

7

И Н С Т И Т У Т
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СОАН СССР

ПРЕПРИНТ И ЯФ 78-17

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАТУХАНИЕ
ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН С РАЗНЫМИ
АМПЛИТУДАМИ И ФАЗОВЫМИ СКОРОСТЯМИ

Новосибирск

1978

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАТУХАНИЕ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН
С РАЗНЫМИ АМПЛИТУДАМИ И ФАЗОВЫМИ СКОРОСТЯМИ

Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

А Н Н О Т А Ц И Я

Методом численного эксперимента исследована неустойчивость и затухание одномерных ленгмюровских волн с большой амплитудой $E_0^2/8\pi nT \gg (k_0 z d)^2$, $e\varphi_0/T > 1$ и фазовой скоростью $V_\phi/V_T \gg 1$.

Амплитуды и фазовые скорости волн менялись в широком диапазоне: $E_0^2/8\pi nT$ от $3 \cdot 10^{-1}$ до 10^2 при $V_\phi/V_T = 16$, V_ϕ/V_T от 3 до 48 при $E_0^2/8\pi nT = 1,6$. При увеличении E_0 и уменьшении V_ϕ в таком диапазоне возрастает электронная нелинейность плазмы от линейного случая до захвата. Для характеристики электронной нелинейности предложен параметр $\alpha = \frac{2\sqrt{e\varphi_0/n}}{V_\phi - V_T}$. Электронная нелинейность существенна, когда $\alpha \approx 0,4$, захват — когда $\alpha \approx 1,3$.

Показано, что основными процессами, приводящими к неустойчивости и затуханию волн являются: 1) модуляционная неустойчивость с длиной возмущения $\leq \lambda_0$, 2) конверсия на неоднородности плотности (процесс $k_e \pm \beta k_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$, k_e, k_i — волновой вектор электронных и ионных волн) и 3) захват электронов основной волной и ее гармониками. Сравнительная роль этих процессов зависит от параметров волны и плазмы. Увеличение E_0 и уменьшение V_ϕ приводят к более раннему затуханию волны. Рассмотрен механизм затухания, связанный с захватом электронов с хвоста функции распределения гармониками волны. Показано, что электронная нелинейность сказывается на стадии затухания, но не неустойчивости.

При $\alpha > 1,3$ становится существенным захват основной волной и

волна затухает до малого уровня с декрементом γ , значительно превышающим декремент затухания Ландау γ_L . В специальных численных экспериментах показано, что при малых $V_{ph}/V_T \sim 3-4$ и малых амплитудах волны $e\varphi_0/T < 1$, $E_0^2/8\pi nT \sim 3 \cdot 10^{-4} - 4 \cdot 10^{-2}$ затухание хорошо описывается теорией и $\gamma/\gamma_L \approx 1$. С ростом амплитуды в области $e\varphi_0/T > 1$, $\alpha > 1,3$ это отношение растёт, достигая многих порядков при больших фазовых скоростях.

THE INSTABILITY AND DAMPING OF THE LANGMUIRE WAVES
WITH DIFFERENT AMPLITUDES AND PHASE VELOCITIES

N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin

The numerical experiment was made to investigate the instability and damping of one-dimensional high-amplitude Langmuir waves ($E_0^2/8\pi nT \gg (k_0 z_d)^2$; $e\varphi_0/T > 1$; $V_{ph}/V_T \gg 1$). Waves amplitudes and phase velocities were changed in a wide range: $E_0^2/8\pi nT \sim 3 \cdot 10^{-1} \div 10^{-2}$ ($V_{ph}/V_T = 16$); $V_{ph}/V_T \sim 3 \div 48$ ($E_0^2/8\pi nT = 1.6$). The increase of E_0 and decrease of V_{ph} in such range leads to the increase of plasma electron nonlinearity from linear case up to the case of electron trapping. To characterize electron nonlinearity the parameter α was used $\alpha = \frac{2\sqrt{e\varphi_0/m}}{V_{ph} - V_T}$. Electron nonlinearity is essential if $\alpha \geq 0,4$, the trapping - if $\alpha \geq 1,3$.

It was shown that the main processes of instability and damping of the waves are: 1. modulational instability with the length of perturbation $\leq \lambda_0$, 2. waves conversion on the density perturbations (the process $k_e \pm \beta k_i$, $\beta = 1, 2, 3, \dots$, $k_{e,i}$ - wave numbers of electron and ion waves) and 3. electron trapping by the initial wave and its modes. The comparative role of these processes depends on parameters of the wave and plasma.

The increase of E_0 and decrease of V_{ph} leads to the earlier damping of the wave. The damping mechanism was considered which depends on the trapping by wave modes of the electrons from the tail of velocity distribution function. It was shown that electron nonlinearity plays role in damping, but not in instability.

If $\alpha > 1,3$ the electron trapping by the initial wave is essential and the wave damps to the low level. The damping rate γ is much more than Landau damping rate γ_L . The numerical experiments were made with low amplitude waves $e\varphi_0/T < 1$, $E_0^2/8\pi nT \sim 3 \cdot 10^{-4} \div 4 \cdot 10^{-2}$, $V_{ph}/V_T \sim 3 \div 4$. It was shown that in this case the damping can be described by the

theory and initial damping rate is equal to Landau damping $\delta/\gamma_L \approx 1$. If the wave amplitude increases in the range $e\varphi_0/T > 1$, $\alpha > 1.3$ this ratio increases up to many orders in the case of high phase velocity waves.

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАТУХАНИЕ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН С РАЗНЫМИ
АМПЛИТУДАМИ И ФАЗОВЫМИ СКОРОСТЯМИ.

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

Ранее мы исследовали методом численного эксперимента неустойчивость и затухание ленгмювской волны большой амплитуды в случаях, когда электронная нелинейность плазмы незначительна (/1/, называемый далее I) или мала (/2/ - II). В настоящей работе мы исследовали довольно широкую область параметров волны - $E_0^2/8\pi nT$ от 0,3 до 10^2 (включая I и II), $V\phi/V_T$ от 3 до 48, причем всегда $E_0^2/8\pi nT \gg (k_0 z d)^2$. Показано, что с изменением этих параметров существенно меняются условия затухания волны - увеличение амплитуды и уменьшение фазовой скорости ускоряют затухание. Электронная нелинейность плазмы сказывается на стадии затухания, но практически не влияет на развитие модуляционной неустойчивости волны до тех пор, пока не начинается захват электронов волной (сильная нелинейность). Захват приводит к быстрому затуханию волны, что препятствует развитию модуляционной неустойчивости.

Показано, что основными процессами при неустойчивости и затухании волны являются модуляционная неустойчивость, конверсия волн в обратные и более коротковолновые гармоники на неоднородности плотности (возбуждаемой самой волной и модуляционной неустойчивостью) и захват электронов основной волной или ее гармониками.

Для численного моделирования используется метод "частиц в ячейках". Рассматривается одномерная система с периодическими граничными условиями. Для понижения начального уровня шумов применяется ме-

тод "спокойного старта". Для электронов и ионов плазмы задается максвелловское распределение по скоростям. В начальный момент времени ионы равномерно распределяются по длине системы. Контроль правильности расчета проводится по сохранению полной энергии и импульса системы, по независимости результатов от счетных параметров и от точности расчета. Более подробно метод расчета описан в /3/ и /1/.

Параллельно используется два описания исследуемого явления - динамическое и спектральное /1/.

Используемые в работе величины нормируются следующим образом:

$$X^* = X/z_d; \quad z_d = \sqrt{\frac{T}{4\pi n e^2}}$$

$$t^* = t/T_{oe}; \quad T_{oe} = 2\pi/\omega_{oe}; \quad \omega_{oe} = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}}$$

$$V^* = V/V_T; \quad V_T = \sqrt{\frac{T}{m}}$$

$$E^* = E/mz_d/eT_{oe}^2$$

$$W^* = W/W_e^o$$

Здесь T - температура электронов, z_d - дебаевский радиус, ω_{oe} - плазменная частота, T_{oe} - период плазменных колебаний, V_T - тепловая скорость электронов, W_e^o - тепловая энергия электронов.

В тексте мы опускаем знак $*$ для нормированных величин.

Приведем некоторые обозначения и формулы, которые потребуются нам в дальнейшем:

$$W = E^2/8\pi n T - \text{плотность энергии};$$

$$W_m = E_{max}^2/8\pi n_{min} T - \text{плотность энергии во впадине плотности плазмы, } E_{max} - \text{максимальное значение } E(x), n_{min} - \text{минимальное значение } n_i(x) \text{ в данный момент времени};$$

$$W_E - \text{энергия электрического поля};$$

W_e, W_i - энергия электронов и ионов;

$\Delta W_e = W_e - W_e^o$; $\Delta W_i = W_i - W_i^o$ - изменение энергии электронов и ионов;

$W = W_E + \Delta W_e$ - энергия волны;

E_o, φ_o - амплитуда поля и потенциала волны в начальный момент времени;

$V_z = 2\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$ - граница захвата;

$V_{\phi} + V_z, V_{\phi} - V_z$ - верхняя и нижняя граница захвата;

$\omega_B = k\sqrt{e\varphi_o/m}$; $T_B = 2\pi/\omega_B$ - частота и период фазовых колебаний захваченных частиц;

γ - декремент затухания;

$\gamma_L = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \cdot \frac{\omega_{oe} \omega^2 \exp(-\frac{1}{2} \frac{\omega^2}{k^2 V_T^2})}{k^3 V_T^3}$ - декремент затухания Ландау;

$f(v) = \frac{\Delta N_e}{\Delta V}(v)$ - функция распределения электронов по скоростям;

ΔN_e - число электронов в интервале скоростей ΔV ;

N - номер гармоники.

Описанные ниже численные эксперименты проводятся при следующих параметрах: отношение масс электронов и ионов $m/M = 10^{-2}$; отношение температур $T_e/T_i = 30$; ионный плазменный период $T_{oi} = \frac{2\pi}{\omega_{oi}} = 10 T_{oe}$; $\omega_{oi} = (\frac{4\pi n e^2}{M})^{1/2}$

Численные параметры: временной шаг $\tau = 0,05 T_{oe}$; число частиц электронов и ионов на единицу длины $N_e/L = N_i/L = 10^2$. Отметим, что при таком числе частиц функция распределения по скоростям обрезана на $v \sim 2V_T$.

В начальный момент времени возмущением плотности и скоростей электронов задается бегущая волна с фазовой скоростью V_{ϕ} . Длина волны задается равной длине системы $\lambda_o = L$, так что основная гармоника всегда первая - номер гармоники $N=1$. Поле первой гармоники задается в виде $E = E_o \cos(\omega_o t - k_o x)$, где

$K_0 = 2\pi/\lambda_0$ - волновой вектор, ω_0 - собственная частота плазмы $\omega_0^2 = \omega_{0e}^2 + \omega_{0i}^2 + 3k^2 V_T^2$; $V_\phi = \omega_0/k_0$.

Для задания нелинейной волны в начальный момент времени задается набор гармоник с одинаковыми фазовыми скоростями $V_\phi^* = V_\phi$ так, чтобы их амплитуды и фазы a , следовательно, и вид $E(x), \tilde{n}_e(x)$ не менялись в течение первых периодов колебаний. В случаях, когда волна с амплитудой E_0 должна захватывать электроны, задается набор гармоник, соответствующий предзахватному состоянию (сильно-нелинейная волна).

Граница нелинейности и захвата

В монохроматической волне электронная нелинейность проявляется, когда возмущенная скорость электронов становится близкой к границе захвата. При этом электрон дольше остается в фазе ускоряющего поля и набирает большую скорость, чем при линейном движении, т.ч. колебания $v(t), x(t)$ начинают отличаться от синусоидальных. Это должно приводить к несимметрии положительных и отрицательных возмущений скорости Δv_+ и Δv_- , к увеличению энергии колебаний плазмы ΔW_e по сравнению с энергией поля W_E (в линейном случае $\Delta v_+/\Delta v_- = 1$ и $\Delta W_e/W_E = 1$) и к увеличению плотности электронов n_e в фазах ускоряющего поля. Таким образом $\tilde{n}_e(x)$ и $E(x)$ становятся несимметричными - $\tilde{n}_e(x)$ обостряется, а $E(x)$ укручается, т.ч. волна не является более монохроматической, а состоит из набора гармоник с одинаковыми фазовыми скоростями. Предельным случаем электронной нелинейности является захват электронов волной.

Электронную нелинейность можно характеризовать параметром $\alpha = 2\sqrt{e\varphi_0/m} / (V_\phi - V_T)$, где φ_0 - потенциал волны, /4/. Можно определить значения α для границы электронной нелинейности и границы захвата.

Характер изменения $E(x)$ и $\tilde{n}_e(x)$ при изменении α можно видеть из рис.1, где приведены эти кривые для стоячих волн с разными амплитудами. Видно, что несимметрия $E(x)$ можно охарактеризовать отношением $\Delta X_1/\Delta X_2$, где ΔX_1 - интервал укручения, несимметрию $\tilde{n}_e(x)$ - отношениями n_+/n_- и $\Delta X_+/\Delta X_-$, где n_+, n_- - максимальные значения положительного и отрицательного возмущения плотности, $\Delta X_+, \Delta X_-$ - интервалы, в которых возмущения плотности положительны и отрицательны. Для линейных колебаний все эти отношения равны 1, т.ч. границу нелинейности можно определить по отличию их от 1.

Строго говоря, границы нелинейности нет, так как в максвелловском распределении всегда найдутся частицы, движущиеся нелинейно в данной волне. Термин граница нелинейности имеет смысл границы, за которой явление становится существенным.

В таблице I приведены данные к определению границы нелинейности в случаях, когда α меняется за счет изменения амплитуды волны при $V_\phi = 16$ (I - 5) или за счет изменения фазовой скорости при малой начальной амплитуде $E_0 = 11$, $\omega_0 = 0,04$ (6 - 9) или большой - $E_0 = 70,4$, $\omega_0 = 1,6$ (10 - 12). Видно, что во всех случаях можно довольно четко определить граничное значение $\alpha_n \sim 0,4$. Практически такое же значение α_n было найдено нами ранее при изучении волн, возбуждаемых электронным пучком /4/.

Когда возмущенная скорость электронов приближается к фазовой скорости волны, становится существенным захват электронов волной. Наиболее четко захват наблюдается во виду фазовой плоскости электронов в форме "хвоста" (рис.2, 3). Проявляется захват также в затухании волны в течение первого периода колебаний захваченных частиц.

Граница захвата определялась по виду фазовой плоскости и началу затухания волны в случаях, когда α меняется за счет изменения

Таблица I.

	α	V_{ϕ}/V_T	E_0	$\frac{E_0^2}{8\pi nT}$	n_+/n_-	$\frac{\Delta X_+}{\Delta X_-}$	$\frac{\Delta X_1}{\Delta X_2}$	$\frac{\Delta V_+}{\Delta V_-}$	$\frac{\Delta W_{e^+}}{W_{e^0}}$
I	0,28	16,1	11,0	0,04	1,00	1,00	1,00	1,00	1,023
2	0,34	16,1	16,5	0,09	1,05	1,00	1,00	1,00	1,024
3	<u>0,41</u>	16,1	23,3	0,17	1,07	0,96	0,96	1,08	1,026
4	0,46	16,1	30,1	0,29	1,09	0,96	0,94	1,13	1,030
5	0,71	16,1	70,4	1,57	1,20	0,92	0,92	1,38	1,050
6	0,30	80	70,4	1,58	1,00	1,00	1,00	1,00	1,010
7	0,39	48	70,4	1,58	1,00	1,00	1,00	1,00	1,011
8	<u>0,43</u>	40	70,4	1,58	1,09	0,94	0,94	1,10	1,017
9	0,49	32	70,4	1,58	1,12	0,92	0,92	1,25	1,021
10	0,28	16,1	11	0,04	1,00	1,00	1,00	1,00	1,023
11	<u>0,40</u>	8,5	11	0,04	1,06	0,96	0,93	1,00	1,060
12	0,46	6,9	11	0,04	1,08	0,95	0,93	1,08	1,093

амплитуды волны при $V_{\phi} = 16$ или за счет изменения фазовой скорости при $E_0 = 70,4$, $\omega_0 = 1,6$. Было найдено граничное значение $d_3 \sim 1,3$.

Следует отметить, что в нашем случае максвелловское распределение обрезано на $V \sim 2V_T$, так что частиц со скоростями $V > 2V_T$ нет. Однако, это не должно сказаться на значениях d_n и d_3 , т.к. обрезано незначительное число частиц ($\sim 1,6\%$ в каждом хвосте).

Механизм затухания волны - схема

В работах I, II было показано, что затухание волны происходит в результате захвата электронов коротковолновыми гармониками. Как будет показано ниже, увеличение E_0 и уменьшение V_{ϕ} приводят к более раннему затуханию, причем для характеристики этого явления также может быть использован параметр α . В этом разделе мы рассмотрим схематически явления, с которыми связано затухание.

Рассмотрим фазовую плоскость электронов при разных α в случаях изменения амплитуды волны - рис.2 и фазовой скорости - рис.3. Основная волна задается первой гармоникой - на рисунке показана ее фазовая скорость и сепаратриса, ограничивающая область захвата $V_c = V_{\phi} \pm 2\sqrt{\frac{e\psi_0}{m}} \sin \frac{\pi}{\lambda_0} (x - x_0)$, где x_0 - координата максимума потенциала $\psi(x)$, V_c - скорость на границе захвата. Максимальное значение V_c обозначим $V_3 = 2\sqrt{\frac{e\psi_0}{m}}$ и будем называть границей захвата. На рисунках сплошными линиями показано положение граничных электронов, имевших в отсутствие волны скорость $V_0 = \pm 2V_T$. Обозначим максимальное значение возмущенной скорости электронов V_m , значение линейного (синусоидального) возмущения V_s . Ясно, что в случае, когда электронная нелинейность несущественна $V_m = V_s$, когда существенна - $V_m > V_s$.

В таблице I приведены величины возмущенной скорости $\Delta V_z = V_m - V_0$, $\Delta V_- = V_{min} - V_0$, причем практически всегда $V_{min} = V_s$. Отметим, что, т.к. функция распределения обрезана на $V \sim 2V_T$, величина V_m имеет смысл максимальной возмущенной скорости, которую имеет значительное число электронов.

Введём еще два обозначения (рис.2, 3): N_3 - номер гармоники, выше фазовой скорости которой лежит V_m и N_n - номер гармоники, ниже фазовой скорости которой лежит нижняя граница захвата $V_\phi - V_3$. N_3 определяет номер гармоники, которая может захватывать электроны со скоростями, близкими к граничной даже, если её амплитуда мала. N_n определяет номер гармоники, фазовая скорость которой лежит в пределах области захвата основной гармоники. Даже если амплитуда N_n -й гармоники мала, захваченные ею электроны могут перейти в область захвата первой гармоники и ускориться до больших скоростей. По рис.2, 3 мы видим, что с ростом α N_3 уменьшается, а N_n растет. При $V_3/V_\phi \gg 1$ фазовые скорости всех гармоник пересекают область захвата первой. Таким образом, с ростом α все более длинноволновые гармоники начинают захватывать электроны. Если $N_n < N_3$, т.е. $V_\phi - V_3 > V_m$, то захваченные N_3 -й гармоникой электроны не могут перейти в область захвата первой. Если $N_n \geq N_3$ ($V_\phi - V_3 < V_m$) - могут. Захват приводит к ускорению электронов и затуханию волны, возрастающему, если становится возможным переход в область захвата первой гармоники.

Как было показано в I и II, развитие модуляционной неустойчивости и конверсия на неоднородности плотности приводят к возбуждению последовательно во времени все более коротковолновых гармоник. Когда возбуждаются гармоники с $N \neq N_3$, которые могут захватывать электроны, начинается затухание. Если амплитуды гармоник достаточно велики, так что их области захвата пересекаются, захваченные

электроны могут ускориться до больших скоростей, поглощая энергию поля. Если электроны попадают в область захвата гармоники с $N \leq N_n$, они могут перейти в область захвата первой гармоники и ускориться до предельных скоростей $V \sim V_\phi + V_3$.

Как видно из рис.2, при увеличении амплитуды волны (рост α) возрастает V_m и его отличие от V_s , так что N_3 уменьшается и становится возможным захват все более длинноволновыми гармониками. Одновременно растет область захвата основной волны, так что растет N_n и она начинает пересекаться с областями захвата все более коротких гармоник. В результате при увеличении E_0 затухание волны должно начинаться всё раньше и раньше, пока V_m и V_3 не вырастут настолько, что с самого начала станет существенным захват основной волной, который и будет определять её затухание.

Из рис.3 видно, что при уменьшении фазовой скорости при постоянной амплитуде E_0 (рост α) N_3 уменьшается в результате уменьшения V_ϕ и роста V_m из-за нелинейности, так что становится возможным захват всё более длинноволновыми гармониками. Хотя область захвата при постоянной E_0 падает пропорционально $\sqrt{I_0}$, однако $V_\phi - V_3$ уменьшается, так что N_n растет. В результате с ростом α характер затухания должен меняться также, как и в предыдущем случае.

Мы видим, что основную роль в затухании играет уменьшение фазовой скорости гармоники при изменении V_ϕ или рост возмущения скорости электронов при изменении E_0 . Электронная нелинейность играет второстепенную роль, приводя к увеличению V_m/V_s и тем самым к снижению N_3 (в приведенных ниже численных экспериментах N_3 меняется за счет нелинейности не более, чем на I).

Неустойчивость и затухание волны -
разные амплитуды.

В работах I и II нами была исследована неустойчивость и затухание ленгмювской волны с параметрами: I. $V_{\phi} = 16$; $\omega_0 = 0,3$; $\alpha = 0,46$; и II. $V_{\phi} = 16$; $\omega_0 = 1,6$; $\alpha = 0,71$. Было показано, что в обоих случаях развивается модуляционная неустойчивость с длиной возмущения $\leq \lambda_0$, приводящая к образованию впадин плотности и концентрации в них электрического поля. При больших возмущениях плотности ($\frac{\tilde{n}}{n_0} \sim 10^{-1} - 10^{-2}$) существенную роль начинает играть конверсия (процесс $K = K_e \pm \beta K_i$, где $\beta = 1, 2, \dots$) [5, 6], приводящая к возбуждению обратных волн и коротковолновых гармоник. Совместное действие пондеромоторной силы и конверсии приводит к захвату волны во впадину плотности, развитию коллапса и практически полному поглощению энергии поля электронами плазмы в результате их захвата и ускорения коротковолновыми гармониками. В результате схлопывания впадины плотности после затухания волны развивается мощная турбулентность.

В настоящей работе проведены численные эксперименты с волнами большей амплитуды. Для общности мы включили в рассмотрение результаты работ I и II. Численные эксперименты проводились при постоянной фазовой скорости $V_{\phi} = 16,1$ и постоянной длине волны $\lambda_0 = \lambda = 100z_d$, так что $(k_0 z_d)^2 = 3,9 \cdot 10^{-3}$. Амплитуда волны E_0 изменялась от 30 до 626, что соответствует диапазону плотностей энергии ω_0 от 0,3 до 115. При этом α меняется от 0,46 до 2,1, так что рассматривается диапазон от почти линейного случая I-1 до сильно нелинейных с начальным захватом электронов волной I-5, I-6.

В таблице II приведены начальные данные численных экспериментов, включая I - I-1 и II - I-2.

Таблица II.

	I-1	I-2	I-3	I-4	I-5	I-6
α	0,46	0,71	1,17	1,33	1,57	2,10
E_0	30,1	70,4	193,6	252	350	626
$E_0^2/8\pi nT$	0,3	1,6	11	18	36	115
W_E^0/W_e^0	0,32	1,8	14	23	45	142
$\Delta W_E^0/W_e^0$	0,33	1,8	17	30	60	222
W^0/W_e^0	0,66	3,6	31	53	105	365
$\Delta W^0/W_e^0$	1,03	1,05	1,25	1,29	1,36	1,56
V_m/V_T	2,8	4,4	9,5	12 (37) ^x	15 (42) ^x	26 (55) ^x
V_m/V_s	2,0	1,2	1,5	1,5 (4,7) ^x	1,6 (4,4) ^x	1,6 (3,4) ^x
N_3	6	4	2	1	1	1
V_3/V_T	7,0	10,7	17,7	20,2	23,7	31,8
V_3/V_{ϕ}	0,4	0,7	1,1	1,2	1,5	2,0
N_n	-	2	все	все	все	все
T_B/T_{oe}	4,6	3,0	1,8	1,6	1,3	1,0

^x - Приведена величина V_m , задаваемой в $t = 0$ и в скобках величина V_m , которая достигается при захвате за $\sim T_B/2$.

Видно, что с ростом амплитуды растет электронная нелинейность, характеризуемая величинами $\Delta W_e^0/W_e^0$, V_m , V_m/V_s . Возрастает граница захвата V_3 , достигая величин, превосходящих V_ϕ . Видно, что номер гармоники, которая может захватывать электроны падает, так что в случаях I-4 - I-6 идет захват первой гармоникой. Одновременно растет номер N_n гармоники, которая может передавать захваченные электроны в область захвата первой гармоникой. В случае I-I нижняя граница захвата $V_\phi - V_3$ лежит выше фазовой скорости второй гармоники, так что их области захвата могут пересекаться только при достаточно больших E^0 . В случаях I-3 - I-6 $V_\phi - V_3 < 0$, так что при любых N V_ϕ^N пересекает область захвата первой гармоники.

Результаты численных экспериментов представлены на рис.4-8 и в таблице III.

Рис.4 - кривые $w_m/w_0 = f(t)$, характеризующие изменение плотности энергии электрического поля в области впадины плотности. $w_m = E_{max}^2/8\pi n_{min} T$ где E_{max} максимальное значение $E(x)$, n_{min} - минимальное значение $n(x)$ в данный момент времени; $w_0 = E_0^2/8\pi n T$.

В таблице III приведены значения w_{max} в максимуме кривой $w_m(t)$, w_{max}/w_0 , а также t_{max} - момент достижения максимума.

Рис.5 - кривые $W_E(t)$, $\Delta W_e(t)$, характеризующие затухание электрического поля и рост энергии электронов.

W_E - энергия электрического поля, $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ - изменение энергии электронов плазмы, W_e^0 - тепловая энергия электронов.

В таблице II приведены значения начальной энергии поля W_E^0 , отношения к ней энергии электронов $\Delta W_e^0/W_E^0$, а также начальной энергии волны $W^0 = W_E^0 + \Delta W_e^0$. Следует отметить, что величинами W_E , ΔW_e при наличии обратных волн изменяются с периодом $\sim \frac{T_{oe}}{2}$.

Таблица III.

	I-1	I-2	I-3	I-4	I-5	I-6
α	0,46	0,71	1,17	1,33	1,57	2,10
$t_{10\%}/T_{oe}$	25	12	4,5	4	4	2,5
t_{max}/T_{oe}	37	17	4,5	4,5	-	-
w_{max}	2,5	6,2	18,4	22,7	-	-
w_{max}/w_0	8	3,9	1,7	1,2	-	-
$(V_\phi + V_3)/V_T$	23	27	34	36	40	48
V^+/V_T	9	15	31	36	46	62
V^-/V_T	9	12	16	15	22	24
$(\Delta N_e/N_e)^+ \%$	3	8	25	26	27	52
$(\Delta N_e/N_e)^- \%$	3	8	22	19	20	18
$\Delta W_e^+/W^0$	0,5	0,6	0,7	0,84	0,93	0,98
$\Delta W_e^-/W^0$	0,5	0,4	0,3	0,13	0,07	0,02
$\Delta W_e/W_e^0$	$3 \cdot 10^{-2}$	0,16	0,55	0,4	0,6	1,0
$\Delta W_e/W^0$	$4,6 \cdot 10^{-2}$	$4,4 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	$7,5 \cdot 10^{-3}$	$6 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-3}$
$(\Delta N_e/N_e) \%_{\frac{E}{T_{oe}}=15}$	-	-	-	0,1	4,6	20
γ/w_{oe}	-	-	-	-	0,1	0,9
γ/γ_L	-	-	-	-	10^{52}	10^{53}

$w_{max} = (E_{max}^2/8\pi n_{min} T)_{max}$, где E_{max} - максимальное значение $E(x)$, n_{min} - минимальное значение $n(x)$ в момент достижения максимума t_{max} . $w_0 = E_0^2/8\pi n T$

На рис.5 представлены сглаженные кривые, построенные по средним точкам.

Рис.6а - кривые $(\tilde{n}_i/n_0)_{min} = f(t)$, характеризующие изменение возмущения плотности на дне впадины.

Рис.6б - кривые $(\tilde{n}_i/n_0)_{min} = f(t)$ - изменение максимального возмущения плотности. Мы приводим обе серии кривых, т.к. при больших амплитудах волна сильно возмущает ионы, т.ч. возникает пики плотности с возмущениями $(\tilde{n}_i/n_0)_{max}$. В таблице III приведены $t_{10\%}$ - моменты времени, когда $(\tilde{n}_i/n_0)_{min}$ достигает величины 10%.

Рис.7 - кривые $\tilde{n}_i/n_0(x)$ в момент, когда достигается минимальная плотность во впадине после затухания волны. Эти кривые характеризуют области локализации поля или начальное возмущение плотности.

Рис.8 - функции распределения электронов по скорости $f(v)$ после затухания волны. В таблице III приведены величины верхней границы захвата первой гармоникой $V_\phi + V_3$ (максимальная скорость, до которой могут быть ускорены электроны при захвате), максимальные скорости в хвостах функции распределения положительных ($v > 0$) - V^+ и отрицательных ($v < 0$) - V^- , доля частиц в хвостах $c/|v| > 2v_T \frac{\Delta W_e}{W_0}$ и доля энергии волны $\Delta W_e/W_0$ в электронах со скоростями $|v| > 2v_T \frac{\Delta W_e}{W_0}$. В таблице III приведены также величины изменения энергии ионов $\Delta W_i = W_i - W_i^0$ и доля энергии волны в ионах $\Delta W_i/W_0$ через несколько ионных плазменных периодов после затухания волны.

Рис.9 - фазовые плоскости электронов $f_e(x, v)$, характеризующие характер захвата электронов в разных случаях.

Анализируя численные эксперименты мы использовали кроме этого фильмы - изменение во времени распределения поля $E(x)$ и плотности $n(x)$, спектры и зависимость от времени амплитуд гармоник поля $E^m(t)$ и плотности, изменение во времени фазовых плоскостей электронов и ионов.

Рассмотрим рис.4. Как было показано в I, II, рост W_m в I-I и I-2 связан с развитием модуляционной неустойчивости - образованием впадин плотности и концентрацией в них электрического поля. Рост W_m наблюдается также и в I-3, причем видно, что скорость роста возрастает при увеличении E_0 . Развитие модуляционной неустойчивости в I-3 подтверждается видом возмущения плотности (рис.7) - наличием впадины того же типа, что и в I-I и I-2. Из рис.4 видно, что основной эффект при увеличении амплитуды волны - более раннее затухание, препятствующее развитию коллапса. Как мы уже отмечали, с ростом E_0 падает N_3 (таблица II) - если в режимах I-I и I-2 захватывать электроны могли 6-я или 4-я гармоники, то в режиме I-3 это уже 2-я, а в последующих первая гармоника. Одновременно растет N_n - в режиме I-I и I-2 $N_n < N_3$, т.е. гармоника захватывающая электроны, не может передать их в область захвата первой гармоникой. А в режиме I-3 и последующих это может сделать любая гармоника. В результате даже небольшого роста 2-3-й гармоник за счет модуляционной неустойчивости или конверсии достаточно для того, чтобы начался захват и электроны ускорились до скоростей $\sim V_\phi + V_3$. Из таблицы II видно, что предельные скорости $V^+ \sim V_\phi + V_3$ наблюдаются в режиме I-3 и далее, но не в I-I и I-2.

В случае I-4 $\alpha \sim \alpha_3 = 1,3$, а в случаях I-5, I-6 $\alpha > \alpha_3$ наблюдается сильное затухание волны в первый период плазменных колебаний. Характер затухания хорошо виден на рис.5. Видно, что практически вся энергия поля передается электронам плазмы, причем анализ функций распределения показывает, что подавляющая часть энергии волны поглощается ускоренными электронами хвоста функций распределения. Небольшая часть энергии волны передается ионам (см. $\Delta W_e/W_0$, $\Delta W_i/W_0$ в таблице III).

Так как начальные амплитуды велики, велико и начальное возму-

чение монов. Из рис.6а видно, что скорость роста возмущения плотности растет с ростом амплитуды. Это видно и по $t_{10\%}$ (таблица III), которые уменьшаются с ростом E_0 . Максимальное возмущение плотности (рис.6 б) в случаях I-3 - I-6 достигает величины $\sim 10\%$ в первые $2 T_{oe}$.

Как было показано в I и II конверсия начинает играть роль, когда \tilde{n}/n_0 превышает величину $10^{-1}-10^{-2}$. Там же показано, что возбуждение обратных волн однозначно связано с конверсией, так что наличие конверсии здесь может быть доказано появлением обратных волн, которые проявляются, в частности, в захвате электронов с отрицательными скоростями и образованием отрицательных хвостов функции распределения. Поскольку в случаях I-3 - I-6 возмущения плотности велики, можно ожидать, что во всех случаях конверсия будет играть существенную роль. Действительно, на это указывает появление отрицательных хвостов на фазовой плоскости и функции распределения во всех случаях (рис.8, 9, таблица III), а также колебания с периодом $\frac{T_{oe}}{2}$ величин $E^N(t)$, $W_E(t)$, $\Delta W_e(t)$.

Сравнение функций распределения (рис.8) показывает, что во всех случаях образуются хвосты. В случаях I-1 и I-2 начальная функция распределения почти не возмущается, ускоряются, в основном, электроны со скоростями, близкими к граничной, причем хвосты практически симметричны и по числу частиц и по энергии, заключенной в них. С увеличением амплитуды начинает уходить вся функция распределения, т.е. можно говорить о нагреве плазмы. Однако, основная энергия по-прежнему заключена в хвостах. Когда становится возможным захват основной гармоникой, функция распределения становится асимметричной: V^+ превышает V^- , $\Delta W_e^+ > \Delta W_e^-$, хотя доля частиц $\Delta N^+ \sim \Delta N^-$ в случаях I-3 - I-5 и только в случае с сильным захватом I-6 $\Delta N^+ > \Delta N^-$.

Рассмотрим новые численные эксперименты более подробно.

I-3. $W_0 = 11$; $\alpha = 1,17$. Рост гармоник по кривым $E^N(t)$ и соответствующая этому модуляция волны по кривым $E(x)$ свидетельствуют о развитии модуляционной неустойчивости. Об этом же говорит вид $\tilde{n}_i(x)$ (рис.7), аналогичный случаям I-1 и I-2 - появление впадин указывает на локализацию поля.

\tilde{n}_i/n_0 достигает величины 10^{-1} в $\frac{t}{T_{oe}} \sim 4,5$, так что можно ожидать, что конверсия будет играть существенную роль. Действительно, по кривым $E^N(t)$ наблюдаются колебания с периодом $\sim \frac{T_{oe}}{2}$, свидетельствующие о возбуждении обратных волн, а на фазовой плоскости электронов в области отрицательных скоростей появляются хвосты. Для проверки того, что конверсия в этом случае существенна, был проведен численный эксперимент, в котором в начальный момент времени задавалось возмущение плотности, соответствующее моментам времени 3 и 6 случая I-3. Конверсия в этих случаях должна играть роль с самого начала, причем, тем больше, чем больше возмущение плотности. Действительно, оказалось, что модуляция волны развивается быстрее и затухание начинается раньше, чем в случае I-3, причем тем быстрее и раньше, чем больше начальное возмущение плотности.

Так как в этом случае $N_3 = 2$ и $N_n > N_3$ вторая и более высокие гармоники могут захватывать электроны и передавать их в область захвата первой. Действительно, по фазовой плоскости и $f(v)$ видно, что затухание волн происходит в результате захвата электронов и ускорения их до $V^+ \sim V_\phi + V_3$, так что функция распределения становится несимметричной - $V^+ > V^-$ (рис.8, таблица III). Однако, доля частиц в положительных и отрицательных хвостах $f(v)$ примерно одинакова, что характерно для случаев, когда начало затухания определяется короткими гармониками (см. I-1 и I-2 на рис.8 и в таблице III). Вид фазовой плоскости электронов для случаев I-2 и

I-3 в момент времени, когда началось затухание, показан на рис.9 а и 9 б.

Поглощение энергии захваченными электронами и перекачка в короткие гармоники за счет конверсии приводят к затуханию волны (рис.5), так что захваченные электроны выходят из захвата, образуя хвосты на функции распределения.

I-4. $W_0 = 18$; $\alpha = 1,33$. Этот случай - пограничный, здесь $\alpha = \alpha_3$ и с самого начала идет захват электронов волной (рис.9 в). Однако, захват небольшого числа электронов ($\frac{\Delta N_e}{N_e} \sim 0,1\%$) приводит к уменьшению амплитуды небольшому, но достаточному для того, чтобы захват прекратился (рис. 9 г). В результате заметного затухания волны не происходит. Развитие модуляционной неустойчивости приводит даже к небольшому возрастанию W_m (рис.4) и образованию впадин плотности (рис.7). Полное затухание волны (рис.5) происходит, когда возмущение плотности становится достаточно большим и идет конверсия, что подтверждается появлением хвостов в области отрицательных скоростей (рис.9 д). В области положительных скоростей электроны ускоряются до $v^+ \sim v_\phi + v_3$ (рис.8, таблица III). В целом этот случай несмотря на начальный захват мало отличается от предыдущего I-3.

I-5. $W_0 = 36$; $\alpha = 1,57$ и I-6. $W_0 = 115$; $\alpha = 2,1$. Оба случая характерны тем, что с самого начала идет захват значительной части электронов $\sim 4\%$ в I-5 и $\sim 20\%$ в I-6 (рис.9 е). При этом наблюдается сильное затухание волны (рис.4, 5). Декремент затухания в обоих случаях кардинально отличается от декремента затухания Ландау, превосходя его на много порядков (таблица III).

В I-5 уменьшение амплитуды волны приводит к прекращению захвата в $\frac{t}{T_{oe}} \sim 1,5$ (рис.9 ж) и выходу из захвата части частиц с большими скоростями, причем быстрые частицы опережают волну и переходят в

область следующей длины волны. При переходе захваченных частиц в фазу торможения амплитуда опять нарастает, т.ч. начинается захват новой порции частиц (рис.9 з). Так как возмущения плотности велики (рис.6), одновременно идет конверсия, которая и приводит к дальнейшему затуханию (рис.9 и).

В I-6 захват сразу приводит к практически полному затуханию волны (рис.5), причем захваченные первоначально электроны ускоряются предельно до $v^+ \sim v_\phi + v_3$ и выходят из захвата. Вид фазовых плоскостей и функций распределения (рис.8) в обоих случаях подтверждает, что захват первой гармоникой является основным механизмом - действительно функция распределения резко асимметрична, особенно в случае I-6. Хвост в отрицательных скоростях сравнительно невелик и содержит малую долю поглощенной электронами энергии (таблица III).

Модуляционная неустойчивость в этих случаях не играет существенной роли. Действительно, вид $n_1(x)$ (рис.7) отличается от предыдущих случаев и имеет вид, характерный для возмущения начальной волной.

Мы прослеживали затухание волны до уровня $W_E \sim (I-5) \cdot 10^{-2} W_E^0$. Следует отметить, что в случаях I-5 и I-6 такому уровню соответствуют еще довольно большие амплитуды гармоник. Так амплитуда первой гармоники имеет величину $\sim 15-20$, близкую к случаю I-1 и значительно превосходящую уровень шумов. При этом в системе возбужден довольно широкий спектр электронных и ионных гармоник, имеются быстрые электроны с довольно широким спектром энергии, и захваченные электроны. Вопрос о дальнейшей релаксации такой системы требует специального изучения.

Следует отметить еще один факт, не имеющий пока полного объяснения. В случаях I-5 и I-6 (а также в случаях 2-5 и 2-6 с сильным захватом) наблюдается, что, судя по скоростям частиц на фазовой пло-

скости, нижняя и верхняя границы захвата лежат несколько выше (на 10-20 %), чем $V_4 - V_3$ и $V_4 + V_3$ (таблица III). Возможной причиной является нелинейное изменение фазовой скорости волны при захвате большого числа электронов, наблюдавшееся, в частности, в /4/.

Анализируя эти численные эксперименты, можно сделать вывод, что в неустойчивости и затухании ленгмювских волн большой амплитуды могут играть роль три основных процесса - модуляционная неустойчивость, конверсия на неоднородности плотности и захват электронов волной. С изменением параметров волны меняется сравнительная роль этих процессов - так при малых α основную роль играет модуляционная неустойчивость, при больших - захват.

В описанных выше численных экспериментах отношение масс было $M/m = 10^2$. Естественно, что развитие неустойчивости и относительная роль разных процессов должны зависеть от этого отношения. С целью проверки были проведены численные эксперименты с $M/m = 10^3$: I-7 (описан в II) - аналог I-2, I-8 - аналог I-3 и I-9 ($M/m = 10^{10}$) - аналог I-6. На рис.10 а и б приведены кривые $w_m(t)$ для случаев I-7 - I-2 и I-8 - I-3. Шкалы времени выбраны так, чтобы в случаях с $M/m = 10^2$ и 10^3 совпадало начало затухания.

Сравним случаи I-7 и I-2 (рис.10 а). Здесь $N_3 = 6$, так что до начала затухания должно нарасти много гармоник и основную роль должны играть модуляционная неустойчивость и конверсия. Видно, что кривые $w_m(t)$ подобны, откуда следует, что при $M/m = 10^3$ относительная роль всех процессов сохраняется.

В случае I-3 $N_3 = 2$, т.ч. начало затухания связано с захватом второй - третьей гармониками, нарастающими в результате модуляционной неустойчивости. Из-за большого возмущения плотности одновре-

менно идет конверсия - перекачка энергии в короткие гармоники и волна затухает. В случае I-8 развитие модуляционной неустойчивости также приводит к захвату - начальные участки кривых $w_m(t)$ примерно одинаковы (рис.10 б). Однако, возмущение плотности при этом мало, конверсия не идет и полного затухания волны не происходит, пока \tilde{n}_i/n_0 не достигает величины $\sim 10^{-1}$ ($t \sim 10\% \sim 27$). В промежуточной области происходят явления, аналогичные случаю I-4 - небольшой захват - отрыв захваченных - продолжение модуляционной неустойчивости и т.д. Таким образом, новых процессов в случае, когда $M/m = 10^3$ не появляется, но относительная роль их меняется.

Отметим, что случай I-8 еще раз подтверждает, что к появлению обратных волн и к полному затуханию волны приводит только конверсия.

В случаях I-8 и I-6, когда затухание волны определяется захватом электронов, не зависящим от M/m , кривые совпадают, декременты затухания одинаковы.

Рост электронной нелинейности при увеличении амплитуды волны (если, как в нашем случае, нелинейная волна задается с самого начала) практически не сказывается на развитии неустойчивости до тех пор, пока не начинается захват электронов волной, который приводит к её затуханию. Изменение характера явлений при увеличении E_0 связано с изменением условий затухания - на стадии затухания проявляется и электронная нелинейность плазмы, приводящая к росту возмущенной скорости электронов, что облегчает их захват гармониками основной волны.

Когда нет захвата основной волной, для затухания необходима конверсия на неоднородности плотности (процесс $k = k_e \pm \beta k_i$) -

каскадный процесс, приводящий к перекачке энергии в короткие гармоники. При малых α это приводит к образованию сравнительно симметричных хвостов с небольшими V^+ и V^- . При больших α становится существенным захват первой гармоникой и функция распределения становится асимметричной. В случаях, когда с самого начала существует захват основной гармоникой, конверсия также необходима для затухания, кроме тех случаев когда захватывается значительная доля частиц и волна сразу затухает до малого уровня.

Следует отметить, что наша постановка задачи при переходе от слабой нелинейности к сильной — захвату не вполне правильна. В первом случае мы сразу задаем нелинейную волну, вкладывая энергию в гармоники. Во втором — мы задаем неустойчивое предзахватное состояние, в то время как следовало бы сразу задать волну данной амплитуды с захваченными электронами и существенно большей полной энергией волны.

Наш подход скорее эквивалентен заданию монохроматической волны, которая становясь нелинейной (укручаясь), передает часть своей энергии электронам и гармоникам, что должно приводить к уменьшению амплитуды заданной волны. В такой постановке затухание должно наблюдаться как при малых, так и при больших α , различаясь только по величине. Однако, мы не делаем большой ошибки, задавая нелинейную волну при малых α сразу. Это видно из переходного режима I-4, где даже захват, поглощающий заведомо большую энергию, чем укрупненные волны, очень незначительно меняет амплитуду волны.

Подтверждается это также численными экспериментами с монохроматическими волнами в случаях I-2 и I-3, из которых следует, что развитие событий практически не отличается от случаев задания нелинейной волны.

Неустойчивость и затухание волны —
разные фазовые скорости

Был проведен цикл численных экспериментов с волнами разных фазовых скоростей в таком же диапазоне α как и в случае разных амплитуд. Численные эксперименты проводились при постоянной амплитуде волны $E_0 = 70,4$, $W_0 = 1,6$. Фазовая скорость изменялась от 48 до 3. При этом α меняется от 0,39 до 2,1, так что рассматривается диапазон от практически линейного случая 2-1 до сильно-нелинейных с начальным захватом электронов волной 2-5, 2-6.

В таблице IV приведены начальные данные численных экспериментов. Случай 2-2 здесь идентичен I-2 и II. Из таблицы видно, что с уменьшением фазовой скорости растет электронная нелинейность, характеризуемая величинами $\Delta W_e / W_e$, V_m и V_m / V_s . Граница захвата V_3 уменьшается с уменьшением λ , но отношение её к фазовой скорости растет, достигая величин, больших единицы. Номер гармоники, которая может захватывать электроны, N_3 падает, так что в 2-5, 2-6 идет захват первой гармоникой. Номер гармоники, которая может передавать захваченные электроны в область захвата первой, N_n растет, так что в случаях 2-4 — 2-6 фазовые скорости всех гармоник лежат в пределах области захвата первой.

В таблице V и на рис. II-15 представлены результаты численных экспериментов 2-1 — 2-6 в том же виде, что и I-1 — I-6 в таблице III и на рис. 4-8.

Сравнивая рис. II-4 и I2-5 видим, что характер изменения кривых при уменьшении фазовой скорости примерно тот же, что и в случае увеличения амплитуды. Действительно, уменьшение V_ϕ приводит к более раннему затуханию, что можно объяснить также, как и в предыдущем случае: в 2-1 и 2-2 N_3 велико и $N_n < N_3$, так что до начала затухания должна развиваться неустойчивость, приводящая к генерации ко-

Таблица IV.

	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
α	0,39	0,71	0,96	1,16	1,62	2,10
V_{ϕ}/V_T	48	16,1	9,4	6,9	4,2	2,96
λ_0/z_d	300	100	58	42	24	15
$(K_0 z_d)^2$	$4,4 \cdot 10^{-4}$	$3,9 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$6,8 \cdot 10^{-2}$	$1,7 \cdot 10^{-1}$
W_E°/W_e°	1,96	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
$\Delta W_e^{\circ}/W_e^{\circ}$	1,98	1,86	2,1	2,3	2,7	4
W°/W_e°	3,9	3,6	3,9	4,1	4,5	5,8
$\Delta W_e^{\circ}/W_e^{\circ}$	1,01	1,05	1,16	1,30	1,55	2,22
V_m/V_T	3,6	4,4	4,4	4,8	$4,8(9,6)^x$	$5,2(8,0)^x$
V_m/V_3	1,0	1,2	1,2	1,3	$1,3(2,7)^x$	$1,3(2,0)^x$
N_3	14	4	3	2	1	1
V_3/V_T	18,4	10,7	8,1	6,9	5,2	4,1
V_3/V_{ϕ}	0,4	0,7	0,9	1,0	1,2	1,4
N_{II}	-	2	7	все	все	все
T_B/T_{oe}	5,2	3,0	2,3	1,9	1,5	1,2

^x - Приведена величина V_m , задаваемой в $t = 0$ и в скобках величина V_m , которая достигается при захвате за $\sim T_B/2$.

Таблица V.

	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	2-6
α	0,39	0,71	0,96	1,16	1,62	2,10
$t_{10\%}/T_{oe}$	30	12	6	5	4	3,5
t_{max}/T_{oe}	32,7	17	5	6,5	-	-
W_{max}	10,4	6,2	2,4	2	-	-
W_{max}/W_0	6,6	3,9	1,5	1,3	-	-
$(V_{\phi} + V_3)/V_T$	66	27	18	14	9,4	7,1
V^+/V_T	22	15	16	13	9,5	8,0
V^-/V_T	16	12	10	9,5	6	4
$(\Delta N_e/N_e)^+ \%$	6	8	9	9	11	22
$(\Delta N_e/N_e)^- \%$	5	8	7	3	2	1,5
$\Delta W_e^+/W_0$	0,7	0,6	0,6	0,7	0,99	1,0
$\Delta W_e^-/W_0$	0,3	0,4	0,4	0,3	0,05	0,03
$\Delta W_i/W_e^{\circ}$	0,16	0,16	$6 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-3}$
$\Delta W_i/W_0$	$3,6 \cdot 10^{-2}$	$4,4 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$
$(\Delta N_e/N_e) \%$ $\frac{t}{T_{oe}} = 1,5$	-	-	-	-	8	18
γ/w_{oe}	-	-	-	0,02	0,3	0,9
γ/γ_L	-	-	-	10^6	45	5,2

$W_{max} = (E_{max}^2 / 8\pi n \min T)_{max}$, где E_{max} максимальное значение $E(x)$, $n \min$ минимальное значение $n_i(x)$ в момент достижения максимума t_{max} . $W_0 = E_0^2 / 8\pi n T$.

ротковолновых гармоник. С уменьшением V_ϕ N_3 падает, а N_n растет, так что $N_n > N_3$ и затухание становится возможным вскоре после начала развития неустойчивости. В случаях 2-5, 2-6 захват идет с самого начала и волна затухает.

Следует отметить, что кривые $w_m(t)$, $WE(t)$, $\Delta We(t)$ при одинаковых α имеют сходный характер в случаях разных амплитуд и разных фазовых скоростей.

Скорость роста возмущений плотности $(\tilde{n}_i/n_0)_{min} = f(t)$ увеличивается с уменьшением V_ϕ , так что величина возмущения $\sim 10^{-1}$ достигается все раньше и раньше (рис. 13, таблица У). Следует отметить, что в этом случае $(\tilde{n}_i/n_0)_{max}$ мало отличается от $(\tilde{n}_i/n_0)_{max}$ в отличие от случая больших амплитуд. Большие возмущения плотности указывают на то, что должна играть роль конверсия. Действительно, она проявляется в колебаниях величины $E^N(t)$, $\Delta We(t)$, $WE(t)$, а также в появлении отрицательных хвостов на фазовой плоскости и функции распределения (рис. 15 таблица У).

Вид кривых $\frac{\tilde{n}_i}{n_0}(x)$ в моменты времени, когда достигается минимум впадины (рис. 14) показывает, что в случаях 2-1 - 2-3 и отчасти 2-4 существенную роль играет модуляционная неустойчивость, в то время как в случаях 2-5 и 2-6 проявляется только начальное возмущение плотности. Кривые имеют сходный характер при одинаковых α в случаях разных амплитуд и скоростей (рис. 14 и 7).

Сравнение функций распределения (рис. 15) показывает, что во всех случаях образуются хвосты. Поскольку при уменьшении V_ϕ уменьшается V_3 , предельная скорость V^+ в тех случаях, когда есть захват первой гармоникой, падает. Также как и в случае разных амплитуд при малых α хвосты почти симметричны, с ростом α растет асимметрия. Основное отличие от предыдущего случая заключается в том, что начальные функции распределения почти не возмущаются, ускоряются

электроны со скоростями, близкими к граничной. Даже в случаях с сильным захватом 2-5 и 2-6 возмущение $f(v)$ невелико.

Рассмотрим новые численные эксперименты несколько подробнее.

2-1, $V_\phi = 48$; $\alpha = 0,39$. Из-за большой фазовой скорости и малой α велик $N_3 = 14$, так что модуляционная неустойчивость развивается до тех пор, пока поле не сконцентрируется в малой по сравнению с λ_0 области (рис. 14) (по существу это процесс образования солитона). Возмущение плотности нарастает довольно медленно, так что $\frac{t}{T_{oc}} 10\% = 30$. При больших \tilde{n}_i/n_0 начинается конверсия, в $\frac{t}{T_{oc}} \sim 31$ появляются коротковолновые хвосты на фазовой плоскости и с $\frac{t}{T_{oc}} \sim 33$ начинается затухание.

2-3, $V_\phi = 9,4$; $\alpha = 0,96$. В этом случае существенна и модуляционная неустойчивость (рис. 11, 14) и конверсия (рис. 15). Так как $N_3 = 3$, затухание начинается довольно быстро. А поскольку $N_n = 7$, т.е. $N_n > N_3$, сразу же после начала захвата становится возможным ускорение электронов в области захвата первой гармоникой. Действительно, V^+ приближается к $V_\phi + V_3$ (таблица У).

2-4, $V_\phi = 6,9$; $\alpha = 1,16$. Этот случай близок к пограничному. Небольшое нарастание второй гармоникой уже в $\frac{t}{T_{oc}} \sim 0,7$ приводит к захвату и переходу в область захвата первой гармоникой. Однако, число захваченных электронов мало ($\sim 0,9\%$) и при небольшом уменьшении амплитуды захват прекращается и развивается модуляционная неустойчивость. Вид кривой $w_m(t)$ (рис. 11) определяется колебаниями захваченных частиц, модуляционной неустойчивостью и конверсией.

2-5, $V_\phi = 4,2$; $\alpha = 1,62$ и 2-6, $V_\phi = 2,96$; $\alpha = 2,1$.

Эти случаи аналогичны 1-5 и 1-6. Здесь захват первой гармоникой идет с самого начала, причем захватывается в 2-5 $\sim 8\%$, в 2-6 $\sim 18\%$ частиц. В результате амплитуда быстро падает. Декремент затухания велик и значительно отличается от декремента затухания Ландау, хотя

это различие уменьшается по мере уменьшения фазовой скорости (таблица У). Модуляционная неустойчивость практически не играет роли (рис. 14).

В 2-5 и на меньшем уровне в 2-6 проявляются колебания захваченных частиц. В результате затухания устанавливается некоторый уровень W_E , малый по сравнению с начальным. При этом в системе, подобно случаям I-5 и I-6 устанавливается довольно широкий спектр электронных и ионных гармоник, имеются захваченные электроны и размытый по энергии пучок электронов, вышедших из захвата.

Подводя итоги, можно еще раз отметить, что при развитии неустойчивости и затухании ленгмюровских волн в широком диапазоне амплитуд и фазовых скоростей существенную роль играют три процесса — модуляционная неустойчивость, конверсия на неоднородности плотности (процесс $K = K_e \pm \beta K_i$, $\beta = 1, 2, \dots$) и захват электронов волной. Следует отметить, что параметры волн таковы, что всегда выполнено условие $E_0^2 / 8\pi n T \gg (K_0 z d)^2$.

Области преимущественного действия модуляционной неустойчивости и захвата можно охарактеризовать с помощью параметра $\alpha = 2 \sqrt{\frac{e\varphi}{m}} / (V_\phi - V_T) = \sqrt{3} / (V_\phi - V_T)$. В области малых значений этого параметра, включая слабую нелинейность $\alpha \leq \alpha_H$, основную роль играет модуляционная неустойчивость. В области больших значений α , больших границы захвата $\alpha > \alpha_3$, основную роль играет захват электронов волной.

Отметим также, что результаты численных экспериментов подтверждают механизм затухания, рассмотренный выше.

Затухание Ландау — малые фазовые скорости.

Сильное отличие декрементов затухания γ в случаях I-5, I-6 и 2-5, 2-6 от декремента затухания Ландау γ_L побудило нас к проверке нашей модели в области, где должно наблюдаться затухание Ландау.

Затухание с декрементом $\gamma = \gamma_L$ наблюдалось неоднократно при работе с волнами малой амплитуды и малой фазовой скорости. Эта область хорошо исследована. Для волн малой конечной амплитуды при условии $\omega / \omega_B \gg (V_\phi / V_T)^2$, $\omega_B = k \sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$ построена теория [7]. С ней хорошо согласуются результаты тщательно выполненных лабораторных [8-10] и численных [11] экспериментов, в которых исследовалось затухание волн малой амплитуды $e\varphi_0 / T \ll 1$ и $\omega / \omega_B > V_\phi / V_T$, хотя условие применимости теории $\omega / \omega_B \gg (V_\phi / V_T)^2$ выполнялось не всегда.

Мы провели цикл численных экспериментов с волнами малых фазовых скоростей с малыми (3-1, 3-2) и большими амплитудами (3-3, 3-4). Данные приведены в таблице VI.

Согласно теории [7] характер затухания меняется в зависимости от параметра $q = \gamma_L / \omega_B$, однако на начальной стадии декремент затухания всегда совпадает с γ_L .

На рис. 16 приведены теоретические кривые $E/E_0 = f(\gamma_L t)$ и точки, полученные в численных экспериментах. Как видно из рис. 16 и таблицы VI в случаях 3-1 и 3-2 декремент затухания практически совпадает с декрементом затухания Ландау. Совпадает с теорией и общий характер кривых, хотя в нашем случае условия применимости теории не выполнены, а малость амплитуды сводится к условию $e\varphi_0 / T < 1$ (таблица VI).

Отметим, что согласие с теорией и декремент, равный декременту Ландау, наблюдаются, несмотря на то, что функция распределения

	3-1	3-2	3-3	3-4	3-5	3-6	3-7	3-8
V_{ϕ}/V_T	2.46	2.95	2.95	2.95	4.22	6.94	16.09	16.09
E	I	II	3I	70.4	70.4	70.4	350	626
$E_0^2/8\pi nT$	$3 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-1}$	1.6	1.6	1.6	36	115
$e\varphi_0/T$	$4 \cdot 10^{-2}$	0,7	1,9	4,3	6,8	12	140	253
ω_B/ω_{oe}	0,12	0,34	0,57	0,86	0,68	0,52	0,75	1,0
ω_o/ω_B	11,5	3,6	2,2	1,4	1,6	2,0	1,3	1,0
$(V_{\phi}/V_T)^2$	6,1	8,7	8,7	8,7	17,8	48,2	259	259
$q = \gamma_L/\omega_B$	2,6	0,5	0,3	0,2	$8 \cdot 10^{-3}$	$\sim 10^{-8}$	$\sim 10^{-53}$	$\sim 10^{-53}$
γ_L/ω_{oe}	0,32	0,17	0,17	0,17	$6 \cdot 10^{-3}$	$\sim 10^{-8}$	$\sim 10^{-53}$	$\sim 10^{-53}$
γ/ω_{oe}	0,33	0,18	0,38	0,9	0,3	0,02	0,1	0,9
γ/γ_L	1,03	1,07	2,3	5,2	45	$\sim 10^6$	$\sim 10^{52}$	$\sim 10^{53}$

по скоростям обрезана на $V \sim 2V_T$. В результате этого в начальный момент времени не вся область захвата заполнена электронами, отсутствуют частицы с $V > V_{\phi}$, которые должны были бы тормозиться и отдавать энергию волне.

Для проверки роли обрезания функции распределения были проделаны численные эксперименты с параметрами 3-1 и разным числом частиц, причем функция распределения обрезалась вблизи верхней границы захвата $V \sim V_{\phi} + V_3$ на $V = V_{\phi}$ или $V \leq V_{\phi}$. Оказалось, что во всех случаях декремент затухания $\gamma \approx \gamma_L$. Этот результат можно объяснить следующим образом: затухание волны происходит в результате совместного действия ускоряющихся электронов с начальными скоростями $V < V_{\phi}$ и тормозящихся электронов с $V > V_{\phi}$. Поскольку даже при $E_0 = 1$ (случай 3-1) область захвата довольно велика, ($V_3/V_T = 0,42$; $V_3/V_{\phi} = 0,17$) в максвелловском распределении число частиц с $V > V_{\phi}$ много меньше числа частиц с $V < V_{\phi}$, так что их роль в затухании пренебрежимо мала и затухание определяется той областью скоростей, где лежит заметное число электронов. Таким образом, можно сделать вывод, что обрезание функции распределения на $V \sim 2V_T$ при работе с волнами с $E_0 > 1$ не меняет существенно затухания при захвате.

Были проведены численные эксперименты 3-2 - 3-4 с волнами с одинаковой малой фазовой скоростью $V_{\phi} = 2,95$ и различной амплитудой. Результаты представлены в таблице УІ и частично на рис.16. Чётко видно, что с увеличением амплитуды при $e\varphi_0/T > 1$ растёт декремент затухания и его отличие от γ_L . Численные эксперименты проводятся с неподвижными ионами, так что возбуждение модуляционной неустойчивости и конверсия исключаются. По кривым $E^*(t)$ видно, что не происходит возбуждения новых гармоник, так что исключается сателлитная неустойчивость, а по кривым $W_e(t), \Delta W_e(t)$

видно, что энергия поля передается электронам. Таким образом можно утверждать, что захват электронов волнами большой амплитуды ($e\varphi_0/T > 1$) приводит к затуханию с декрементом большим, чем декремент затухания Ландау. Следует отметить, что декременты затухания, большие чем γ_L , наблюдались и ранее в численных [12-14] и лабораторных [15] экспериментах с волнами большой амплитуды $e\varphi_0/T \gg 1$.

В таблице VI приведены также результаты численных экспериментов с параметрами численных экспериментов, описанных выше, но отличающихся от них массой ионов - здесь $\frac{M}{m} = 10^{10}$. Случаи 3-4, 3-5, 3-6 аналогичны 2-6, 2-5, 2-4, а случаи 3-7, 3-8 аналогичны I-5 и I-6.

Сравнивая декременты, приведенные в таблице VI и таблицах III и V видим, что они практически одинаковы в случаях с $\frac{M}{m} = 10^{10}$ и 10^2 . Это подтверждает, что в случае $\frac{M}{m} = 10^2$ затухание волны определяется захватом. Из таблицы VI видно, что декремент затухания при захвате электронов волнами большой амплитуды ($e\varphi_0/T \gg 1$) может самым кардинальным образом отличаться от декремента затухания Ландау. Этот эффект особенно велик в случае больших фазовых скоростей при условии, что параметр α превосходит критическую величину для захвата $\alpha_3 \sim 1,3$. Быстрое затухание волны приводит к тому, что ускоренные при захвате электроны выходят из захвата с большими скоростями, поглощая энергию волны.

Л и т е р а т у р а

- I. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость ленгмювской волны большой амплитуды". Препринт ИЯФ 77-15, Новосибирск, 1977. Proc. XIII Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases V. II, p.831, 1977, Berlin.
2. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость нелинейной ленгмювской волны". Препринт ИЯФ 77-39, Новосибирск, 1977. Proc. III Int. Congress Waves and Instabilities in Plasmas p. 71, 1977, Palaiseau.
3. В.Т.Астреин, Н.С.Бучельникова, Ю.П.Захаров, ЖТФ 45, 1184, 1975.
4. В.Т.Астреин, Н.С.Бучельникова "Нелинейность колебаний плазмы при пучковой неустойчивости". Препринт ИЯФ 75-17, Новосибирск, 1975.
5. A.S.Bakai Nucl. Fusion 10, 53, 1970.
6. P.K.Kaw, A.T.Lin, J.M.Dawson Phys. Fluids 16, 1967, 1973.
7. S.Sugihara, T.Kamimura J.Phys. Soc. Japan 33, 206, 1972.
8. R.Franklin, S.Hamberger, G.Smith Phys. Rev. Lett. 29, 914, 1972.
9. R.Franklin, S.Hamberger, G.Lampis, G. Smith Proc. Roy. Soc. A 347, I, 1975.
10. R.Franklin Proc. VIII Int. School Physics in Ionized Gases, p. 679, 1976, Dubrovnik. J.Physique v.38 suppl. an No12,2,1977.
- II. J.Matsuda, F.W.Crowford Phys. Fluids 18, 1336, 1346, 1975.

12. G.Knorr, Z.Naturforsch. A18, 1304, 1963.
13. T.Armstrong Phys. Fluids 10, 1269, 1967.
14. J.Dawson, R.Shanny Phys. Fluids 11, 1506, 1968.
15. J.Kawai, K.Kondo J.Phys. Soc. Japan 30, 857, 1971.

П о д п и с и к р и с у н к а м

Рис. 1. Распределение поля $\frac{E}{E_0}(x)$ и возмущения плотности электронов $\frac{\tilde{n}_e}{n_+}(x)$ при разных α . Стоячая волна с разными амплитудами. E_0, n_+ - максимальные значения поля и плотности.

Рис. 2. Фазовые плоскости электронов при разных α . Бегущая волна с разными амплитудами. Начальные данные см. таблицу II.

Рис. 3. Фазовые плоскости электронов при разных α . Бегущая волна с разными фазовыми скоростями. Начальные данные см. таблицу IV.

Рис. 4. Зависимость от времени максимальной плотности энергии

$W_m/W_0(t)$ при разных амплитудах волны.

$$W_m = E_{\max}^2 / 8\pi n_{\min} T; \quad W_0 = E_0^2 / 8\pi n T;$$

E_{\max} - максимальное значение $E(x)$, n_{\min} - минимальное значение $n(x)$ в данный момент времени. См. таблицы II, III.

Рис. 5. Зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов плазмы ΔW_e при разных амплитудах волны. W_E^0 - начальная энергия поля. См. таблицу IV.

Рис. 6. Зависимость от времени возмущения плотности а. в минимуме впадины плотности $(\tilde{n}_i/n_0)_{\min}$ и б. в максимуме возмущения $(\tilde{n}_i/n_0)_{\max}$ при разных амплитудах волны. См. таблицу II.

Рис. 7. Распределение возмущения плотности $\frac{\tilde{n}_i}{n_0}(x)$ при разных амплитудах волны в момент времени, когда $(\tilde{n}_i/n_0)_{\min}$ максимально. См. таблицу II.

Рис. 8. Функции распределения электронов по скоростям при разных амплитудах волны после затухания волны. $f_0(v)$ - начальная функция распределения. $\Delta V/V_T = 0,64$. См. таблицы П, Ш.

Рис. 9. Фазовая плоскость электронов в разных случаях. а. I-2, $t = 18,5$; б. I-3, $t = 5,0$; в. I-4, $t = 0,7$; г. I-4, $t = 1,5$; д. I-4, $t = 5,0$; е. I-5, $t = 0,5$; ж. I-5, $t = 1,5$; з. I-5, $t = 3,5$; и. I-5, $t = 5,0$. См. таблицу П.

Рис. 10. Зависимость от времени максимальной плотности энергии $W_m(t)$, $W_m = E^2_{max}/8\pi m \sin T$, разные $\frac{M}{m}$. а. I-2 и I-7; б. I-3 и I-8. См. таблицы IV, V.

Рис. 11. Зависимость от времени максимальной плотности энергии $\frac{W_m}{W_0}(t)$ при разных фазовых скоростях волны. См. таблицу IV.

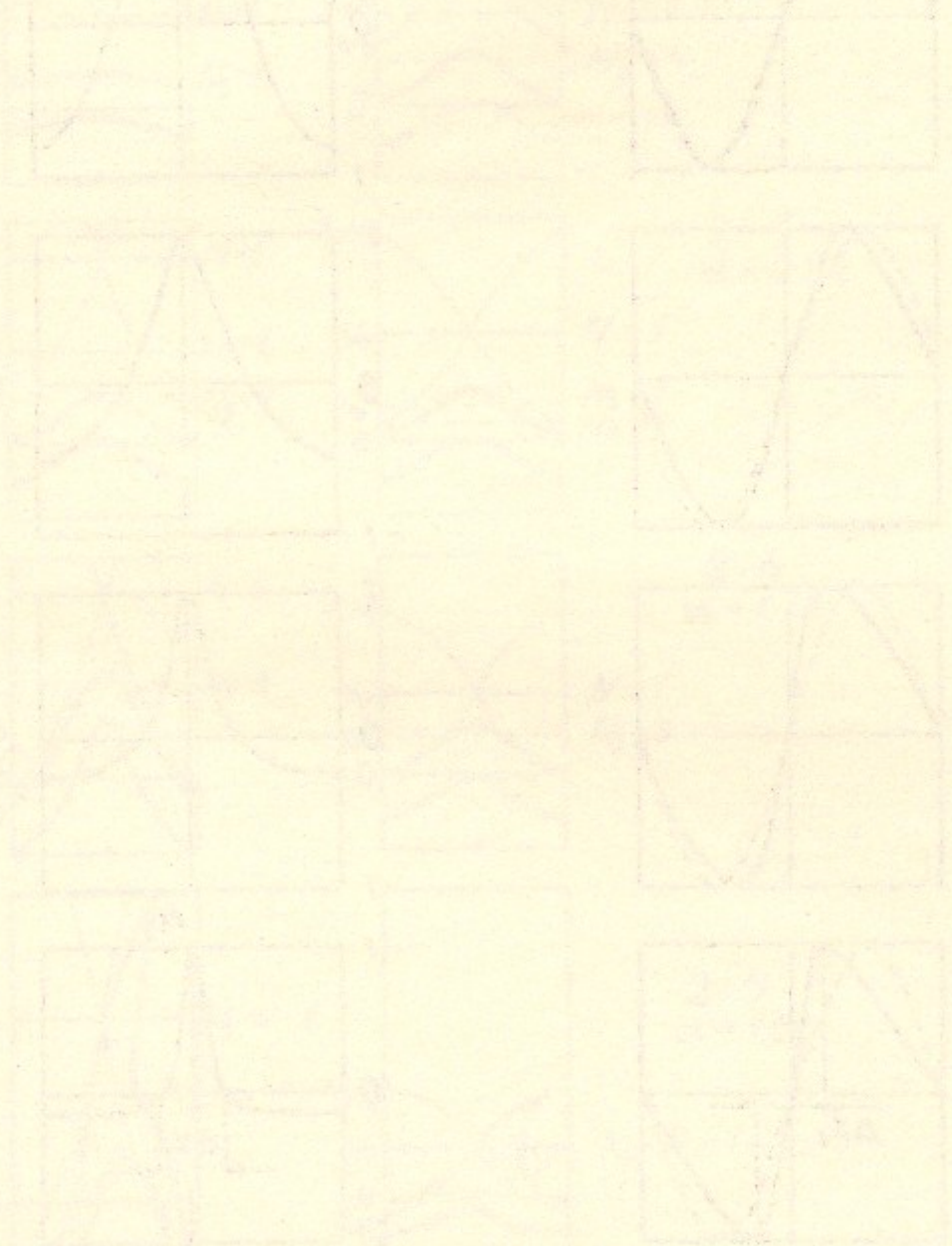
Рис. 12. Зависимость от времени энергии поля W_E и энергии электронов плазмы ΔW_e при разных фазовых скоростях волны. См. таблицу IV.

Рис. 13. Зависимость от времени возмущения плотности в минимуме впадины $(\tilde{n}_i/n_0)_{min}$ при разных фазовых скоростях волны. См. таблицу IV.

Рис. 14. Распределение возмущения плотности $\frac{\tilde{n}_i}{n_0}(x)$ при разных фазовых скоростях волны в момент, когда $(\tilde{n}_i/n_0)_{min}$ максимально. См. таблицу IV.

Рис. 15. Функции распределения электронов по скоростям при разных фазовых скоростях волны после затухания волны $\Delta V/V_T = 0,4$. См. таблицы IV, V.

Рис. 16. Затухание волн с малой фазовой скоростью $E/E_0 = f(\delta t)$. δL - декремент затухания Ландау. Сплошные кривые - теория /7/; \circ - 3-1, $q = 2,6$; \times - 3-2, $q = 0,49$; Δ - 3-4; $q = 0,19$ (см. таблицу VI).



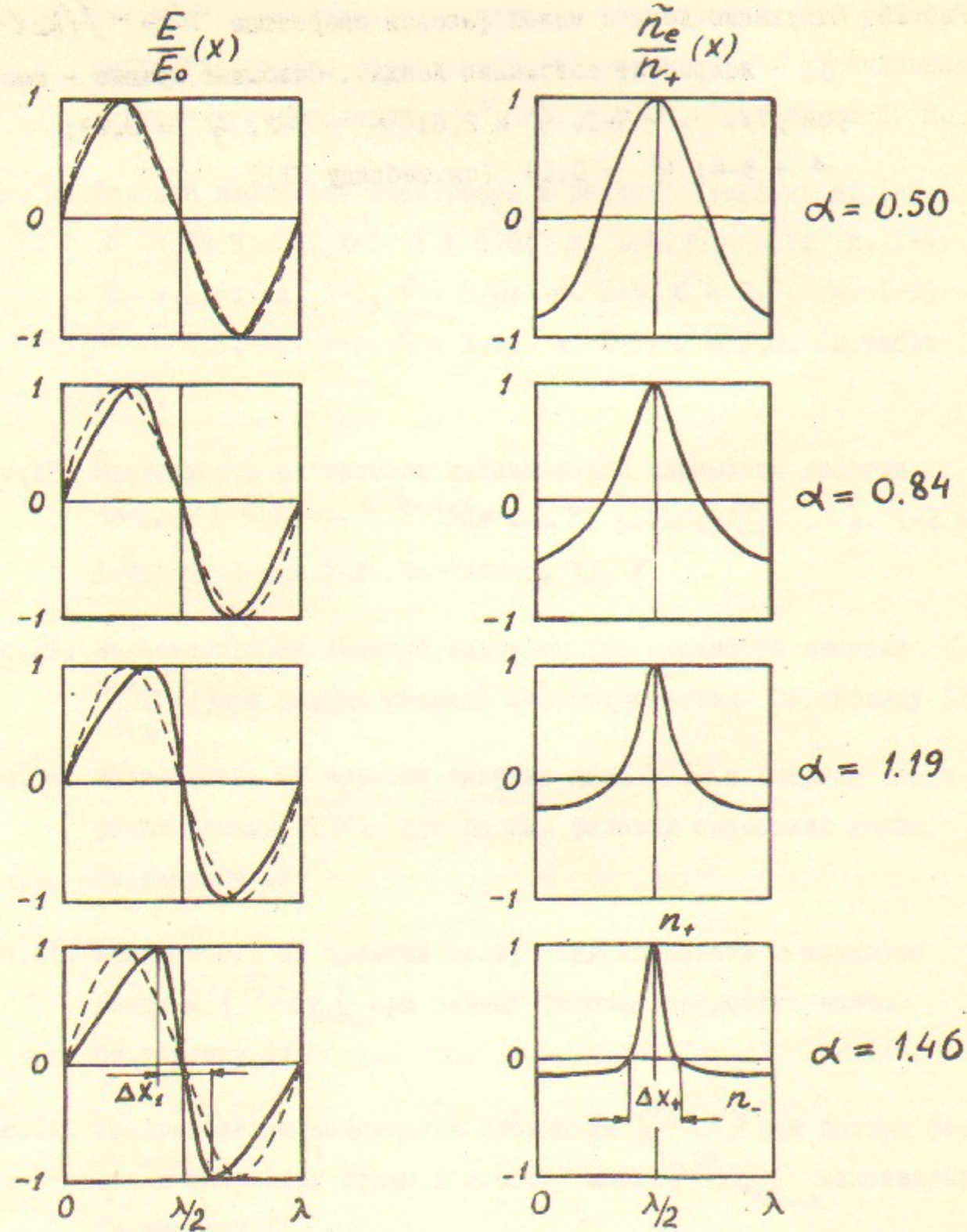


Рис. I.

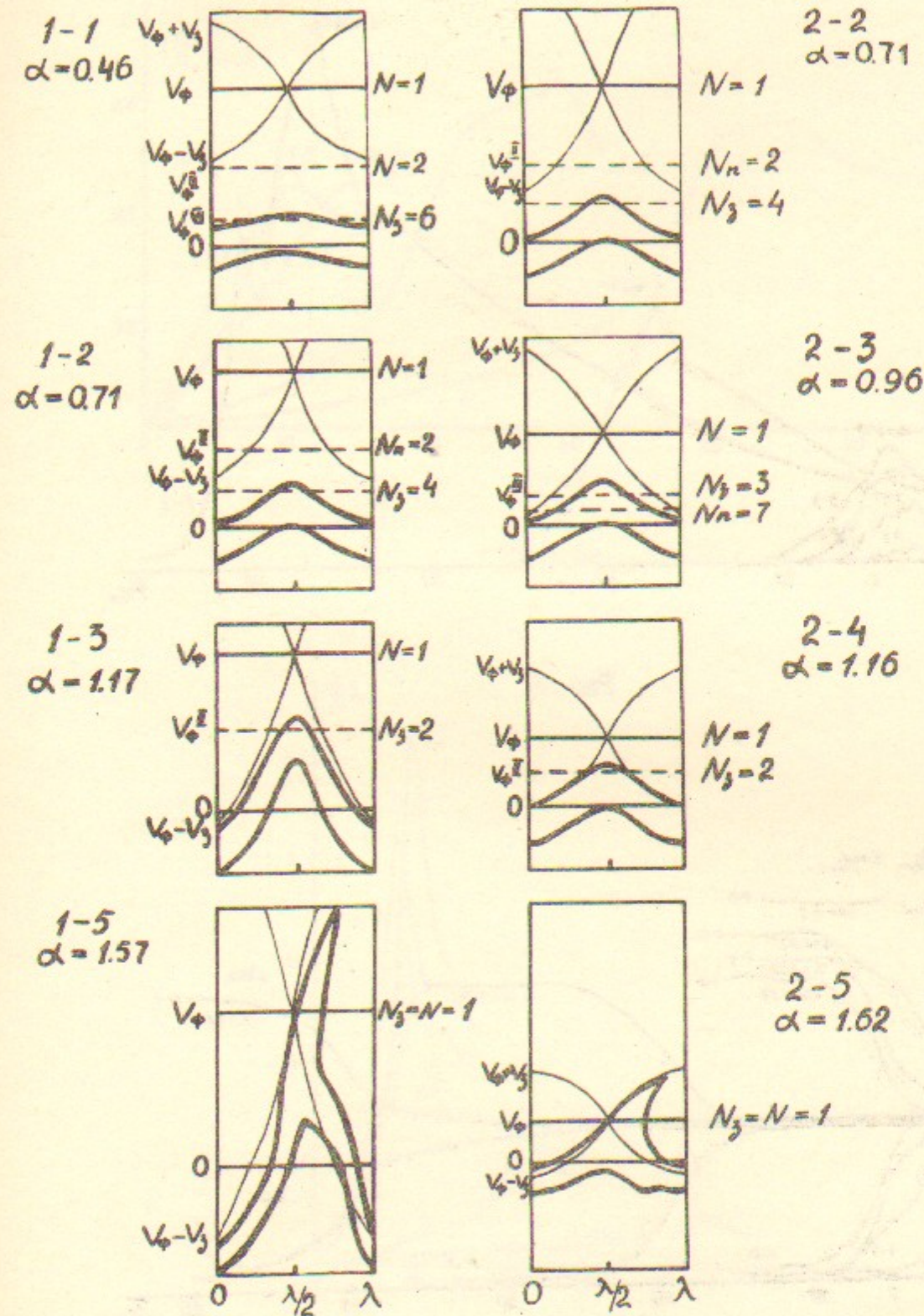


Рис. 2.

Рис. 3.

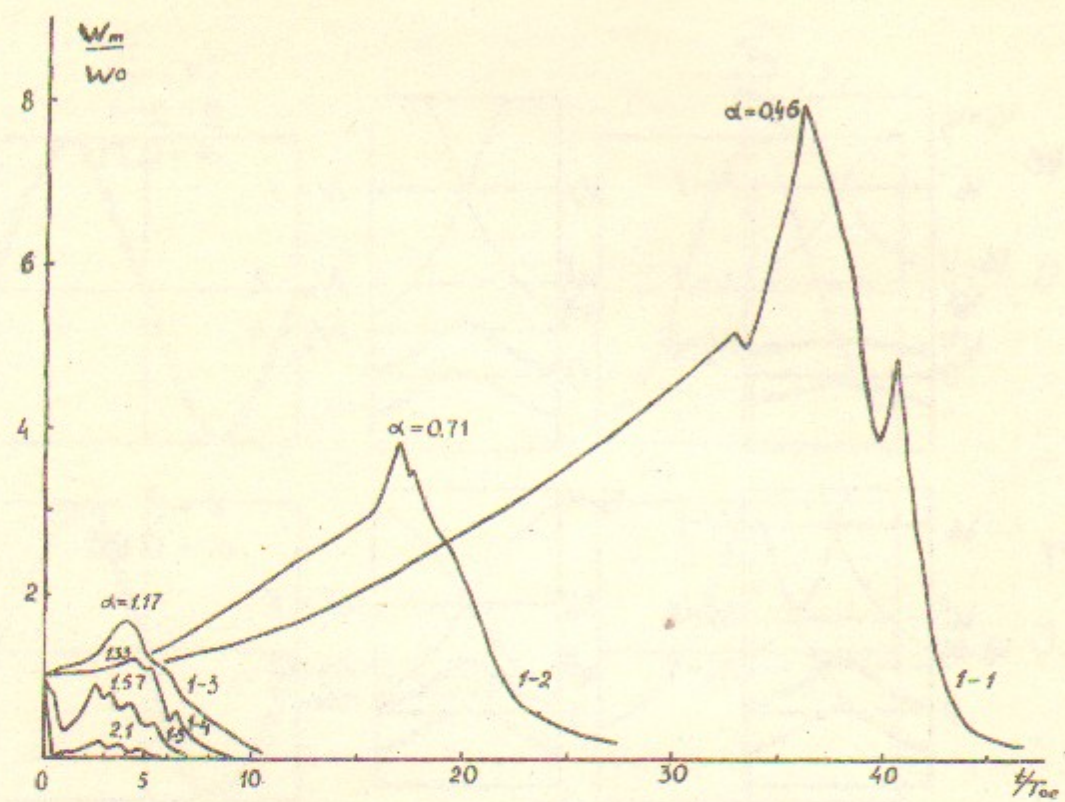


Рис. 4.

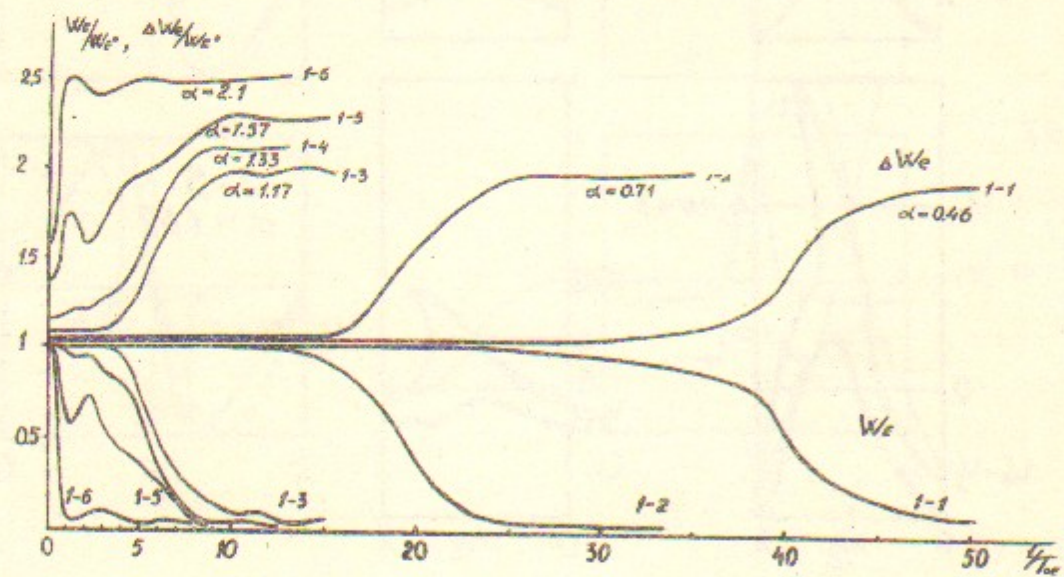


Рис. 5.

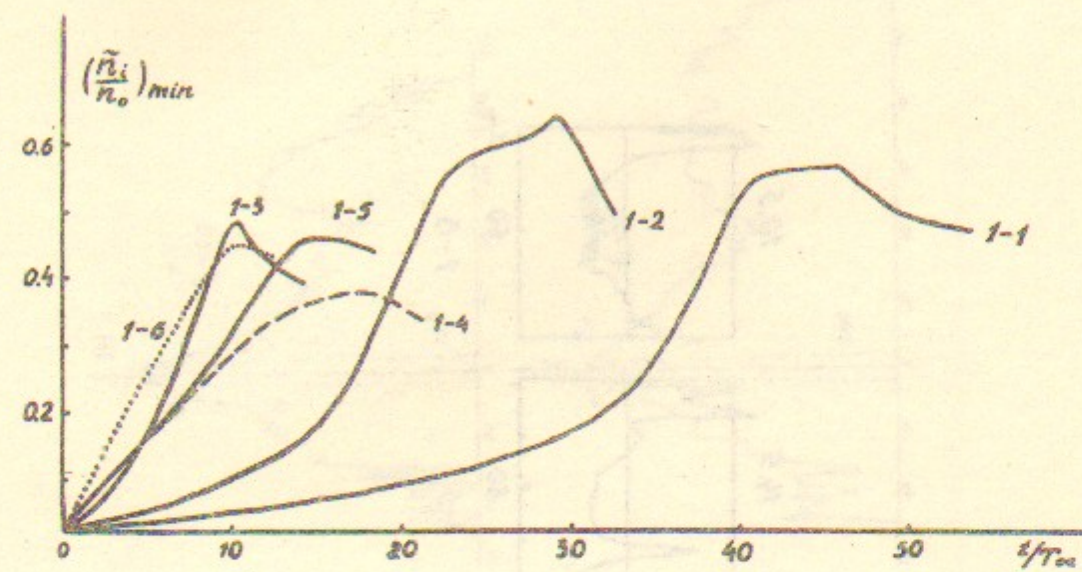


Рис. 6а

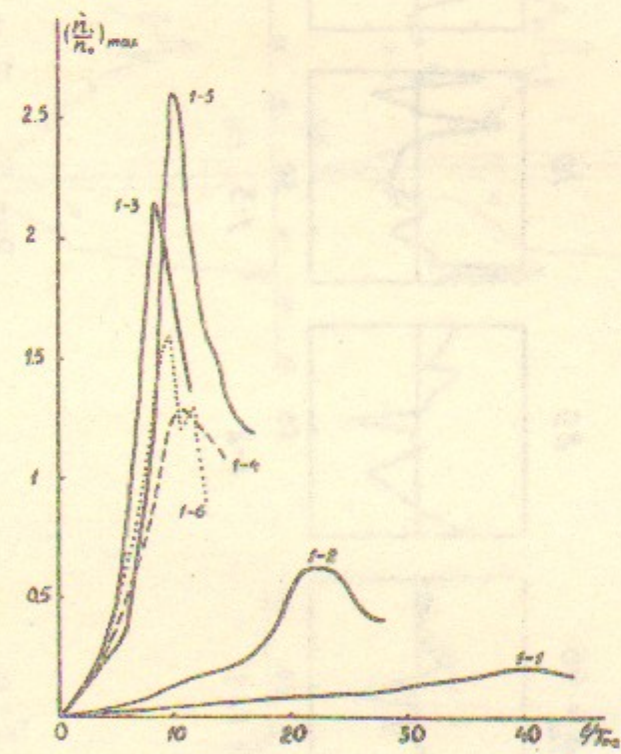


Рис. 6б

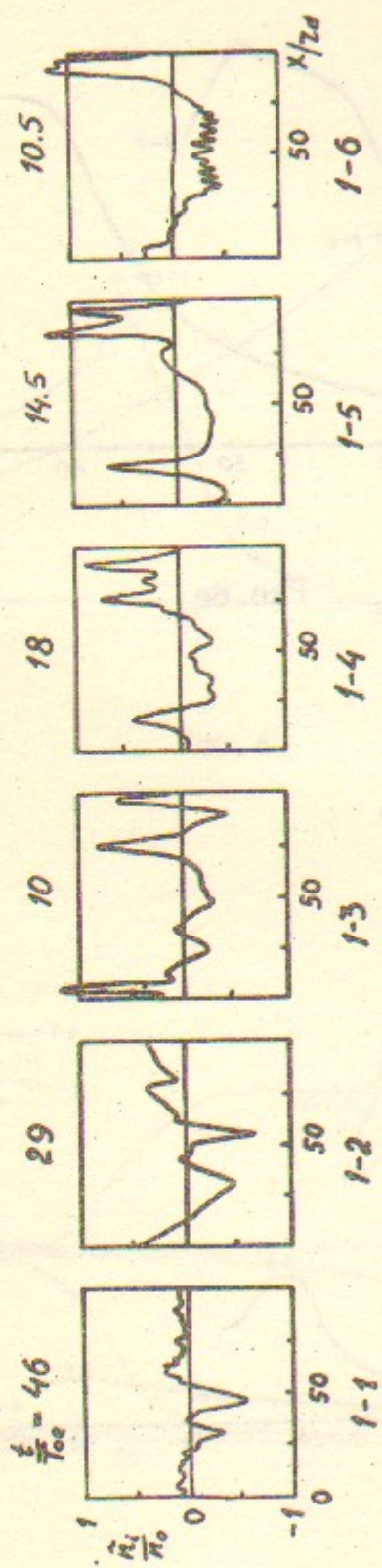


FIG. 7

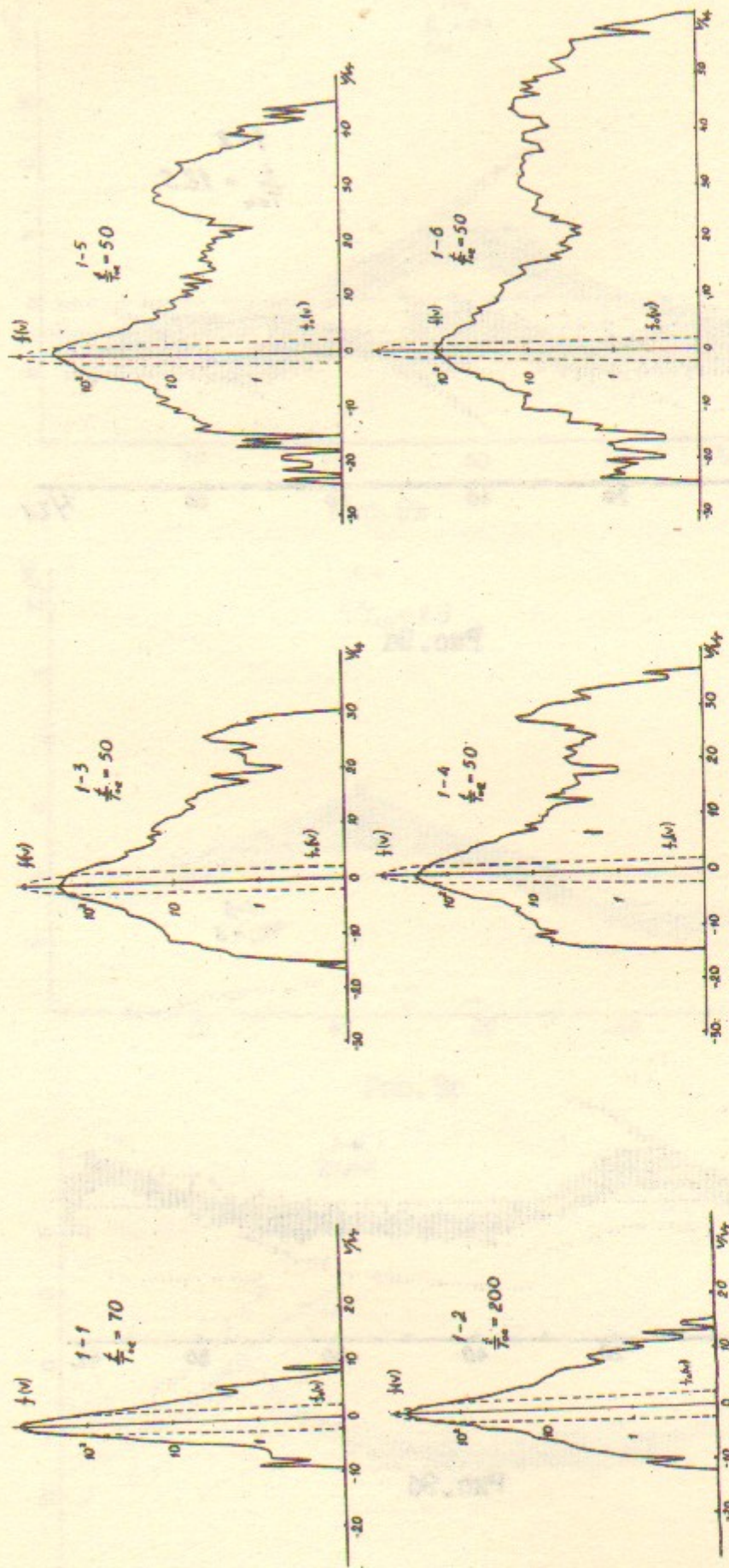


FIG. 8

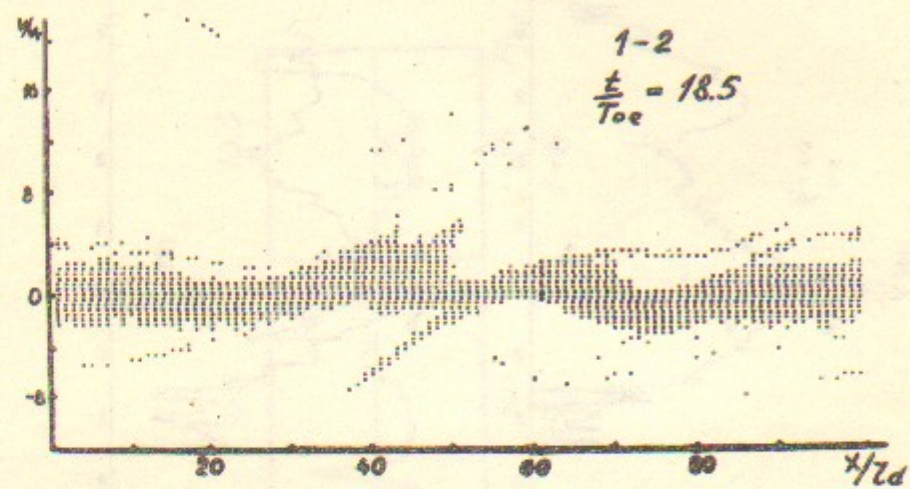


Рис. 9а

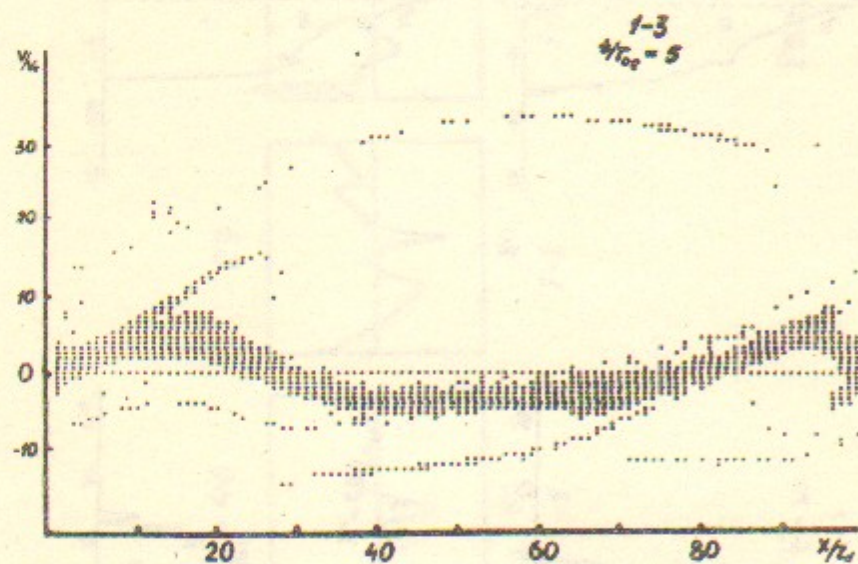


Рис. 9б

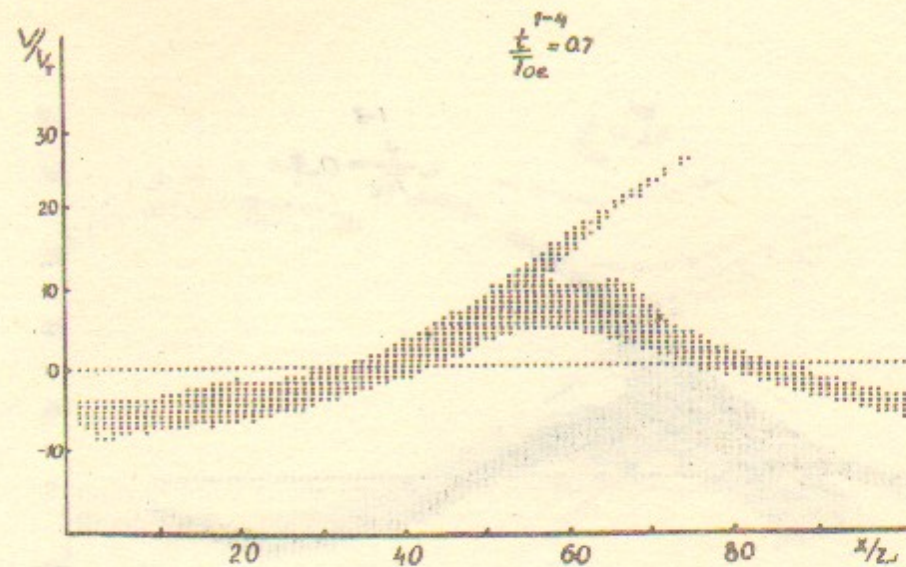


Рис. 9в

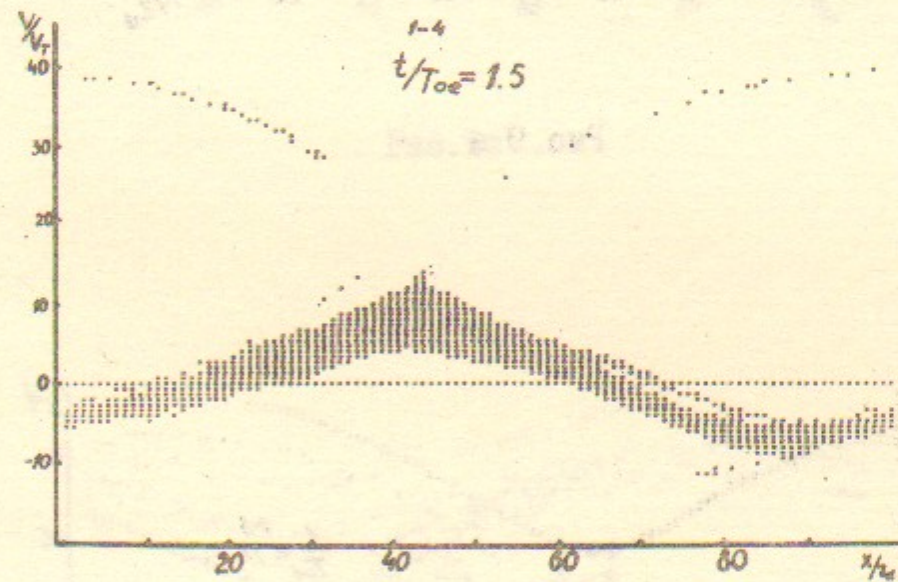


Рис. 9г

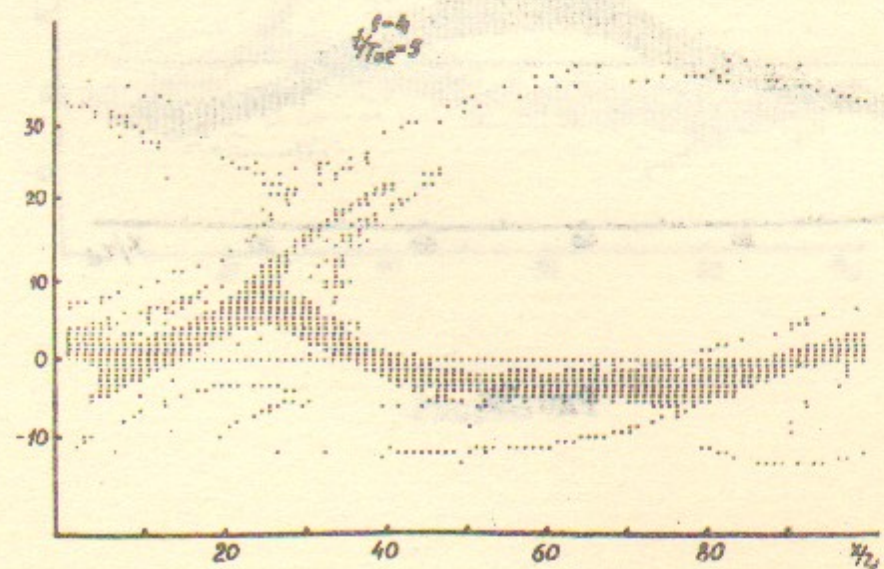


Рис. 9д

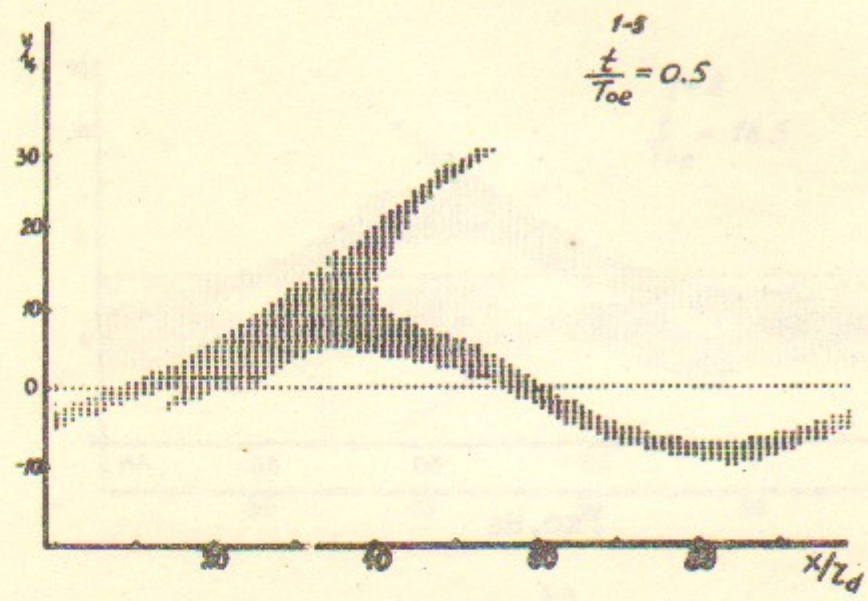


Рис. 9 е

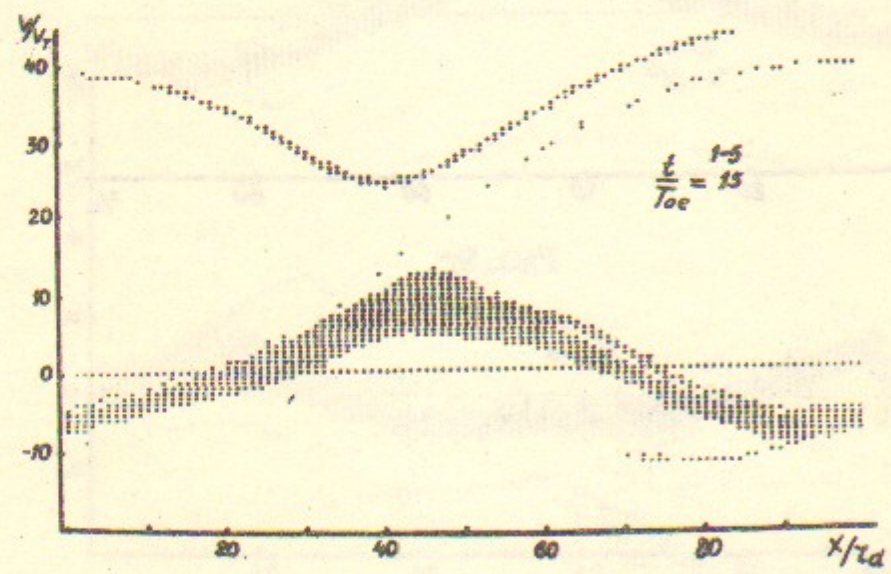


Рис. 9 ж

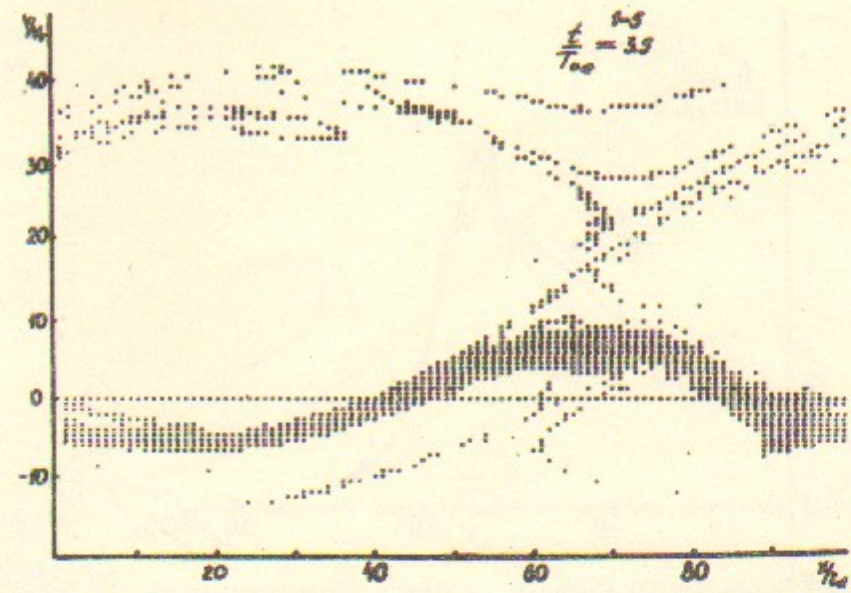


Рис. 9 з

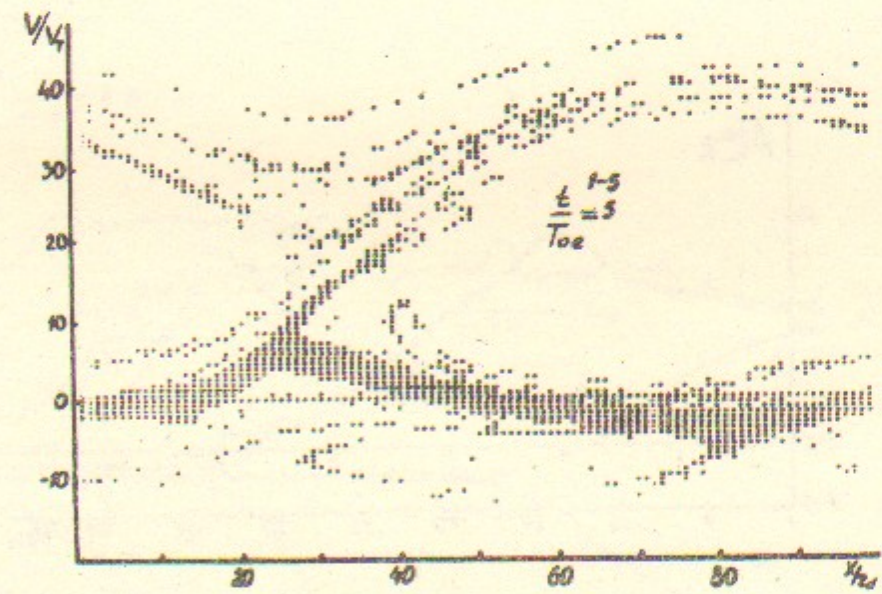


Рис. 9 и

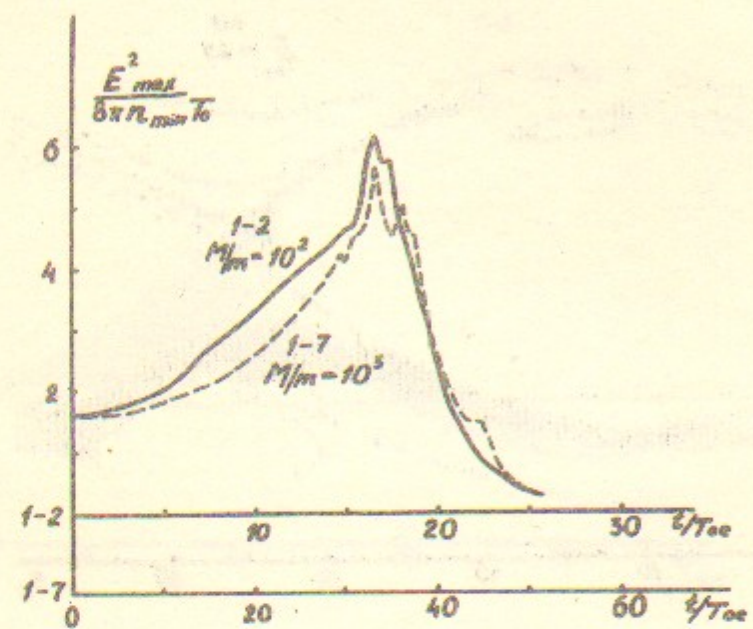


Рис. 10а

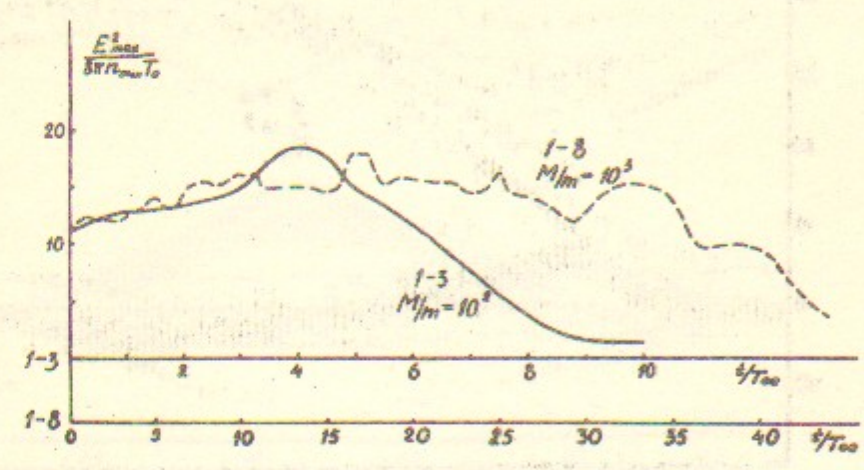


Рис. 10б

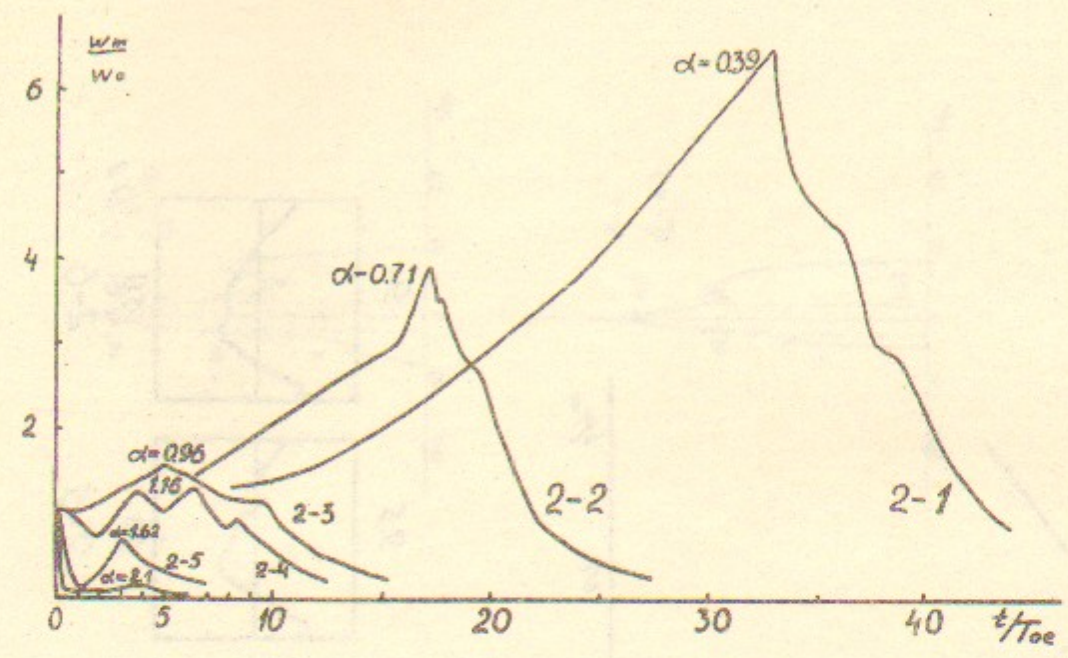


Рис. 11

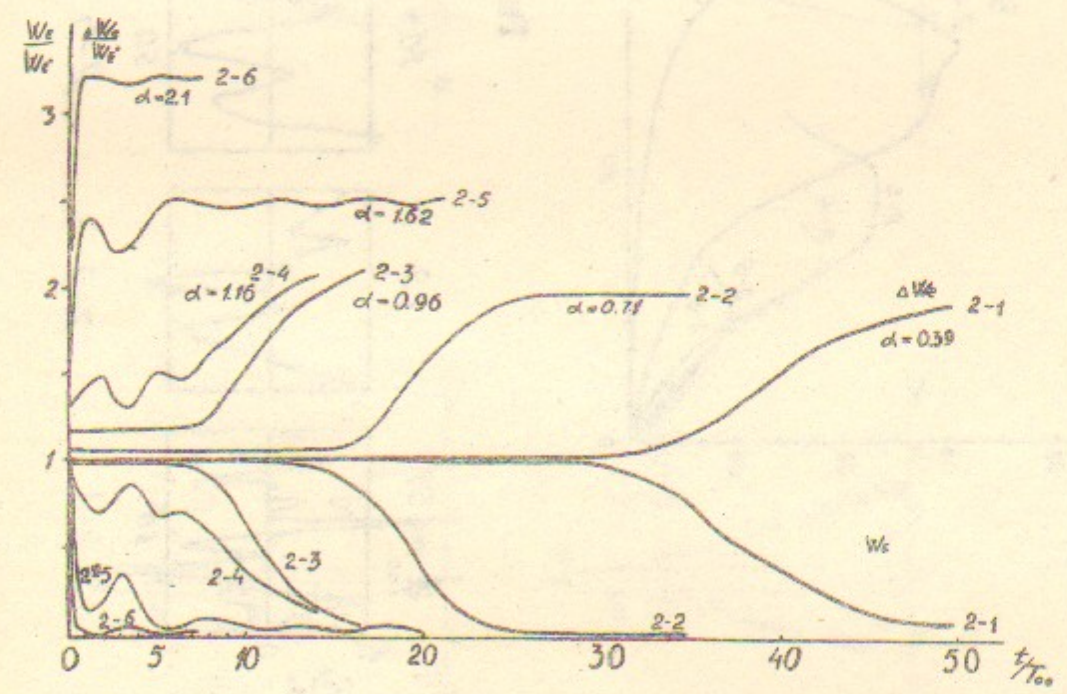


Рис. 12

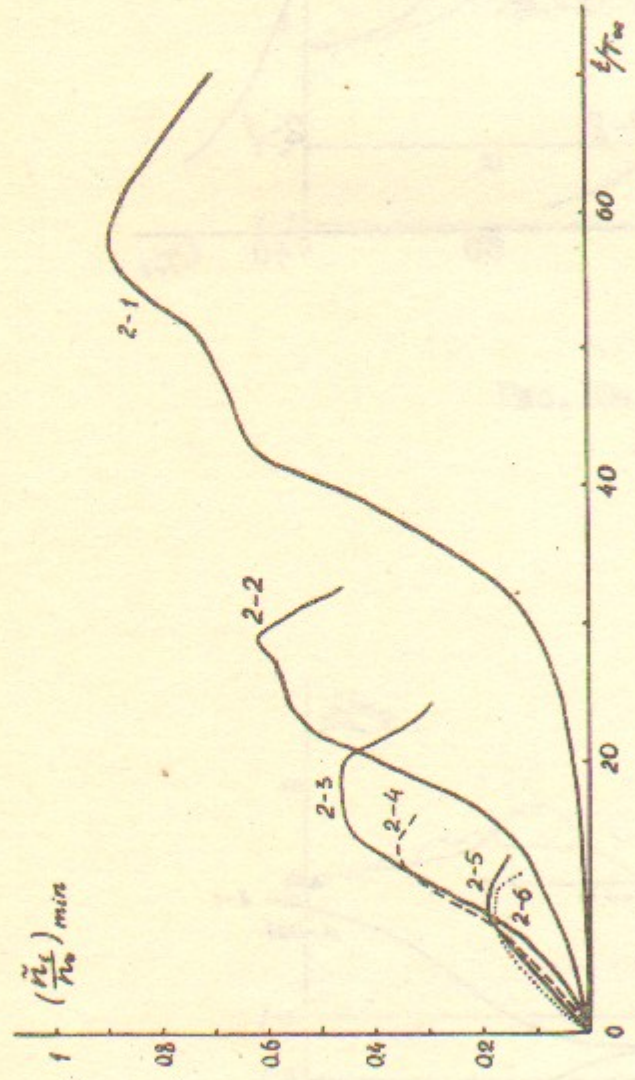


FIG. 13

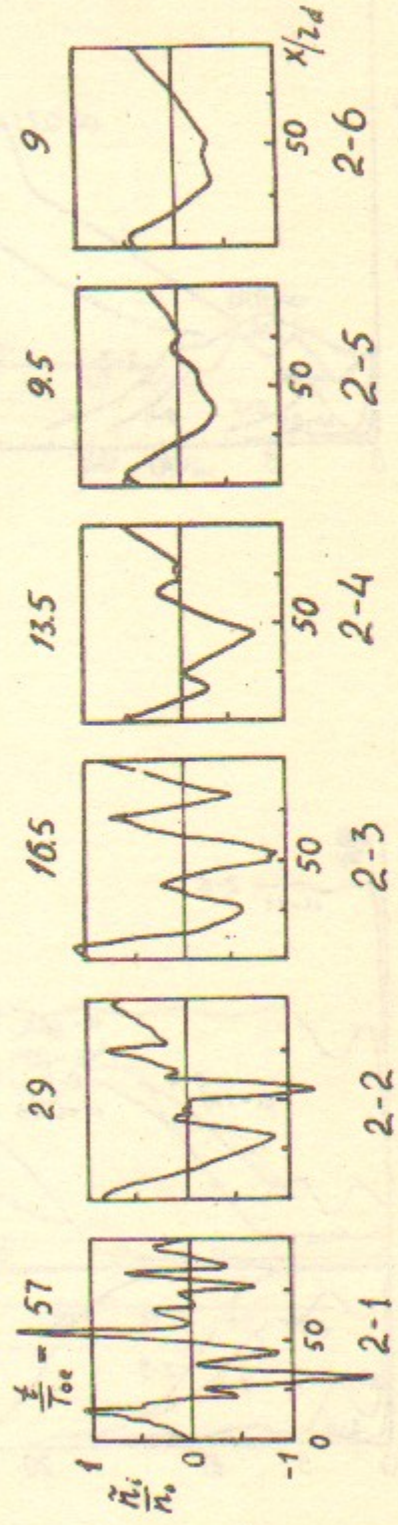


FIG. 14

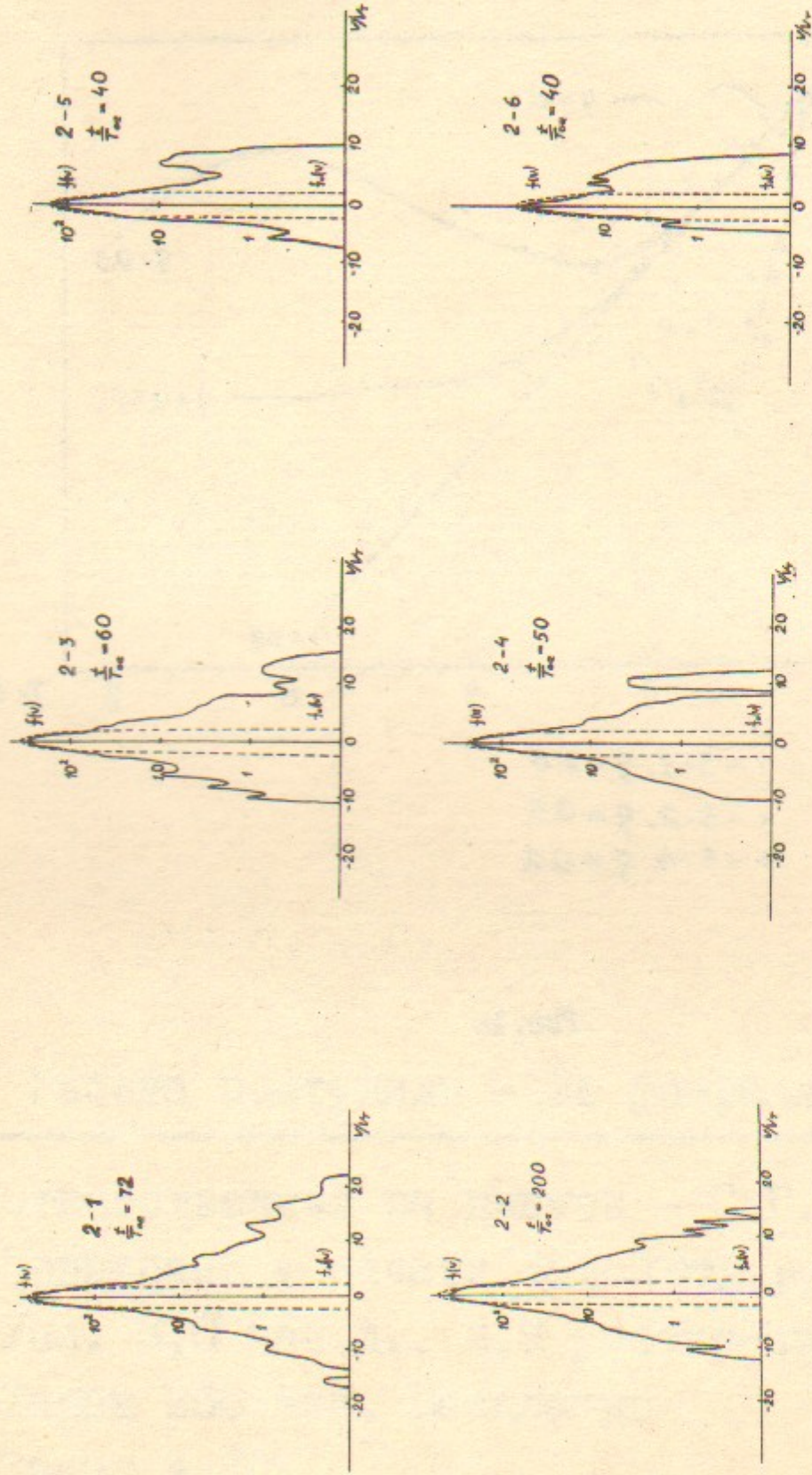


FIG. 15

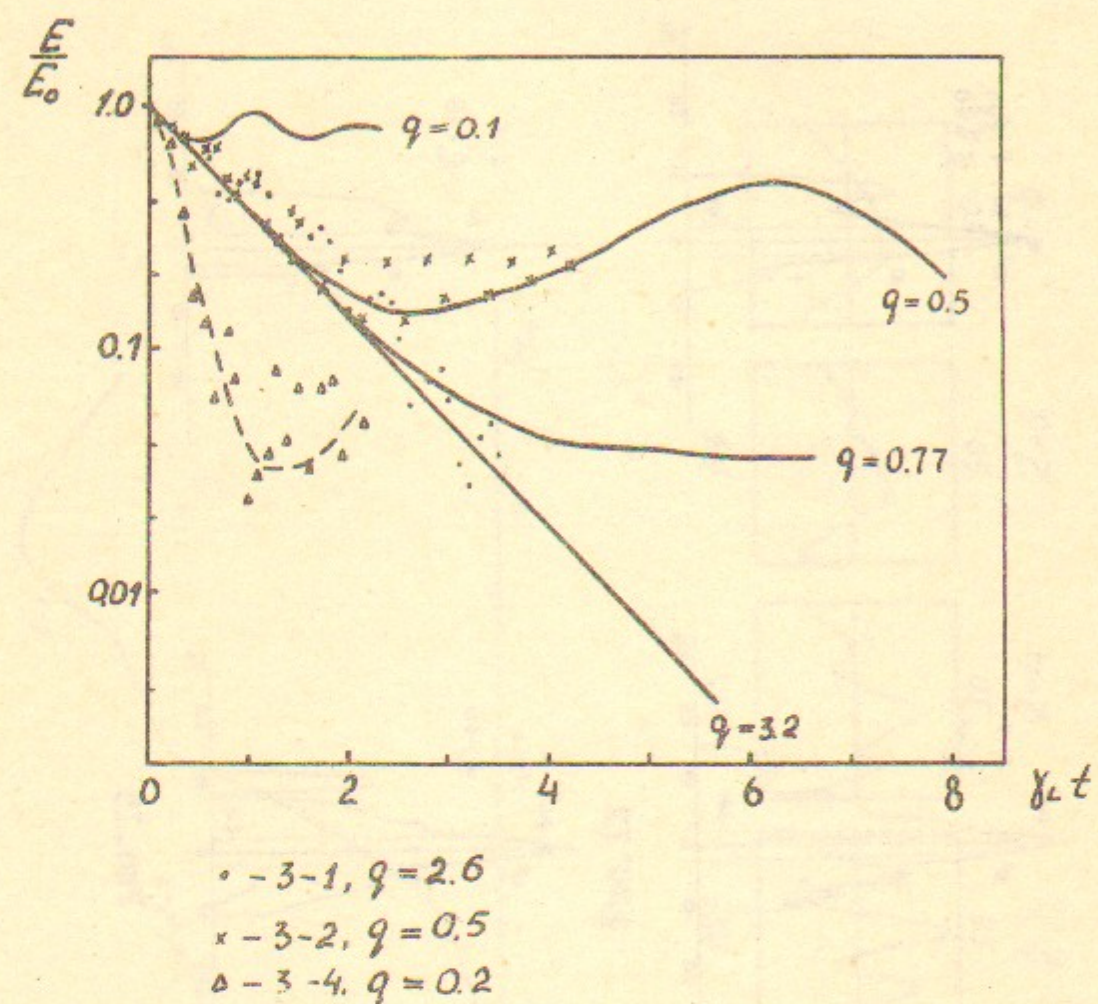


Рис. 16

Работа поступила - 24 февраля 1978 г.

Ответственный за выпуск - С.Г. ПОПОВ
 Подписано к печати 2.Ш-1978 г. МН 0729И
 Усл. 3,0 печ.л., 2,9 учетно-изд.л.
 Тираж 250 экз. Бесплатно
 Заказ № 17.

Отпечатано на ротапинтере ИЯФ СО АН СССР