

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

//

Б.З.Персов

ТЕПЛОВЫЕ ПОТЕРИ В РЕЗОНАТОРАХ
АКСИАЛЬНОГО ГИРОКОНА

ПРЕПРИНТ ИЯФ 79 - 14

Новосибирск

Б.З.Персов

ТЕПЛОВЫЕ ПОТЕРИ В РЕЗОНАТОРАХ
АКСИАЛЬНОГО ГИРОКОНА

А н н о т а ц и я

Рассмотрена задача о распределении тепловых потерь в деталях резонатора круговой развертки и выходного резонатора гирокона аксиального типа.

Получены аналитические выражения для распределения потерь как между деталями резонаторов, так и в пределах той или иной детали. Для облегчения практических расчетов представлены графики, характеризующие распределение потерь.

В 1967 году академиком Г.И.Будкером был предложен новый тип СВЧ генератора большой мощности с высоким КПД — гирокон [1]. В последующие годы в Институте ядерной физики СО АН СССР были созданы импульсная модель гирокона и гирокон с импульсной мощностью до 200 МВт. Обе эти установки работали в импульсном режиме при небольшой средней мощности.

Однако при создании гирокона на значительные средние мощности неизбежно возникновение проблем, связанных с нагревом деталей и узлов гирокона, в том числе и его резонаторов, во время работы. Так, тепловые деформации деталей вызовут дополнительные уход частоты, которые необходимо будет учитывать и компенсировать. Кроме того, в процессе нагрева в деталях будут возникать механические напряжения, которые при определенных условиях могут превзойти предел текучести материала, вследствие чего появятся остаточные деформации деталей. Таким образом, при конструировании резонаторов, работающих в условиях больших тепловых нагрузок, должен проводиться тщательный анализ напряженно-деформированного состояния деталей резонаторов. Основой же для такого анализа является распределение тепловых потерь в деталях, расчету которого для резонаторов гирокона аксиального типа и посвящена настоящая работа.

Как известно [2], гирокон имеет два резонатора — резонатор круговой развертки и выходной резонатор. В гирокоме аксиального типа первый резонатор выполняется цилиндрическим, второй, как правило, — коаксиальным. Эти типы резонаторов и рассмотрены ниже.

Резонатор круговой развертки

В резонаторе круговой развертки внешним генератором независимо в двух взаимно перпендикулярных диаметральных сечениях возбуждаются электромагнитные поля с волной типа E_{110} . Составляющие таких полей (рис. 1) описываются выражениями [3]:

$$\begin{aligned}
 E_{z1} &= B J_1(\kappa z) \cos \varphi \cos \omega \tau \\
 E_{z1} &= E_{\varphi 1} = 0 \\
 H_{z1} &= 0 \\
 H_{z1} &= \frac{B}{\rho_0} \cdot \frac{J_1(\kappa z)}{\kappa z} \sin \varphi \sin \omega \tau \\
 H_{\varphi 1} &= \frac{B}{\rho_0} J_1'(\kappa z) \cos \varphi \sin \omega \tau \\
 E_{z2} &= -B J_1(\kappa z) \sin \varphi \sin \omega \tau \\
 E_{z2} &= E_{\varphi 2} = 0 \\
 H_{z2} &= 0 \\
 H_{z2} &= -\frac{B}{\rho_0} \cdot \frac{J_1(\kappa z)}{\kappa z} \cos \varphi \cos \omega \tau \\
 H_{\varphi 2} &= \frac{B}{\rho_0} J_1'(\kappa z) \sin \varphi \cos \omega \tau
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

В приведенных выражениях:

E_z, E_r, E_φ - составляющие электрического поля;

H_z, H_r, H_φ - составляющие магнитного поля;

$\omega = 2\pi f_0$, где f_0 - резонансная частота, Гц;

$\rho_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi \text{ Ом}$ - волновое сопротивление свободного пространства.

Суммирование этих двух типов колебаний дает вращающееся с частотой $\omega = 2\pi f_0$ электромагнитное поле, описываемое выражениями:

$$\begin{aligned}
 E_z &= B J_1(\kappa z) \cos(\omega \tau + \varphi) \\
 E_z &= E_\varphi = 0 \\
 H_z &= 0 \\
 H_z &= -\frac{B}{\rho_0} \cdot \frac{J_1(\kappa z)}{\kappa z} \cos(\omega \tau + \varphi) \\
 H_\varphi &= \frac{B}{\rho_0} J_1'(\kappa z) \sin(\omega \tau + \varphi)
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

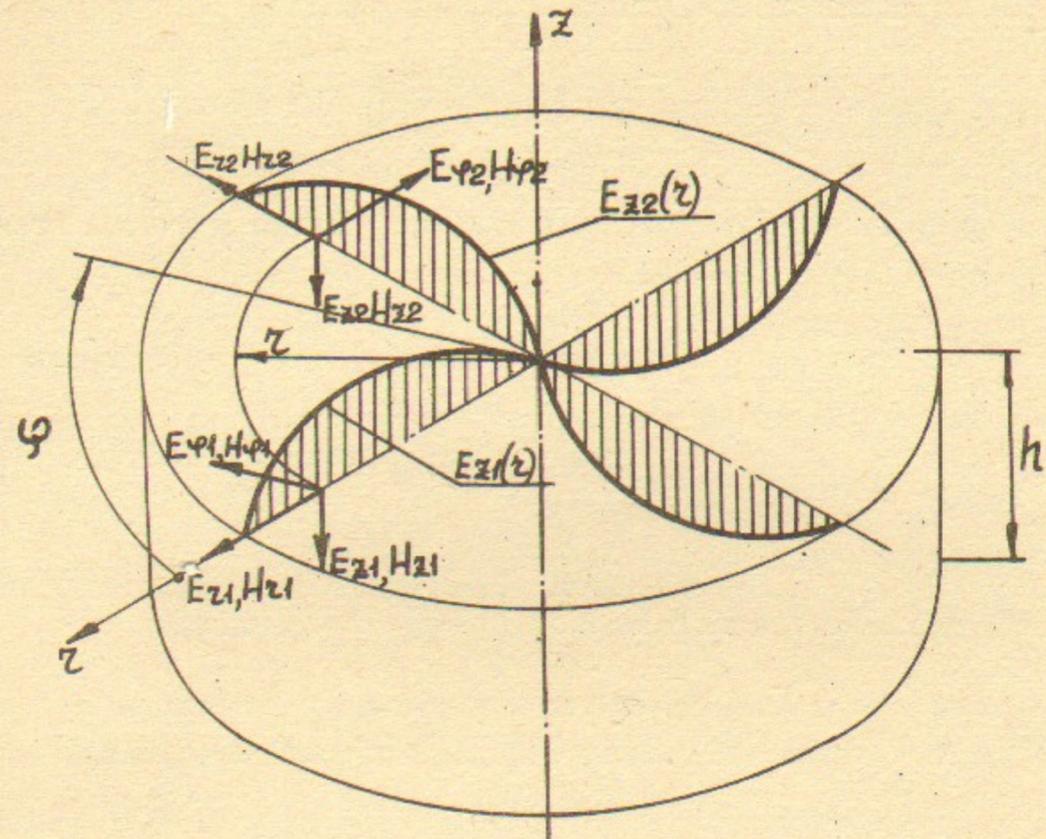


Рис. I. Составляющие поля в резонаторе круговой развертки

Амплитудное значение осевой составляющей электрического поля

$$E_{z \max} = E_m = B [J_1(t'_{11})]$$

$([J_1(t'_{11})])$ - значение функции Бесселя первого рода, первого порядка в первом максимуме, откуда коэффициент B оказывается равным:

$$B = \frac{E_m}{[J_1(t'_{11})]} = 1,7185 E_m \tag{3}$$

Выражения (2) и (3) позволяют найти распределение мощности потерь P между отдельными деталями и в пределах той или иной детали резонатора следующим образом.

В соответствии с (2) азимутальная и радиальная плотности тока в торцевой стенке резонатора равны соответственно:

$$I_\varphi = H_z = -\frac{B}{\rho_0} \cdot \frac{J_1(\kappa z)}{\kappa z} \cos(\omega \tau + \varphi)$$

$$I_z = H_\varphi = \frac{B}{\rho_0} J_1'(\kappa z) \sin(\omega \tau + \varphi)$$

С учетом эффективных значений плотностей тока

$$i_{\varphi \text{эфф}} = \frac{B}{\sqrt{2} \rho_0} \cdot \frac{J_1(kz)}{kz} \quad \text{и} \quad i_{z \text{эфф}} = \frac{B}{\sqrt{2} \rho_0} \cdot J_1'(kz)$$

получим средние величины потерь в единице площади торцевой стенки:
от азимутальных токов -

$$q_{\varphi}(z) = \frac{i_{\varphi \text{эфф}}^2 \rho_m}{\Delta V} = \frac{B^2 \rho_m}{2 \rho_0^2 \Delta V} \left[\frac{J_1(kz)}{kz} \right]^2$$

от радиальных токов -

$$q_z(z) = \frac{i_{z \text{эфф}}^2 \rho_m}{\Delta V} = \frac{B^2 \rho_m}{2 \rho_0^2 \Delta V} [J_1'(kz)]^2$$

суммарные потери -

$$q_{\text{тс}}(z) = q_{\varphi}(z) + q_z(z) = \frac{B^2 \rho_m}{2 \rho_0^2 \Delta V} \left\{ \left[\frac{J_1(kz)}{kz} \right]^2 + [J_1'(kz)]^2 \right\}$$

Потери в кольце единичной ширины при среднем радиусе z (то есть распределение потерь по радиусу торцевой стенки) составляют:

$$\frac{dP_{\text{тс}}(z)}{dz} = 2\pi z q_{\text{тс}}(z) = \frac{\pi B^2 \rho_m}{2 \rho_0^2 \Delta V} z \left\{ [J_0(kz)]^2 + [J_2(kz)]^2 \right\}$$

Потери в кольце с внутренним радиусом " b " и наружным " a " составят:

$$P_{\text{тс}}(z) = \int_b^a dP_{\text{тс}}(z) = \frac{\pi B^2 \rho_m}{2 \rho_0^2 \Delta V} \int_b^a z \left\{ [J_0(kz)]^2 + [J_2(kz)]^2 \right\} dz =$$

$$= \frac{\pi B^2 \rho_m}{2 \rho_0^2 \Delta V} z^2 \left\{ [J_0(kz)]^2 + \left[1 - \frac{2}{(kz)^2}\right] [J_1(kz)]^2 \right\} \Big|_b^a$$

С учетом значения B (3) и после введения безразмерного радиуса

$$\rho = \frac{z}{a} \quad (\rho_{\text{min}} = \frac{b}{a} = \beta \quad \text{и} \quad \rho_{\text{max}} = \frac{a}{a} = 1)$$

полученные выражения примут вид:

$$q_{\text{тс}}(\rho) = q_{\text{тс0}} \cdot \Psi_{\text{тс}}(\rho)$$

$$\frac{dP_{\text{тс}}(\rho)}{d\rho} = P_{\text{тс0}} \cdot \Psi_{\text{тс}}(\rho)$$

$$P_{\text{тс}}(\rho) = P_{\text{тс0}} [\Theta_{\text{тс}}(\rho) - \theta_{\text{тс}}(\rho)]$$

$$\text{где: } q_{\text{тс0}} \approx \frac{E_m^2 \rho_m}{\rho_0^2 \Delta V} \cdot 0,738$$

$$P_{\text{тс0}} \approx 4,63 \frac{E_m^2 \rho_m a^2}{\rho_0^2 \Delta V}$$

$$\Psi_{\text{тс}}(\rho) = [J_0(U_{11}\rho)]^2 + [J_2(U_{11}\rho)]^2$$

$$\Psi_{\text{тс}}(\rho) = \rho \Psi_{\text{тс}}(\rho)$$

$$\Theta_{\text{тс}}(\rho) = \rho^2 \left\{ [J_0(U_{11}\rho)]^2 + \left[1 - \frac{2}{(U_{11}\rho)^2}\right] [J_1(U_{11}\rho)]^2 \right\}$$

(4)

Полные же потери в торцевой стенке резонатора круговой развертки составят:

$$P_{\text{тс}}(1) = P_{\text{тс0}} [\Theta_{\text{тс}}(1) - \theta_{\text{тс}}(\beta)] \quad (5)$$

Удельные и полные потери в цилиндрической стенке резонатора определяются подобным же образом (с учетом того, что $i_{\varphi}|_{z=a} = 0$) и оказываются соответственно равными:

$$q_{\text{ц}} \approx 0,239 \frac{E_m^2 \rho_m}{\rho_0^2 \Delta V}$$

$$P_{\text{ц}} \approx 1,5 \frac{E_m^2 \rho_m a h}{\rho_0^2 \Delta V}$$

(6)

В выражениях (4) ... (6), кроме применявшихся ранее обозначений:
 a и b - соответственно наружный радиус резонатора и радиус центрального отверстия торцевой стенки, м;

h - высота резонатора, м;

ρ_m - удельное электросопротивление материала, Ом.м;

Δ - глубина скинслоя на частоте f_0 , м;

V - скважность;

U_{11} - первый по счету корень функции Бесселя первого рода, первого порядка, равный 3,8317 [4].

Выражения (4) ... (6) позволяют определить мощность потерь как в любой детали, так и в любом кольцевом участке каждой детали резонатора описываемого типа. Для облегчения расчетов на рис. 2 представлены графики функций потерь $\Psi_{\tau c}(\rho)$, $\Psi_{\tau c}(\rho)$ и $\theta_{\tau c}(\rho)$.

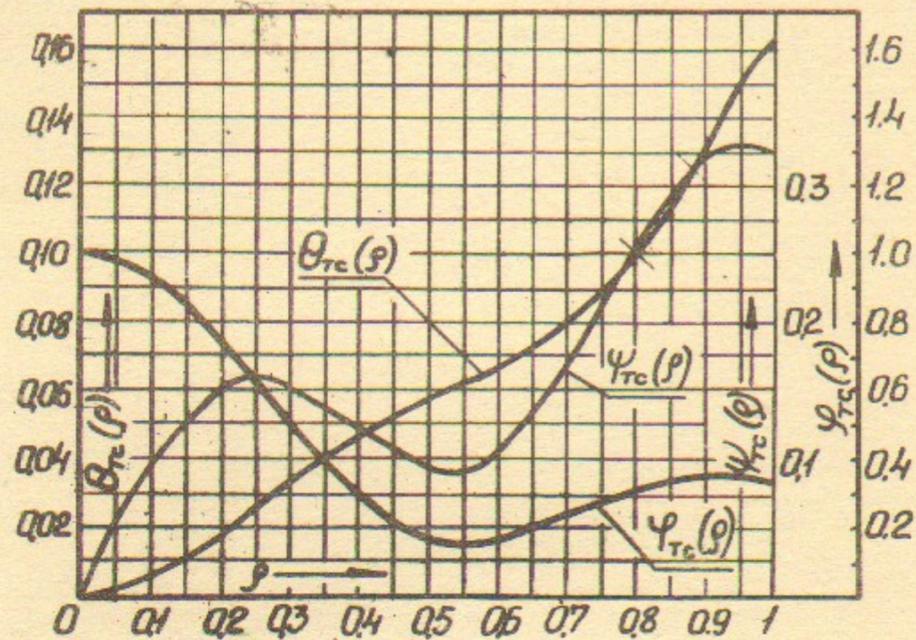


Рис. 2. Функции потерь в резонаторе круговой развертки

Выходной резонатор

Как уже говорилось, выходной резонатор является коаксиальным; попадающие в него электроны возбуждают в нем вращающееся электромагнитное поле с волной типа E_{II0} . Используя выражения для описания поля с волной E_{II} в коаксиальном волноводе 5 и переходя от волновода к резонатору, получим выражения для составляющих поля в выходном резонаторе такого типа:

$$E_z = B Z_1 \left(f_n \frac{\rho}{\beta} \right) \cos(\omega \tau + \varphi)$$

$$E_r = E_\varphi = 0$$

$$H_z = 0$$

$$H_r = \frac{B}{\rho_0} \frac{Z_1 \left(f_n \frac{\rho}{\beta} \right)}{f_n \frac{\rho}{\beta}} \cos(\omega \tau + \varphi)$$

$$H_\varphi = \frac{B}{\rho_0} Z_1' \left(f_n \frac{\rho}{\beta} \right) \sin(\omega \tau + \varphi)$$

Так как амплитудное значение осевой составляющей электрического поля равно

$$E_m = B \left| Z_1 \left(f_n \frac{\rho}{\beta} \right) \right|_{\max} = B Z_1 \left(f_n \frac{\rho_1}{\beta} \right)$$

откуда $B = \frac{E_m}{Z_1 \left(f_n \frac{\rho_1}{\beta} \right)}$

то выражения для составляющих поля могут быть записаны в виде:

$$E_z = E_m \frac{Z_1 \left(f_n \frac{\rho}{\beta} \right)}{Z_1 \left(f_n \frac{\rho_1}{\beta} \right)} \cos(\omega \tau + \varphi)$$

$$E_r = E_\varphi = 0$$

$$H_z = 0$$

$$H_r = \frac{E_m}{\rho_0} \frac{1}{f_n \frac{\rho}{\beta}} \frac{Z_1 \left(f_n \frac{\rho}{\beta} \right)}{Z_1 \left(f_n \frac{\rho_1}{\beta} \right)} \cos(\omega \tau + \varphi)$$

$$H_\varphi = \frac{E_m}{\rho_0} \frac{Z_1' \left(f_n \frac{\rho}{\beta} \right)}{Z_1 \left(f_n \frac{\rho_1}{\beta} \right)} \sin(\omega \tau + \varphi)$$

где:

$$\frac{Z_1 \left(f_n \frac{\rho}{\beta} \right)}{Z_1 \left(f_n \frac{\rho_1}{\beta} \right)} = \frac{J_1 \left(f_n \frac{\rho}{\beta} \right) N_1 \left(f_n \right) - N_1 \left(f_n \frac{\rho}{\beta} \right) J_1 \left(f_n \right)}{J_1 \left(f_n \frac{\rho_1}{\beta} \right) N_1 \left(f_n \right) - N_1 \left(f_n \frac{\rho_1}{\beta} \right) J_1 \left(f_n \right)}$$

$$\frac{Z_1'(x_n \frac{\rho}{\beta})}{Z_1(x_n \frac{\rho_1}{\beta})} = \frac{J_1'(x_n \frac{\rho}{\beta}) N_1(x_n) - N_1'(x_n \frac{\rho}{\beta}) J_1(x_n)}{J_1(x_n \frac{\rho_1}{\beta}) N_1(x_n) - N_1(x_n \frac{\rho_1}{\beta}) J_1(x_n)}$$

С учетом этого окончательно выражения для составляющих поля выходного резонатора принимают вид:

$$E_z = E_m F_z(\rho) \cos(\omega\tau + \varphi)$$

$$H_z = \frac{E_m}{\rho_0} F_z(\rho) \cos(\omega\tau + \varphi)$$

$$H_\varphi = \frac{E_m}{\rho_0} F_\varphi(\rho) \sin(\omega\tau + \varphi)$$

$$\text{где: } F_z(\rho) = \frac{J_1(x_n \frac{\rho}{\beta}) N_1(x_n) - N_1(x_n \frac{\rho}{\beta}) J_1(x_n)}{J_1(x_n \frac{\rho_1}{\beta}) N_1(x_n) - N_1(x_n \frac{\rho_1}{\beta}) J_1(x_n)} = \frac{A_1(\rho)}{A_1(\rho_1)}$$

$$F_z(\rho) = \frac{F_z(\rho)}{x_n \frac{\rho}{\beta}} = \frac{1}{x_n \frac{\rho}{\beta}} \cdot \frac{A_1(\rho)}{A_1(\rho_1)}$$

$$F_\varphi(\rho) = \frac{J_1'(x_n \frac{\rho}{\beta}) N_1(x_n) - N_1'(x_n \frac{\rho}{\beta}) J_1(x_n)}{J_1(x_n \frac{\rho_1}{\beta}) N_1(x_n) - N_1(x_n \frac{\rho_1}{\beta}) J_1(x_n)} =$$

$$= \frac{A_0(\rho)}{A_1(\rho_1)} = \frac{1}{x_n \frac{\rho}{\beta}} \cdot \frac{A_1(\rho)}{A_1(\rho_1)}$$

(7)

В выражениях (7):

E_m - амплитудное значение осевой составляющей напряженности электрического поля, В/м;

$\rho_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi \text{ Ом}$ - волновое сопротивление свободного пространства;
 $\rho = z/a$ - безразмерный текущий радиус резонатора;
 $\beta = b/a$, где b и a - соответственно внутренний и наружный радиусы резонатора;
 $\rho_1 = \frac{z_1}{a}$, где z_1 - радиус, соответствующий пучности электрического поля;

$$A_i(\rho) = J_i(x_n \frac{\rho}{\beta}) N_1(x_n) - N_i(x_n \frac{\rho}{\beta}) J_1(x_n)$$

x_n - корень уравнения $A_1(x) = 0$ [4];

J_i и N_i - функции Бесселя I рода, i -ого порядка.

Положение радиуса ρ_1 с пучностью электрического поля определяется максимумом функции $F_z(\rho)$ (7), однако вместо трудоемкого анализа этого выражения для расчета конкретного резонатора может быть предложена простая формула

$$\rho_1 = 0,533\beta + 0,452 \quad (8)$$

дающая в диапазоне $0,1 \leq \beta \leq 0,25$ погрешность, не превышающую $\pm 0,5\%$.

Для конкретного резонатора с заданным параметром β функции поля $F_z(\rho)$, $F_z(\rho)$ и $F_\varphi(\rho)$ могут быть представлены в виде кривых. На рис.3 показаны такие кривые для выходного резонатора импульсного тироконатора электрон-позитронного инжектора комплекса ВЭИ-4 ($\beta = 0,1277$)

Выражения (7) позволяют вычислить мощность потерь в деталях выходного резонатора. Поступая аналогично тому, как это делалось в резонаторе круговой развертки, получим:

$$P'_{TP} = \frac{\pi \rho_m a \beta h}{\rho_0^2 \Delta} E_m^2 \varphi_{TC}(\beta)$$

$$P'_c = \frac{\pi \rho_m a h}{\rho_0^2 \Delta} E_m^2 \varphi_{TC}(1)$$

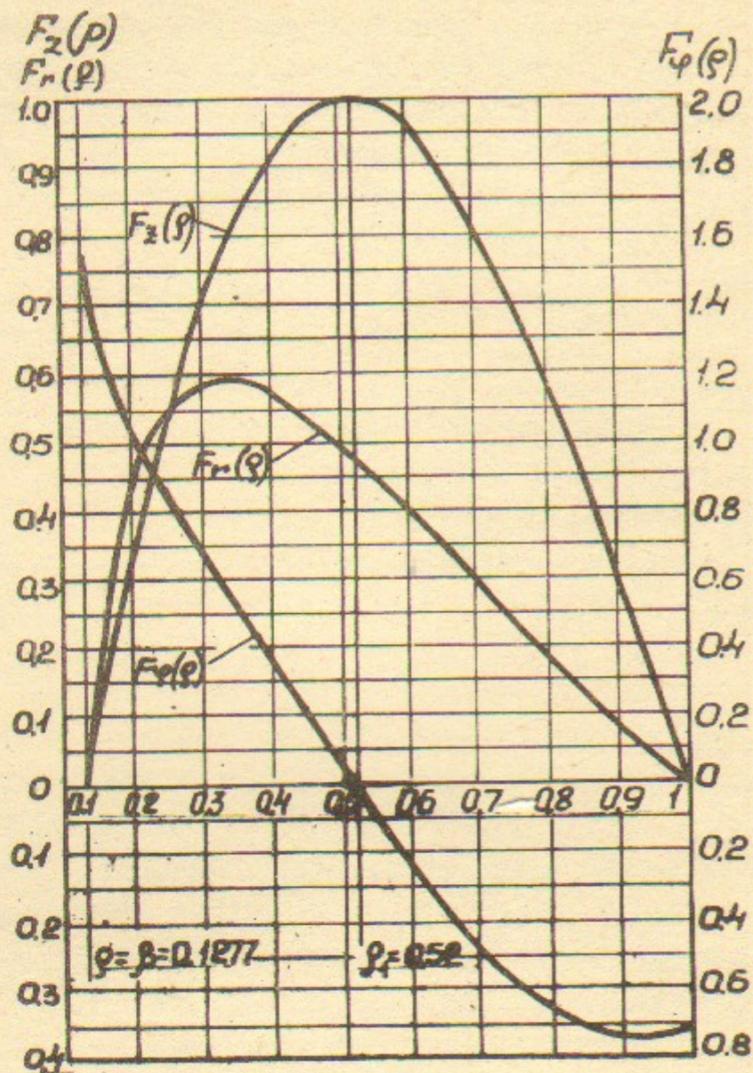


Рис. 3. Функции поля в выходном резонаторе импульсного гироконя электрон-позитронного инжектора комплекса ВЭШ-4

$$P'_{TC}(r) = \frac{\pi \beta_m a^2}{\beta_0^2 \Delta} E_m^2 \theta_{TC}(r)$$

$$\frac{dP'_{TC}(r)}{dr} = \frac{\pi \beta_m a^2}{\beta_0^2 \Delta} E_m^2 \psi_{TC}(r)$$

(9)

$$\text{где: } \psi_{TC}(r) = \frac{A_1^2(r) + \left[\chi_{11} \frac{r}{\beta} A_0(r) - A_1(r) \right]^2}{\left(\chi_{11} \frac{r}{\beta} \right)^2 A_1^2(r_1)}$$

$$\Psi_{TC}(r) = r \psi_{TC}(r)$$

$$\theta_{TC}(r) = \int_{\beta}^r \psi_{TC}(r) dr = \frac{r^2 [A_0^2(r) + A_1^2(r) + A_2^2(r) - A_1(r) A_3(r)] - 2\beta^2 A_0^2(r)}{4A_1^2(r_1)}$$

В последних выражениях, кроме применявшихся обозначений:

h - высота резонатора, м;

Δ - глубина скинслоя на рабочей частоте, м;

P'_{TP} , P'_{TC} и $P'_{TC}(r)$ - потери за период рабочей частоты f_0 соответственно в центральной трубе резонатора, в его наружном цилиндре и в кольцевой части торцевой стенки, ограниченной относительными радиусами β и r (потери во всей торцевой стенке составят $P_{TC}(I)$);

$\frac{dP'_{TC}(r)}{dr}$ - распределение по радиусу торцевой стенки потерь в ней за период рабочей частоты f_0 .

Для выходного резонатора импульсного гироконя электрон-позитронного инжектора комплекса ВЭШ-4 выражения (9) приобретают вид (при $\beta = 0,1277$):

$$\psi_{TC}(r) = \frac{0,096}{r^2} \left\{ A_1^2(r) + [4r A_0(r) - A_1(r)]^2 \right\}$$

$$\Psi_{TC}(r) = \frac{0,096}{r} \left\{ A_1^2(r) + [4r A_0(r) - A_1(r)]^2 \right\}$$

$$\theta_{TC}(r) = 0,383 \left\{ r^2 [A_0^2(r) + A_1^2(r) + A_2^2(r) - A_1(r) A_3(r)] - 0,051 \right\}$$

(10)

Графики этих функций представлены на рис. 4.

Выражения (9), как уже говорилось, дают потери за период рабочей частоты f_0 . Определение же средней мощности потерь должно производиться с учетом следующего обстоятельства.

В отличие от резонатора круговой развертки, где импульс поля близок к прямоугольному, в выходном резонаторе амплитудное значение напряженности электрического поля в течение импульса сначала (пока в резонатор поступает ток) экспоненциально нарастает, а затем, после того, как импульс тока заканчивается, — убывает.

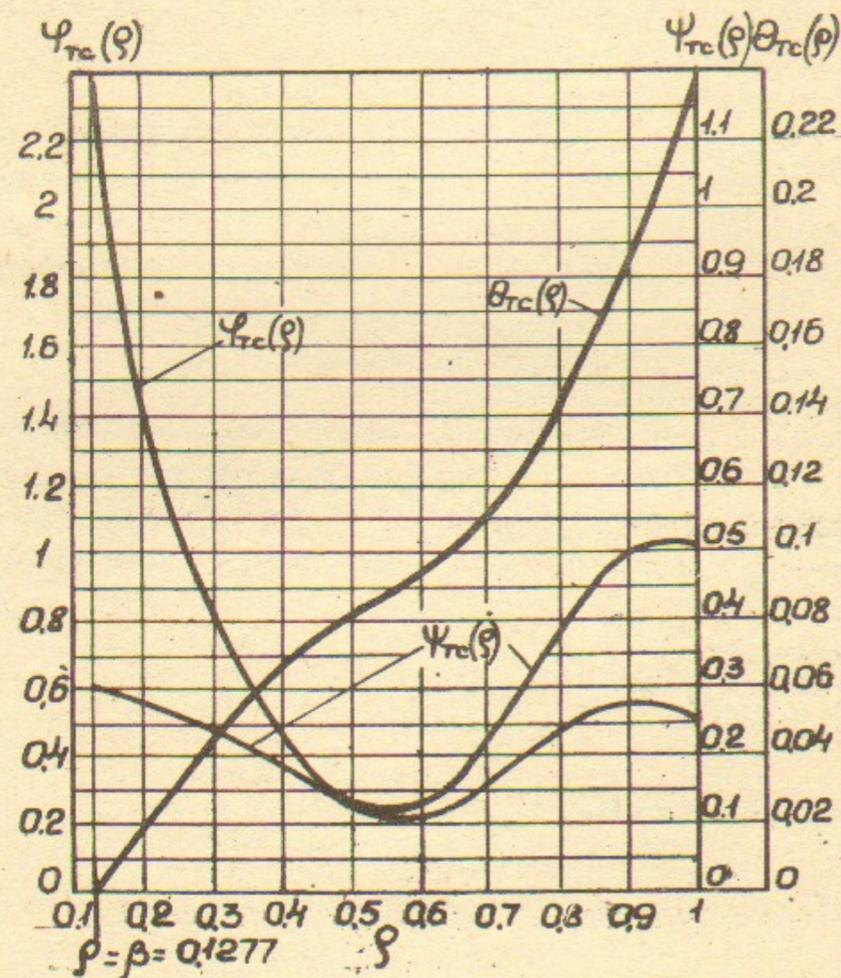


Рис. 4. Функции потерь в выходном резонаторе импульсного гироконатора электрон-позитронного инжектора комплекса ВЭИИ-4

Нарастание E_m в первой части импульса происходит по закону:

$$E_{m1} = E_{m0} \frac{1 - e^{-\tau/\tau_0}}{1 - e^{-\tau_0/\tau_0}}$$

а уменьшение во второй части импульса — по закону:

$$E_{m2} = E_{m0} e^{-\frac{\tau - \tau_0}{\tau_0}}$$

где τ_0 — длительность импульса тока, с;
 τ — время, отсчитываемое от начала импульса тока, с;
 τ_0 — постоянная времени резонатора, с;
 E_{m0} — напряженность электрического поля в момент $\tau = \tau_0$.

Заменяя в выражениях (9) величину E_m^2 на

$$\int_0^{\tau_0} E_{m1}^2 d\tau + \int_{\tau_0}^{\infty} E_{m2}^2 d\tau = \int_0^{\tau_0} E_{m0}^2 \frac{(1 - e^{-\tau/\tau_0})^2}{(1 - e^{-\tau_0/\tau_0})^2} d\tau +$$

$$+ \int_{\tau_0}^{\infty} E_{m0}^2 e^{-2\frac{\tau - \tau_0}{\tau_0}} d\tau = E_{m0}^2 \tau_0 \left[\frac{\tau_0/\tau_0}{(1 - e^{-\tau_0/\tau_0})^2} - \frac{1}{1 - e^{-\tau_0/\tau_0}} \right]$$

получим выражения для энергии потерь в деталях резонатора за импульс, умножив которые на частоту следования импульсов f_n , найдем среднюю мощность потерь в деталях резонатора:

$$P_{TP} = \frac{\pi r_m a \beta h E_{m0}^2 \tau_0 f_n}{\rho_0^2 \Delta V} \Psi_{TC}(\rho) \left[\frac{\tau_0/\tau_0}{(1 - e^{-\tau_0/\tau_0})^2} - \frac{1}{1 - e^{-\tau_0/\tau_0}} \right]$$

$$P_{\text{ч}} = \frac{\pi r_m a h E_{m0}^2 \tau_0 f_n}{\rho_0^2 \Delta V} \Psi_{TC}(1) \left[\frac{\tau_0/\tau_0}{(1 - e^{-\tau_0/\tau_0})^2} - \frac{1}{1 - e^{-\tau_0/\tau_0}} \right] \quad \text{(II)}$$

$$P_{\text{TC}}(\rho) = \frac{\pi \rho_M a^2 E_{\text{mo}}^2 \tau_0 f_M}{\rho_0^2 \Delta} \theta_{\text{TC}}(\rho) \left[\frac{\tau_M/\tau_0}{(1 - e^{-\tau_M/\tau_0})^2} - \frac{1}{1 - e^{-\tau_M/\tau_0}} \right]$$

$$\frac{dP_{\text{TC}}(\rho)}{d\rho} = \frac{\pi \rho_M a^2 E_{\text{mo}}^2 \tau_0 f_M}{\rho_0^2 \Delta} \psi_{\text{TC}}(\rho) \left[\frac{\tau_M/\tau_0}{(1 - e^{-\tau_M/\tau_0})^2} - \frac{1}{1 - e^{-\tau_M/\tau_0}} \right]$$

Выражения (4) ... (6) для резонатора круговой развертки и выражения (II) для выходного резонатора, дающие распределение средней мощности потерь в резонаторах, могут служить основой для расчета температурного поля деталей резонаторов (при заданных условиях теплоотвода) и, далее, - на основе полученного распределения температур - для анализа напряженно-деформированного состояния деталей резонаторов.

В заключение автор приносит искреннюю благодарность О.А.Неженко за полезные обсуждения и помощь в работе.

Л и т е р а т у р а

1. Будкер Г.И. и др. Патент США № 3885193, 1975
2. Гирокон - мощный СВЧ-генератор с высоким КПД/Г.И.Будкер, М.М. Карлинер, И.Г.Макаров и др. - препринт ИЯФ 78-9, Новосибирск, 1978 г.
3. Ширман Я.Д. Радиоволноводы и объемные резонаторы - М.: Связьиздат, 1959.
4. Янке Е. и др. Специальные функции / Е.Янке, Ф.Эмде, Ф.Леш - М.: Наука, 1977.
5. Справочник по волноводам. - Пер. с англ. п/ред.проф. Я.Н.Фельда - М.: Сов. радио, 1952.