е. включая внешнюю область). Используя затем теорему сложения для функций Бесселя, определялись коэффициенты разложения в ряд по $j_\ell(\varkappa_{n\ell}x/R)\, Y_{\ell m}(\vec{n})$

*) Для простоты мы рассматриваем только центральные соударения, с прицельным параметром равным нулю.

Опуская непринципиальные детали параметризации возмущения, запишем решение уравнения для $V(\vec{x},t)$ в виде[*)]

$$V(\vec{x},t) = -\sum_{nl} \Lambda_{nl}^{-1} \frac{2l+1}{4\pi} \varkappa_{nl}\, j_l\!\left(\varkappa_{nl}\frac{x}{R}\right) \exp\!\left(-\frac{\varkappa_{nl}^2 a^2}{4}\right) \int\limits_{-1/\beta}^{\tau} d\tau' \times$$

$$\times \exp\left(-\gamma \varkappa_{nl}^2 (\tau-\tau')\right) \sin\left(\varkappa_{nl}(\tau-\tau')\right) j_l\left(\varkappa_{nl}\beta\tau'\right) P_l\left(\vec{n}\vec{n}'\right) \qquad (45)$$

$$\vec{n} = \vec{x}/x, \qquad \vec{n}' = \frac{\vec{v}}{v}\frac{\tau'}{|\tau'|}$$

содержащее три параметра

$$\beta = v/c_3\,; \quad \gamma = \alpha\, c_3/R, \quad a = R'/R \qquad (46)$$

В формуле (45) использованы естественные начальные условия – равенство нулю энергии фононного поля при $t = 0$. Отсюда следует, что $V(0) = \partial V/\partial t\,|_{t=0} = 0.$

Функция $V(\vec{x},t)$ была протабулирована для ряда значений параметров (46). Число членов в сумме по n, l в (45) определяется как величиной затухания Γ_{nl}, так и угловыми размерами возмущения $\delta\rho^0$. В расчетах мы использовали максимальные значения n_{max} и l_{max}

$$n_{max} = 6\,, \qquad l_{max} = 3\,n_{max}$$

гарантирующие малость отброшенных членов.

Результаты вычислений приведены на рис. 4 ÷ 6, где для наглядности "изобарами" изображено отношение $\delta\rho(\vec{x},t)/\rho(0)$,

---

*) Имея в виду качественный характер способа введения затухания, мы пренебрегаем квадратичным (по $\Gamma(\omega)$) вкладом в собственные частоты ω_{nl}.

"сфотографированное" в тот момент времени, когда возмущение достигло центра ядра-мишени. (для δ-сил $V(\vec{x},t) = const\,\delta\rho(\vec{x},t)$).
Первые два рисунка иллюстрируют пороговый характер возбуждения фононов. Если для $\beta = v/c_3 = 0.5$ поле обгоняет налетающую частицу и размазано по объему ядра, то уже при β = I.5 геометрия фронта близка к конусу Маха, причем угол в вершине конуса согласуется с (34). Еще отчетливей эффект сложения волн с разными ω проявляется при больших энергиях (β = 4). Наведенное поле имеет довольно сложную знакопеременную структуру. Это связано с видом правой части уравнения (29) для поля $V(\vec{x},t)$

$$-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\,\delta\rho^0(\vec{x}-\vec{v}t)\,/\,\rho(0) \qquad (47)$$

Возмущение гауссового вида (43),(44) после дифференцирования в (47) приводит к "эффективному" источнику $\delta\rho_{eff}(\vec{x})$, изображенному на рис. 7. Поэтому на больших расстояниях от налетающего иона работает "хвост" $\delta\rho_{eff}$ и $\delta\rho(\vec{x},t)$ положительна. Вблизи внешнего возмущения поле фононов $\delta\rho$ отрицательно и достигает абсолютного минимума внутри внешней частицы, где $\delta\rho/\rho(0) \approx$ -I. Трудно сказать, имеет ли физический смысл столь большая амплитуда $\delta\rho$, поскольку мы пренебрегали прямыми соударениями нуклонов /I/.. Однако тенденция к "вытеканию" ядерной материи из области сжатия, обязанная коллективным процессам, сохранится, по-видимому, и в реальном случае.

Максимальное "переуплотнение" $\delta\rho/\rho(0)$ на фронте согласуется с оценкой в однородной ферми-жидкости. Простые вычисления с использованием уравнения (29) и возмущения вида (36) дают для скачка $\delta\rho$ $(\beta > 1)$

$$\left|\delta\rho/\rho(0)\right| \text{ на фронте } \approx 1/2\beta$$

Учет разумного затухания $\Gamma(\omega^2)$, не меняя качественной картины распределения величины $\delta\rho/\rho(0)$, уменьшает ее в I,5 ÷ 2 раза.

Наконец, используя общие формулы (37), (38) были рассчитаны энергетические потери E^* в конечном ядре. В черенковском режиме ($v/c_1 > 1$) выражение

$$E^* \simeq \delta A c_1^2 \left(\frac{\delta A c_1^2}{E_{кин}}\right)\frac{R}{R'} \sim \frac{R}{R'}\beta^{-2}$$

хорошо описывает как абсолютную величину потерь за пролет, так и зависимость от параметров β и R/R'. Для малых β ($\lesssim$ I) потери больше энергии налетающей частицы $E_{кин}$, что указывает на непригодность приближения заданного движения иона с $\vec{v} = const$. Численный анализ показывает, что облас... применимости этой аппроксимации ограничена $\beta \gtrsim 2$. Качественная картина зависимости $E^*(t)$ при внезапном контакте подтверждаем оценку (40), полученную в однородной ферми-жидкости. Численная величина потерь оказывается равной (для $t > 2R'/c_1$).

$$E^* \simeq 0{,}3\,\delta A c_1^2$$

5. Нелинейная гидродинамика.
Квантовая картина эффекта.

Здесь мы намерены обсудить два круга вопросов.

а) Поправки к гидродинамическому приближению для гигантских резонансов.

в) Степень применимости квазиклассического описания возбуждения гигантских резонансов в рассеянии ионов.

I. Уравнения (I), (2) были получены разложением линейного уравнения (3), для вариации матрицы плотности $\delta\rho$ по параметру ℓ/λ (9). Следующие итерации точного пропагатора в (I6) по степеням $1/\omega^2$ не представляют особого интереса. Их роль сводится лишь к непринципиальным поправкам к $V_2(\vec{x})$ и спектру частот ω_2. Существенным, по-видимому, является учет скоростных и спиновых членов взаимодействия G. Структура правой части в (I6) в общем случае такова

$$\sum_{22'} \langle 12'|G^{(\pm)}|21'\rangle \frac{n_2 - n_{2'}}{(\varepsilon_2-\varepsilon_{2'})^2-\omega^2}\left[V^{(\pm)}_{22'}(\varepsilon_2-\varepsilon_{2'}) - \omega V^{(\mp)}_{22'}\right]$$

(индексом ± отвечают соответственно T- четные и T- нечетные компоненты, T - оператор инверсии времени). Отсюда видно, что для взаимодействия G, имеющего обе компоненты $G^{(\pm)}$ (например, для спин-орбитальных сил) разложение пропагатора в (I6) начинается с $1/\omega$, а не $1/\omega^2$. Ток $\vec{j}$ в этом случае нелокален, а коллективное движение становится, вообще говоря, вихревым.

Наконец, особый интерес представляют собой нелинейные поправки. Здесь мы только наметим путь их вычисления в рамках зависящего от времени метода Хартри-Фока. В координатном представлении для матрицы плотности $\rho(\vec{x}|\vec{x}';t)$ имеем ($\hbar = m = $ I)

$$i\dot{\rho}(\vec{x}|\vec{x}';t) = -1/2(\Delta-\Delta')\rho + \rho\cdot\left(\Sigma(\vec{x}';t)-\Sigma(\vec{x},t)\right) \tag{48}$$

$$\Sigma(\vec{x};t) = \int d\vec{x}'\, G(\vec{x}|\vec{x}')\,\rho(\vec{x}'|\vec{x}';t) \tag{49}$$

$$\rho^2 = \rho \tag{50}$$

(силы G в (49) могут зависеть и от $\rho(\vec{x}) = \rho(\vec{x}|\vec{x})$).
Вывод уравнений гидродинамики из (48)-(50) основан на разложении этой системы по антиадиабатическому параметру (9). В первом порядке имеем

$$i\dot{\rho}^{(1)} \approx \rho^{(1)}\left(\Sigma(\vec{x}';t)-\Sigma(\vec{x},t)\right)$$

откуда

$$\rho^{(1)} = \rho^{0}(\vec{x}|\vec{x}')\exp\left(i\varphi(\vec{x};t) - i\varphi(\vec{x}';t)\right) \qquad (51)$$

где

$$\varphi(\vec{x};t) = -\int^{t} dt'\,\Sigma(\vec{x};t')$$

Статическую величину $\rho^{0}(\vec{x}|\vec{x}')$ можно отождествить, например, с оболочечной матрицей плотности или с начальным значением $\rho(\vec{x}|\vec{x}';t=0)$ ж) Ток $\vec{J}(\vec{x};t)$ в этом приближении равен

$$\vec{J}(\vec{x};t) = 1/2i\,(\nabla-\nabla')\,\rho(\vec{x}|\vec{x}';t)\big|_{\vec{x}'=\vec{x}} \approx \rho^{0}(\vec{x})\frac{\partial\varphi}{\partial\vec{x}}$$

В следующем порядке

$$i\dot{\rho}^{(2)} = -1/2\,(\Delta-\Delta')\,\rho^{(1)} + \rho^{(2)}\left(\Sigma(\vec{x}';t) - \Sigma(\vec{x};t)\right) \qquad (52)$$

Подставляя $\rho^{(2)}$ в (52), при совпадающих аргументах $\vec{x}'=\vec{x}$ найдем уравнение непрерывности

$$\frac{\partial}{\partial t}\rho^{(2)} + \operatorname{div}\left(\rho^{0}(\vec{x})\frac{\partial\varphi}{\partial\vec{x}}\right) = 0$$

Тождества (49), (50) замыкают нашу аппроксимацию. Опуская простые выкладки, выпишем вклад $\rho^{(2)}$ в ток $\vec{J}(\vec{x};t)$

$$\vec{J}^{(2)} = -\rho^{0}\int^{t} dt'\,(\nabla\varphi\nabla)\nabla\varphi + \int^{t} dt'\,\nabla\varphi\,\operatorname{div}(\rho^{0}\nabla\varphi)$$
$$+\int^{t} dt'\,(\Delta-\Delta')(\nabla-\nabla')\,\rho^{0}(\vec{x}|\vec{x}')\big|_{\vec{x}'=\vec{x}} \qquad (53)$$

Дифференцируя по t полный ток $\vec{J} = \vec{J}^{(1)} + \vec{J}^{(2)}$, представляя его в виде: $\vec{J} = \rho(\vec{x};t)\vec{v}$ $(\dot{\varphi} = -\Sigma;\ \vec{v} = \nabla\varphi,\ \rho = \rho^{0} + \rho^{(2)})$

найдем

$$\rho(\vec{x};t)\frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + \rho^{0}(\vec{x})(\vec{v}\nabla)\vec{v} = -\rho^{0}(\vec{x})\nabla\left(\Sigma(\vec{x};t) - \Sigma^{0}(\vec{x})\right) \qquad (54)$$

ж) Произвол в выборе $\rho^{0}(\vec{x}|\vec{x}')$ является необходимым, т.к. наше приближение годится лишь для описания коллективного движения с большой скоростью. Локальная (гидродинамическая) аппроксимация несправедлива, например, для основного состояния, в котором существенны матричные элементы $\langle\vec{x}|\hat{\rho}|\vec{x}'\rangle$ с $|\vec{x}-\vec{x}'| \sim R$.

Выражение (54) совпадает с уравнением движения в гидродинамике классической жидкости. Последний член в (54) связан с "внешним" давлением $\Sigma^{0}(\vec{x})$ $\left(= \int d\vec{x}'\,Q(\vec{x}|\vec{x}')\,\rho^{0}(\vec{x}'|\vec{x}')\right)$ – статическая матрица плотности $\rho^{0}(\vec{x}|\vec{x}')$ определяется одночастичным потенциалом $\Sigma^{0}(\vec{x})$.

Исследование сходимости рассмотренной аппроксимации не входит в задачу настоящей работы. Отметим только, что малым параметром ее является отношение средней скорости нуклонов к скорости коллективного движения. Интересной физической задачей является исследование возможностей роли нелинейности при объемных колебаниях ядра с диффузной границей, амплитуда которых на краю $(x \sim R)$ растет как $\left(\rho(x)\right)^{-1/4}$ (раздел 2. стр.IO). В формальном плане интерес представляют ограничения на коллективное движение обусловленные фермиевской нормировкой $\rho^{2} = \rho$.

2.Исследуя рассеяние ионов через виртуальные состояния гигантских резонансов, мы всюду использовали популярные в настоящее время методы временного описания процесса рассеяния. Сложность изучаемого процесса оправдывает применение квазиклассических методов, позволяющих получать простые и наглядные результаты, однако более строгая постановка задачи представляется необходимой.

Грубые оценки вероятности "выплескивания" и энергетических потерь указывают на важную роль ветви гигантских резонансов в неупругом рассеянии тяжелых ионов. Явно выделяя канал гигантских резонансов и аппроксимируя неколлективную часть взаимодействия потенциалом оптической модели для полного гамильтониана сталкивающихся ядер имеем

$$H = \overset{0}{H} + H_{core} + H_{int} \qquad (55)$$

Здесь: $\overset{o}{H}$ - гамильтониан, описывающий упругое (или квазиупругое) рассеяние частиц, а $H_{coll} = \sum_{\alpha} \omega_\alpha \mathfrak{a}^{+}_{\alpha} \mathfrak{a}_{\alpha}$. Энергию взаимодействия H_{int} мы найдем, линеаризуя взаимодействие между нуклонами ионов в духе RPA.

$$H' = \sum_{1234} \langle 12 | \mathcal{G} | 34 \rangle a^{+}_{1} a^{+}_{2} a_3 a_4 \tag{56}$$

Разлагая оператор одночастичной матрицы плотности ($a^{+}a$) по операторам фононов $\mathfrak{a}$

$$a^{+}_{1} a^{+}_{2} a_3 a_4 \rightleftharpoons a^{+}_{1} a_4 \sum_{\alpha} \delta\rho_\alpha(23)\, \mathfrak{a}_\alpha + \text{э.с.} \tag{57}$$

найдем $\left(v_\alpha(1) = Tr_2 \left(\mathcal{G}_{12}\, \delta\rho_\alpha(2) \right) \right)$

$$H_{int} = \sum_{\nu\nu'} a^{+}_{\nu} a_{\nu'} \sum_{\alpha} v_\alpha(\nu\nu')\, \mathfrak{a}_\alpha \tag{58}$$

(суммирование в (58) идет по α и $\bar{\alpha}$ ($\omega_{\bar{\alpha}} = -\omega_\alpha$; $\mathfrak{a}_{\bar{\alpha}} = \mathfrak{a}^{+}_{\alpha}$)

Физический смысл последнего выражения предельно нагляден. Рождение фонона в ядре увеличивает энергию системы на ω_α *).

Для оценки точности использованных в предыдущих разделах квазиклассических уравнений типа (29) имеет смысл приближенный их вывод на основе (55). Записывая H_{coll} в гидродинамической форме (I4), имеем

$$H_{coll} + H_{int} \longrightarrow \mathcal{H}\{\varphi; \delta\rho\} + Tr\left(\hat{\rho}(t) V\right) \tag{59}$$

где и связаны соотношением (8) ($\dot{\varphi} = -V$), а $\hat{\rho}(t)$ - оператор одночастичной матрицы плотности. Варьируя (59) по φ и $\delta\rho$ и согласно (I5) найдем уравнения для классического поля фононов

$$\delta\dot{\rho} + div(\rho \nabla\varphi) = -\frac{\partial}{\partial t}\hat{\rho}(t) \tag{60}$$

$$-\dot{\varphi} = \int d\vec{x}'\, \mathcal{G}(\vec{x}|\vec{x}')\, \delta\rho(\vec{x}', t) \tag{61}$$

---

*) Возможное отличие взаимодействия $\mathcal{G}$ в (56) от используемого при нахождении собственных эффективных полей v_α, можно учесть формфактором в (58), который мы для простоты опускаем.

Эволюция во времени гейзенберговского оператора $\hat{\rho}(t)$ определяется гамильтонианом H_0. В квазиклассическом пределе среднее значение $\hat{\rho}(t)$ на траектории $\vec{X}(t)$ имеет смысл внешнего (по отношению к $\mathcal{H}$) возмущения плотности $\delta\overset{o}{\rho}(\vec{x}, t)$. В результате

$$\delta\dot{\rho} + div(\rho\nabla\varphi) \approx -\delta\dot{\overset{o}{\rho}}(\vec{X}(t)) \tag{62}$$

Дифференцируя (6I) по t и подставляя в него $\delta\dot{\rho}$ из (62), найдем эквивалентное (29) уравнение

$$-\ddot{\varphi} = \int d\vec{x}'\, \mathcal{G}(\vec{x}|\vec{x}')\, div\left(\rho(\vec{x}') \frac{\partial\varphi}{\partial \vec{x}'}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\overset{o}{V}(\vec{x}, t)$$

2. Количественный анализ изображенного на рис.I. процесса с гамильтонианом (55) требует сложных численных расчетов даже в простейшем случае рассеяния нуклонов на ядре. Для тяжелых ионов дело осложняется наличием большого числа неупругих каналов (передача нуклонов, деление и т.д.), которые вносят значительный вклад в полное сечение. Кроме технических проблем учет этих каналов может повлиять на характер и степень когерентности генерации фононов. Эти вопросы остаются открытыми и требуют дальнейшей работы. Простейшим, по-видимому, способом учета коллективных эффектов в реакциях с тяжелыми ионами является включение когерентной моды в кинетические уравнения типа используемых в численных экспериментах /I/. Стандартным методом Боголюбова /24/ можно получить кинетическое уравнение, содержащее как столкновительный интеграл, так и эффекты самосогласования /25/.

Для иллюстрации упрощений, возникающих при использовании высокочастотного приближения (I7), мы рассмотрим простую модель возбуждения гигантских резонансов в реакции типа (N, N'). Гамильтониан (55) имеет вид

$$H = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2} + U_{onm.}(\vec{x}) + \sum_{\alpha>0} \omega_\alpha \alpha_\alpha^+ \alpha_\alpha + \sum_\alpha V_\alpha(\vec{x}) \alpha_\alpha \qquad (63)$$

Для сечения реакции (N, N') с возбуждением фонона $|\omega_\alpha\rangle$, в борновском приближении найдем

$$\frac{d\sigma_{0\to\alpha}}{dO} = \frac{p'}{p}(2\pi)^{-2} \left| \int d\vec{x}\, e^{i\vec{q}\vec{x}} V_\alpha(\vec{x}) \right|^2 \qquad (64)$$

где $\vec{p} - \vec{p}\,' = \vec{q}$ – переданный импульс. Интеграл в (64) легко вычисляется для гидродинамических функций: $V_\alpha = C_{ne}\, j_\ell\left(\varkappa_{ne}\frac{x}{R}\right) Y_{em}(\vec{n})$

Пренебрегая потерями энергии, получим $(z = qR \approx pR\theta)$

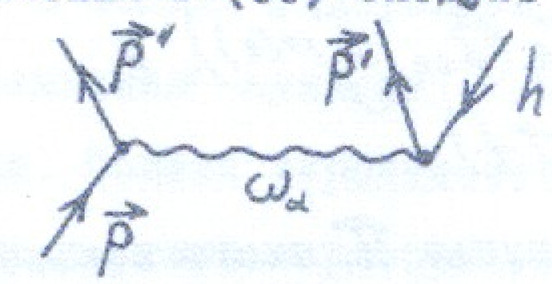
$$\frac{d\sigma_\ell}{dO} = \frac{3}{2}\pi R^2 \left(\frac{C_1}{p_F}\right)^3 \frac{(2\ell+1)\varkappa_{ne}}{j_\ell^2(\varkappa_{ne}) - j_{\ell+1}(\varkappa_{ne}) j_{\ell-1}(\varkappa_{ne})} \left(\frac{z\, j_{\ell+1}(z) j_\ell(\varkappa_{ne}) - \varkappa_{ne} j_{\ell+1}(\varkappa_{ne}) j_\ell(z)}{z^2 - \varkappa_{ne}^2} \right)^2 \qquad (65)$$

Абсолютное значение σ в (64) очевидно сильно завышено. (это является общим дефектом плосковолнового приближения). Имеет смысл, однако, относительная вероятность возбуждения резонансов с разными моментами ℓ. Функция (65) была протабулирована для низлайших возбуждений разной мультипольности. Результаты представлены графиком (рис.8) (в единицах $3/2\pi R^2 (C_1/p_F)^3$) $d\sigma_\ell/dO$ как функции qR. Как и следовало ожидать, сечение имеет резкие максимумы в точках $qR \approx \varkappa_{ne}$. Отметим также относительно малое сечение для монопольного резонанса.

В заключение раздела рассмотрим реакцию типа ($N, 2N$), протекающую через промежуточные состояния гигантских резонансов. Амплитуда этого процесса, в пренебрежении обменными графиками, равна

$$M_{i\to f} = \sum_\alpha \langle \vec{p}\,| V_\alpha | \vec{p}\,''\rangle \frac{2\omega_\alpha}{\omega_\alpha^2 - (\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}''})^2} \langle \vec{p}\,'| V_\alpha | h\rangle \qquad (66)$$

Обозначения в (66) следуют диаграмме



Для сечения реакции имеем

$$\frac{d^2\sigma}{d\vec{p}\,' d\vec{p}\,''} = \frac{2\pi}{p} \left| \sum_\alpha \frac{2\omega_\alpha}{\omega_\alpha^2 - (\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}''})^2} V_\alpha^*(\vec{p}, \vec{p}\,'') V_\alpha(\vec{p}\,' h) \right|^2 \delta(\varepsilon_{\vec{p}} + \varepsilon_h - \varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}''}) \qquad (67)$$

Наша цель состоит в том, чтобы, не вычисляя (67), привести это выражение к виду вероятности "выплескивания" (25)*.

Обозначим: $\vec{K} = \vec{p}\,'' - \vec{p}$; $\varepsilon_{\vec{p}} - \varepsilon_{\vec{p}''} \equiv \omega = \varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_h = -\vec{K}\vec{V}$

где $\vec{V} = \vec{p} + \vec{K}/2$. Для малых $K \sim p_F \ll p$, интегрируя (67) по $\vec{p}\,''$, найдем

$$\frac{d\sigma}{d\vec{p}\,'} = \frac{2\pi}{p} \sum_{\alpha\beta} \frac{4\omega_\alpha \omega_\beta}{(\omega^2 - \omega_\alpha^2)(\omega^2 - \omega_\beta^2)} V_\alpha(\vec{p}\,' h) V_\beta^*(\vec{p}\,' h) I_{\alpha\beta} \qquad (68)$$

где

$$I_{\alpha\beta} = (2\pi)^{-3} \int d\vec{K}\, d\vec{x}\, d\vec{y}\, e^{-i\vec{K}(\vec{x}-\vec{y})} V_\alpha^*(\vec{x}) V_\beta(\vec{y})\, \delta(\omega + \vec{K}\vec{V}) \qquad (69)$$

Представим $\delta(\omega + \vec{K}\vec{V})$ интегралом Фурье по времени t и проинтегрируем по $\vec{K}$, в результате

$$I_{\alpha\beta} = \frac{1}{2\pi p} \int d\vec{b} \int dx_\parallel\, dy_\parallel\, e^{i\frac{\omega}{V}(x_\parallel - y_\parallel)} V_\alpha^*(\vec{b}, x_\parallel) V_\beta(\vec{b}, y_\parallel) \qquad (70)$$

Подставляя (70) в (68), после простых преобразований окончательно найдем

$$\frac{d\sigma}{d\vec{p}\,'} \approx \int d\vec{b} \left| \int_{-\infty}^{\infty} dt\, e^{i\omega t} \langle \vec{p}\,' | \delta\Sigma(\vec{b} + \vec{V}t) | h\rangle \right|^2 \qquad (71)$$

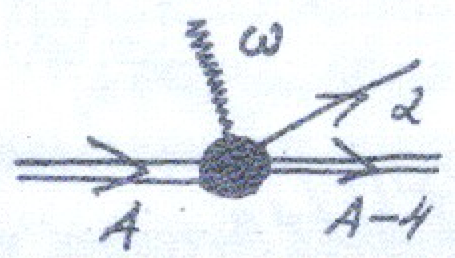
---

*) Эти вычисления проделаны В.Б.Телицыным

где $\delta\Sigma$ – решение уравнения для эффективного поля (за вычетом V^0) с правой частью $\overset{\circ}{V}(1) = Tr_2(Q_{12}\,\delta\overset{\circ}{\rho}(2))$, а

$$\delta\overset{\circ}{\rho}(\vec{x},t) = \delta(\vec{x}-\vec{b}-\vec{v}t) \qquad (72)$$

Таким образом, если переданный импульс $\vec{k}$ много меньше импульса налетающего нуклона, то сечение реакции $(N,2N)$ представляется проинтегрированной, по прицельному параметру $\vec{b}$, вероятности "выплескивания" (25). При выводе (7I) не использовалось гидродинамическое приближение для волновых функций гигантского резонанса. Исследование "выплескивания" кластеров /I9/ требует дополнительной информации. Например, для нахождения сечения реакции $(N,N'\alpha)$ необходимо знать вершину



В квазиклассическом приближении (7I) параметризация этого графика сводится к нахождению α – частичного вклада в самосогласованное поле ядра. $\delta\Sigma\{\alpha\}$.

Заметим в заключение, что формула (7I) получена в плосковолновом приближении. В эйкональной аппроксимации прямолинейная траектория в (72) заменится, очевидно, на $\vec{X}_{kl}(t)$ – классическую траекторию нуклона в искажающем ядерном потенциале.

Сводка результатов

I. В рамках теории конечных ферми-систем обоснована гидродинамическая модель гигантских резонансов – высокочастотной ветви нулевого звука в ядрах /7,I7/. Исследованы поправки к гидродинамическому режиму. Найденные уравнения могут быть использованы для полуколичественного расчета структуры гигантских резонансов.

2. В модели однородной ферми-жидкости вычислена вероятность "выплескивания" нуклона $W(\vec{P})$ фронтом ударной волны нулевого звука. Полная вероятность оказывается значительной, однако импульсные и угловые распределения размываются, вследствие фермиевского движения нуклонов, на величину $\sim v_F/2c_1$. Получены оценки энергетических потерь на возбуждение гигантских резонансов в "черенковском" режиме и приближении внезапного контакта сталкивающихся ядер. Оптимальная энергия для наблюдения ядерного эффекта Черенкова /9/ оказывается порядка I00 ÷ I50 МэВ/нуклон. Потери энергии при внезапном контакте велики и могут быть ответственными за "трение" в глубоко-неупругих процессах /23/.

3. Рассмотрена пространственно-временная картина генерации гигантских резонансов в конечном ядре. Вычисления, в целом, подтверждают величину и характер эффекта, исследованного в приближении однородной ферми-жидкости. Найденное распределение поля фононов может оказаться полезным для качественных предсказаний угловых и энергетических спектров вторичных частиц.

4. В рамках RPA получен гамильтониан нуклон-фононного взаимодействия. Анализируется область применимости квазиклассического описания коллективного канала в рассеянии тяжелых ионов. Оценено сечение неупругого рассеяния быстрых нуклонов с возбуждением гигантских резонансов. На примере реакции $(N,2N)$ выяснена применимость картины "выплескивания".

Суммируя полученные результаты можно утверждать, что канал гигантских резонансов играет важную роль в неупругих соударениях тяжелых ионов. Надеемся, что полуколичественные оценки коллективных эффектов, полученные в настоящей работе, послужат основой для целенаправленных численных расчетов.

Автор глубоко благодарен С.Т.Беляеву за поддержку и ценные критические замечания. Я признателен также В.Б.Телицыну и В.И.Юрченко за большую помощь в работе. Весьма полезными были обсуждения с В.Ф. Дмитриевым, В.Г.Зелевинским, Е.А.Кузнецовым, Л.А.Сливом и В.А.Ходелем.

Подписи к рисункам

Рис. 2. Угловое распределение нуклонов, "выплескиваемых" фронтом ударной волны нулевого звука: $\beta = v/c_3 = 1.5$, $p_F/2c_3 = 1/3$

Рис. 3. Проинтегрированный по углам импульсный спектр нуклонов: $\beta = 1.5$, $p_F/2c_3 = 1/3$

Рис. 4–6. "Изобары" поля фононов ($\delta\rho(\vec{x},t)/\rho(0)$ в %) в момент времени, когда налетающий ион (радиуса $R' = 0.2R$) достиг центра ядра-мишени.

Рис. 7. Эффективное возмущение $\delta\rho_{eff}(\vec{x})$ – правая часть уравнения (29).

Рис. 8. Сечение возбуждения гигантских резонансов разной мультипольности в реакции типа (N, N').

Литература

/I/. А.И.Базь и др. Препринт ИАЭ 2660 (I976).

/2/. J.P. Bondorf, S. Gaptman, C. Noack Труды Международной конференции по избранным вопросам структуры ядра. т.I, стр. I69.

/3/. К.К. Gudima, V.D. Toneev Труды Международной конференции по избранным вопросам структуры ядра. т.I, стр.I68. Дубна (I976).

/4/. W. Sheid et. al. Phys. Rev. Lett. 32, 741, (1974)
M.I. Sobel et. al. Nucl. Phys. A251, 502, (1975)

/5/. A.E. Glassgold et. al. Ann. of Phys. 6, 1, (1959)

/6/. А.Б.Мигдал. "Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер". Наука. (I965).

/7/. Б.А.Румянцев. Письма в ЖЭТФ 22, II4, (I975).

/8/. S.T. Belyaev, B.A. Rumjntsev, Phys. Lett. 53B, 6, (1974)

/9/. Б.А.Румянцев, В.Б.Телицын, В.И.Юрченко. Письма в ЖЭТФ, 23, 309, (I976).

/I0/. Б.А.Румянцев, В.И.Юрченко. Препринт ИЯФ СО АН (в печати).

/II/. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. "Механика сплошных сред". Гостехиздат (I944).

/I2/. Б.А.Румянцев. ЯФ, I5, 46 (I972).

/I3/. К.Черчиньяни."Математические методы в кинетической теории газов" "Мир", (I973).

/I4/. Д.Пайнс, Ф.Нозьер. "Теория квантовых жидкостей" Мир (I967).

/I5/. Д.Таулес. "Квантовая механика систем многих частиц". ИЛ (I963).

/I6/. Б.Л.Бирбраир. ЯФ, 5, 746, (I967).

/I7/. Б.А.Румянцев, В.Б.Телицын. ЯФ (в печати), препринт ИЯФ СОАН 76-83.

/I8/. В.А.Ходель, ЯФ, I9, 792, (I974).

/I9/. Л.А.Слив, Б.И.Барц. Материалы IO-ой Зимней Школы ЛИЯФ, I78, (I975), Л.А. Слив, Phys. Lett. 58B, 266, (1975)

/20/. P. Carlos et. al. Nucl. Phys. A219, 61, (1974)

/2I/. Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, 32, 59, (I957).

/22/. И.Айзенберг, В.Грайнер. "Модели ядер. Коллективные и одночастичные явления". Атомиздат, (I975).

/23/. В.В.Волков, ЭЧАЯ, 6, IO40, (I975).

/24/. Н.Н.Боголюбов "Проблемы динамической теории в статистической физике", Гостехиздат, (I946).
Н.Н.Боголюбов, К.П.Гуров, ЖЭТФ, I7, 6I4, (I947).

/25/. Б.А.Румянцев, С.А.Хейфец, ЯФ, 2I, 5I0, (I975).

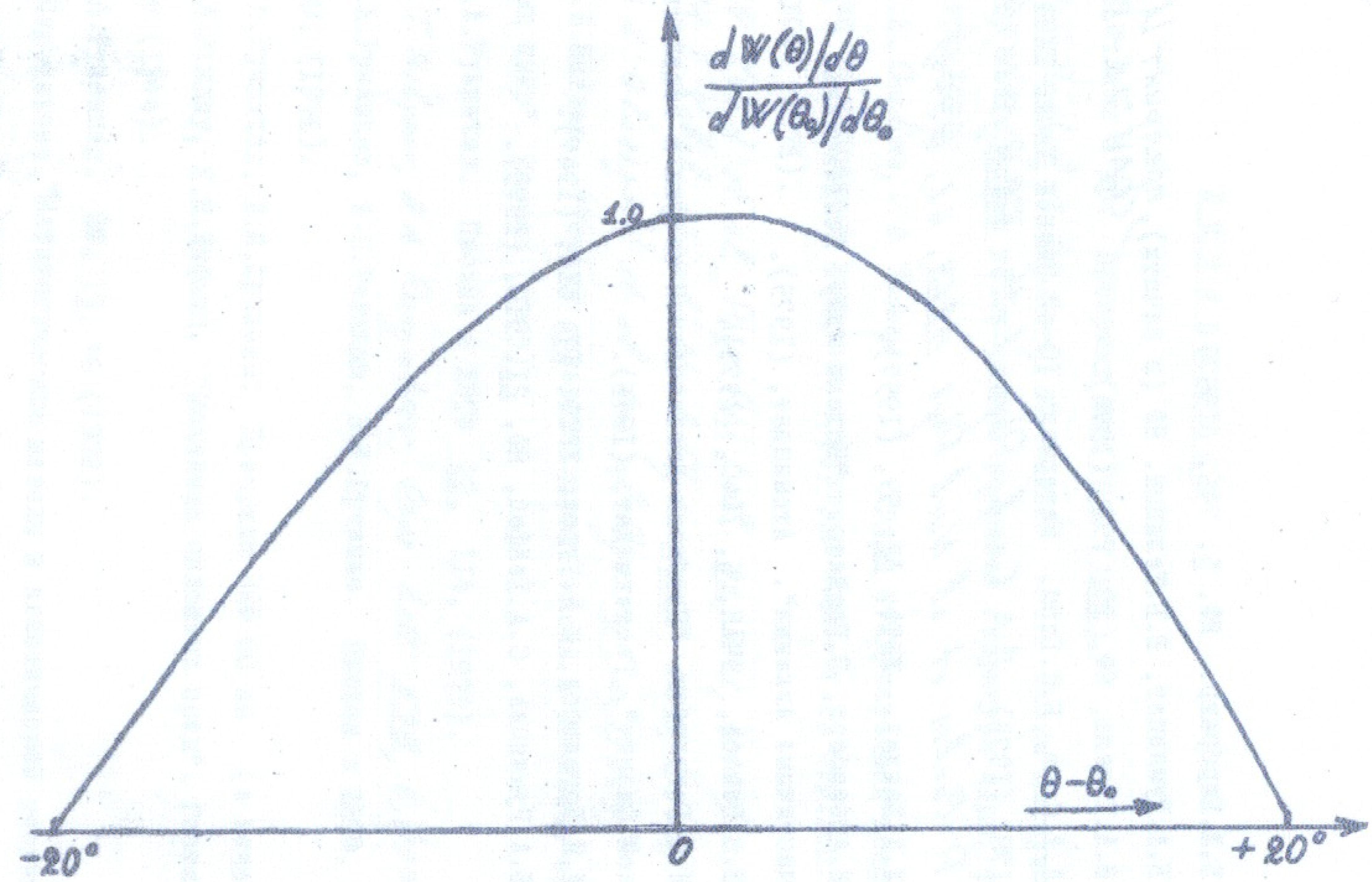

$\frac{dW(\theta)/d\theta}{dW(\theta_0)/d\theta_0}$
1.0
$\theta-\theta_0$
$-20°$
0
$+20°$

рис.2

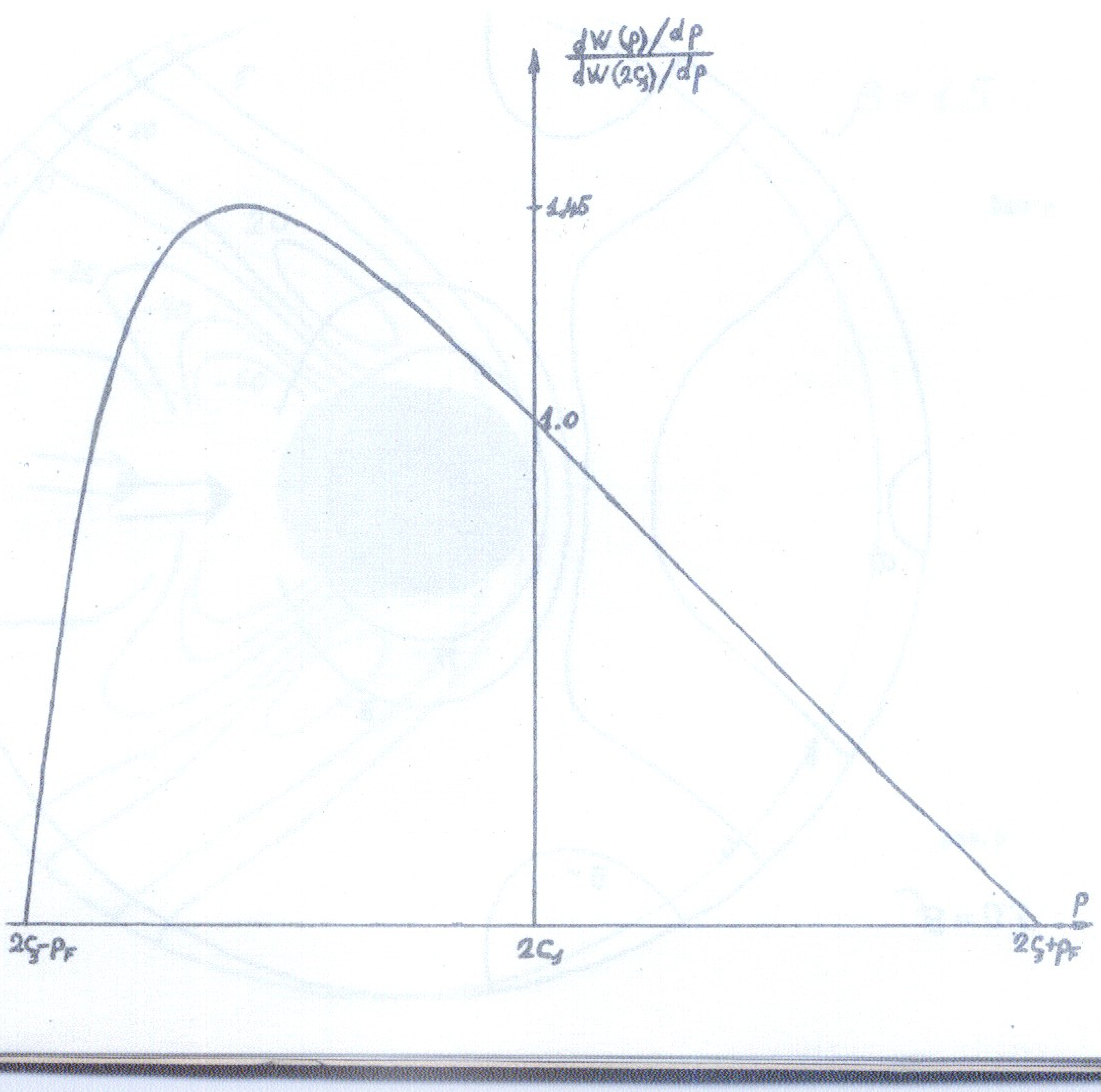

$\frac{dW(\rho)/d\rho}{dW(2\zeta_3)/d\rho}$
1.45
1.0
ρ
$2\zeta_3-p_F$
$2\zeta_3$
$2\zeta_3+p_F$

рис.3

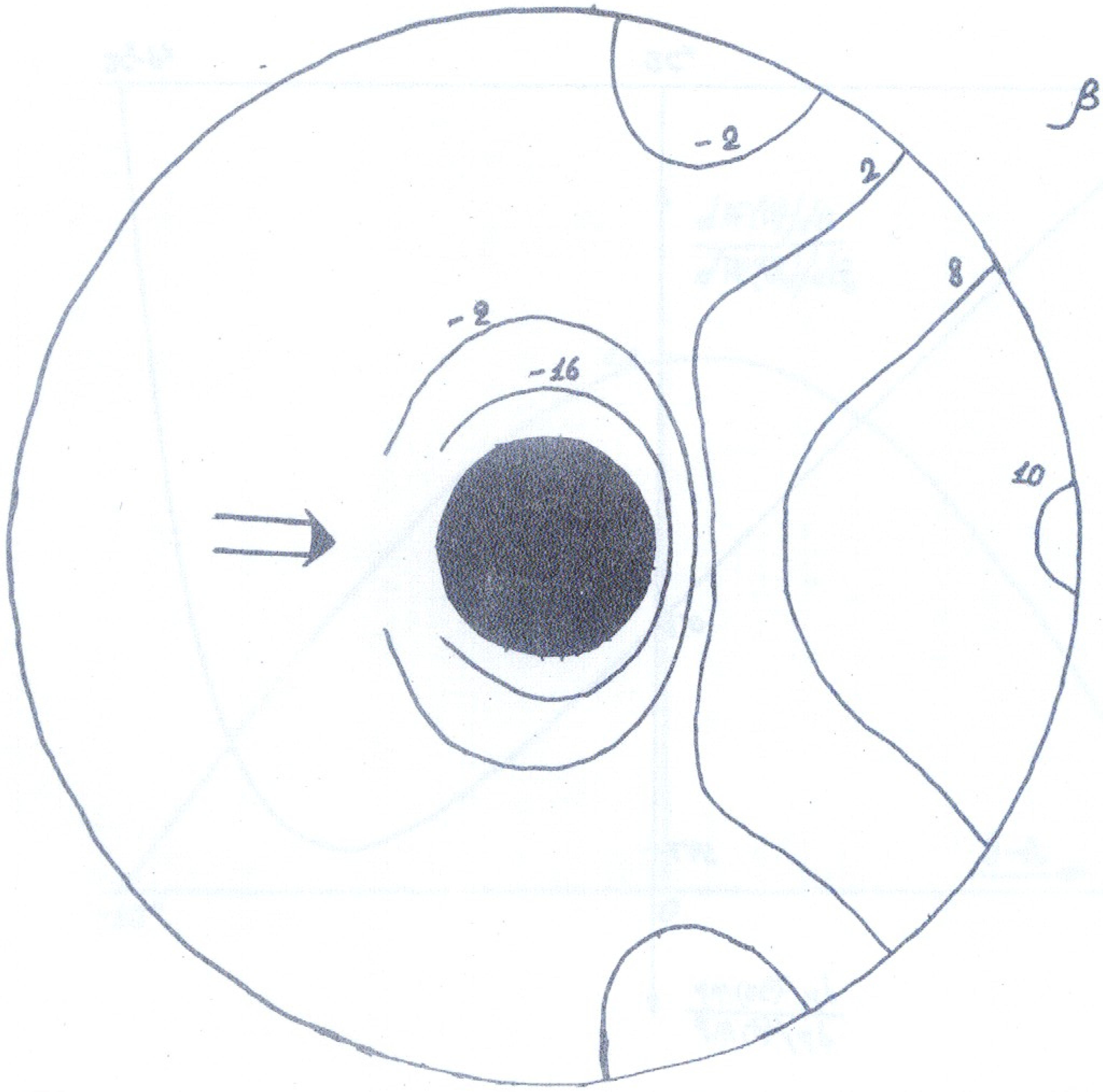


рис.4

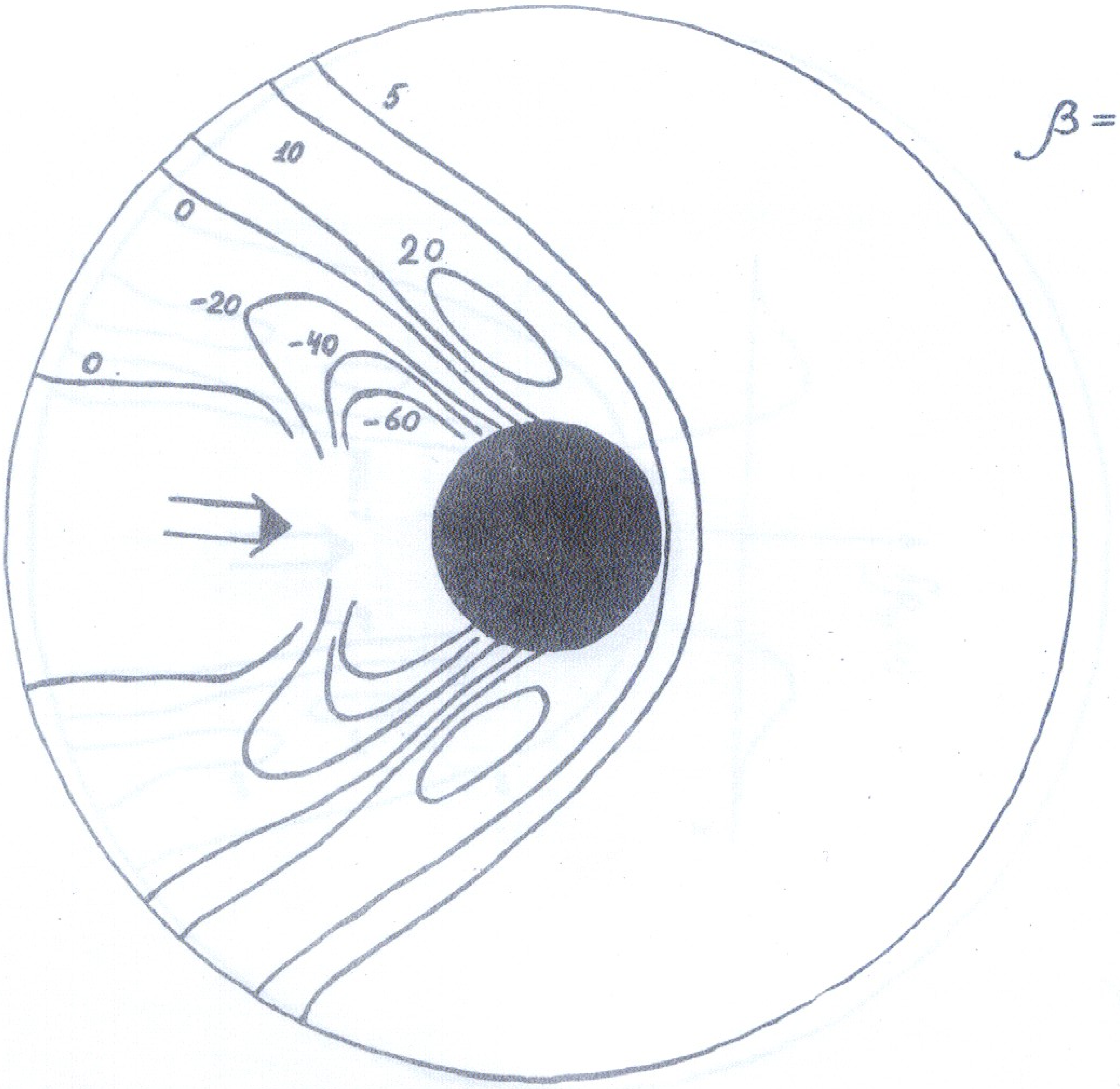


рис.5

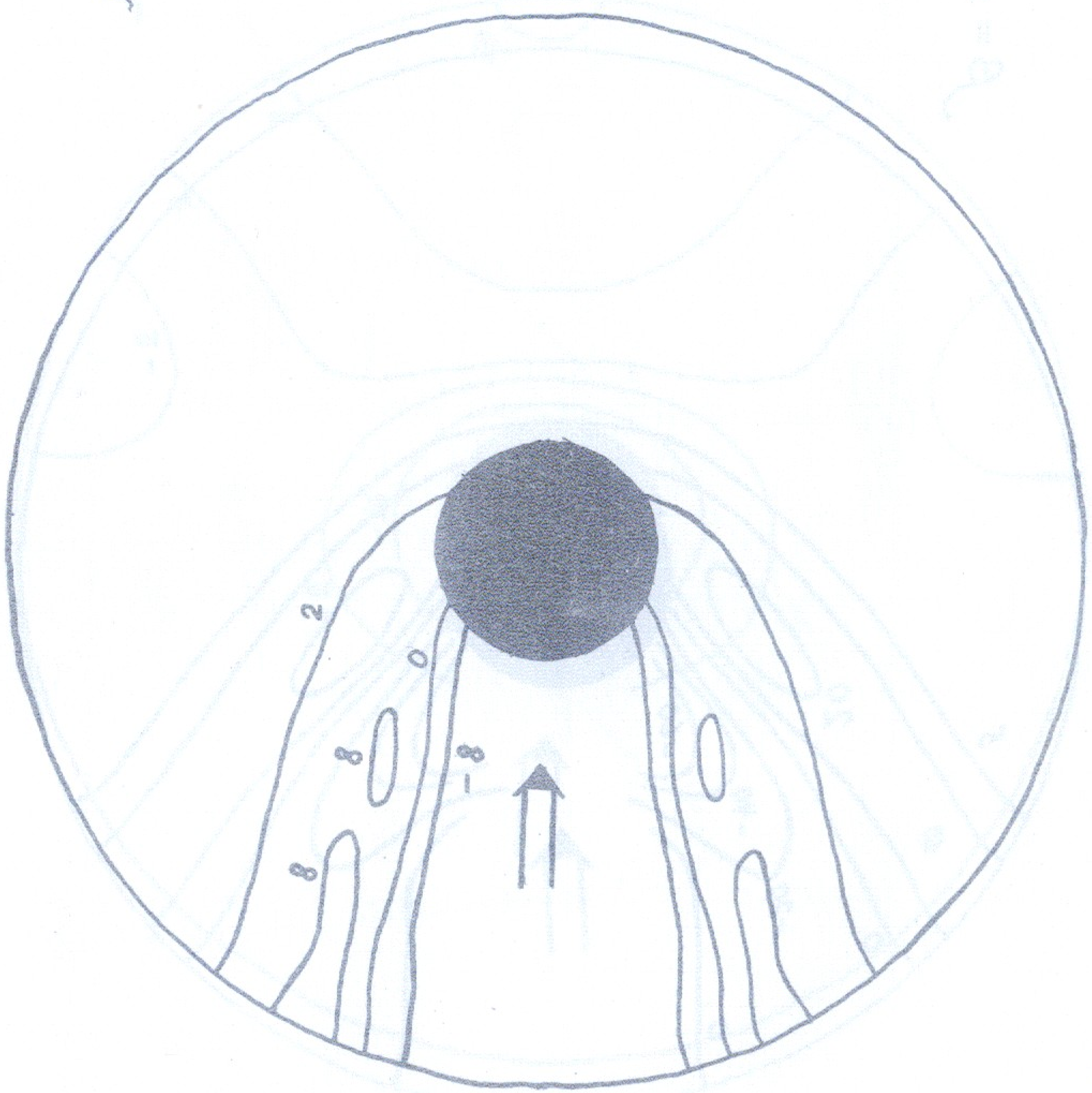


рис.6

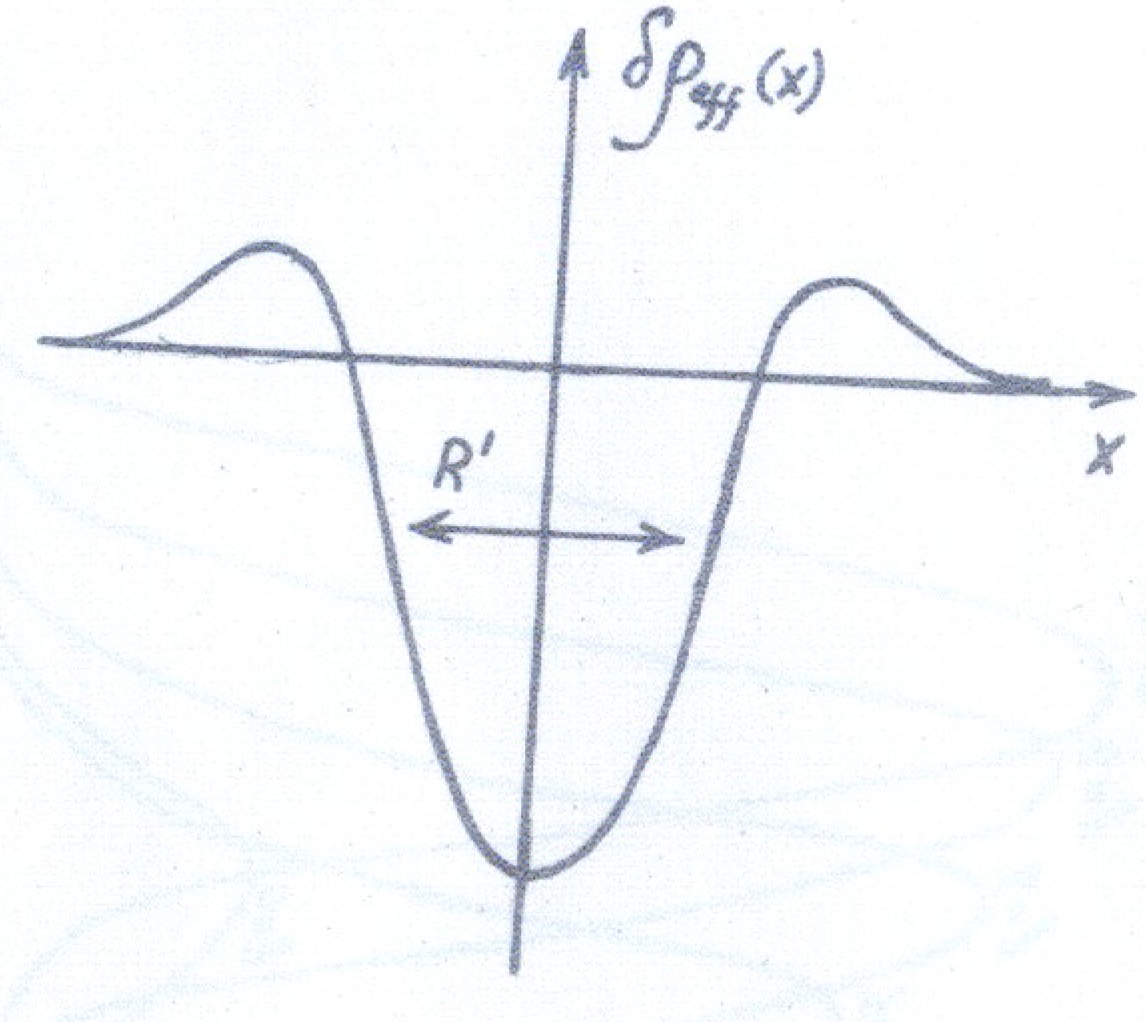


рис.7

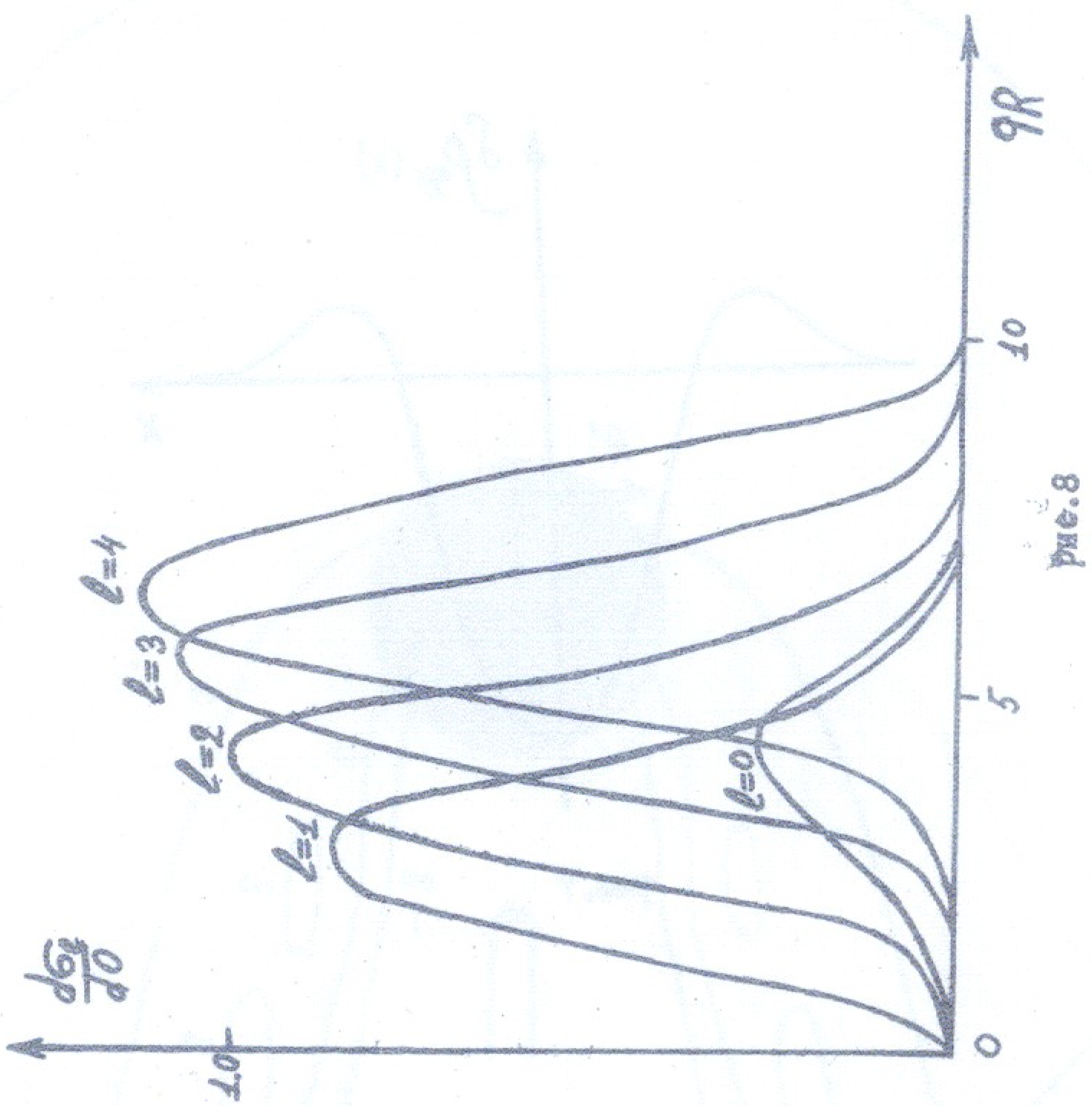


Рис.8

Работа поступила - 30 декабря 1976 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ
Подписано к печати 17.II-1977 г. МН 02662
Усл. 2,7 печ.л., 2,2 учетно-изд.л.
Тираж 150 экз. Бесплатно
Заказ № 19.

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР