

Л. 64

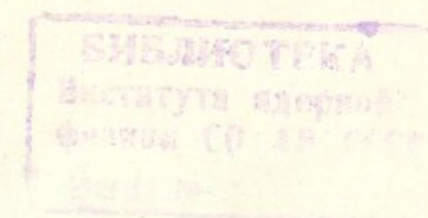
Уск.

74

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

В.Н.Литвиненко

**КОРРЕКЦИЯ РАВНОВЕСНОЙ
ОРБИТЫ В НАКОПИТЕЛЯХ ВЭПП-3
И ВЭПП-4 ИЯФ СО АН СССР**



ПРЕПРИНТ ИЯФ 79-100

Новосибирск

КОРРЕКЦИЯ РАВНОВЕСНОЙ ОРБИТЫ В НАКОПИТЕЛЯХ

ВЭПП-3 и ВЭПП-4 ИЯФ СО АН СССР

В.Н. Литвиненко

1. Коррекция равновесной орбиты является одной из важных задач, возникающих при настройке накопителя. Она позволяет расширить реальную репертуру накопителя, улучшить эффективность инжекции, увеличить время жизни пучка. Современные накопители обычно имеют разветвленную систему наблюдения за пучком^{1/} и систему коррекции орбиты^{2/}, позволяющих достаточно точно скорректировать орбиту. В данной работе рассматривается метод, позволяющий скорректировать орбиту достаточно малыми токами корректоров. Этот метод коррекции успешно используется на накопителях ВЭПП-3 и ВЭПП-4 СО АН СССР.

2. Система коррекций полностью описывается матрицей откликов $T = [t_{ik}]$, где t_{ik} - возмущение орбиты в i -ой точке наблюдения при единичном значении k -го корректора. Для сосредоточенного корректора ($l_k \ll \beta_k$) легко написать выражение Δx_i :

$$\Delta x_i = t_{ik} \cdot I_k = \left\{ \frac{w_i w_k}{2 \sin \pi \nu} \cdot \cos(\pi \nu - \psi_i - \psi_k) - \frac{\eta_i \eta_k}{\alpha \Pi} \right\} \frac{H_k l_k}{\langle H \rho \rangle}, \quad (I)$$

где $w = \beta^{1/2}$ - огибающая пучка, $\psi = \int \frac{ds}{\beta}$ - фаза, ν - частота бетатронных колебаний, η - горизонтальная дисперсионная функция, $\langle H \rho \rangle$ - жесткость, Π - периметр и α - коэффициент расширения орбиты, l_k - длина и H_k - магнитное поле корректора. Аналогичное выражение выписывается для Δz_i , где $\eta_z \equiv 0, H_z \rightarrow -H_x$.

Заметим, что член $\eta_i \eta_k / \alpha \Pi$ в (I) появляется из-за того, что в электрон-позитронных накопителях периметр орбиты (и частота обращения) не изменяется. Поэтому корректор изменяет энергию частиц на величину $\Delta E = -E_0 (\eta_k H_k l_k) / (\alpha \Pi \langle H \rho \rangle)$. В протонных накопителях при выключенном ускоряющем напряжении меняется не энергия частиц, а периметр равновесной орбиты на величину $\Delta \Pi = \eta_k (H_k l_k) / \langle H \rho \rangle$, и члена $(\eta_i \eta_k) / (\alpha \cdot \Pi)$ в (I) не будет.

Матрица откликов не обязательно должна быть расчетной. Она может быть получена чисто экспериментально. Для этого необходимо измерить возмущение орбиты во всех точках наблюдения

при изменении тока каждого корректора.

3. Так как обычно элементы матрицы откликов известны с довольно плохой точностью ($\delta \sim 10+20\%$), работоспособность и эффективность метода коррекции орбиты в сильной степени зависит от его чувствительности к ошибкам. Рассмотрим, например, обычный способ коррекции орбиты, основанный на минимизации функции цели, составленной из суммы квадратов отклонений:

$$\Phi = (X + T \cdot I)^T (X + T \cdot I); \quad (2)$$

где $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ - вектор начальных отклонений орбиты, $I = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$ - вектор токов. Из (2) легко получить условие минимума Φ :

$$T^T T \cdot I = -T^T X; \quad (3)$$

и расчетную конечную орбиту:

$$X_c = \{E - T(T^T T)^{-1} T^T\} X. \quad (4)$$

Очевидно, что $|X_c| \leq |X|$. Здесь $|X| = (\sum_{i=1}^n X_i^2)^{1/2}$ - норма вектора. Однако из-за отличия реальной матрицы откликов накопителя T_0 от $T = T_0 + \Delta T$ ($\delta = |T|/|T_0|$, где $|A|$ - норма матрицы A), реальная скорректированная орбита будет отличаться от расчетной:

$X_R = X_c + X_{ER}$. Так как коррекция орбиты состоит из нескольких последовательных итераций, необходимо, чтобы эти итерации были сходящимися, т.е. выполнялось условие:

$$h = \frac{|X_{ER}|}{|X|} < 1 \quad (5)$$

Легко сделать для h оценку сверху:

$$h \approx |\Delta T (T^T T)^{-1} T^T| \leq \delta \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}};$$

где λ_{\max} и λ_{\min} - соответственно максимальное и минимальное собственные значения матрицы $T^T T$, t - знак транспонирования. Таким образом, при $\delta < (\lambda_{\max}/\lambda_{\min})^{1/2}$ данный метод коррекции будет давать сходящиеся итерации. При $\delta > (\lambda_{\max}/\lambda_{\min})^{1/2}$ итерации могут расходиться. (Отметим, что расходимость итераций обычно связана с рассмотрением нереально больших токов корректоров, однако при достаточно больших итерации могут расходиться при вполне допустимых величинах токов.) На накопителе ВЭП-4, например, $\delta \sqrt{\lambda_{\max}/\lambda_{\min}} \sim 10^2 + 10^3$, поэтому данный

метод коррекции здесь неприменим. Тем не менее, имеется много способов^{3,4,5/}, позволяющих преодолеть трудности, связанные с рассмотрением нереально больших токов и расходимостью итераций.

При разработке системы программ для коррекции орбиты в накопителях ВЭП-3 и ВЭП-4 мы использовали метод, основанный на минимизации функции цели следующего вида:

$$\Phi = (X + T \cdot I)^T (X + T \cdot I) + w^2 I^T \cdot I. \quad (6)$$

Здесь: w - "вес" токов. Последний член в (6) был добавлен для исключения из рассмотрения нереально больших токов и обеспечения сходимости итераций. Условия минимума Φ^* имеют следующий вид:

$$(T^T T + w^2 E) \cdot I = -T^T X; \quad (7)$$

где E - единичная матрица. Из (7) легко получается выражение для расчетной скорректированной орбиты:

$$X_c = \{E - T(T^T T + w^2 E)^{-1} T^T\} X. \quad (8)$$

Оценка для h в этом случае принимает следующий вид:

$$h \approx |\Delta T (T^T T + w^2 E)^{-1} T^T| \approx \delta \frac{\lambda_{\max}}{w^2}; \quad (9)$$

т.е. выбирая $w^2 > \delta \lambda_{\max}$ мы получим сходящиеся итерации.

Достоинством данного метода коррекции орбиты является также то, что позволяет скорректировать орбиту достаточно малыми токами.

Отметим, что для ограничения токов некоторым значением I_{\max} достаточно задать $w \approx |X|/I_{\max}$. Поскольку токи корректоров всегда реально ограничены, мы имеем ограничение на w снизу. Однако, очевидно, что брать очень большие w невыгодно с точки зрения скорости сходимости итераций. Так, например, при $w \rightarrow \infty$, мы получаем из (8) $X_c \rightarrow X$, т.е. очень малую скорость сходимости итераций. Легко оценить оптимальное значение w : $w_{opt}^2 \sim \delta \lambda_{\max}$; при этом скорость сходимости итераций близка к максимальной:

$$S = |X|/|X_R| \sim 1/\delta^{1/2}.$$

Заметим, что величина δ обычно неизвестна, поэтому коэффициент ω проще подобрать опытным путем (см. Рис. 2).

4. На основе данного метода коррекции орбиты написана система программ для измерения матрицы откликов и коррекции равновесной орбиты на накопителях ВЭПП-3 и ВЭПП-4. Опыт использования этих программ показал высокую эффективность данного метода коррекции. Так, на накопителе ВЭПП-3 тремя итерациями удалось скорректировать орбиту от $X_{\max} = 9$ мм и $(\overline{x^2})^{1/2} = 3$ мм до $x_{\max} = 0.15$ мм и $(\overline{x^2})^{1/2} = 0.05$ мм. Информация о коррекции орбиты выдается на цветной графический дисплей в виде графиков начальной - x , расчетной - x_c и реальной скорректированной орбиты - X_R (см. Рис. 1).

Экспериментально исследовалась зависимость скорости сходимости итераций от параметра ω . Характерный вид зависимости приведен на рис. 2. Изучалась также зависимость от ω максимального из токов, добавляемых при одной итерации, соответствующий график приведен на Рис. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е.Н. Дементьев и др. Измерение равновесной орбиты пучка в электрон-позитронном накопителе ВЭПП-4., Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1978.
2. А.С. Медведко "Разработка и исследование автоматизированных систем измерения и коррекции равновесной орбиты пучка в накопителях заряженных частиц", диссертация на соискание степени кандидата физико-математических наук, Новосибирск, 1978.
3. B. Avtin, Y. Marti, CERN ISR-MA/73-17
4. П.Б. Лысянский. В. сб.: "Работы молодых специалистов, выполненные в ИЯФ СО АН СССР в 1972-1973 годах", Новосибирск, 1974, стр. 109.
5. J.R. Maidment, C.W. Planner, *Nucl. Instr. and Meth.*, 98, p. 279, 1972

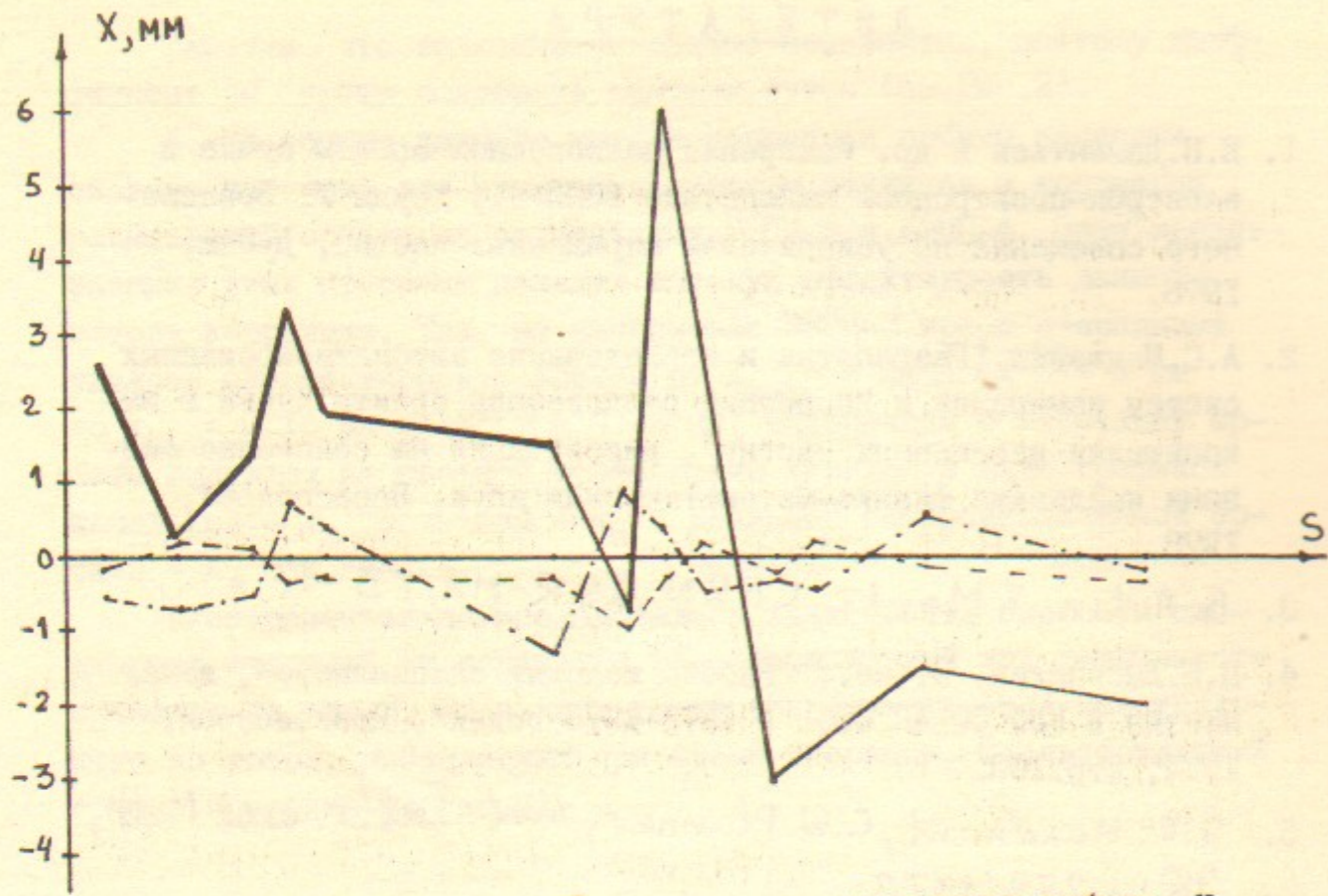


Рис.1
 --- - начальная орбита, X .
 --- - расчетная орбита, X_c .
 - · - реальная орбита, X_R .

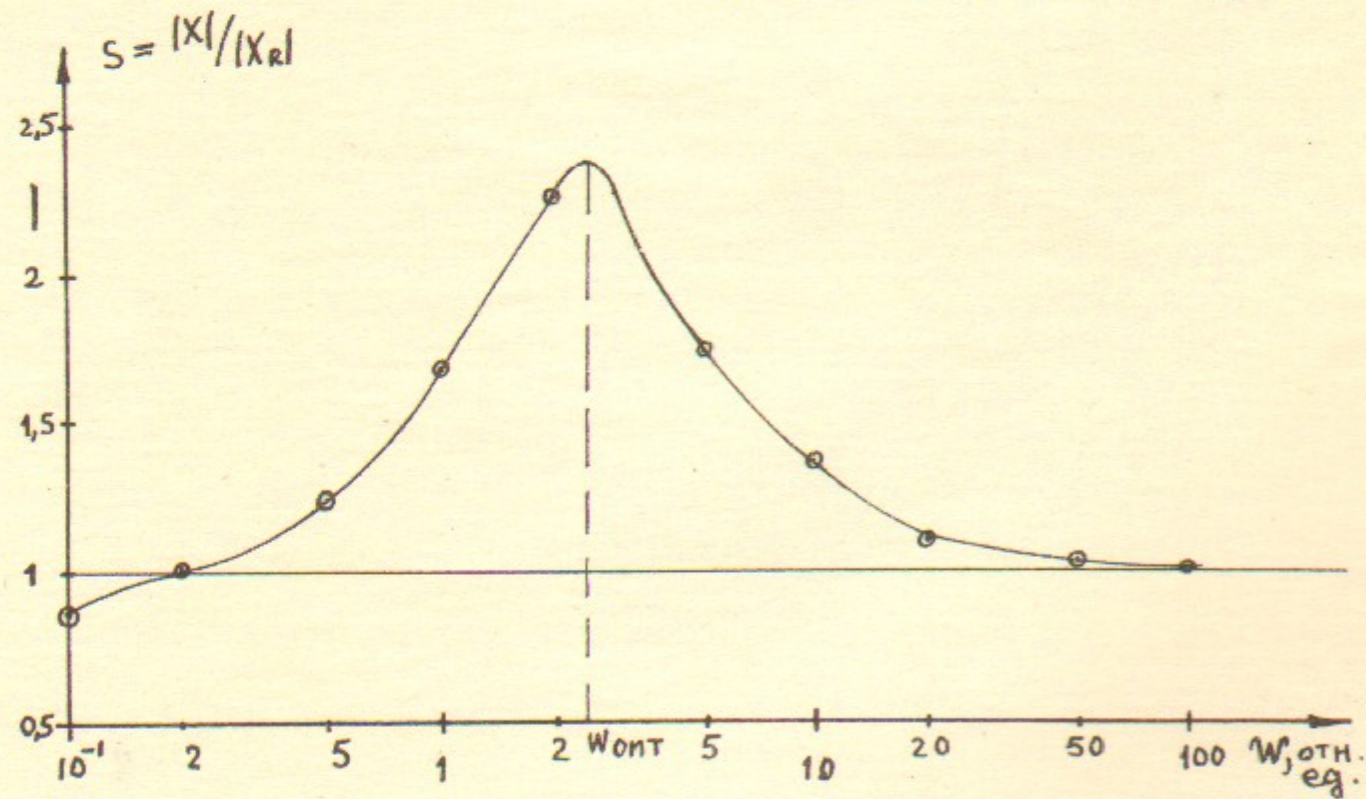


Рис.2 Зависимость скорости сходимости итераций от параметра W (пикапов - 13, корректоров - 24, ВЭП-3).

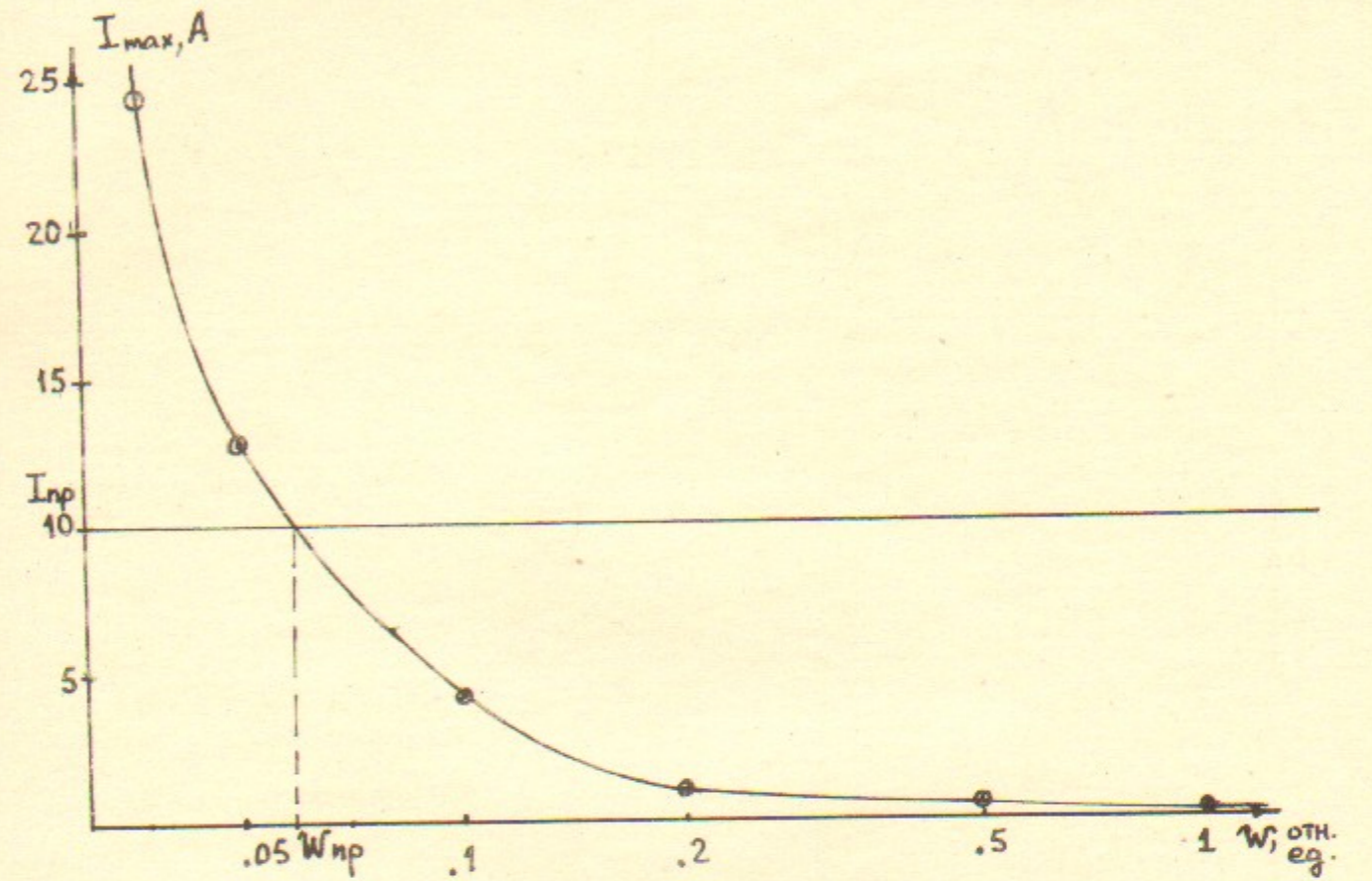


Рис.3 Зависимость максимального тока коррекции от параметра W (пикапов - 48, корректоров - 48, ВЭП-4).