45

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И Я Ф 77 - 63

Г.Е.Векштейн

РАЗМЕРНЫЕ ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ОСТЫВАНИЯ ПЛАЗМЫ С $\beta \gg 1$

Новосибирск
1977

РАЗМЕРНЫЕ ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ОСТЫВАНИЯ ПЛАЗМЫ С $\beta \gg 1$.

Г.Е.Векштейн

АННОТАЦИЯ

Рассмотрены различные режимы остывания плотной плазмы с большим β. Показано, что охлаждение такой плазмы существенно отличается от охлаждения плазмы малого давления, когда величина $\beta \ll 1$. Получены зависимости времени остывания от параметров плазмы и размеров системы.

Плазму с большим β предлагается использовать во многих системах, представляющих интерес для термоядерных исследований. В то же время свойства такой плазмы могут заметно отличаться от "привычных" уже свойств плазмы с малым β. Здесь мы рассмотрим некоторые особенности остывания плазмы с $\beta \gg 1$ на примере следующей задачи. Пусть в начальный момент времени имеется однородная горячая плазма с температурой T_0 и плотностью n_0, заполняющая длинную цилиндрическую трубу радиуса R. Стенки трубы имеют нулевую температуру. Труба помещается во внешнее однородное продольное магнитное поле H_0, причем его давление мало по сравнению с давлением плазмы: $\beta_0 \equiv 16\pi n_0 T_0 / H_0^2 \gg 1$. Роль магнитного поля сводится лишь к подавлению поперечной теплопроводности плазмы. Это означает, что плазма сильно замагничена, так что даже для ионов величина $\delta_0 \equiv (\omega_{Hi}\tau_i)_0 \gg 1$ (ω_{Hi} – ионная циклотронная частота, τ_i – время ион-ионных столкновений). Нетрудно проверить, что имеется широкая область параметров, где выполняются оба эти неравенства. Энергия плазмы уменьшается со временем из-за теплопроводности и тормозного излучения (его объемная мощность $Q_r = A n^2 T^{1/2}$). Вопрос состоит в определении времени остывания τ_E, в течение которого плазма потеряет половину своей начальной тепловой энергии. Такая задача представляет интерес, например, для систем с т.н. "стеночным" (или "немагнитным") удержанием плазмы [I] или для установок со сжимающимся лайнером [2].

Специфика плазмы с $\beta \gg 1$ в данном случае состоит в следующем. Так как представляющее практический интерес время удержания плазмы значительно превышает инерционное время R/c_s (c_s – скорость звука), то в каждый момент времени газокинетическое давление плазмы $p = 2nT$ должно быть однородно по сечению трубы. Поэтому остывание плазмы с $\beta \gg 1$ сопровождается перераспределением плотности по сечению, т.е. возникает течение плазмы от центра к стенкам. В случае же плазмы малого давления ($\beta \ll 1$) ее остывание происходит при фиксированной плотности. Различные режимы остывания плазмы с большим β удобно выделить, рассматривая зависимость времени τ_E от радиуса. Очевидно, что при малых R излучением можно пренебречь. Уравнение переноса тепла запишется тогда так [3]:

$$3\frac{\partial(nT)}{\partial t}=-\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\left(5nTv-\varkappa\,\partial T/\partial r\right) \qquad (I)$$

(v - скорость течения плазмы, $\varkappa$ - коэфициент теплопроводности). Видно, что течение плазмы вызывает дополнительный конвективный поток тепла из центра. Т.к. плотность энергии не зависит от r, то полный поток тепла

$$q=5nTv-\varkappa\,\partial T/\partial r \propto r$$

Вблизи стенки, где скорость плазмы обращается в нуль, главную роль играет теплопроводность. Толщина Δ этого пристеночного слоя, как будет показано далее, много меньше R , так что там

$$q\approx-\varkappa\frac{\partial T}{\partial r}\approx const \qquad (2)$$

Рассмотрим структуру этого слоя. Теплопроводность плазмы существенно зависит от степени замагниченности ионов $\delta=\omega_{Hi}\tau_i \propto \frac{HT^{3/2}}{n}$. В свою очередь первоначально однородное магнитное поле деформируется при движении плазмы. Его изменение описывается таким уравнением: [3]

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{H}{n}\right)=\frac{1}{nr}\frac{\partial}{\partial r}r\left(\frac{c^2}{4\pi\sigma}\frac{\partial H}{\partial r}+\frac{c\,\beta_\wedge^{uT}}{en}\frac{\partial T}{\partial r}\right) \qquad (3)$$

Здесь σ - проводимость плазмы, а $\beta_\wedge^{uT}$ - коэфициент, связанный с возникновением термо-ЭДС (эффект Нернста). В плазме с $\beta\gg1$ второй член в правой части этого уравнения является главным. Но вызываемое им нарушение вмороженности магнитного поля в плазму оказывается в нашем случае малым:

$$\Delta\left(\frac{H}{n}\right)\sim\frac{H}{n}\left(m_e/m_i\right)^{1/2}$$

(Теплопроводность замагниченной плазмы определяется ионами, и соответствующее характерное время содержит малый параметр $\left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2}$). Таким образом, магнитное поле выносится к стенкам вместе с плазмой, а отношение H/n не меняется. Тогда величина $\delta=\delta_0(T/T_0)^{3/2}$ и зависит только от температуры. При $T>T_1\sim T_0\delta_0^{-2/3}$ плазма замагничена и ее теплопроводность $\varkappa\sim nT/m_i\omega_{Hi}^2\tau_i\sim n_0\chi_0(T_0/T)^{1/2}$ ($n_0\chi_0$ - теплопроводность горячей плазмы в центре). При $T<T_1$ магнитное поле не влияет на перенос тепла и $\varkappa\sim n_0\chi_0\delta_0^2(T/T_0)^{5/2}$. Зная зависимость $\varkappa(T)$, из уравнения (2) легко найти профиль T (и, тем самым, n и H) в пристеночном слое. Запишем входящую в

(2) константу в виде

$$q=\alpha(t)\,n_0\chi_0T_0/R$$

Тогда падение температуры от T_0 до температуры стенки происходит в слое с толщиной $\Delta\sim R/\alpha$, а число частиц в этом слое $N_\Delta\sim n_0R^2\delta_0^{1/3}/\alpha$. т.к. N_Δ не может, очевидно, превышать полного числа частиц на единицу длины трубы, то поток тепла q на стенку должен быть достаточно большим: $\alpha\gtrsim\delta_0^{1/3}\gg1$. Но при $\alpha\gg1$ теплопроводность не может обеспечить нужного потока тепла из горячей плазмы. Это означает, что при $T\sim T_0$ главную роль играет конвективный поток энергии, т.е. горячая плазма остывает за счет своего адиабатического расширения. Скорость расширения $v_0\sim\alpha\chi_0/R$. Для определения $\alpha(t)$ нужно учесть баланс частиц между горячей плазмой и пристеночным слоем:

$$\frac{d}{dt}(N_\Delta)\sim n_0v_0R\,;\ \text{т.е.}\ \alpha(t)\sim R\delta_0^{1/6}/\chi_0^{1/2}t^{1/2} \qquad (4)$$

Для энергетического времени жизни плазмы тогда получаем:

$$\tau_E\sim R^2/\chi_0\delta_0^{1/3} \qquad (5)$$

При этом характерная скорость горячей плазмы $v_0\sim\delta_0^{1/3}\chi_0/R$, а толщина пристеночного слоя, где энергия передается на стенку за счет теплопроводности, $\Delta\sim R/\delta_0^{1/3}$. Число частиц в пристеночном слое N_Δ за время τ_E , становится, очевидно, порядка полного числа частиц на единицу длины.

Так происходит остывание плазмы, пока излучение мало. Заметим, что в плазме с большим β роль тормозных потерь возрастает, т.к. при условии $nT=const$ его объемная мощность пропорциональна $T^{-3/2}$ и становится большой в холодном пристеночном слое. Действительно, по полученному выше профилю температуры нетрудно вычислить полную мощность излучения из плазмы $W_r=2\pi\int_0^R Q_r\,r\,dr$. Излучение из пристеночного слоя превышает излучение горячей плазмы, причем основной вклад в W_r дает область температур $T\sim T_0\delta_0^{-2/3}$, где величина $\omega_{Hi}\tau_i\sim1$:

$$W_r\sim n_0T_0R^2\delta_0^{1/3}/\tau_r$$

(Здесь введено время радиационного остывания горячей плазмы $\tau_r=3n_0T_0/An_0^2T_0^{1/2}$).

Сравнивая W_r и q , получаем, что потери на излучение становятся существенными при $R \gtrsim (\chi_0 \tau_r)^{1/2}$. Если же поперечный размер системы много больше $(\chi_0 \tau_r)^{1/2}$, то можно пренебречь диффузионным потоком тепла на стенку, а потери энергии описывать как движение радиационной "волны охлаждения" в плазме [4]. При этом пристеночный слой плазмы с низкой температурой быстро остывает из-за излучения и сжимается (т.к. давление должно оставаться однородным). Теплопроводность приводит к отбору тепла у следующего слоя плазмы, который, в свою очередь, остывает, сжимается и т.д. Излучаемая из переходного слоя энергия компенсируется конвективным потоком энергии из горячей плазмы. Обозначив скорость последней через v_0, для стационарной "волны охлаждения" (ее можно считать плоской) получим следующее уравнение:

$$5 n_0 v_0 \frac{dT}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\varkappa \frac{dT}{dx}\right) - Q_r \qquad (6)$$

Скорость горячей плазмы v_0 связана с полным излучением из переходного слоя:

$$v_0 = \int Q_r \, dx / 5 n_0 T_0$$

Т.к. зависимость $\varkappa(T)$ нам уже известна, то из (6) можно получить, что основной вклад в излучение вносит, как и раньше, область с температурой $T \sim T_0 \delta_0^{-2/3}$. При этом скорость расширения

$$v_0 \sim \delta_0^{1/3} (\chi_0 / \tau_r)^{1/2}$$

а время остывания

$$\tau_E \sim R / v_0 \sim R (\tau_r / \chi_0)^{1/2} \delta_0^{-1/3}. \qquad (7)$$

С увеличением R линейное возрастание τ_E продолжается до тех пор, пока излучение из переходного слоя будет больше полного излучения из горячей плазмы, которое порядка $n_0 T_0 R^2 / \tau_r$. Это дает такое условие: $R < \delta_0^{1/3} (\chi_0 \tau_r)^{1/2}$. При больших R время остывания становится равным τ_r.

Во всех полученных выше оценках мы полностью пренебрегали давлением магнитного поля, т.е. считали величину β_0 достаточно большой. При этом время τ_E вообще не зависит от β_0, а большим параметром в задаче является степень замагниченности горячей плазмы δ_0. Предельный переход к плазме низкого давления ($\beta_0 \lesssim 1$) происходит следующим образом. Так как магнитное

поле вморожено в плазму, то его давление растет с уменьшением температуры от центра к стенкам:

$$\frac{H^2}{8\pi} = \frac{H_0^2}{8\pi} (n/n_0)^2 = \frac{H_0^2}{8\pi} (T_0/T)^2$$

и при $T \sim \tilde{T} \sim T_0 \beta_0^{-1/2}$ сравнивается с давлением плазмы. Из условия однородности полного давления $2nT + H^2/8\pi$ тогда следует, что при $T < \tilde{T}$ плотность n и магнитное поле H будут постоянными, а величина $\beta < 1$. Очевидно, что полученные оценки остаются справедливыми, если температура $\tilde{T} \leq T_1$, или

$$\beta_0^{1/2} \geq \delta_0^{2/3}$$

В противоположном случае определяющей становится область температур $T \sim T_0 \beta_0^{-1/2}$, и в оценках времени τ_E параметр $\delta_0^{1/3}$ нужно заменить на $\beta_0^{1/4}$. Качественный вид зависимости $\tau_E(R)$ для плазмы с $\beta_0 \gg 1$ приведен, для наглядности, на рис. I.

Полученные особенности остывания плазмы с большим β связаны, как нетрудно видеть, с конкретной зависимостью классической кулоновской теплопроводности плазмы от n, T и H. Здесь существенно, что теплопроводность замагниченной плазмы возрастает при уменьшении температуры. При другой зависимости $\varkappa(n, T, H)$, например, типа бомовской, когда $\varkappa \propto nT/H$, теплопроводность горячей плазмы велика, и этих эффектов нет.

В заключение отметим, что приведенные выше оценки времени остывания плазмы с $\beta \gg 1$ хорошо согласуются с результатами численных решений уравнений переноса в плазме [5, 6].

Литература

I. G.I.Budker, 6 Europ.Conf. on Plasma Physics,2,136,Moscow,1973.

2. E.P.Velikhov.Comments on Plasma Physics and CTF,1,171, 1972.

3. С.И.Брагинский. В сб. "Вопросы теории плазмы", I, I83, Атомиздат, Москва, I963.

4. Г.Е.Векштейн. ПМТФ, 6, 3, I976.

5. Г.Е.Векштейн, В.В.Мирнов, Д.Д.Рютов, П.З.Чеботаев. Доклад CN-35/E-21 на УI Межд. конф. по физике плазмы, Берхтесгаден, ФРГ, I976.

6. B.K.Jensen. Phys.Fluids, 20, 373, 1977.

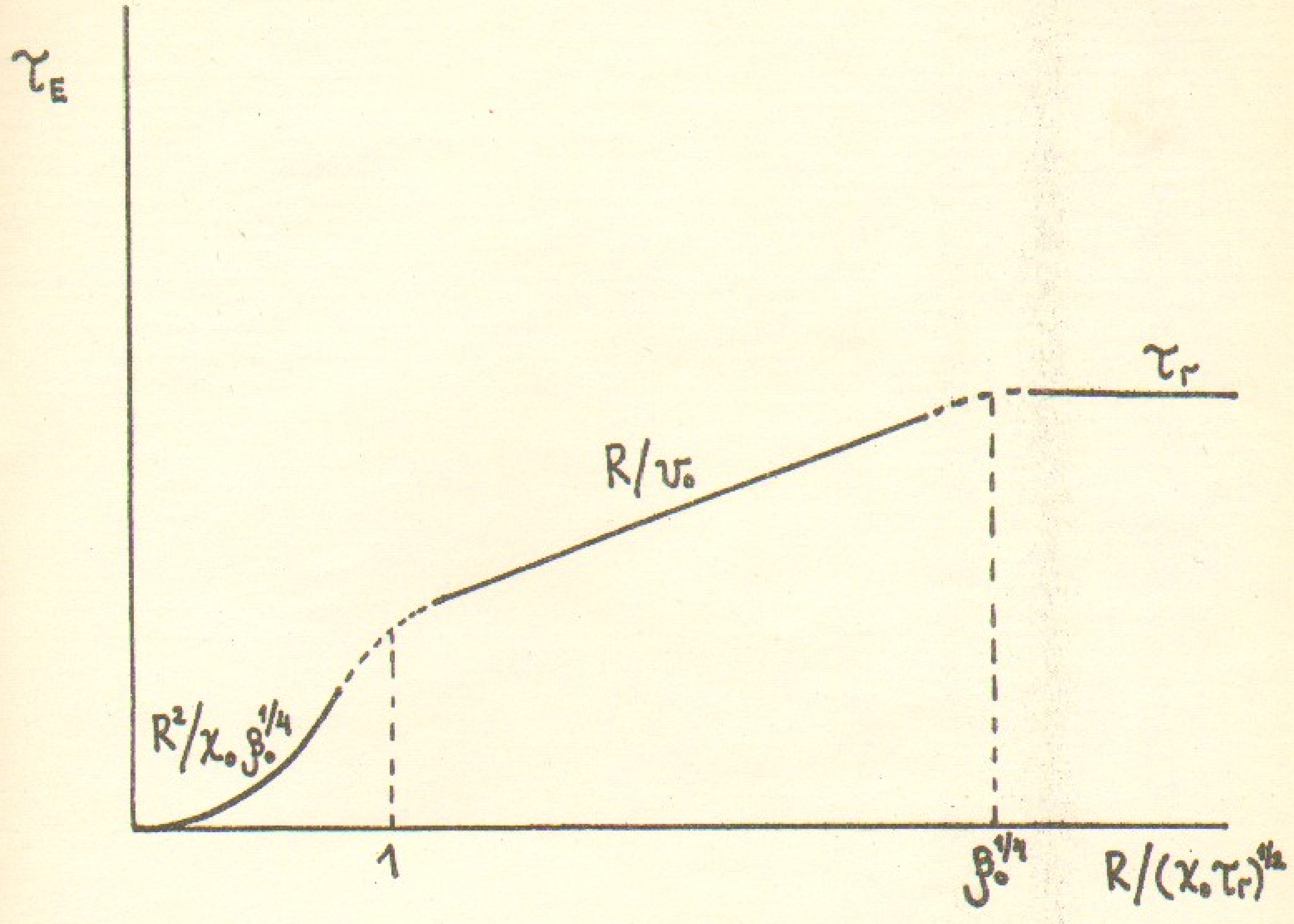

Рис. 1.

Работа поступила - 3 апреля 1977 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ
Подписано к печати 5.7-1977г. МН 07455
Усл. 0,5 печ.л., 0,4 учетно-изд.л.
Тираж 170 экз., Бесплатно
Заказ № 63.

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР