ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

78

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАТУХАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН

ПРЕПРИНТ ИЯФ 79 - 115

Новосибирск

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАТУХАНИЕ ОДНОМЕРНЫХ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН

А Н Н О Т А Ц И Я

Изложены результаты численных экспериментов (метод "частиц в ячейках") по исследованию неустойчивости и затухания одномерных ленгмюровских волн в широком диапазоне параметров $E_0^2/8\pi nT \sim 3.10^{-8} \div 10^2$; $V_\phi/V_T \sim 2{,}5 \div 160$. Показано, что при развитии неустойчивости и затухании основными процессами являются стимулированный распад, модуляционная неустойчивость, конверсия волн на неоднородности плотности, образование солитона, затухание Ландау в области $e\varphi_0/T \lesssim 1$, $E_0^2/8\pi nT \lesssim \frac{1}{2}(k_0 r_d)^2$, затухание, связанное с захватом электронов волной в области $e\varphi_0/T > 1$, $E_0^2/8\pi nT > \frac{1}{2}(k_0 r_d)^2$. Показано, что предел применимости линейной теории неустойчивости ленгмюровских волн дает кривая границы электронной нелинейности, описываемая формулой $E_0^2/8\pi nT \sim 10^{-3}/(k_0 r_d)^2$ в области $V_\phi/V_T \gtrsim 10$. Показано, что нелинейная теория модуляционной неустойчивости, предсказывающая образование солитонов, применима только в области $E_0^2/8\pi nT < k_0 r_d$. В области $E_0^2/8\pi nT > k_0 r_d$ наблюдается коллапс

Ленгмюровские волны – одно из самых простых явлений в плазме – интенсивно исследовались в теории. Построена теория затухания волн малой и конечной амплитуды, линейная и нелинейная теория неустойчивости ленгмюровских волн с учетом подвижности ионов. Однако, области применимости тех или иных теоретических моделей четко не определены. Лабораторные эксперименты за редким исключением имеют качественный характер и не позволяют сделать выводы о правильности и области применимости теории. Некоторую возможность сделать шаг вперед в этом направлении представляет численный эксперимент.

Мы выполнили ранее методом численного эксперимента ряд работ /I–8/, посвященных исследованию неустойчивости и затухания одномерных ленгмюровских волн в широком диапазоне начальных параметров $E_0^2/8\pi nT \sim 3.10^{-8}$–$10^2$; $v_\phi/v_T \sim 2{,}5\div160$. Для численного моделирования использовался метод "частиц в ячейках", который представляет собой метод полного решения кинетического уравнения и может рассматриваться как самостоятельная численная модель плазмы. Эта модель имеет область применимости более широкую, чем математические модели, содержащие параметр малости или использующие гидродинамическое описание (например, модели, основанные на уравнениях Захарова /9/) и может быть использована как в области применимости этих моделей, так и в области больших параметров (например, больших амплитуд волны), где они неприменимы. Это позволяет, проведя численные эксперименты в широком диапазоне параметров, выяснить, какие физические механизмы существенны в том или ином диапазоне, и найти пределы применимости имеющихся теоретических моделей.

В настоящей работе мы приведем основные сведения об использованном нами методе расчета и сформулируем основные результаты, полученные при исследовании одномерных ленгмюровских волн.

Метод расчета

Метод "частиц в ячейках" был описан в работе Морзе и Нильсена /I0/ и использовался нами сначала в системе с неподвижными ионами /I/, а затем – с подвижными /2–8/. Рассматривается одномерная система длиной $\mathcal{L}$ с периодическими граничными условиями $f(0,v,t)=f(\mathcal{L},v,t)$, $\varphi(0,t)=\varphi(\mathcal{L},t)$, $E(0,t)=E(\mathcal{L},t)$, где $f(x,v,t)$ – функция распределения по координатам и скоростям, $\varphi(x,t)$ – потенциал, $E(x,t)$ – электрическое поле. Система разбивается на ячейки с длиной, равной дебаевскому радиусу r_d. Электроны и ионы задаются моделирующими частицами, размытыми по прямоугольнику длиной r_d, с таким же отношением e/m, как у реальных электронов, и e/M для заданной массы ионов. Обычно задается $M/m = 10^2$, в отдельных случаях 10^3.

Для решения уравнений движения частиц применяется центрированная по времени разностная схема /10/ (индексы указывают моменты времени относительно заданного t, например, индекс 1/2 соответствует моменту $t+1/2\,\tau$, где τ – временной шаг).

$$V_{1/2} = V_{-1/2} + E_o\tau$$

$$X_1 = X_o + V_{1/2}\tau$$

здесь x нормировано на r_d, τ –на T_{oe}, V –на V_T, E –на $\frac{r_d}{e/m\cdot T_{oe}^2}$; $V_T=\sqrt{Te/m}$, $T_{oe}=2\pi/\omega_{oe}$, $\omega_{oe}=\frac{4\pi n e^2}{m}$.

Электрическое поле определяется интегрированием уравнения Пуассона в центрах ячеек по распределению плотности заряда и линейно интерполируется на промежуточные значения x.

При работе методом "частиц в ячейках" существенную проблему представляют тепловые шумы, т.к. число частиц обычно невелико. В нашем случае $N_e=N_i=10^4$, длина ячейки $1\,r_d$, так что при длине системы $\mathcal{L}\sim 10^2\div 10^3\,r_d$ плотность частиц в ячейке $10^2\div 10$. Для понижения уровня начальных шумов применяется метод "спокойного старта" /11/. Метод заключается в том, что функция распределения частиц по скоростям и координатам задается одинаковой во всех ячейках. При этом перемещение частиц в пространстве не приводит к флуктуациям плотности в отличие от случая с тепловыми шумами. Уровень шумов определяется ошибками счета и составляет $\sim 10^{-3}$ от уровня тепловых шумов. Однако, этот уровень не остается постоянным, а нарастает за время порядка одного-нескольких десятков плазменных периодов /7/. Расчет имеет смысл до тех пор пока спектральный уровень

шума остается малым по сравнению с уровнем гармоник исследуемого эффекта, так что могут быть исследованы только те эффекты, скорость роста которых больше, чем для шумов, или те, которые развиваются за время, пока шумы не успели нарасти. Таким образом, шумы существенно ограничивают область применимости метода "частиц в ячейках" особенно для малых амплитуд и больших длин волн. Несколько расширить эту область удается при использовании периодического "сглаживания" распределения плотности и поля /6/. Известный метод "сглаживания" функции распределения /12,13,19/ нами не использовался из-за больших затрат машинного времени.

При работе методом "спокойного старта" вид полной функции распределения определяется видом $f(v)$ в одной ячейке. Поскольку число частиц в ячейке невелико, распределение по скоростям производится не с помощью датчика случайных чисел, а задается алгоритмом, основанным на том, что среднее значение интервала по скоростям ΔV, приходящегося на одну частицу со скоростью v, определяется значением функции распределения – $\Delta V = 1/f(V)$. В каждой ячейке первой частице приписывается координата центра ячейки и скорость $V=0$. Для каждой следующей частицы скорость возрастает на ΔV и определяется алгоритмом

$$V_{n+1} = V_n + \frac{\sqrt{\pi}\,\mathcal{L}\,V_T}{r_d N}\, exp(V_n/V_T)^2$$

$$X_{n+1} = X_n + \mathcal{L}/N$$

Полученная таким способом максвелловская функция распределения обрезана по скоростям на некоторой предельной скорости V_m, зависящей от n_o /7,8/. Обычно задается $n_o = 10^2$, при этом $V_m = 2{,}15\,V_T$, так что у максвелловской функции распределения обрезаны хвосты с $V > 2{,}15\,V_T$, содержащие 1,6% частиц каждый. При исследовании явлений, связанных с захватом электронов волной, это определяет пределы применимости модели. Действительно, параметры волны должны быть такими, чтобы захватывались электроны с начальными скоростями $V \lesssim 2\,V_T$, так что найденная ранее граница захвата /4,7/

и определяет границу применимости модели. При исследовании других явлений (модуляционной неустойчивости, затухания и т.д.) отсутствие существенных ошибок, связанных с искажением максвелловской функции распределения контролируется изменением числа частиц и V_m/7,8/.

Для ионов также задается максвелловское распределение, обычно $T_i/T_e = 1/30$. В начальный момент времени ионы равномерно распределяются по длине системы.

Ленгмюровская бегущая волна с полем $E(x,t) = -E_o \cos(\omega t - k_o x)$ задается возмущением плотности и скоростей электронов, соответствующим линейной волне

$$\frac{\delta n}{n_o} = \frac{k_o E_o}{4\pi e n_o} \sin(\omega_o t - k_o x)$$

$$\delta V(x,t) = \frac{\omega_o E_o}{4\pi e n_o} \sin(\omega_o t - k_o x)$$

где $k_o = 2\pi/\lambda_o$ – волновой вектор,
ω_o – собственная частота плазмы

$$\omega_o^2 = \omega_{oe}^2 + \omega_{oi}^2 + 3k_o^2 V_T^2; \quad V_\phi = \omega_o/k_o.$$

Для задания стоячей волны с амплитудой E_o и полем $E(x,t) = E_o \sin\omega_o t \sin k_o x$ задаются прямая и обратная бегущие волны с амплитудами $E_o/2$ и фазовыми скоростями $V_\phi = \pm\frac{\omega_o}{k_o}$/5,6/.

Правильность расчета постоянно контролируется по сохранению полной энергии и полного импульса системы и проверяется по независимости результатов от счетных параметров – числа ячеек, временного шага, числа частиц, в некоторых случаях – от точности расчета (для понижения точности в ячейку памяти ЭВМ записывается два "слова" вместо одного).

Правильность модели и метода расчета подтверждается совпадением результатов численного эксперимента с результатами теории и лабораторного эксперимента в той области, где они имеются:

I. Взаимодействие пучка малой плотности с плазмой – возбуждение неустойчивости и захват пучка ленгмюровской волной.

Численный эксперимент /I/ в области $(n_1/n_o)^{1/3} \ll 1$ дает результаты, практически совпадающие с результатами теории /I4, I5/ – анализ результатов и сравнительные кривые приведены в /I/. Правильность результатов теории /I4/ подтверждается лабораторным экспериментом в замагниченной плазме /I6/.

2. Затухание ленгмюровских волн малой конечной амплитуды – затухание с декрементом Ландау на начальной стадии и колебания с периодом захваченных частиц в дальнейшем. Это явление хорошо исследовано – результаты теории /I7/ хорошо согласуются с результатами лабораторных /I8/ и численных /I9/ экспериментов. Согласуются с ними и результаты наших численных экспериментов в области малых амплитуд волны $e\varphi_o/T < 1$ – сравнительные кривые приведены в /4/ и на Рис.I.

Затухание ленгмюровской волны. Граница электронной нелинейности /4,7,8/

Область ленгмюровских волн малой конечной амплитуды хорошо исследована. Для этой области построена теория /I7/, справедливая при условии $\omega/\omega_B \gg \left(\frac{V_\phi}{V_T}\right)^2$, что равноценно условиям $e\varphi_o/T \ll \left(\frac{V_T}{V_\phi}\right)^2$, $\sqrt{\frac{e\varphi_o}{m}} \ll V_T \cdot V_T/V_\phi$ и $E_o^2/8\pi n T \ll \frac{1}{2}(k_o r_d)^6$ ($\omega_B = k\sqrt{\frac{e\varphi}{m}}$ – частота колебаний захваченных частиц).
В теоретической модели учитываются явления, связанные с движением в поле волны электронов, невозмущенные скорости которых лежат в области захвата и вблизи от сепаратрисы $V = V_\phi \pm 2\sqrt{\frac{e\varphi_o}{m}} \sin\frac{\pi}{\lambda_o}(x - x_o)$, остальная часть функции распределения считается невозмущенной. Согласно теории на начальной стадии волна затухает с декрементом затухания, равным декременту Ландау γ_L, в дальнейшем амплитуда волны осциллирует с периодом колебаний захваченных частиц (Рис.I). С результатами теории хорошо согласуются результаты тщательно выполненных лабораторных /I8/ и численных /I9/ экспериментов, проводившихся в области $e\varphi_o/T \ll 1$, $\sqrt{\frac{e\varphi_o}{m}} \ll V_T$, несколько более широкой, чем область для которой построена теория/I7/.

Численный эксперимент по исследованию затухания ленгмюровских волн /4,8/ проводился в диапазоне начальных параметров волны $E_o^2/8\pi n T \sim 3.10^{-4} \div 10^2$; $V_\phi/V_T \sim 2,5 \div 20$;

$(K_o r_d)^2 \sim 2.10^{-3} \div 3.10^{-1}$; $\sqrt{\frac{e\varphi_o}{m}}/V_T \sim 0{,}2 \div 20$; $\frac{e\varphi_o}{T} \sim 4.10^{-2} \div 4.10^{2}$; $\sqrt{\frac{e\varphi_o}{m}}/V_\phi \sim 0{,}1 \div 0{,}8$. Ионы задавались неподвижными $M/m = 10^{10}$, чтобы исключить неустойчивости волны (распад, модуляционную неустойчивость и т.п.).

В области малых амплитуд, когда возмущенная скорость меньше тепловой $\sqrt{\frac{e\varphi_o}{m}} \leqslant V_T$ и $e\varphi_o/T \leqslant 1$ (в этой области исследовался диапазон $V_\phi/V_T \sim 2{,}5 \div 4{,}2$), результаты численного эксперимента согласуются с результатами теории и затухание описывается декрементом затухания Ландау (Рис.1) /4,8/. Когда возмущенная скорость превышает тепловую $\sqrt{\frac{e\varphi_o}{m}} > V_T$ и $\frac{e\varphi_o}{T} > 1$ декремент затухания становится больше декремента Ландау. Отношение γ/γ_L экспоненциально растет с ростом начальной амплитуды и фазовой скорости волны, так что декремент может на много порядков превышать γ_L (Рис.2). В этой области декремент затухания практически линейно зависит от числа захваченных волной электронов, которое экспоненциально растет с ростом амплитуды и фазовой скорости волны. Механизм явления, приводящего к росту декремента затухания, заключается в захвате и ускорении электронов из основной части функции распределения по скоростям (в исследованном диапазоне параметров это электроны с невозмущенными скоростями $< 2V_T$) вследствие её сильного возмущения полем волны /8/.

При построении теоретических моделей обычно считается, что затухание ленгмюровских волн описывается декрементом затухания Ландау, так что в области $V_\phi/V_T >> 1$, $K_o r_d << 1$ затухание считается пренебрежимо малым. Результаты нашего численного эксперимента показывают, что затухание ленгмюровских волн можно описать декрементом Ландау только в области $e\varphi_o/T \leqslant 1$, $E_o^2/8\pi n T \leqslant \frac{1}{2}(K_o r_d)^2$. В области $e\varphi_o/T > 1$, $E_o^2/8\pi n T > \frac{1}{2}(K_o r_d)^2$ декремент может существенно превышать γ_L. Отметим, что условие $E_o^2/8\pi n T > \frac{1}{2}(K_o r_d)^2$ совпадает с известным условием возбуждения сверхзвуковой модуляционной неустойчивости.

На Рис.3,4 представлены кривые равного затухания соответствующие начальным параметрам волн, затухающих с одинаковым декрементом, для значений декремента $\gamma/\omega_{oe} \sim 10^{-2} \div 3.10^{-1}$.

В области $e\varphi_o/T \leqslant 1$ они представляют собой вертикальные прямые $\gamma = \gamma_L$, в области $V_\phi/V_T \gtrsim 10$ - прямые $E_o^2/8\pi n T \sim \frac{\alpha'}{(K_o r_d)^2}$ ($\alpha' \sim 3{,}8.10^{-2} \div 2{,}3.10^{-1}$) или $\sqrt{\frac{e\varphi_o}{m}}/V_T \sim \alpha'' V_\phi/V_T$ ($\alpha'' \sim 0{,}54 - 0{,}82$). Кривые равного затухания можно использовать для характеристики пределов применимости теоретических моделей, не учитывающих затухание.

Область применимости моделей, использующих гидродинамическое описание определяется, в частности, условием малости эффектов, связанных с электронной нелинейностью. Численный эксперимент позволяет сформулировать эти условия. Численный эксперимент по исследованию электронной нелинейности /4,7/ проводился в диапазоне начальных параметров волны $E_o^2/8\pi n T \sim 10^{-8} \div 10^{3}$; $V_\phi/V_T \sim 2{,}5 \div 160$; $(K_o r_d)^2 \sim 4.10^{-5} \div 3.10^{-1}$.

В монохроматической волне электронная нелинейность проявляется, когда возмущенная скорость электронов становится близкой к области захвата. При этом электрон дольше остается в фазе ускоряющего поля и набирает большую скорость, чем в линейном случае. Это приводит к увеличению энергии колебаний электронов по сравнению с энергией поля $\Delta W_e/W_E > 1$ и к увеличению плотности электронов в фазах ускоряющего поля $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- > 1$, так что возмущение плотности обостряется, а поле волны $E(x)$ укручается. Это эквивалентно появлению более высоких гармоник поля с той же фазовой скоростью, что и основная волна. Предельным случаем электронной нелинейности является захват электронов волной, при котором возмущенные скорости электронов попадают в область захвата, так что электроны ускоряются до скоростей $V \sim V_\phi + 2\sqrt{\frac{e\varphi_o}{m}}$. Этот эффект и определяет большое затухание, рассмотренное выше.

Граница электронной нелинейности - начальные параметры волн, при которых электронная нелинейность становится существенной, - определялась по отличию отношений $\Delta W_e/W_E$, $\tilde{n}_+/\tilde{n}_-$ от единицы (существенным считалось отличие 5÷10%) /4,7/. Найденная кривая приведена на Рис.3,4. В области больших фазовых скоростей $V_\phi/V_T \gtrsim 10$ она представляет собой прямую $\sqrt{\frac{e\varphi_o}{m}}/V_T \sim 0.2\, V_\phi/V_T$ или $E_o^2/8\pi n T \sim 10^{-3}/(K_o r_d)^2$. Граница захвата электронов с невозмущенными скоростями $\sim 2\, V_T$, определенная по виду фазовой плоскости, оказывается близкой к линии равного затухания с $\gamma/\omega_{oe} \sim 3.10^{-2}$ и в области больших V_φ/V_T представляет собой прямую $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T \sim 0.6\frac{V_\varphi}{V_T}$ или $\frac{E_0^2}{8\pi nT} \sim \frac{6\cdot 10^{-2}}{(K_0 r_d)^2}$

Неустойчивость бегущей ленгмюровской волны – начальная стадия /6,7/

Устойчивость одномерной ленгмюровской волны интенсивно исследовалась теоретически. Было найдено, что ленгмюровская волна неустойчива, характер неустойчивости зависит от начальных параметров волны. Наиболее полное теоретическое исследование неустойчивостей ленгмюровской волны, обзор и анализ имеющихся результатов приведены в работе /20/. На Рис.4 представлена схема, показывающая области разных типов неустойчивости из работы /20/ с некоторыми добавлениями /А.М.Рубенчик, частное сообщение/.

I. Модуляционная неустойчивость $\varkappa < K_0$, $\lambda_m > \lambda_0$. $\varkappa, \lambda_m$ – волновой вектор и длина волны гармоники с максимальным инкрементом, K_0, λ_0 – то же для заданной волны.

II. Дозвуковая модуляционная неустойчивость $\varkappa > K_0$, $\lambda_m < \lambda_0$.

III. Сверхзвуковая (гидродинамическая) модуляционная неустойчивость $\varkappa > K_0$; $\lambda_m < \lambda_0$.

IV. Неустойчивость модифицированного распада $\varkappa \sim 2K_0, \lambda_m \sim \frac{\lambda_0}{2}$.

V. Распадная неустойчивость $\varkappa \sim 2K_0$, $\lambda_m \sim \lambda_0/2$.

На Рис.4 приведены также найденные нами граница электронной нелинейности и линии равного затухания. Предел применимости линейной теории показывает граница нелинейности. Отметим, что границы областей неустойчивости зависят от отношения $\frac{M}{m}$, а граница нелинейности и линии равного затухания не зависят от него, так что область применимости линейной теории несколько меняется при изменении $\frac{M}{m}$. На Рис.4 показаны области неустойчивости для ионов водорода $M/m = 1836$.

Численный эксперимент по исследованию начальной стадии неустойчивости /6,7/ проводился в диапазоне начальных параметров волны $E_0^2/8\pi nT \sim 3.10^{-8} \div 10^2$, $V_\varphi/V_T \sim 3 \div 160$, $(K_0 r_d)^2 \sim 4.10^{-5} \div 2.10^{-1}$; $M/m = 10^2$ в отдельных случаях $M/m = 10^3$, так что охвачены все области неустойчивости. Оообенно подробно рассмотрена область неустойчивостей I–III от $E_0^2/8\pi nT \ll (K_0 r_d)^2 < \frac{m}{M}$ до $E_0^2/8\pi nT \gg \frac{m}{M} > (K_0 r_d)^2$ (изменение амплитуды $E_0^2/8\pi nT \sim 10^{-8} \div 10^2$ при $V_\varphi/V_T = 16$, $(K_0 r_d)^2 = 3{,}9.10^{-3}$).

Во всем диапазоне параметров, лежащем ниже границы захвата, и включающем область применимости линейной теории и все области I–V, наблюдается неустойчивость одного типа. Она заключается в том, что поле ленгмюровской волны задает возмущение скоростей и плотности ионов, чем стимулируется нерезонансный распад $\ell_{K_0} \to \ell_{2K_0} - s_{K_0}$ с $\varkappa \sim 2K_0$ и $\lambda_m \sim \lambda_0/2$, проявляющийся в росте впадины плотности с $\lambda = \lambda_0$ и модуляции волны с $\lambda_m < \lambda_0$ (в спектральном описании – рост ионной гармоники с $K = K_0$ и ленгмюровской с $K = 2K_0$). Эту неустойчивость можно назвать стимулированным распадом. Она отличается от всех неустойчивостей, найденных в теории. Особенно четко это проявляется в области модуляционных неустойчивостей I–III, где длина волны гармоники с максимальным инкрементом (длина модуляции) должна зависеть от амплитуды волны и уменьшаться с её ростом, причем в области I $\lambda_m > \lambda_0$, в областях II и III – $\lambda_m < \lambda_0$. В наблюдающейся в численном эксперименте неустойчивости длина модуляции не зависит от амплитуды волны и всегда меньше начальной длины волны. Причина этого расхождения с теорией, по-видимому, заключается в том, что при теоретическом рассмотрении из-за усреднения по времени $\sim 1/\omega_{oe}$ не учитывается возмущение ионов полем ленгмюровской волны, так что решение, соответствующее стимулированному распаду, теряется. Можно, конечно, ставить вопрос о постановке задачи. В численном эксперименте в начальный момент времени задается равномерное распределение ионов $n_i(x) = const$ и возмущение электронов, задающее ленгмюровскую волну. Такая постановка задачи кажется разумной, т.к. она соответствует реальному случаю, когда в однородной плазме каким-то способом (например, электронным пучком) быстро возбуждается ленгмюровская волна.

Неустойчивость бегущей ленгмюровской волны – нелинейная стадия /2,3,4,6,8/

Отличие наблюдающейся в численном эксперименте неустойчивости от теоретической должно проявиться на нелинейной стадии неустойчивости. Особенно существенным это отличие может быть в области I $E_0^2/8\pi nT<(K_0 r_d)^2$, где теоретическая неустойчивость должна приводить к модуляции волны с $\lambda_m > \lambda_0$ и на нелинейной стадии – к образованию солитона огибающей с $\Delta X > \lambda_0$ /20/, а стимулированный распад приводит к модуляции с $\lambda_m < \lambda_0$. В численном эксперименте в этой области нелинейная стадия неустойчивости не исследовалась из-за большого уровня шумов.

Отличие может оказаться не столь существенным в области II, III $E_0^2/8\pi nT > (K_0 r_d)^2$, где теоретическая неустойчивость должна приводить к модуляции волны с $\lambda_m < \lambda_0$ и основную роль должна играть пондеромоторная сила. Согласно теории развитие неустойчивости в этой области должно приводить к образованию квазистационарного ленгмюровского солитона с параметрами, зависящими от начальной энергии волны и $\Delta X < \lambda_0$ /20/. Согласно /21,22/ поле солитона в случае, когда групповая скорость равна нулю, описывается формулой

$$E(x,t) = \frac{E_m}{ch\,\varkappa_0 x}\,\sin(kx-\omega t)$$

где E_m – амплитуда поля.
Ширина солитона на уровне $1/e\,E_m$

$$\Delta x/r_d = \left(\frac{48}{E_m^2/8\pi nT}\right)^{1/2}; \quad \varkappa_0 = 2/\Delta x$$

Максимальное возмущение плотности

$$\left(\frac{\tilde{n}}{n_0}\right)_m = \frac{1}{2}\,\frac{E_m^2}{8\pi nT}$$

Численный эксперимент по исследованию нелинейной стадии неустойчивости /2-4,6/ проводился в диапазоне начальных параметров волны $E_0^2/8\pi nT \sim 4.10^{-2}-10^2$ при $V_\Phi/V_T = 16$, $(K_0 r_d)^2 = 3,9.10^{-3}$ и в диапазоне $V_\Phi/V_T \sim 3 \div 160$, $(K_0 r_d)^2 \sim 3,9.10^{-5} \div 1,7.10^{-1}$ при $E_0^2/8\pi nT = 1,6$; $M/m = 10^2$,

в отдельных случаях $M/m = 10^3$. Таким образом, исследовалась область $E_0^2/8\pi nT > \frac{m}{M} > (K_0 r_d)^2$.

На начальной стадии неустойчивости стимулированный распад приводит к образованию впадины плотности и модуляции волны с $\lambda_m < \lambda_0$. При дальнейшем развитии неустойчивости основную роль играет сила Миллера (пондеромоторная сила), которая приводит к выталкиванию плазмы из области концентрации электрического поля, росту впадины плотности и дальнейшей концентрации электрического поля (Рис.5,6) /2,3,6/. Таким образом, на этой стадии по физической картине неустойчивость не отличается от найденной теоретически модуляционной неустойчивости (область III).

Для волны с достаточно малой амплитудой (случай 6 /6,8/ – $E_0^2/8\pi nT = 4.10^{-2}$; $V_\Phi/V_T = 16$; $E_0^2/8\pi nT = 0,5\,K_0 r_d$) развитие неустойчивости приводит к образованию квазистационарного солитона с равновесными параметрами (Рис.6, кривая 6). Это согласуется с теоретическим результатом и подтверждает, что, несмотря на различие в начальной стадии, на нелинейной стадии неустойчивость представляет собой модуляционную неустойчивость.

При большей амплитуде (случай 7 /6,8/ – $E_0^2/8\pi nT = 10^{-1}$; $V_\Phi/V_T = 16$; $E_0^2/8\pi nT = 1,6\,K_0 r_d$) развитие неустойчивости также приводит к образованию солитона с равновесными параметрами (Рис.5, Рис.6 – кривая 7). Однако, он не является квазистационарным и затухает в результате захвата и ускорения электронов с хвоста функции распределения коротковолновыми гармониками. Таким образом, этот случай показывает предел применимости нелинейной теории, не учитывающей затухания.

При дальнейшем увеличение амплитуды (случай 8 /2,3,6,8/ – $E_0^2/8\pi nT = 3.10^{-1}$; $V_\Phi/V_T = 16$; $E_0^2/8\pi nT = 4,8\,K_0 r_d$) равновесный солитон не образуется, наблюдается быстрый рост концентрации поля (Рис.6,7 – кривая 8) и впадины плотности и уменьшение области локализации поля. При этом образуется неравновесный солитон, поле которого $E(x,t)$ меняется подобно полю солитона, но ширина ΔX больше, а глубина впадины плотности меньше равновесных для солитона с той же плотностью энергии, так что неравновесный солитон продолжает сжиматься и затухает прежде, чем достигнет параметров равновесного солитона. Таким образом, в этой области параметров $E_0^2/8\pi nT > 1.6 K_0 r_d$ наблюдается коллапс.

Если начальные параметры волны лежат выше границы нелинейности $E_0^2/8\pi nT > 10^{-3}/(K_0 r_d)^2$, развитие модуляционной неустойчивости быстро ограничивается затуханием (Рис.7 – кривые 9-II) и коллапс не успевает развиться /4/.

Если начальные параметры лежат в области сильного затухания $E_0^2/8\pi nT > 4.10^{-2}/(K_0 r_d)^2$, ($\gamma/\omega_{oe} > 10^{-2}$), волна сильно затухает с самого начала и модуляционная неустойчивость не развивается (Рис.7 – кривые I2,I3) /4/.

Таким образом, численный эксперимент показывает, что нелинейная теория модуляционной неустойчивости, приводящая к выводу об образовании солитона при неустойчивости одномерной ленгмюровской волны, справедлива для ограниченной области начальных параметров волны $E_0^2/8\pi nT < 1,6\, K_0 r_d$. Найти предел применимости нелинейной теории можно также с помощью простых рассуждений, пользуясь схемой Рис.8 /8/. На этой схеме в координатах $E^2/8\pi nT - (K r_d)^2$ нанесены кривые равного затухания для $\gamma/\omega_{oe} \geqslant 10^{-2}$, кривая параметров равновесного солитона $E_m^2/8\pi nT = 4,86\,(K r_d)^2$, $K = \pi/\Delta x$ и кривые постоянной полной энергии волны $E_0^2/8\pi nT = a(K_0 r_d)$ (из $E_0^2/16\pi nT \cdot \lambda_0 = (const)$

кривая постоянной энергии соответствует разным комбинациям начальных параметров E_0, V_ϕ , при которых полная энергия волн одинакова. С другой стороны при заданных начальных параметрах такая кривая приближенно характеризует изменение параметров неравновесного солитона при его сжатии, т.к. практически вся энергия волны оказывается сосредоточенной в неравновесном солитоне. Пересечение кривой постоянной энергии с кривой равновесного солитона соответствует тому, что при любых начальных параметрах, лежащих на этой кривой, развитие модуляционной неустойчивости приведет к образованию солитона. Если же кривая постоянной энергии сначала пересекает линию постоянного затухания с достаточно большим γ , то для всех параметров с той же полной энергией будет наблюдаться коллапс. Из Рис.8 видно, что пограничной кривой является линия $E_0^2/8\pi nT \sim K_0 r_d$, что согласуется с результатами численного эксперимента. Таким образом, теория, предсказывающая образование квазистационарного солитона, справедлива только в области начальных параметров волны $E_0^2/8\pi nT < K_0 r_d$, а известное условие её применимости $E^2/8\pi nT \ll 1$ является недостаточным.

Численный эксперимент позволяет детально исследовать развитие неустойчивости ленгмюровской волны и определить основные механизмы, которые играют роль. Мы уже говорили о начальной стадии неустойчивости – стимулированном распаде, следующей стадии – модуляционной неустойчивости, связанной с действием пондеромоторной силы. При развитии модуляционной неустойчивости существенную роль играет процесс конверсии волн на неоднородности плотности, который проявляется, когда возмущение плотности становится достаточно большим (в нашем диапазоне параметров $\tilde{n}/n_0 \gtrsim 10^{-2}$). Этот процесс $\ell_{K_0} + S_{K_i} \to \ell_{K_0 \pm \beta K_i}$, $\beta = 1,2,3...$ приводит к возбуждению обратных волн и более коротковолновых гармоник, т.е. к захвату электрического поля во впадину плотности и образованию стоячих волн /2–4/.

При развитии модуляционной неустойчивости образуется неравновесный продолжающий сжиматься солитон ленгмюровский (пакет бегущих волн с определенными относительными фазами) или стоячий (пакет стоячих волн), если становится существенной конверсия. Сжатие неравновесного солитона приводит к образованию квазистационарного солитона или к затуханию /6/.

Затухание происходит в результате захвата электронов коротковолновыми гармониками, возбуждаемыми при сжатии неравновесного солитона и конверсии. Вследствие пересечения областей захвата гармоник захваченные электроны ускоряются до больших скоростей вплоть до $V \sim V_\phi + \sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}$ начальной волны. При этом основная часть функции распределения возмущается мало, но образуется хвост ускоренных электронов. Совместное действие конверсии и захвата приводит к практически полному поглощению энергии поля электронами плазмы /2–4/.

После затухания поля впадина плотности "схлопывается" в результате образования встречных ударных волн. Их взаимодействие друг с другом и плазмой приводит к развитию ионной турбулентности и появлению ускоренных ионов /3/.

Таким образом, можно перечислить основные процессы, которые играют роль при развитии неустойчивости и затухании ленгмюровской волны в одномерной системе:

Стимулированный распад $\ell_{k_0} \to \ell_{2k_0} - s_{k_0}$, связанный с возмущением ионов полем ленгмюровской волны.

Модуляционная неустойчивость, связанная с выталкиванием плазмы из впадины плотности под действием пондеромоторной силы.

Конверсия ленгмюровских волн на неоднородности плотности $\ell_{k_0} \pm s_{k_i} \to \ell_{k_0 \pm \beta k_i}$, $\beta = 1, 2, 3\ldots$, приводящая к возбуждению обратных волн и коротковолновых гармоник.

Образование квазистационарного солитона, связанное с равенством пондеромоторной силы и давления плазмы.

Затухание Ландау, играющее роль в области $e\varphi/T < 1$ или $E^2/8\pi nT < \frac{1}{2}(kr_d)^2$.

Затухание, связанное с захватом электронов волной при сильном возмущении функции распределения, играющее роль в области $e\varphi/T > 1$ или $E^2/8\pi nT > \frac{1}{2}(kr_d)^2$.

Понятие коллапс мы употребляли для случая, когда неустойчивость, связанная с действием пондеромоторной силы, приводит к затуханию поля, т.к. по физическому смыслу это и есть тот процесс, который был обнаружен теоретически в двумерном случае /9/. Однако, если понятие модуляционная неустойчивость употреблять не для конкретной неустойчивости, действующей в области I–III, а в более широком смысле – для любой неустойчивости, связанной с действием пондеромоторной силы (что довольно часто делается), то модуляционная неустойчивость и коллапс оказываются одним и тем же физическим процессом. Впрочем, и в этом случае разумно употреблять понятие коллапс для обозначения суммарного процесса – неустойчивости и затухания.

Неустойчивость стоячей ленгмюровской волны /3,5,6/

Численный эксперимент по исследованию стоячей ленгмюровской волны /5,6/ проводился в диапазоне начальных параметров волны $E_0^2/8\pi nT \sim 4\cdot10^{-2} \div 10^2$ при $V_\varphi/V_T = \pm 16$, $(kr_d)^2 = 3{,}9\cdot10^{-3}$ и в диапазоне $V_\varphi/V_T \sim \pm(16-48)$, $(kr_d)^2 \sim 3{,}9\cdot10^{-3} - 4{,}4\cdot10^{-4}$ при

$E_0^2/8\pi nT = 1{,}6$; $\frac{M}{m} = 10^2$. Таким образом, исследовалась область $E_0^2/8\pi nT > \frac{m}{M} > (k_0 r_d)^2$

Основная особенность развития неустойчивости в случае стоячей волны связана с тем, что плотность энергии поля в стоячей волне в отличие от бегущей с самого начала неоднородна, так что положение впадины плотности определяется областями максимального поля. Развитие неустойчивости всегда приводит к образованию стоячих солитонов неравновесных или равновесных. В остальном развитие неустойчивости стоячей волны не отличается качественно от случая бегущей волны – в обоих случаях в области одинаковых параметров играют роль одни и те же процессы. Так в области $E_0^2/8\pi nT < k_0 r_d$ образуется квазистационарный стоячий солитон /6/; в области $E_0^2/8\pi nT \geqslant k_0 r_d$ – равновесный, но затухающий стоячий солитон; в области $E_0^2/8\pi nT > k_0 r_d$ идет коллапс /6/; в области $E_0^2/8\pi nT > 4\cdot10^{-2}/(k_0 r_d)^2$ волна затухает с самого начала /5/.

Литература

I. В.Т.Астрелин, Н.С.Бучельникова, Ю.П.Захаров ЖТФ 45, II84, 1975.

2. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость ленгмюровской волны большой амплитуды". Препринт ИЯФ 77-I5, Новосибирск, I977
Proc. XIII Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases v. II, p. 831, 1977, Berlin.

3. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость нелинейной ленгмюровской волны". Препринт ИЯФ 77-39, Новосибирск, I977.
Proc. III Int. Congress Waves and Instabilities in Plasmas, p. 71, 1977, Palaiseau.

4. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость и затухание ленгмюровских волн с разными амплитудами и фазовыми скоростями". Препринт ИЯФ 78-I7, Новосибирск, I978.
Proc. XIV Conf. Phenomena in Ionized Gases, Grenoble.
J. Phys. 40, supplement au N 7, C7-633, 1979.

5. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость и затухание стоячих ленгмюровских волн с разными амплитудами". Препринт ИЯФ 78-I9, Новосибирск, I978.

6. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость одномерной ленгмюровской волны. Солитоны и коллапс". Препринт ИЯФ 78-76, Новосибирск, I978.
Proc. XIV Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases, Grenoble.
J. Phys. 40, supplement au N 7, C7-631, 1979.

"Взаимодействие электромагнитных волн с плазмой". Тезисы докладов, стр.84, Душанбе, I979.

7. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Неустойчивость одномерной ленгмюровской волны". Препринт ИЯФ 79-2I, Новосибирск, I979.

8. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Затухание одномерной ленгмюровской волны". Препринт ИЯФ 79-II2, Новосибирск, I979.

9. В.Е.Захаров, ЖЭТФ 62, I745, I972.

IO. R.L.Morse, C.W.Nielson Phys. Fl. 12, 2418, 1969.

II. J.A.Byers, M.S.Grewal. Phys. Fl. 13, 1819, 1970.

I2. J.Denavit J. Comp. Phys. 9, 75, 1972.

I3. N.P.Pereira, R.N.Sudan, J.Denavit. Phys. Fl. 20, 271, 1977.

I4. T.M.O'Neil, J.H.Winfrey, J.H.Malmberg Phys. Fl. 14, 1204, 1971;
T.M.O'Neil, J.H.Winfrey 15, 1514, 1972.

I5. И.Н.Онищенко, А.Р.Линецкий, Н.Г.Мациборко, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко. Письма ЖЭТФ I2, 407, I970.
Н.Г.Мациборко, И.Н.Онищенко, В.Д.Шапиро, В.И.Шевченко Plasma Phys. 14, 591, 1972.

I6. K.W.Gentle, J.Lohr Phys. Fl. 16, 1464, 1973.

I7. R.Sugihara, T.Kamimura J. Phys. Soc. Japan 33, 206, 1972.

I8. R.Franklin, S.Hamberger, G.Smith Phys. Rev.Let. 29, 914, 1972.

I9. J.Matsuda, F.W.Growford Phys. Fl. 18, 1336, 1346, 1975.

20. S.G.Thornhill, D. ter Haar "Langmuir turbulence and modulational instability" Oxford, 1977.
Physics Reports 43, N 2, 45, 1978.

2I. Л.И.Рудаков, ДАН СССР 207, 82I, I972.

22. С.В.Антипов, М.В.Незлин, Е.Н.Снежкин, А.С.Трубников "Ленгмюровские солитоны". Препринт ИАЭ-2907, Москва, I977.

Подписи к рисункам

Рис.I. Зависимость амплитуды волны от времени $\frac{E}{E_0} = f(\gamma_L t)$ /4/. Сплошные кривые – теория /I7/; точки – численный эксперимент /4/; $q = \gamma_L/\omega_B$; $\omega_B = K_0\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}$

V_Φ/V_T	$E_0^2/8\pi nT$	q	$\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T$
• 2,46	3,10^{-4}	2,6	0,2
× 2,95	4.10^{-2}	0,5	0,8
Δ 2,95	I,6	0,2	2,I

Рис.2а. Зависимость декремента затухания от амплитуды $\gamma/\gamma_L = f(\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T)$ при $V_\Phi = const$ /8/

	Δ	×	•	ο
V_Φ/V_T	2,46	2,95	4,2	6,9

Рис.2б. Зависимость декремента затухания от фазовой скорости $\gamma/\gamma_L = f(V_\Phi/V_T)$ при $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} = const$ /8/

	Δ	×	•	ο	+	◊
$\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T$	I	I,6	2,6	4,2	5,4	6,3

Рис.3. Линии равного затухания $\gamma/\omega_{oe} = const$ и граница нелинейности в координатах $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}}/V_T - V_\Phi/V_T$ /8/

Линия $\sqrt{\frac{e\varphi_0}{m}} = V_T \cdot \frac{V_T}{V_\Phi}$ – граница применимости теории /I7/

Рис.4. Схема – области неустойчивости одномерной ленгмюровской волны по теории /20/, линии равного затухания $\gamma/\omega_{oe} = const$ и граница нелинейности в координатах $E_0^2/8\pi nT - (K_0 r_d)^2$ для M/m = I836.

Рис.5. Распределение поля $E(x)$ и возмущения плотности $\tilde{n}_i/n_0(x)$ в разные моменты времени /6/.

$T_{oe} = 2\pi/\omega_{oe}$ – период плазменных колебаний.

Случай 7. $E_0^2/8\pi nT = 10^{-1}$, V_Φ/V_T = I6.

Рис.6. Зависимость от времени максимальной плотности энергии $W_m/W_0(t)$ при разных амплитудах и $V_\Phi = const$ /6/.

$W_m = E^2_{max}/8\pi n_{min}T$; $W_0 = E_0^2/8\pi n_0 T$;

E_{max} – амплитуда поля во впадине плотности;

n_{min} – минимальная плотность во впадине.

Нумерация по /7/. V_Φ/V_T = I6.

Случай	6	7	8
$E_0^2/8\pi nT$	4.10^{-2}	10^{-1}	3.10^{-1}

Рис.7. Зависимость от времени максимальной плотности энергии $W_m/W_0(t)$ при разных амплитудах и $V_\Phi = const$ /4/.

Нумерация по /7/. V_Φ/V_T = I6.

Случай	8	9	I0	II	I2	I3
$E_0^2/8\pi nT$	3.10^{-1}	I,6	II	I8	36	II5

Рис.8. Линии равного затухания $\gamma/\omega_{oe} = const$, линии постоянной энергии волны $E^2/8\pi nT = aKr_d$, линия равновесных параметров солитона и начальные параметры волны из /6/ в координатах $E^2/8\pi nT - (Kr_d)^2$.

Нумерация по /7/.

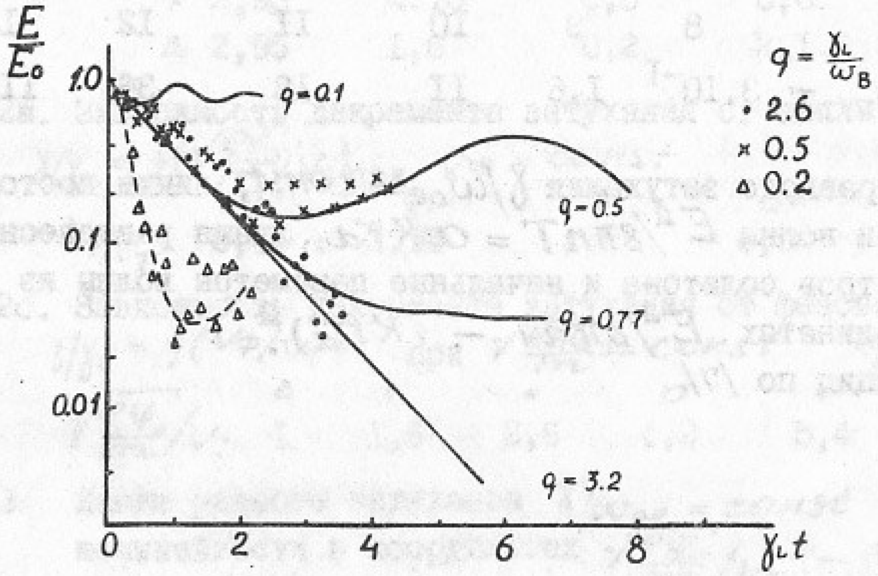

Рис.I

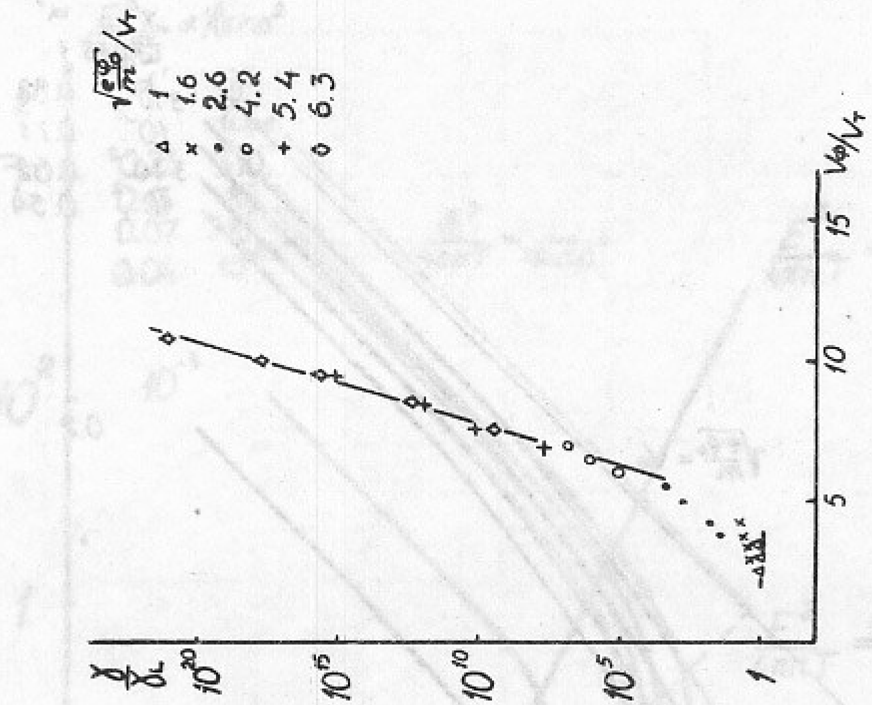

Рис.2б

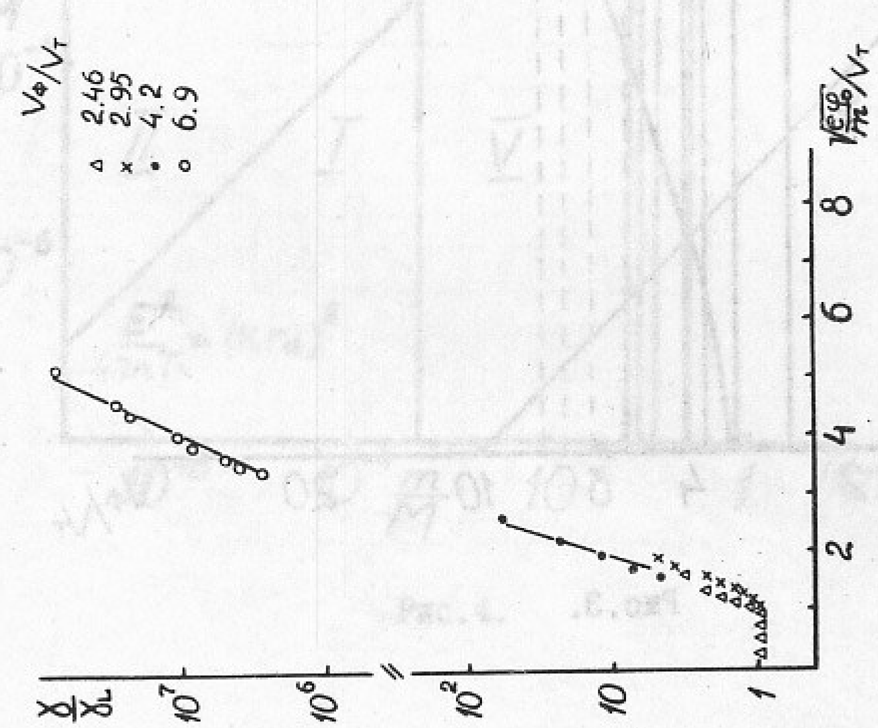

Рис.2а

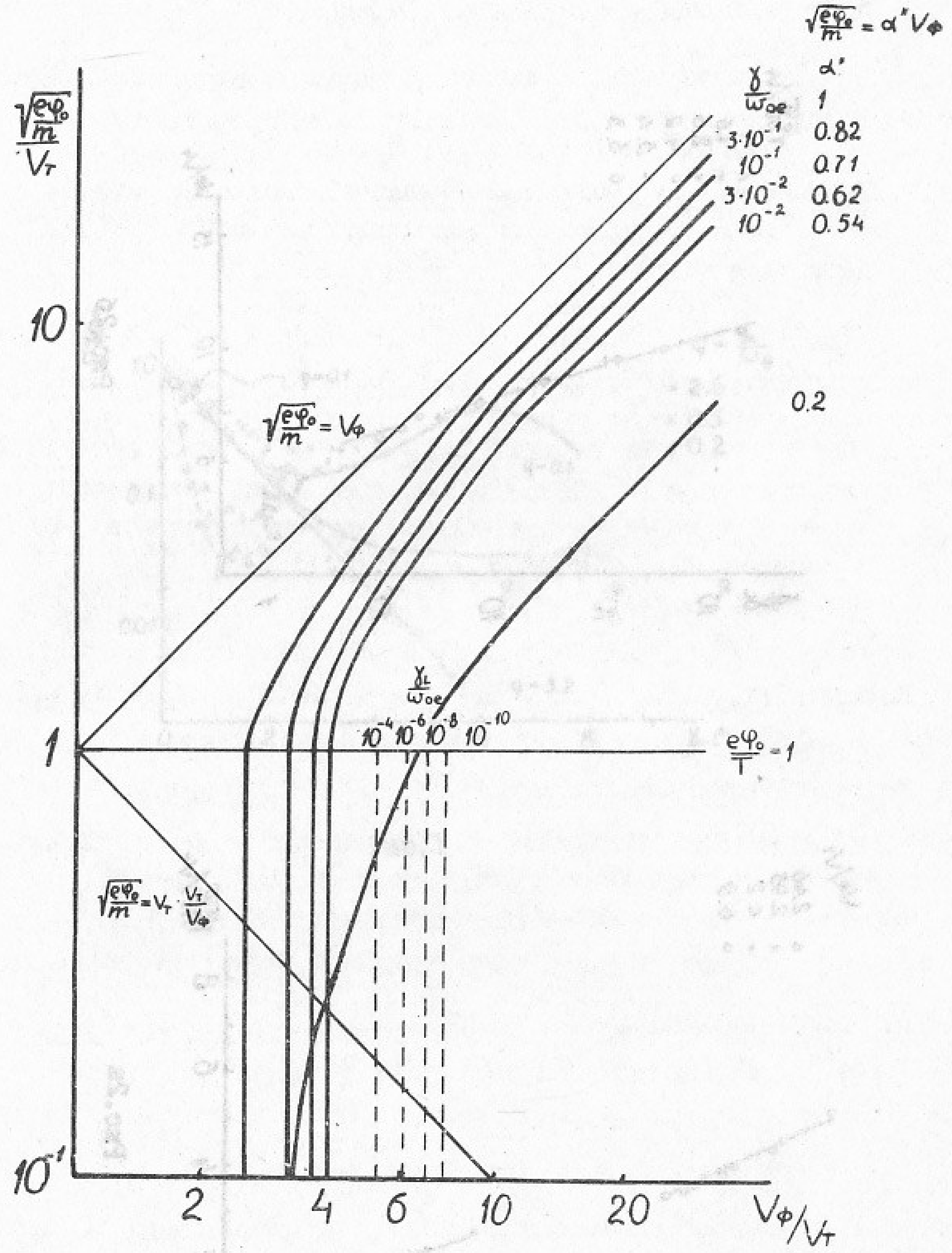

Рис.3.

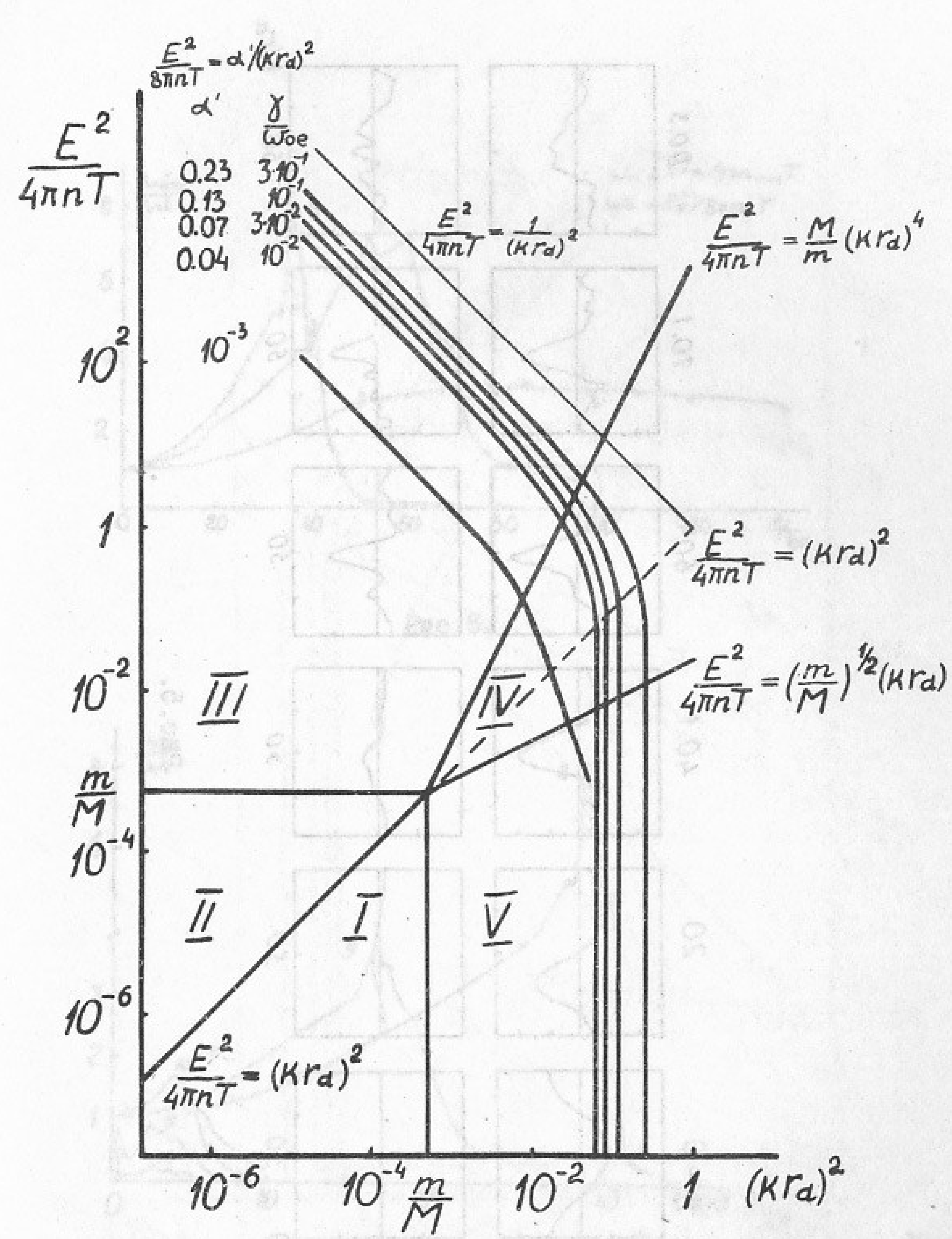

Рис.4.

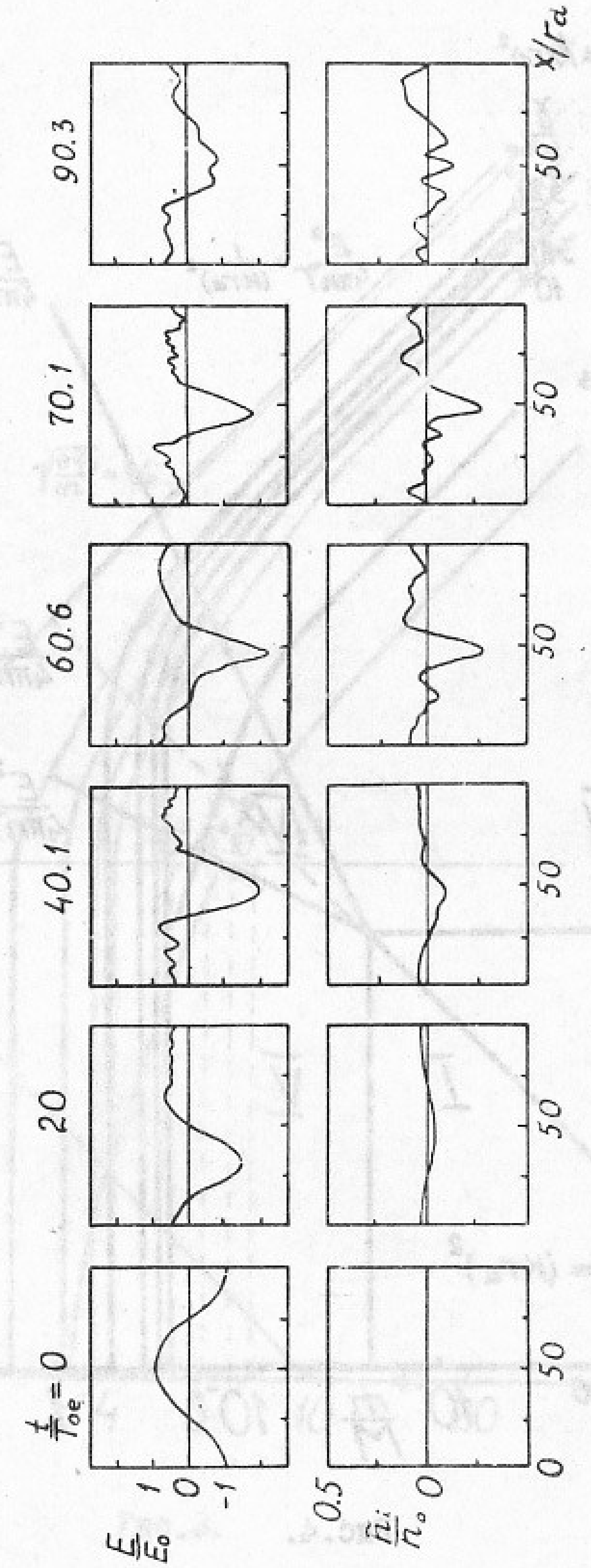

Рис.5.

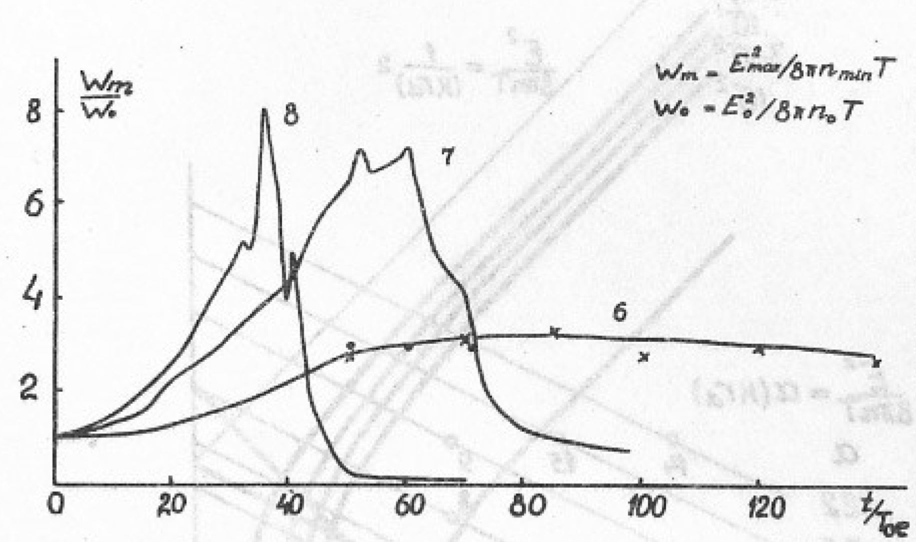

Рис.6.

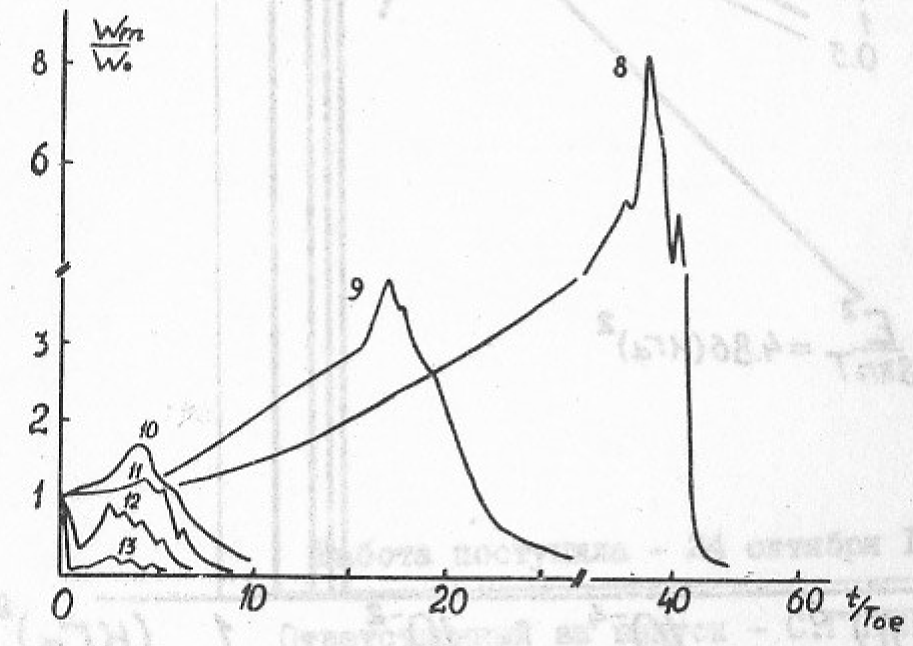

Рис.7.

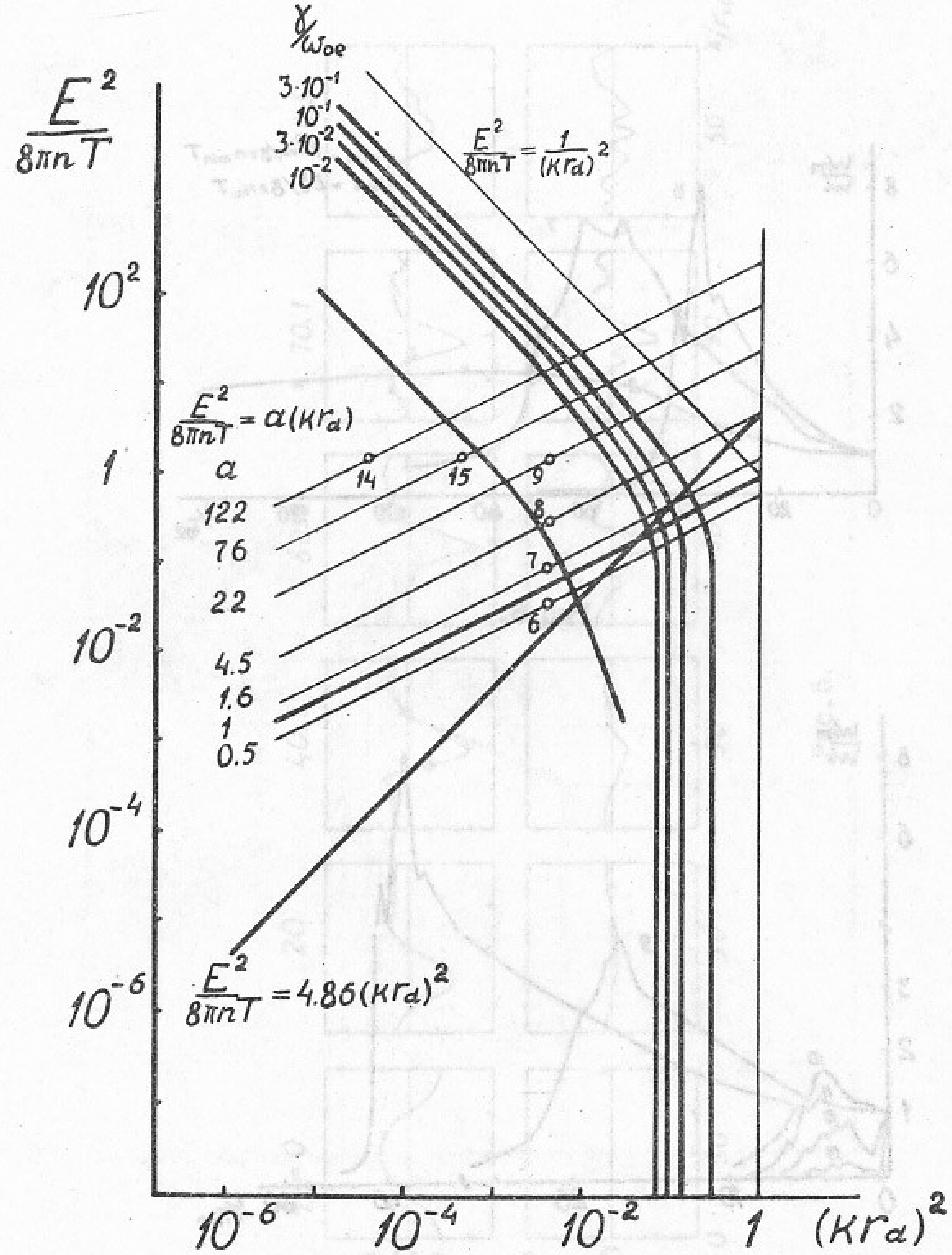

Рис. 8

Работа поступила - 24 октября 1979 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.ПОПОВ
Подписано к печати - 21.XI-1979 г. МН 06786
Усл. 1,5 печ.л., 1,3 учетно-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно
Заказ № 115.

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР