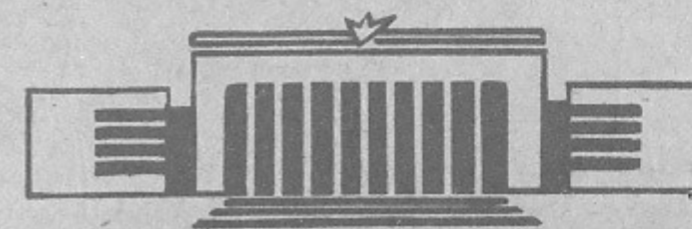


СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АН СССР 86
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

А.З.Паташинский, Б.И.Шумило

МЕТАСТАБИЛЬНАЯ СИСТЕМА ВБЛИЗИ
ОБЛАСТИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

ПРЕПРИНТ 79-157



Новосибирск

THE THEORY OF METASTABLE STATES
CLOSE TO THE INSTABILITY REGION

A.Z. Patashinskiĭ, B.I. Shumilo

A b s t r a c t

The dynamic theory of the metastable state is developed for the systems close to the spinodal line. The effective Hamiltonian of such a system is written in the form of the functional expansion (1) just as in the vicinity of the critical point. Equations of motion (2) are written for the phase transition parameter field φ . The critical configuration (which is the solution of Eq. (5)) gives the saddle point for the field trajectory from the metastable to the stable state. The relaxation of configurations close to the critical one is described by Eq. (10) with the help of which the statistics of the relaxation is derived (34,35). The criterion (36) determines the physical spinodal region.

1. Постановка задачи.

Рассмотрим термодинамическую систему в метастабильном состоянии. Распределение вероятностей микросостояний такой системы для мелкомасштабных степеней свободы ($\lambda \ll R_c$, где R_c - размер критического зародыша) совпадает с распределением Гиббса при заданной конфигурации крупномасштабных степеней свободы $\lambda \approx R_c$ [1]. Крупномасштабные степени свободы метастабильной системы релаксируют к устойчивому состоянию через образование зародышей стабильной фазы. Характерное время релаксации $t_m \gg t_0$ (где t_0 - время релаксации мелкомасштабных степеней свободы к локальному равновесию), если минимальная работа образования критического зародыша $\Delta F \gg T$. Медленная релаксация крупномасштабных степеней свободы может быть описана сглаженными полями гидродинамических мод, эффективный гамильтониан которых в принципе можно получить с помощью процедуры сглаживания, используемой в методе ренорм-группы [2]. При большой глубине захода в область метастабильности исходной фазы система может оказаться неустойчивой, т.к. для длинноволновых возмущений исчезает барьер, обеспечивающий относительную устойчивость метастабильной фазы. Вблизи области неустойчивости такой барьер мал, и для описания системы достаточно рассмотреть слабонеоднородные состояния, близкие к однородному метастабильному состоянию. Эффективный гамильтониан системы в этом случае можно представить в виде функционального ряда по тем же причинам, что и вблизи точки фазового перехода второго рода [3,4]. Цель нашей работы - рассмотреть метастабильные состояния, близкие к границе устойчивости (спинодали). Для простоты мы рассмотрим случай, когда можно ограничиться одной гидродинамической модой - скалярным полем параметра перехода $\varphi(\vec{x}, t)$. Эффективный гамильтониан имеет вид:

$$H\{\varphi\} = \int \left\{ \frac{c}{2} (\nabla\varphi)^2 + \frac{\mu}{2} \varphi^2 - \frac{g}{3} \varphi^3 \right\} d\vec{x} \quad (1)$$

$\mu, g, c > 0$; причем μ мало. Линия $\mu = 0$ представляет собой "затравочную" спинодаль - спинодаль системы в отсутствие флуктуаций. Для однородных конфигураций $\varphi = \text{const}$ гамильтониан как функция φ имеет характерный вид, изображенный на рис.1. Уравнение движения системы есть:

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{\Gamma} \left(-\frac{\delta H}{\delta \psi} + f_{st}(\vec{x}, t) \right) \quad (2)$$

где оператор кинетического коэффициента $\hat{\Gamma}$ есть:

$$\hat{\Gamma} = \Gamma_H ; \quad \hat{\Gamma} = -\Gamma_C \Delta \quad (3)$$

для случаев несохраняющегося и сохраняющегося параметра перехода φ соответственно. Величины Γ_H, Γ_C - кинетические коэффициенты; f_{st} - сторонняя случайная сила, имитирующая тепловой ансамбль. Мы предполагаем, что флуктуации в метастабильной фазе ($\varphi \approx 0$) малы, т.е. амплитуда флуктуаций поля φ в области размера порядка радиуса корреляции τ_c мала по сравнению с $\varphi_0 = \mu/g$. При этом безразмерный параметр

$$\gamma = \frac{(\mu c)^{3/2}}{T g^2} \approx 1 \quad (4)$$

В момент получения метастабильного состояния система находится вблизи относительного минимума эффективного гамильтониана при $\varphi = 0$. Под действием случайных флуктуаций возникает закритическая конфигурация $\varphi > \varphi_0$, оказывающаяся неустойчивой относительно дальнейшего роста амплитуды φ , и данный элемент объема переходит в стабильную фазу. В случае слабых флуктуаций ($\gamma \approx 1$) этот процесс с подавляющей вероятностью идет через критическую конфигурацию $\varphi_0(\vec{x})$

$$\left. \frac{\delta H}{\delta \varphi} \right|_{\varphi_0(\vec{x})} = 0 \quad (5)$$

соответствующую минимальной работе образования закритического зародыша. Для выяснения динамики и статистики релаксации метастабильной фазы необходимо рассмотреть конфигурации, близкие к критической. Представим поле $\varphi(\vec{x}, t)$ в виде:

$$\varphi(\vec{x}, t) = \varphi_0(\vec{x}) + \psi(\vec{x}, t) \quad (6)$$

Линеаризуем уравнения (2) по полю $\psi(\vec{x}, t)$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{\Gamma} [c \Delta \psi - \mu \psi + 2g \varphi_0(\vec{x}) \psi + f_{st}(\vec{x}, t)] \quad (7)$$

и разложим $\psi(\vec{x}, t)$ по собственным функциям (с.ф.) оператора

$$\hat{L} = \hat{\Gamma} [c \Delta - \mu + 2g \varphi_0(\vec{x})] \quad (8)$$

Для

$$\psi(\vec{x}, t) = \sum c_n(t) \psi_n(\vec{x}) \quad (9)$$

получим

$$\frac{dc_n}{dt} = \lambda_n c_n + f_{stn} \quad (10)$$

где f_{stn} - соответствующая гармоника величины $\hat{\Gamma} f_{st}$. Как будет показано ниже, оператор (8) имеет неограниченный спектр $\lambda < 0$ и конечное число с.ф. с $\lambda \geq 0$. При $\gamma \gg 1$ устойчивые гармоники слабо возбуждены, поэтому в младшем по $1/\gamma$ приближении достаточно рассмотреть лишь гармоники с $\lambda \geq 0$. Задача в этом случае сводится к изучению броуновского движения конечно-го числа степеней свободы. Вначале мы рассмотрим математически более простой случай одномерной системы, которую можно представить как струну, энергия которой зависит от формы согласно формуле (1). Исследование $H\{\varphi\}$ для этого случая вблизи $\varphi = \varphi_0$ проведено в работе [4].

2. Одномерное поле вблизи границы относительной устойчивости

Рассмотрим одномерную систему с несохраняющимся параметром φ . Введем безразмерные переменные $\xi = (\frac{\mu}{2c})^{1/2} z$ и $\tau = (\Gamma_H \mu / 4) t$ будем измерять поле $\varphi(x, t)$ в единицах μ/g . Уравнение (2) примет вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} - 4(\varphi - \varphi^2) + f_{st}(\xi, \tau) \quad (11)$$

Критическая конфигурация $\varphi_0(\xi)$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2 \varphi}{d\xi^2} - 4(\varphi - \varphi^2) = 0 \quad (12)$$

с граничными условиями $\psi = 0$ при $\xi \rightarrow \pm\infty$;

$$\psi_0(\xi) = \frac{3}{2ch^2\xi} \quad (I3)$$

Уравнение (7) примет вид:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} - 4\psi + \frac{12}{ch^2\xi} \psi + f(\xi, \tau) \quad (I4)$$

Задача об определении спектра оператора

$$\hat{L}_1 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} - 4 + \frac{12}{ch^2\xi} \quad (I5)$$

в данном случае сводится к соответствующей квантовомеханической задаче для потенциала Пенля-Теллера (см., например, /5/). Оператор (I4) имеет дискретный спектр: $\lambda_0 = 5$; $\lambda_1 = 0$; $\lambda_2 = -3$; $\lambda_3 = -4$ и непрерывный спектр отрицательных собственных значений

$$\lambda_k = -(k^2 + 4) \quad (I6)$$

С.ф. u_2 , u_3 и u_k описывают возмущения критической конфигурации, относительно которых она оказывается устойчивой. Гармоника

$$u_1(\xi) = c_1 \frac{sh\xi}{ch^3\xi} \quad (I7)$$

с $\lambda_1 = 0$ является трансляционной модой - описывает смещение критической конфигурации как целого. В системе отсчета связанной с центром критической конфигурации $c_1 = 0$. Неустойчивость конфигурации (I3) связана с гармоникой

$$u_0(\xi) = \frac{c_0}{ch^3\xi} \quad (I8)$$

и сводится при малых c_0 к изменению амплитуды.

Аналогично исследуем случай релаксации сохраняющегося поля $\psi(x, t)$. Величины ψ и ξ измеряем в прежних единицах; $\tau = \frac{16\mu^2 t}{16c}$. Критическая конфигурация дается по-прежнему выра-

жением (I3). Уравнение (7) имеет вид:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} = -\Delta(\hat{L}_2 \psi + f_{st}) \quad (I9)$$

С.ф. оператора

$$\hat{L}_2 = -\Delta \hat{L}_1 \quad (I10)$$

можно представить в виде линейных комбинаций с.ф. L_1 . Подставляя в (I9) разложение (I10) поля $\psi(\xi, \tau)$ по с.ф. оператора (I5), получим:

$$\frac{dc_i}{dt} = \sum_{j,k} c_j \lambda_{jk} M_{ki} + f_i = \sum_j c_j A_{ji} + f_i \quad (I11)$$

где λ_{jk} - диагональная матрица собственных значений оператора \hat{L}_1 ; M_{ki} - матричные элементы

$$M_{ki} = -\int_{-\infty}^{\infty} u_i \Delta u_k d\xi \quad (I12)$$

Диагонализуя матрицу A_{ij} получим с.ф. и с.з. оператора \hat{L}_2 . Нетрудно заметить, что трансляционная мода (I7) является с.ф.

L_2 . Собственное значение $\tilde{\lambda}_1 = \lambda_1 = 0$. Имеется также одна неустойчивая мода, связанная с изменением амплитуды критической конфигурации. В приближении, учитываемом только функции дискретного спектра

$$v_0 = \frac{3}{\sqrt{14}} u_0 + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}} u_2 \quad \tilde{\lambda}_0 = 3 \quad (I13)$$

Точное значение $\lambda_0 \geq \tilde{\lambda}_0$. Учитывая, что функция Δu_0 хорошо приближается линейной комбинацией с.ф. дискретного спектра оператора \hat{L}_1 можно ожидать, что $\lambda_0 \approx \tilde{\lambda}_0$. Как видно, динамика релаксации конфигураций близких к критической в случаях сохраняющегося и несохраняющегося параметра ψ качественно совпадает.

3. Релаксация трехмерной системы.

Рассмотрим теперь релаксацию метастабильного состояния поля параметра перехода в трехмерном пространстве. В изотропной системе критическая конфигурация, очевидно, сферически симмет-

рична, поэтому уравнение (5) есть:

$$\frac{d^2\varphi}{d\xi^2} + \frac{2}{\xi} \frac{d\varphi}{d\xi} - 4\varphi + 4\varphi^2 = 0 \quad (24)$$

где поле φ и радиус ξ измерены в единицах, введенных выше. Уравнение (24), как и в одномерном случае, имеет устойчивое в малом (метастабильное) однородное решение $\varphi=0$. Неоднородное решение (24), описывающее критическую конфигурацию, не представляется в квадратурах, однако, может быть подробно исследовано. Прежде всего приведем соображения, показывающие, что такое решение существует. Уравнение (24) допускает простую механическую аналогию. Оно может быть интерпретировано как уравнение движения материальной точки в потенциале (см. рис. I).

$$U(\varphi) = -4\varphi^2 + \frac{8}{3}\varphi^3 \quad (25)$$

если считать φ координатой, а переменную ξ - временем. В одномерном случае (I2) энергия частицы сохраняется, поэтому траектория движения на графике потенциала есть линии, параллельные оси φ . Траектория, соответствующая критической конфигурации, изображена пунктирной линией. В трехмерном случае (24) член с первой производной от φ описывает трение, и энергия системы не сохраняется. Характерные в этом случае траектории изображены непрерывными линиями, причем траектория, соответствующая критической конфигурации, выделена индексом. Она является сепаратриссой траекторий неограниченного и ограниченного по φ движения. Такая сепаратрисса $\varphi_0(\xi)$, очевидно, существует и единственна.

Оператор

$$\hat{L}_1 = \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial}{\partial \xi} \right) - \frac{\hat{L}^2}{\xi^2} - 4 + 2\varphi_0(\xi) \quad (26)$$

(где \hat{L}^2 - оператор квадрата момента), как и в одномерном случае, имеет конечное число дискретных уровней и непрерывный спектр собственных значений

$$\lambda(\vec{k}) = -(k^2 + 4) \quad (27)$$

Трансляционная мода ($\lambda=0$) есть:

$$\varphi_0(\xi) = \frac{d\varphi_0(\xi)}{d\xi} \cdot Y_{1m}(\theta, \varphi)$$

в чем нетрудно убедиться, дифференцируя (24) по ξ . Наконец, имеется один уровень с положительным собственным значением ($\lambda_0 \approx 8,25$), описывающий неустойчивость критической конфигурации по амплитуде. (Приближенное вычисление критической конфигурации и значений уровней приведено в Приложении). Заметим, что существование у оператора L_1 более чем одного положительного собственного значения противоречило бы тому, что конфигурация $\varphi_0(\xi)$ является наинизшей перевальной траекторией в пространстве $\{\varphi(\xi)\}$.

Релаксация сохраняющегося поля φ , как обсуждалось в предыдущем разделе, не имеет принципиальных отличий от случая релаксации несохраняющегося поля. Собственное значение неустойчивой моды $\lambda_{0c} \approx \lambda_{0n}$.

4. Статистика релаксации метастабильной фазы.

На основании уравнений (10), описывающих динамику конфигураций, близких к критической, найдем статистические величины, характеризующие процесс, зародышеобразования в метастабильной фазе. В случае слабых флуктуаций амплитуды c_n гармоник с отрицательными собственными значениями распределены вблизи нулевых значений. Достаточно поэтому рассмотреть броуновское движение в одномерном фазовом пространстве, по оси которого отложено значение амплитуды c_0 неустойчивой моды. Свойства случайной силы $f(\xi, \tau)$ определены предположением о равновесности распределения маломасштабных флуктуаций в метастабильной фазе. Случайная сила $f(\xi, \tau)$ - гауссова с нулевым средним значением. Гармонику $f_0(\tau)$ считаем δ - коррелированной во времени:

$$\langle f_0(\tau) \cdot f_0(\tau') \rangle = 2D \delta(\tau - \tau') \quad (28)$$

Для распределения $W(c, \tau)$ случайной величины $c_0(\tau)$

$$W(c, \tau) = \langle \delta(c - c_0(\tau)) \rangle \quad (29)$$

(где осреднение производится по всем реализациям случайной силы) исходи из (10) и (28) стандартными методами [6] получим уравнение

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial c} \{ \lambda_0 c W \} = D \frac{\partial^2 W}{\partial c^2} \quad (30)$$

Подобно тому, как это делалось при описании релаксации слабо-метастабильных состояний /I/, будем искать квазистатическое решение уравнения (30), описывающее малый поток зародышей через потенциальный барьер в область $c > 0$. Стационарное распределение $W_m(c)$, удовлетворяющее очевидному граничному условию $W_m(c) \rightarrow 0$ при больших положительных c , есть

$$W_m(c) = \frac{J}{D} \exp\left(\frac{\lambda_0 c^2}{2D}\right) \int_c^{\infty} \exp\left[-\frac{\lambda_0 (c')^2}{2D}\right] dc' \quad (31)$$

Значения $c < 0$ соответствуют конфигурациям с докритическими амплитудами. Потребуем, чтобы для таких значений c распределение (31) совпадало с распределением докритических конфигураций в метастабильной фазе, тогда

$$J = \omega D \left[\int_c^{\infty} \exp\left(-\frac{\lambda_0 c'^2}{2D}\right) dc' \right]; \quad c < -\left(\frac{eD}{\lambda_0}\right)^{1/2} \quad (32)$$

Величины D и ω (с точностью до относительно малых при $\gamma \gg 1$ флуктуационных поправок) есть:

$$D = (2\gamma)^{-1}; \quad \omega = V \exp[-\gamma H(\varphi_0)] \quad (33)$$

где $H(\varphi_0)$ - значение функционала (I) на критической конфигурации $\varphi_0(\xi)$; V - объем системы. При $\gamma \gg 1$ интегрирование в (32) можно распространить до $-\infty$, при этом

$$J = V \left(\frac{\lambda_0}{4\pi\gamma}\right)^{1/2} \exp[-\gamma H(\varphi_0)] \quad (34)$$

Время жизни метастабильной фазы $t_m = J^{-1}$, Записанное в размерных единицах t_m есть:

$$t_m = \frac{t_0}{V} \left(\frac{4\pi\gamma}{\lambda_0}\right)^{1/2} \exp[\gamma H(\varphi_0)] \quad (35)$$

где $t_0 = \frac{4}{\gamma \mu}$ в случае системы с несохраняющимся параметром φ , и $t_0 = 16c/\gamma \mu^2$ - в случае сохраняющегося φ . Напомним, что объем измерен в единицах $(\frac{4c}{\mu})^{3/2}$. Как следует из формулы (35), время жизни рассматриваемой метастабильной фазы при $H(\varphi_0)\gamma \gg 1$ экспоненциально велико по сравнению с t_0 - характерным временем установления локального равновесия. Отметим, что $H(\varphi_0)$ в безразмерных единицах есть для трехмерной системы большое число $H(\varphi_0) \approx 40$. В связи с этим обстоятельством необходимо уточнить критерий применимости нашей теории по величине γ . Этот критерий аналогичен критерию Гинзбурга-Леванюка малости взаимодействия флуктуаций вблизи критической точки. Оценка показывает, что уточненный критерий имеет вид

$$\ln H(\varphi_0)\gamma \gg 1 \quad (36)$$

Проще всего в этом убедиться, записав величину $H(a)$ энергии как функции амплитуды a для флуктуации, по форме совпадающей с критической, но отличающейся по амплитуде a :

$$\varphi = a \frac{\sin \xi}{\xi} \quad (37)$$

Находим

$$H(a) = \frac{48\sqrt{3}}{105} a^2 \left(1 - \frac{8}{39} a\right) \quad (38)$$

Критерий (36) показывает, что теория становится неприменимой при приближении к спинодали из-за малого времени образования критической конфигурации, а не из-за усиления взаимодействия флуктуаций масштаба λ_c . В области $\gamma \approx 4/H(\varphi_0)$ время распада в гетерофазное состояние $t_m \sim t_0$, так что понятие однородной метастабильной фазы утрачивает смысл. Лишь

$$\mu_s = \frac{1}{c} \left(\frac{\gamma q^2}{H(\varphi_0)}\right)^{2/3} \quad (39)$$

можно считать линией физической спинодали, ограничивающей область ($\mu > \mu_s$) статистически определенных (и достигших экспериментально) метастабильных состояний. При значениях $0 < \mu < \mu_s$ исходное однородное состояние, устойчивое относительно длинноволновых ($\lambda \rightarrow \infty$) флуктуаций переходит в гетерофазное состояние под действием флуктуаций масштабов $\lambda \leq \left(\frac{c}{\mu}\right)^{1/2}$

за время, сравнимое со временем установления локального равновесия. Эта синодальная область разделяет на фазовой диаграмме системы метастабильные и неустойчивые состояния. Релаксация системы в неустойчивом состоянии описана, например, в обзоре [7] а случай слабой метастабильности $\mu \gg \mu_c$ - в работе [1].

Приложение

Мы ожидаем, что решение уравнения (24), описывающее критическую конфигурацию, будет подобно решению (13) одномерной задачи. При $\xi \rightarrow \infty$, когда $\varphi \rightarrow 0$, асимптотика этого решения есть:

$$\varphi \sim \frac{a}{\xi} \exp(-2\xi) \quad (\text{П.1})$$

а при малых ξ

$$\varphi = a - b\xi^2 + \dots \quad (\text{П.2})$$

Запишем уравнение (24) для функции $X = \xi\varphi$

$$X'' + 4\varphi X = 4X \quad (\text{П.3})$$

решение которого должно удовлетворять граничным условиям:

$$X(0) = 0 \quad ; \quad X(\infty) = 0 \quad (\text{П.4})$$

Решение (П.3) будем искать вариационным методом, выбрав параметры пробной функции так, чтобы достигался экстремум гамильтониана (1). Заметим, что уравнение (П.3) имеет вид уравнения на собственную функцию с с.з. $\lambda = 4$, которое достигается для точного решения. О степени близости пробной функции к точному решению можно судить по отклонению $\delta\lambda$ от значения $\lambda = 4$.

Пробную функцию возьмем в виде

$$\varphi(\xi) = a \frac{\text{sh} \xi}{\xi \text{ch}^3 \xi} \quad ; \quad a = 3,25 \quad (\text{П.5})$$

удовлетворяющим асимптотикам (П.1, П.2). В этом случае

$$X(\xi) = \frac{a \text{sh} \xi}{\text{ch}^3 \xi} \quad (\text{П.6})$$

и удовлетворяет уравнению

$$X'' + \frac{12}{\text{ch}^2 \xi} X = 4X \quad (\text{П.7})$$

Из (П.7) следует, что решение (П.5) удовлетворяет (П.3) с точностью до возмущения

$$\delta U = \frac{1}{\text{ch}^2 \xi} + \frac{13}{\text{ch}^2 \xi} \left(\frac{\text{th} \xi}{\xi} - 1 \right) \quad (\text{П.8})$$

При $\xi \approx 1$ возмущение относительно мало

$$\delta U/U_0 \approx 0,1$$

При $\xi \rightarrow \infty$, когда $\delta U \sim U_0$, возмущение мало по абсолютной величине. Возмущение (П.8) сдвигает с.з. на величину

$$\frac{|\delta\lambda|}{\lambda_0} < 0,1 \quad (\text{П.9})$$

Мода $\psi_0(\xi)$, описывающая неустойчивость критической конфигурации, есть решение уравнения

$$X'' - 4X + \frac{26 \text{th} \xi}{\xi \text{ch}^3 \xi} X = \lambda X \quad ; \quad X = \xi \psi_0 \quad (\text{П.10})$$

с наибольшим λ , удовлетворяющее условию $X(0) = 0$. С точностью до относительно малого возмущения найдем:

$$\lambda_0 = 8,25 \quad (\text{П.11})$$

Остальные допустимые с.з. оказываются отрицательными. Неустойчивая мода отвечает достаточно глубокому уровню в потенциальной яме, определенной с точностью $\delta U/U_0 \sim 0,1$. Можно ожидать, что значение λ_0 определено с такой же точностью. Энергия $H(\varphi_0)$ численно была найдена в работе [3] $H(\varphi_0) \approx 40$. Наша пробная функция дает $H(\varphi_0) = 40,5$, что указывает на хорошее приближение (П.5).

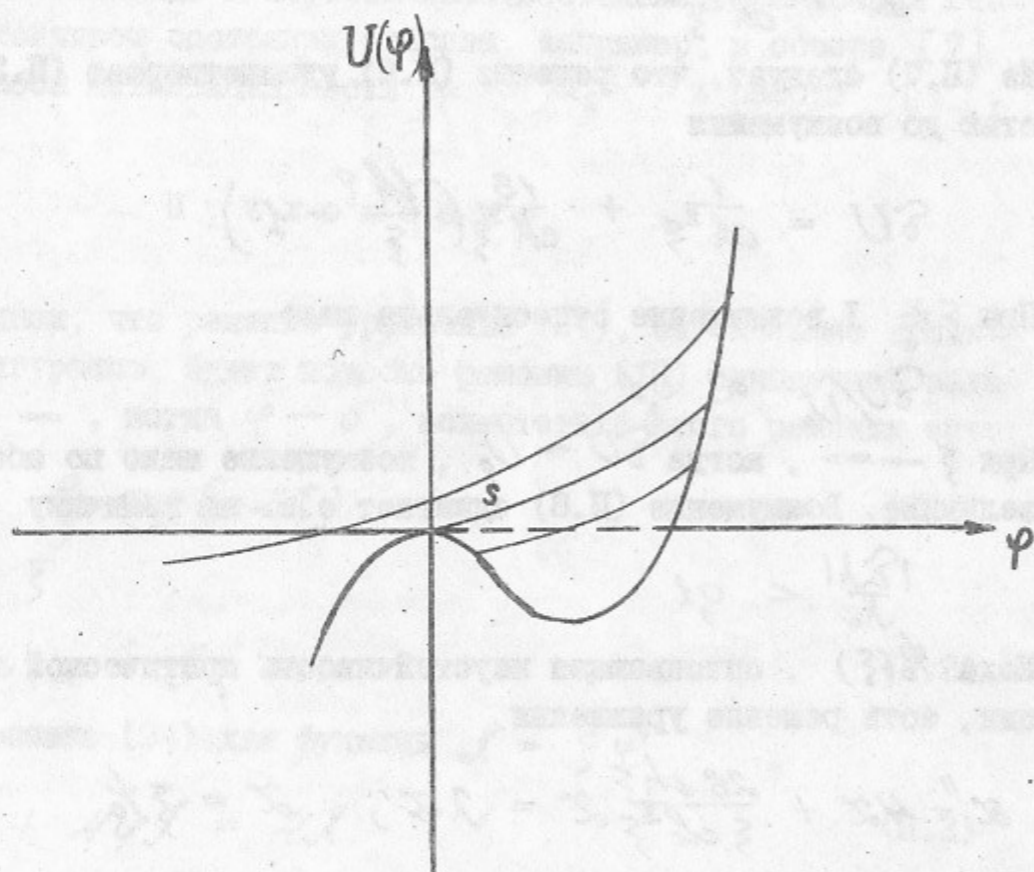


Рис. I. S - сепаратрисса.

Л и т е р а т у р а :

1. Паташинский А.З., Пумило Б.И. ЖЭТФ 77, вып.4, (1979).
2. Паташинский А.З., Покровский В.Л. УФН 121 вып.1 (1977).
3. Ли́шиц И.М., Каган Ю. ЖЭТФ 62, № 1, 385 (1972).
4. Петухов Б.В., Покровский В.Л. ЖЭТФ, 63, 634 (1972).
5. Флигге З. "Задачи по квантовой механике" т.1 М., "Мир" (1974).
6. Гнеденко Б.В. "Курс теории вероятностей" М., "Наука" (1965).
7. Скрипов В.П., Скрипов А.В. УФН, 128, вып.2, (1979).

Работа поступила - 18 октября 1979 г.

Ответственный за выпуск - С.Г. ПОПОВ
Подписано к печати 13.XII-1979 г. № 18316
Усл. 1,0 печ.л., 0,8 учетно-изд.л.
Тираж 210 экз. Бесплатно
Заказ № 157.

Отпечатано на ротационной машине СО АН СССР