44

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

А.Р.Житницкий

МОДЕЛЬ СР-НАРУШЕНИЯ ВАЙНБЕРГА И Т-НЕЧЕТНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В СЛАБЫХ РАСПАДАХ

ПРЕПРИНТ ИЯФ 79-60

Новосибирск

МОДЕЛЬ CP – НАРУШЕНИЯ ВАЙНБЕРГА И
Т-НЕЧЕТНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В СЛАБЫХ РАСПАДАХ.

А.Р.Житницкий

Институт ядерной физики СО АН СССР
Новосибирск 630090

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе рассматривается модифицированная модель CP-нарушения Вайнберга [1] в калибровочных теориях с учетом дополнительной $U(1)$ -симметрии и предложенным ранее механизмом подавления аксион-адронных взаимодействий. В модели вычислены Т-нечетные корреляции для лептонных распадов адронов. Показано, что в ряде случаев величина эффекта CP-нарушения сравнима с маскирующим фоном электромагнитных взаимодействий. Вычислена поперечная поляризация мюона в $K_{\mu 3}$ распаде, обусловленная как CP-нарушением, так и электромагнитным взаимодействием. Фон в этом случае существенно меньше истинного эффекта CP-нарушения, и наблюдение поперечной поляризации мюона на уровне 10^{-3} свидетельствовало бы о нарушении CP – четности.

WEINBERG'S MODEL OF CP-VIOLATION AND
T-ODD CORRELATION IN WEAK DECAYS

A.R.Zhitnitsky

Institute of Nuclear Physics,
630090, Novosibirsk, USSR

A b s t r a c t

The modified Weinberg's model of CP-violation in gauge theories [1] is considered. Bothe the additional U(1)-symmetry and the machanism of the strong suppression of the axion-hadron interactions are taken into account. In this model the T-odd correlations in the leptonic decays of hadrons are calculated. It is shown that in some cases the expected effect of CP-violation is compared in its magnitude with the masking background of electromagnetic interactions. The muon transversality in the $K_{\mu 3}$ -decay, due to both the elecrtomagnetic final-state interaction and CP-violation, is calculated. In this case the masking background is much less than the effect of CP-violation. That's why observation of the muon transversality of order 10^{-3} will indicate CP-violation.

I. В последнее время довольно интенсивно обсуждается модель нарушения СР-инвариантности [1] . В этой модели нарушение СР-четности обусловлено обменом хиггсовскими бозонами. Интерес к этой модели возник по нескольким причинам: I/естественно объясняется малость $\sim m_F^2/m_H^2$ СР-нарушающего взаимодействия по отношению к обычному слабому. Здесь m_F и m_H -характерные массы фермиона и хиггсовского бозона соответственно; 2/динамическое подавление прямого $K_L \to 2\pi$ распада, по сравнению с индуцированным механизмом Вольфенстейна в m_π^2/m_K^2 раз. Тем самым объясняется правило $\Delta I = 1/2$ и соотношение $|\eta_{+-}| \simeq |\eta_{00}|$ [2]; 3/ возможность модификации модели с учетом проблемы СР-нарушения в сильных взаимодействиях [3] .

Остановимся подробнее на пункте 3/. Хорошо известно, что инстантоны приводят к дополнительному члену в лагранжиане взаимодействия $\Delta \mathcal{L}_{int.} = \theta \frac{g^2}{32\pi^2} F^a_{\mu\nu} \tilde{F}^a_{\mu\nu}$, нарушающему СР-инвариантность в сильных взаимодействиях. Инвариантность можно сохранить введением глобальной $U(1)_{P.Q.}$ - симметрии [3] . Однако, в этом случае должен существовать аксион [4,5] , экспериментально [6] до сих пор не обнаруженный. Возможный механизм подавления аксион-адронных взаимодействий был рассмотрен в работе [7] . В настоящей статье этот механизм подавления применяется к модели [1,3] , в которой слабое СР-нарушение возникает благодаря обмену хиггсовскими бозонами.

Таким образом, обсуждается модель в которой:

а) сохраняется СР-инвариантность в сильных взаимодействиях;
б) аксион существует, но взаимодействует очень слабо с остальными частицами;
в) предсказываемые моделью нарушения СР-инвариантности в слабых взаимодействиях не противоречат существующим экспериментам.

Обсуждаемая модель применяется для вычисления Т-нечетных корреляций в лептонных распадах адронов. Однако, аналогичные корреляции возникают и за счет электромагнитных взаимодействий в конечном состоянии [8-10] и имеют порядок α по отношению к основному распаду, в то время как характерная величина СР-нарушения составляет лишь $10^{-3} \div 10^{-4}$ от главного члена. Тем не менее в ряде случаев [9,10] (например: $\Sigma^- \to n\mu\bar{\nu}$, $\Xi^- \to \Lambda\mu\bar{\nu}$, $\Xi^- \to \Sigma\mu\bar{\nu}$, $\Omega^- \to \Xi\mu\bar{\nu}$), когда рождается нейтральный барион и Т-нечетные корреляции возникают за счет электромагнитного взаимодействия лептона с аномальным магнитным моментом родившегося бариона, появляется дополнительная малость $\sim E/M \sim 10^{-1}$, где E - энергия лептона, M - масса бариона. Таким образом, для рассматриваемых распадов величина СР-нарушения сравнивается с электромагнитными поправками, и ожидаемый эффект состоит в том, что для частиц и античастиц абсолютные значения корреляций будут различны. Объясняется это тем, что электромагнитная поправка не меняет знака, а истинное СР-нарушение меняет знак при переходе от частицы к античастице [8] .

СР-нарушение в "чистом" виде можно было бы наблюдать в $K^{\pm}_{\mu 3}$ - распадах. Для этих распадов электромагнитное взаимодействие, приводящее к поперечной поляризации мюона имеет порядок α , однако фазовый объем соответствующих промежуточных состояний сильно подавлен, так что численно электромагнитный вклад в поперечную поляризацию мюона на несколько порядков меньше соответсвующей величины, обусловленной нарушением СР-инвариантности.

Отметим, что в рассматриваемой модели СР-нечетный эффект пропорционален массе лептона, поэтому в работе будут обсуждаться лишь распады с участием мюона. Обобщение результатов на тяжелые адроны и τ -лептон очевидны.

Работа построена следующим образом: в п.2/. предлагается хиггсовский потенциал самодействия, который удовлетворяет дополнительной глобальной $U(1)_{P.Q.}$ -симметрии и приводит к подавлению аксион-адронных взаимодействий. Кроме того, рассматриваемый хиггсовский потенциал содержит комплексные фазы, что в свою очередь приводит к СР-нарушению в слабых взаимодействиях за счет обмена хиггсовскими бозонами.

В рассматриваемом хиггсовском секторе, по сравнению с работой [3] , введено синглетное поле χ вместо четвертого дублета. Именно это обстоятельство и приводит к подавлению аксион-адронных взаимодействий, сохраняя при этом комплексную фазу, необходимую для СР-нарушения в слабых взаимодействиях.

В модели получено соотношение между константой эффективного кварк - лептонного взаимодействия, нарушающего СР-четность

и параметром $K_L \to 2\gamma$ распада; в п.3/. вычислена поперечная поляризация мюона в распаде $K^- \to \pi^0 \mu^- \bar{\nu}$ за счет нарушения СР-четности; в п.4/. вычислена поперечная поляризация мюона, обусловленная электромагнитным взаимодействием; в п.5/. обсуждаются Т-нечетные корреляции в лептонных распадах барионов.

2. Как известно [4,5] , для реализации глобальной $U(1)_{P.Q.}$ симметрии в стандартной модели необходимо, по крайней мере, два хиггсовских дублета $\Phi_1 = \begin{pmatrix} \varphi_1^+ \\ \varphi_1^0 \end{pmatrix}$ и $\Phi_2 = \begin{pmatrix} \varphi_2^+ \\ \varphi_2^0 \end{pmatrix}$. Для того, чтобы подавить аксион-адронное взаимодействие, необходимо ввести еще одно скалярное комплексное поле χ [7] , которое является инвариантом относительно калибровочных преобразований группы $SU(2)_L \times U(1)$, но преобразуется нетривиально относительно группы $U(1)_{P.Q.}$. Наконец, чтобы иметь комплексные коэффициенты в потенциале самодействия, введем в хиггсовский сектор модели [7] дублет $\Phi_3 = \begin{pmatrix} \varphi_3^+ \\ \varphi_3^0 \end{pmatrix}$. Заметим, что по сравнению с первоначальной моделью Вайнберга [1] у нас имеется лишь одно дополнительное поле χ . Но при этом лагранжиан обладает дополнительной $U(1)_{P.Q.}$ симметрией, что приводит к сохранению СР-инвариантности в сильных взаимодействиях, и имеет место подавление аксион-адронных взаимодействий.

Потребуем инвариантности лагранжиана относительно следующих преобразований $U(1)_{P.Q.}$:

$$\Phi_1' = e^{i\alpha}\Phi_1 , \quad \Phi_2' = e^{i\beta}\Phi_2 , \quad \Phi_3' = e^{i\alpha}\Phi_3 , \quad \chi' = e^{i(\alpha-\beta)}\chi \qquad (1)$$

Кварковые поля при преобразовании $U(1)_{P.Q.}$ изменяются также, как и в стандартной модели с аксионом [4,5] . Кроме того, потребуем инвариантности лагранжиана относительно следующих дискретных преобразований:

$$\Phi_1 \to -\Phi_1 , \quad \chi \to -\chi , \quad d_R \to -d_R , \quad s_R \to -s_R \qquad (2а)$$

$$\Phi_2 \to -\Phi_2 , \quad \chi \to -\chi , \quad u_R \to -u_R , \quad c_R \to -c_R \qquad (2б)$$

$$\Phi_3 \to -\Phi_3 , \quad \chi \to -\chi , \quad e_R \to -e_R , \quad \mu_R \to -\mu_R \qquad (2в)$$

Здесь d, s, u, c -кварковые, e, μ -лептонные поля. Дискретная симметрия (2) необходима для того, чтобы все кварки с зарядом $-1/3$ получали массу лишь за счет взаимодействия с Φ_1, кварки с зарядом $2/3$ - за счет взаимодействия с дублетом Φ_2, а лептоны - соответственно за счет поля Φ_3. Это, в свою очередь, обеспечит естественное сохранение аромата в нейтральных токах [11-12].

Если $\langle\chi\rangle \gg \langle \varphi^0_{1,2,3}\rangle$, то аксион-адронное взаимодействие сильно подавлено. Механизм подавления подробно описан в пункте 2. работы [7], поэтому мы не будем останавливаться на обсуждении этого вопроса.

Перейдем к рассмотрению нарушения CP-инвариантности в данной модели. Для этого рассмотрим часть $\Delta V(\Phi_1\Phi_2\Phi_3\chi)$ хиггсовского потенциала, в котором могут содержаться комплексные коэффициенты. Наиболее общий вид $\Delta V(\Phi_1\Phi_2\Phi_3\chi)$ удовлетворяющий $SU(2)_L\times U(1)\times U(1)_{P.Q.}$ -симметрии, перенормируемости и дискретным преобразованиям (2), может быть записан следующим образом:

$$\Delta V(\Phi_1\Phi_2\Phi_3\chi) = c_{13}(\Phi_1^+\Phi_3)^2 + c_{12}(\Phi_2^+\Phi_1)\chi + c_{32}(\Phi_3^+\Phi_2)\chi + H.C. \qquad (3)$$

Заметим, что если произведение $(c_{12})^2(c_{32}^*)^2(c_{13}^*)^2$ не является реальной величиной, то переопределением фаз полей $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \chi$ невозможно уничтожить мнимость в выражении (3). В этом случае CP-четность не сохраняется.

Нас интересуют мнимые части следующих величин:

$$\frac{\langle T(\varphi_i^{+*}\varphi_j^{+})\rangle_{q,q=0}}{\langle\varphi_i^0\rangle^*\langle\varphi_j^0\rangle} \qquad i,j = 1,2,3$$

Именно эти переходные пропагаторы описывают CP-нечетное взаимодействие фермионов [1, 12]. Для того, чтобы найти их, надо перейти к унитарной калибровке и определить комбинации полей, обладающих определенными массами.

С этой целью представим поля в следующем виде:

$$\Phi_j = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\vec{\tau}\vec{\xi}_j}{|v_j|}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_j\left(1+\frac{\rho_j}{|v_j|}\right)\end{pmatrix} \qquad \chi = u\left[1+\frac{\rho}{|u|}\right]e^{i\frac{\omega}{|u|}} \qquad (4)$$
$$j = 1,2,3$$

Здесь $\vec{\xi}_j, \rho_j, \rho, \omega$ -эрмитовы поля, $\vec{\tau}$ -обычные матрицы Паули, v_j - некоторые комплексные числа. Нейтральные ρ_j -поля нас не интересуют, и поэтому в дальнейшем рассматривать их не будем. Переход к унитарной калибровке осуществляется путем калибровочного преобразования полей Φ_j с матрицей поворота

$$U = e^{-i\vec{\tau}\vec{f}}, \qquad \vec{f} = \frac{\sum_j \vec{\xi}_j|v_j|}{\sum_k |v_k|^2} \qquad j,k = 1,2,3 \qquad (5)$$

Преобразованные поля $\Phi_j' = U\Phi_j$ запишутся следующим образом:

$$\Phi_1' = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\vec{\tau}\vec{\pi}}{|v_1|}}\begin{pmatrix}0\\ v_1\end{pmatrix} \qquad \Phi_3' = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\vec{\tau}\vec{\sigma}}{|v_3|}}\begin{pmatrix}0\\ v_3\end{pmatrix}$$

$$\Phi_2' = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\frac{1}{|v_2|^2}\vec{\tau}\left[-\vec{\pi}|v_1| - \vec{\sigma}|v_3|\right]}\begin{pmatrix}0\\ v_2\end{pmatrix} \qquad \chi' = \chi \qquad (6)$$

Здесь $\vec{\pi} = \vec{\xi}_1 - |v_1|\vec{f}$, $\vec{\sigma} = \vec{\xi}_3 - |v_3|\vec{f}$

Легко проверить, что для полей $\Phi_j' = U\Phi_j$ недиагональные члены в лагранжиане типа $\langle\Phi_j'\rangle^+ \vec{W}_\mu \vec{\tau}\, \partial_\mu \Phi_j'$ в сумме сокращаются, и, таким образом, запись полей в виде (6) действительно соответствует унитарной калибровке.

Подставляя (6) в (3) и, оставляя лишь линейные по полям $\vec{\pi}, \vec{\sigma}, \omega$ -члены, приравниваем их к нулю (это соответствует условию минимума потенциала). Таким образом, получим следующее равенство:

$$Im(c_{32}v_3^*v_2u) = -Im(c_{12}v_1^*v_2u) = +Im(c_{13}v_1^*v_3v_1^*v_3) = \beta \qquad (7)$$

Здесь β -новый вещественный параметр.

Поля $\pi^{\pm}, \sigma^{\pm}$ не обладают определенными массами. Для того, чтобы найти правильные линейные комбинации полей $\pi^{\pm}, \sigma^{\pm}$, необходимо диагонализовать массовую матрицу заряженных хиггсовских полей. Запишем интересующую нас часть лагранжиана в виде:

$$\Delta L = a_1 \pi^+ \pi^- + a_2 \sigma^+ \sigma^- - b \pi^+ \sigma^- + b^* \pi^- \sigma^+ \tag{8}$$

Здесь a_1, a_2 – вещественные числа, зависящие от параметров лагранжиана и вакуумных средних полей, b –комплексное число. Диагонализуя (8), легко найти, что

$$Im \left\{ \langle T(\pi^{+*} \sigma^+) \rangle_{0,\, q=0} \right\} = - \frac{Im\, b}{M_{H_1}^2 M_{H_2}^2} \tag{9}$$

Здесь M_{H_1}, M_{H_2} –массы хиггсовских заряженных полей. Чтобы придать окончательный вид соотношению (9) найдем $Im\, b$. Для этого подставим (6) в (3) и сохраним лишь мнимую часть коэффициента перед членом $\pi^+ \sigma^-$. Тогда получим:

$$Im \left\{ \langle T(\pi^{+*} \sigma^+) \rangle_{0,\, q=0} \right\} = \frac{\beta (V_1^2 + V_2^2 + V_3^2)}{M_{H_1}^2 M_{H_2}^2 V_1 V_3 V_2^2} \tag{I0}$$

Здесь и в дальнейшем под V_i понимаются модули соответствующих величин.

Зная выражения φ_j через $\vec{\pi}, \vec{\sigma}$ (формула,6) и, учитывая (I0), легко получить следующие соотношения для мнимых частей переходных пропагаторов:

$$Im \left\{ \frac{\langle T(\varphi_1^{+*} \varphi_2^+) \rangle_{0,\, q=0}}{\langle \varphi_1^0 \rangle^* \langle \varphi_2^0 \rangle} \right\} = - \frac{2\beta (V_1^2 + V_2^2 + V_3^2)}{V_1^2 V_2^4 M_{H_1}^2 M_{H_2}^2}$$

$$Im \left\{ \frac{\langle T(\varphi_1^{+*} \varphi_3^+) \rangle_{0,\, q=0}}{\langle \varphi_1^0 \rangle^* \langle \varphi_3^0 \rangle} \right\} = + \frac{2\beta (V_1^2 + V_2^2 + V_3^2)}{V_1^2 V_2^2 V_3^2 M_{H_1}^2 M_{H_2}^2} \tag{II}$$

$$Im \left\{ \frac{\langle T(\varphi_2^{+*} \varphi_3) \rangle_{0,\, q=0}}{\langle \varphi_2^0 \rangle^* \langle \varphi_3^0 \rangle} \right\} = - \frac{2\beta (V_1^2 + V_2^2 + V_3^2)}{V_3^2 V_2^4 M_{H_1}^2 M_{H_2}^2}$$

Значение этих пропагаторов дает возможность определить эффективное кварк-лептонное взаимодействие $L_{eff.}$, нарушающее СР-четность:

$$L_{eff.} = i \frac{G_F}{m_0^2} \frac{V_2^2}{V_3^2} m_\mu (\bar{\mu}_R \nu_L) \left[m_d \cos\theta_c \bar{u}_L d_R - m_d \sin\theta_c \bar{c}_L d_R + m_s \sin\theta_c \bar{u}_L s_R + m_s \cos\theta_c \bar{c}_L s_R \right] +$$
$$+ i \frac{G_F}{m_0^2} \frac{V_1^2}{V_3^2} m_\mu (\bar{\mu}_R \nu_L) \left[m_u \cos\theta_c \bar{u}_R d_L + m_u \sin\theta_c \bar{u}_R s_L + m_c \cos\theta_c \bar{c}_R s_L - m_c \sin\theta_c \bar{c}_R d_L \right] + H.C. \tag{I2}$$

При получении (I2) мы учли, что

$$Im \left\{ \frac{\langle T(\varphi_1^{+*} \varphi_2^+) \rangle_{0,\, q=0}}{\langle \varphi_1^0 \rangle^* \langle \varphi_2^0 \rangle} \right\} = \frac{G_F}{m_0^2} \qquad m_0 \simeq 2\, GeV. \tag{I3}$$

Это значение переходного пропагатора было вычислено в работе [2], исходя из $K_L \to 2\pi$ –распада.

Выпишем из (I2) член L_I, пропорциональный $(\bar{\mu}_R \nu_L)(\bar{u}_L s_R)$. Он понадобится нам в дальнейшем для изучения Т-нечетных корреляций в лептонных распадах адронов.

$$L_I = i \frac{G_F}{m_0^2} \sin\theta_c (\bar{u}_L s_R)(\bar{\mu}_R \nu_L) \left[m_\mu m_s \frac{V_2^2}{V_3^2} - m_\mu m_u \frac{V_1^2}{V_3^2} \right] + H.C. \tag{I4}$$

Второй член в скобках выражения (I4) много меньше первого, так как $m_u \ll m_s$, и в дальнейшем мы будем его опускать. Кроме того, в (I4) входит неизвестный параметр V_2^2/V_3^2. Однако мы не видим каких-либо причин, по которым этот параметр мог бы быть очень большим или очень малым. Поэтому в численных оценках будем считать что $V_2^2/V_3^2 = 1$.

3. В этом пункте будет вычислена поперечная поляризация мюона в распаде $K^- \to \pi^0 \mu^- \bar{\nu}$ за счет CP-нарушающего взаимодействия (I4).

Матричный элемент $K^-_{\mu 3}$ распада запишем в виде:

$$M = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\mu} \gamma_\alpha (1+\gamma_5) \nu \langle \pi^0 | \bar{u} \gamma_\alpha (1+\gamma_5) s | K^- \rangle \sin\theta_c + \tag{I5}$$

$$+ i \frac{G_F m_\mu m_s \sin\theta_c}{m_0^2} \frac{v_2^2}{v_3^2} (\bar{\mu}_R \nu_L) \langle \pi^0 | \bar{u}_L s_R | K^- \rangle .$$

Стандартные вычисления приводят к следующему выражению для вероятности $K^-_{\mu 3}$ распада как функции 4-импульсов и 4-вектора поляризации мюона S [8].

$$dW = G_F^2 |f_+|^2 (1 + SP) \Phi \rho \frac{\sin^2\theta_c}{E_K} \tag{I6}$$

Здесь

$$\rho = \frac{d\vec{p}_\pi \, d\vec{p}_\mu \, d\vec{p}_\nu}{E_\pi \, E_\mu \, E_\nu} \delta^4 (P_K - P_\pi - P_\mu - P_\nu) 2^{-7} \pi^{-5} \tag{I6а}$$

$$\Phi = 2 (P_\mu P_K)(P_\nu P_K) - m_K^2 (P_\mu P_\nu) + 2 \operatorname{Re} \chi \, m_\mu^2 (P_K P_\nu) + + m_\mu^2 |\chi|^2 (P_\mu P_\nu) \tag{I6б}$$

$\chi = \frac{1}{2 f_+} (f_- - f_+)$, где f_-, f_+ – форм-факторы $K^-_{\mu 3}$ распада, определенные следующим образом:

$$\langle \pi^0 | \bar{u} \gamma_\alpha (1+\gamma_5) s | K^- \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(P_K + P_\pi)_\alpha f_+ + (P_K - P_\pi)_\alpha f_- \right] \tag{I6в}$$

При этом поперечная поляризация мюона определяется следующим соотношением:

$$P_\perp^\alpha = 2 m_\mu \frac{v_2^2}{v_3^2} \frac{m_K^2}{4\sqrt{2}\, m_0^2} \frac{\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} (P_\mu)^\beta (P_\nu)^\gamma (P_K)^\delta}{\Phi} . \tag{I7}$$

При получении выражения (I7) был использован тот факт, что [2]:

$$\langle \pi^0 | \bar{u}_L s_R | K^- \rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{f_+ (m_K^2 - m_\pi^2) + f_- m_\pi^2}{(m_s - m_u)} \approx \frac{f_+ m_K^2}{2\sqrt{2}\, m_s}$$

Величина продольной поляризации $P_{\parallel}$ мюона определяется первым (главным) членом в выражении (I5), поэтому для $P_{\parallel}$ остается справедливым выражение (9) работы [8].

Перепишем выражение (I7) в системе покоя K -мезона, пренебрегая членом m_μ^2 по сравнению с m_K^2

$$S P_\perp = (\vec{n}_\mu \times \vec{n}_\nu) \cdot \vec{\xi} \, \frac{m_\mu m_K}{2\sqrt{2}\, m_0^2} \frac{v_2^2}{v_3^2} \frac{|\vec{p}_\mu|}{\left[E_\mu + \vec{p}_\mu \cdot \vec{n}_\nu + 2 \chi m_\mu^2 \frac{1}{m_K} \right]} \tag{I9}$$

Здесь $\vec{n}_\mu = \vec{p}_\mu / |\vec{p}_\mu|$, $\vec{n}_\nu = \vec{p}_\nu / E_\nu$, $\vec{\xi}$ – единичный вектор, направленный вдоль спина мюона в его системе покоя.

Из (I9) видно, что при разлете мюона и нейтрино под углом порядка 90°, величина поперечной поляризации $P_\perp \sim 5 \cdot 10^{-3}$.

Отметим, что для $K^+_{\mu 3}$ -распада $P_\perp$ имеет обратный знак по отношению к $K^-_{\mu 3}$ -распаду [8].

Интересно заметить также, что для распада $D^- \to K^0 \mu^- \bar{\nu}$ величина $P_\perp$ будет в $\frac{\cos\theta_c}{\sin\theta_c} \frac{m_D}{m_K} \sim 3{,}7$ раз больше, чем в $K^-_{\mu 3}$ распаде и её наблюдение на уровне процента свидетельствовало бы о нарушении CP-четности.

4. В этом пункте вычисляется поперечная поляризация мюона $P_\perp^e$ в $K^-_{\mu 3}$ -распаде, обусловленная электромагнитным взаимодействием в конечном состоянии. Знание свойств $P_\perp^e$ необходимо при поисках эффектов нарушения CP-четности, для которых $P_\perp^e$ является маскирующим фоном. Ниже мы увидим, что $P_\perp^e$

много меньше $P_\perp$, обусловленного CP-нарушением (выражение I7). Тем самым $K^\pm_{\mu 3}$ -распады дают хорошую возможность изучения нарушения CP-четности.

Поперечная поляризация возникает за счет интерференции диаграмм I и 2 и пропорциональна мнимой части диаграммы 2.

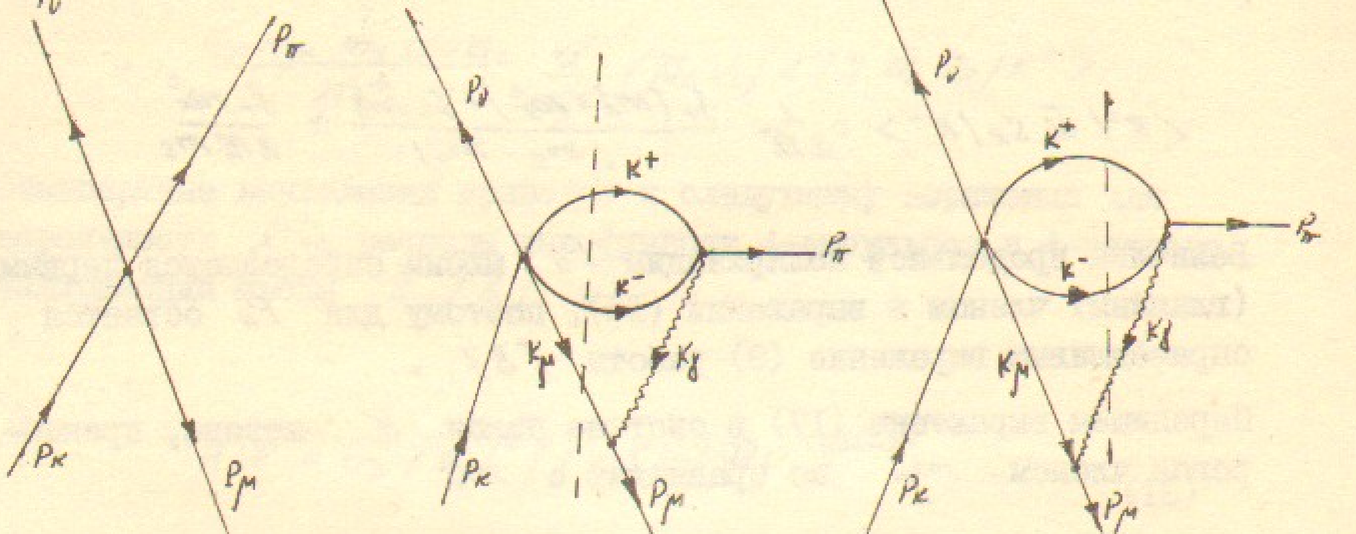

диаграмма I диаграмма 2а диаграмма 2в

Мнимая часть диаграммы 2а имеет вид:

$$2\,\mathrm{Im}\,M^a = \frac{-eh(0)}{(2\pi)^5}\int \bar{u}(p_\mu)\gamma_\nu(\hat{k}_\mu + m_\mu)\gamma_\sigma(1+\gamma_5)u(\nu)\times\frac{1}{(p_\mu - k_\mu)^2}\times$$

$$\times\,\delta^4(k^+ + k^- + k_\mu - p_\mu - p_\pi)\times\frac{d^3k^+\,d^3k^-\,d^3k_\mu}{2\omega^+\,2\omega^-\,2\omega_\mu}\times \qquad (20)$$

$$\times\left[\frac{iF_2}{M_K}(k^- - k^+)_\sigma + \frac{F_4}{M_K^3}\varepsilon_{\sigma\tau\rho\delta}(p_K)^\tau(k^+)^\rho(k^-)^\delta\right]\varepsilon_{\nu\alpha\beta\gamma}k^-_\alpha k^+_\beta p^\gamma_\pi$$

Здесь $\gamma\pi\pi\pi$ вершина имеет следующую структуру [13] :

$$T_\nu = h(0)\,\varepsilon_{\nu\alpha\beta\gamma}\,k^-_\alpha k^+_\beta (p_\pi)_\gamma \qquad h(0) = \frac{0.1e}{m_\pi^3} \qquad (21)$$

Адронная часть $K_{\mu 4}$ -распада записывалась в виде:

$$\langle \pi^+\pi^- | J_\sigma | K^- \rangle = \frac{F_4}{M_K^3}\varepsilon_{\sigma\nu\rho\delta}(p_K)_\nu(k^+)_\rho(k^-)_\delta +$$

$$+\frac{i}{M_K}\left[F_1(k^+ + k^-)_\sigma + F_2(k^- - k^+)_\sigma + F_3(p_K - k^- - k^+)_\sigma\right] \qquad (22)$$

Зависимостью F_i и h от импульсов мы пренебрегаем. Кроме того, члены, пропорциональные F_1 и F_3 исчезают, так как перед ними стоят структуры симметричные по k^+, k^- .

Мнимая часть диаграммы 2в получается из (20) заменой

$$\frac{1}{(p_\mu - k_\mu)^2}\,\frac{d^3k_\mu}{2\omega_\mu} \longrightarrow \frac{d^3k_\gamma}{2\omega_\gamma}\,\frac{1}{(p_\mu - k_\gamma)^2 - m_\mu^2}$$

Интегрирование по $d^3k^+ d^3k^-$ можно выполнить в ковариантном виде.

Расчет, детали которого содержатся в приложении, приводят к следующему выражению для $\mathrm{Im}\,M^a$:

$$2\,\mathrm{Im}\,M^a = \frac{-eh(0)}{(2\pi)^5}\int \bar{u}(p_\mu)\gamma_\nu(\hat{k}_\mu + m_\mu)\gamma_\sigma(1+\gamma_5)u(\nu)\frac{1}{(p_\mu - k_\mu)^2}\times$$

$$\times\frac{d^3k_\mu}{2\omega_\mu}\frac{\pi}{24}\tau^2\left(1 - \frac{4m_\pi^2}{\tau^2}\right)^{3/2}\left\{\frac{iF_2}{M_K}2\varepsilon_{\nu\sigma\beta\gamma}(p_\pi)^\gamma\tau^\beta + \frac{F_4}{M_K^3}\left[-\tau^2 p_K^\nu p_\pi^\sigma + \right.\right. \qquad (23)$$

$$\left.\left. + \tau^2 g^{\nu\sigma}(p_K p_\pi) + (p_\pi\tau)\tau^\sigma p_K^\nu - (p_\pi p_K)\tau^\sigma\tau^\nu - (p_K\tau)(p_\pi\tau)g^{\nu\sigma} + (p_K\tau)p_\pi^\sigma\tau^\nu\right]\right\}.$$

Здесь $\tau = k_\mu - p_\mu - p_\pi$

Аналогичное выражение можно записать и для $\mathrm{Im}\,M^b$ с соответствующей заменой

Дальнейшее интегрирование по углам удобно проводить в системе $\vec{P} = \vec{p}_\mu + \vec{p}_\pi = 0$ для $\mathrm{Im}\,M^a$ и в системе $\vec{p}_\pi = 0$ для $\mathrm{Im}\,M^b$. Объясняется это тем, что величина τ^2 для диаграммы 2а. (где $k_\mu^2 = m_\mu^2$) в системе $\vec{P} = 0$ равна $\tau_a^2 = P_0^2 + m_\mu^2 - 2P_0\omega_\mu$, где $P_0 = (p_\mu + p_\pi)_0$ и не зависит от углов. В то же время величина τ^2 для диаграммы 2в (где $k_\ell^2=0$) не зависит от углов в системе $\vec{P}_\pi=0$ и равна $\tau_b^2=m_\pi^2+2m_\pi\omega_\ell$.

После интегрирования по углам вновь перейдем в систему $\vec{P}=0$ с помощью преобразований:

$$\vec{P}'_\mu = P_0\vec{P}_\mu\frac{1}{m_\pi} = -P_0\vec{P}_\pi\frac{1}{m_\pi}\ ;\ E'_\mu=\frac{1}{m_\pi}(E_\mu P_0-m_\mu^2)=\frac{1}{m_\pi}(E_\pi P_0-m_\pi^2)$$

Штрихи относятся к системе $\vec{P}_\pi=0$.

Отсылая за подробностями расчета к приложению, запишем окончательный вид для $\operatorname{Im} M^a, \operatorname{Im} M^b$:

$$2\operatorname{Im} M^a=\frac{e\,h(0)}{(2\pi)^5}\frac{\pi^2}{12}\frac{F_2}{M_K}\int k_\mu\tau_a^2\left(1-\frac{4m_\pi^2}{\tau_a^2}\right)^{3/2}d\omega_\mu\ \times$$

$$\times\bar{u}(P_\mu)\left\{\hat{P}\left[\frac{L}{P_\mu k_\mu}\frac{m_\mu^2(E_\mu-\omega_\mu)^2}{P_\mu^2}-2\left(\frac{P_0-\omega_\mu}{P_0}+\frac{E_\mu\omega_\mu-m_\mu^2}{P_\mu^2}\right)\right]+\right. \tag{24}$$

$$\left.+\hat{P}_\mu\left[-\frac{L}{P_\mu k_\mu}\frac{E_\mu(E_\mu-\omega_\mu)^2P_0}{P_\mu^2}+2-2\frac{P_0(E_\mu-\omega_\mu)}{P_\mu^2}\right]\right\}(1+\gamma_5)\,u(\nu)$$

$$2\operatorname{Im} M^b=\frac{e\,h(0)}{(2\pi)^5}\frac{\pi^2}{12}\frac{F_2}{M_K}\int d\omega_\ell\,\frac{m_\pi\omega_\ell^2}{P_0^2P_\mu^2}\tau_b^2\left(1-\frac{4m_\pi^2}{\tau_b^2}\right)^{3/2}\times \tag{25}$$

$$\times\bar{u}(P_\mu)\left\{\hat{P}\left[\frac{\ell E_\mu^2m_\pi^2}{P_0P_\mu}-2E_\pi P_0+2m_\pi^2\right]+\hat{P}_\mu\left[2E_\pi P_0-\frac{m_\pi^2E_\mu}{P_\mu}\ell\right]\right\}(1+\gamma_5)\,u(\nu)$$

Здесь $P_\mu,\ k_\mu$ –модули соответствующих величин, а

$$L=\ln\left|\frac{E_\mu\omega_\mu+P_\mu k_\mu-m_\mu^2}{E_\mu\omega_\mu-P_\mu k_\mu-m_\mu^2}\right|,\qquad \ell=\ln\left|\frac{P_0(E_\mu+P_\mu)-m_\mu^2}{P_0(E_\mu-P_\mu)-m_\mu^2}\right|$$

Член, пропорциональный F_4 , имеет дополнительную малость (см. выражение 23) и выглядит очень громоздко, поэтому мы его не выписываем.

Значения безразмерных интегралов в (24), (25) зависят от параметров, но не превышают единицы, поэтому

$$2\operatorname{Im} M\lesssim\frac{0.1\,\alpha}{24\pi^2}\sim 3\cdot10^{-6} \tag{26}$$

В оценке (26) мы учли, что $e\,h(0)=4\pi\alpha\frac{0.1}{m_\pi^3}$ [13], $F_2(0)=4$ [14]. Из (26) следует, что вклад в поперечную поляризацию мюона за счет электромагнитных взаимодействий в конечном состоянии порядка $P_\perp^e\sim\frac{2.1}{M_K}m_\mu\operatorname{Im} M\lesssim10^{-6}$

Таким образом, измерение поперечной поляризации мюона на уровне 10^{-3} в $K^\pm_{\mu3}$ –распадах свидетельствовало бы о нарушении СР-четности.

5. В этом пункте рассматриваются Т-нечетные корреляции в лептонных распадах барионов. Такие корреляции возникают как за счет СР-нарушения, так и за счет электромагнитного взаимодействия в конечном состоянии [9,10] . Как объяснялось во введении, для изучения нарушения СР-четности предпочтительнее оказываются распады с нейтральным барионом в конечном состоянии, так как маскирующий фон электромагнитных взаимодействий для таких распадов наименьший. Например для распадов типа: $\Sigma^-\to n\mu\bar{\nu}$, $\Omega^-\to\Xi^-\mu\bar{\nu}$, $\Xi^-\to\Lambda\mu\bar{\nu}$, $\Xi^-\to\Sigma\mu\bar{\nu}$ Т-нечетные корреляции за счет электромагнитного и СР-нарушающего взаимодействия одного порядка.

Здесь будут вычислены Т-нечетные корреляции за счет СР-нарушающего взаимодействия (I4). Полный анализ Т-нечетных корреляций за счет электромагнитного взаимодействия представлен в [9,10]

Все расчеты будем проводить в системе покоя распадающегося бариона (с поляризацией $\vec{\xi}_1$), считая родившийся барион (с поляризацией $\vec{\xi}_2$) нерелятивистским.

Матричный элемент лептонного распада бариона запишем в виде:

$$M=\frac{G_F}{\sqrt{2}}\bar{\mu}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\nu\langle B_f|\bar{u}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)s|B_i\rangle\sin\theta_c$$

$$+\frac{iG_F\,m\,m_s\sin\theta_c}{m_0^2}\frac{v_2^2}{v_3^2}(\bar{\mu}_R\nu_L)\langle B_f|\bar{u}_L s_R|B_i\rangle \tag{27}$$

Стандартные вычисления приводят к следующему выражению для дифференциальной вероятности распада [9,10]:

$$dw = g_V^2\,(w_e + w_0 + w_T)\,\frac{d\vec p\, d\vec p_\nu\, \delta(M_1 - M_2 - E - E_\nu)}{(2\pi)^5}$$

где w_e – описывает Т-четные члены, w_0 – Т-нечетные члены, возникающие за счет электромагнитных взаимодействий, w_T – Т-нечетные, обусловленные СР-нарушением.

Здесь $\vec p$, $\vec p_\nu$ – импульсы мюона и нейтрино соответственно, а M_1, M_2 – массы начального и конечного барионов. Выражения для w_e, w_0 были получены в работах [9,10], а w_T имеет следующий вид:

$$w_T = \frac{m(M_1 - M_2)}{4\sqrt{2}\, m_0^2}\,\frac{V_1^2}{V_3^2}\Big\{ -v(1+\vec\xi_1\vec\xi_2)(\vec l\times\vec\xi)\cdot\vec n - g[(\vec\xi_1+\vec\xi_2)\times\vec\xi]\cdot\vec n +$$

$$+ g v[(\vec\xi_1+\vec\xi_2)\times\vec\xi]\cdot\vec l + g\left(1-\frac{m}{E}\right)(\vec l\vec\xi)[(\vec\xi_1+\vec\xi_2)\times\vec l]\vec n + g\frac{m}{E}(\vec\xi_1\times\vec\xi_2)\cdot\vec n - \qquad (28)$$

$$- g[1 - v(\vec n\vec l)](\vec\xi_1\times\vec\xi_2)\cdot\vec\xi + g\left[(\vec l\vec\xi)\left(1-\frac{m}{E}\right) - v(\vec\xi\vec n)\right](\vec\xi_1\times\vec\xi_2)\cdot\vec l\Big\}$$

Здесь m, v, E – масса, скорость и энергия мюона, $\vec l = \vec v/|v|$, $\vec n$ – единичный вектор, направленный вдоль импульса нейтрино; $g = g_A/g_V$, где g_A (g_V) – аксиальная (векторная) константа соответствующего распада.

Выражение (28) надо сравнивать с соотношением (I8) работы [10] для распада $\Xi^- \to \Sigma\mu\bar\nu$ и с соотношением (I6) работы [9] для остальных распадов. Отметим, что наши обозначения совпадают с обозначениями работ [9,10].

Обратим внимание на следующее обстоятельство: корреляция $(\vec l\times\vec\xi)\cdot\vec n$ содержится в выражении (28) для w_T, но отсутствует в выражении для w_0. Объясняется это тем, что Т-нечетные корреляции, содержащиеся в w_0 обусловлены электромагнитным взаимодействием лептона с аномальным магнитным моментом нейтрального бариона. Поэтому в окончательный ответ обязательно должна войти поляризация бариона ($\vec\xi_1$ или $\vec\xi_2$). Это утверждение, конечно, перестает быть справедливым, когда рождается заряженный барион. Поэтому, измерение корреляции $(\vec l\times\vec\xi)\cdot\vec n$ в лептонных распадах с нейтральным барионом в конечном состоянии свидетельствовало бы о нарушении СР-четности.

Наконец, в виде примера, рассмотрим корреляцию $(\vec\xi_1+\vec\xi_2)\times\vec\xi\cdot\vec n$ для распада $\Sigma^- \to n\mu\bar\nu$. Соответствующая асимметрия за счет СР-нарушающего взаимодействия (28) $\sim 5\cdot 10^{-4}$, а за счет электромагнитного взаимодействия (формула I6 работы [9]). порядка $\sim 0{,}8\cdot 10^{-4}$. Поэтому общий вклад в данную корреляцию для распада $\Sigma^- \to n\mu\bar\nu$ составляет $+5{,}8\cdot 10^{-4}$, в то время, как для распада $\bar\Sigma^- \to \bar n\mu^+\nu$ соответственно $-4{,}2\cdot 10^{-4}$. В численных оценках мы приняли $g = -0{,}4$.

6. В заключении перечислим возможные эксперименты по проверке модели Вайнберга [1]:

I) измерение поперечной поляризации мюона в $K^{\pm}_{\mu 3}$-распадах; предсказание модели:

$$-(\vec\xi\vec P_\perp) = \mp 5\cdot 10^{-3}(\vec n_\mu\times\vec n_\nu)\cdot\vec\xi$$

(формула I7);

2) измерение поперечной поляризации мюона в $D^- \to K^0\mu\bar\nu$-распаде; предсказание модели:

$$-(\vec\xi\vec P_\perp) = +1{,}7\cdot 10^{-2}(\vec n_\mu\times\vec n_\nu)\cdot\vec\xi$$

3) измерение корреляции $(\vec l\times\vec\xi)\cdot\vec n$ в лептонных распадах барионов с нейтральным адроном в конечном состоянии; предсказание модели для этой асимметрии $\sim -1{,}3\cdot 10^{-3}$ (формула 28).

Автор выражает благодарность И.Б.Хрипловичу за полезные обсуждения и внимание к работе.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приведем значения интегралов, встречающихся при получении формулы (23)

$$\int \frac{d^3k^+ d^3k^-}{2\omega^+ 2\omega^-}\, \delta^4(k^+ + k^- + r)\left(\frac{k^-_\alpha k^+_\beta - k^-_\beta k^+_\alpha}{2}\right)(k^- - k^+)_\sigma =$$

$$= \frac{\pi}{24} r^2 \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{r^2}\right)^{3/2} \left(g_{\alpha\sigma} r_\beta - g_{\beta\sigma} r_\alpha\right) \qquad \text{П.1.}$$

$$\int \frac{d^3k^+ d^3k^-}{2\omega^+ 2\omega^-}\, \delta^4(k^+ + k^- + r)\left(\frac{k^-_\alpha k^+_\beta - k^-_\beta k^+_\alpha}{2}\right)\left(\frac{k^+_\rho k^-_\delta - k^-_\rho k^+_\delta}{2}\right) =$$

$$= \frac{\pi}{48} \cdot \frac{r^2}{4} \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{r^2}\right)^{3/2} \left[-r^2 \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \varepsilon_{\rho\delta\mu\nu} + \varepsilon_{\alpha\beta\zeta\mu} \varepsilon_{\rho\delta\xi\mu} r_\zeta r_\xi\right] \qquad \text{П.2.}$$

Для дальнейшего интегрирования по углам удобно использовать соотношения:

$$\int d\Omega\, r^\beta = \ell^\beta j_1 + P^\beta j_2 \qquad \text{П.3.}$$

$$\int d\Omega\, r^\beta r^\gamma = \frac{1}{2} g^{\beta\gamma}(j_6 - j_5 - j_4) + \frac{\ell^\beta \ell^\gamma}{2\ell^2}(3j_4 + j_5 - j_6) +$$
$$+ \frac{P^\beta P^\gamma}{2P^2}(3j_5 + j_4 - j_6) + (P^\beta \ell^\gamma + P^\gamma \ell^\beta) j_3 \qquad \text{П.4.}$$

$$\int d\Omega\, r^\alpha r^\beta r^\gamma = \frac{1}{2}(j_{10} - j_5 - j_8)(g^{\alpha\beta}\ell^\gamma + g^{\alpha\gamma}\ell^\beta + g^{\beta\gamma}\ell^\alpha) + \frac{1}{2}(j_{12} - j_{11} - j_7)\times$$
$$\times (g^{\alpha\beta}P^\gamma + g^{\alpha\gamma}P^\beta + g^{\beta\gamma}P^\alpha) + \frac{1}{2\ell^2}(5j_8 + 3j_9 - 3j_{10})\ell^\alpha \ell^\beta \ell^\gamma +$$

$$+ \frac{1}{2P^2}(3j_7 - 3j_{12} + 5j_{11}) P^\alpha P^\beta P^\gamma + \frac{1}{2P^2}(3j_9 + j_8 - j_{10})\times$$
$$\times (P^\alpha P^\beta \ell^\gamma + P^\alpha P^\gamma \ell^\beta + P^\beta P^\gamma \ell^\alpha) + \frac{1}{2\ell^2}(j_{11} - j_{12} - 3j_9)(\ell^\alpha \ell^\beta P^\gamma + \ell^\alpha \ell^\gamma P^\beta + \ell^\beta \ell^\gamma P^\alpha)$$

П.5.

Здесь $d\Omega = \frac{d^3k_\mu}{2\omega_\mu}\frac{1}{(P_\mu - k_\mu)^2} r^2\left(1 - \frac{4m_\pi^2}{r^2}\right)^{3/2}$ при вычислении $\mathrm{Im}\, M^a$

и $d\Omega = \frac{d^3k_\gamma}{2\omega_\gamma}\frac{1}{(P_\mu - k_\gamma)^2 - m_\mu^2} r^2\left(1 - \frac{4m_\pi^2}{r^2}\right)^{3/2}$ при вычислении $\mathrm{Im}\, M^b$

j_α, $\alpha = 1,12$ определены следующим образом:

$$j_1 = \frac{1}{\ell^2}\int d\Omega\,(r\ell) \qquad j_2 = \frac{1}{P^2}\int d\Omega\,(rP) \qquad j_3 = \frac{1}{\ell^2 P^2}\int d\Omega\,(r\ell)(rP)$$

$$j_4 = \frac{1}{\ell^2}\int d\Omega\,(r\ell)^2 \qquad j_5 = \frac{1}{P^2}\int d\Omega\,(rP)^2 \qquad j_6 = \int d\Omega\, r^2 \qquad \text{П.6.}$$

$$j_7 = \frac{1}{\ell^2 P^2}\int d\Omega\,(r\ell)^2(rP) \qquad j_8 = \frac{1}{\ell^4}\int d\Omega\,(r\ell)^3 \qquad j_9 = \frac{1}{P^2\ell^2}\int d\Omega\,(rP)^2(r\ell)$$

$$j_{10} = \frac{1}{\ell^2}\int d\Omega\, r^2(r\ell) \qquad j_{11} = \frac{1}{P^4}\int d\Omega\,(rP)^3 \qquad j_{12} = \frac{1}{P^2}\int d\Omega\, r^2(rP)$$

Здесь через P, ℓ обозначены следующие комбинации P_μ, P_π, определенные в [8].

$$P = P_\mu + P_\pi \qquad \ell = P_\mu \frac{P_\pi P}{P^2} - P_\pi \frac{P_\mu P}{P^2}$$

Удобство в использовании P, ℓ состоит в том, что $(P\ell) = 0$ и в системе $\vec{P} = 0$ имеем $P_0 = E_\mu + E_\pi$, $\vec{P} = 0$, $\ell_0 = 0$, $\vec{\ell} = \vec{P}_\mu$. Тем самым интегрирование по углам в j_α становится тривиальным и мы не будет выписывать соответствующие интегралы.

Таким образом, для того, чтобы проинтегрировать по углам выражение (23) надо подставить тождества (П.3–П.5.) в (23) и провести интегрирование в j_α по углам.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. S.Weinberg, Phys. Rev. Lett., 37, 657, 1976.

2. A.A.Anselm and D.I.D'yakonov, Nucl. Phys. B145, 271, 1978.

3. R.D.Peccei, H.R.Quinn, Phys. Rev. Lett. 38, 1440, 1977; Phys. Rev. D16, 1791, 1977.

4. S.Weinberg, Phys. Rev. Lett. 40, 223, 1978.

5. F.Wilczek, Phys. Rev. Lett. 40, 279, 1978.

6. T.W.Donnelly et al., Phys. Rev. D18, 1607, 1978; J.Ellis, M.K.Gaillard, Phys. Lett. 74B, 374, 1978; J.Kandaswamy et al., Phys. Lett. 74B, 377, 1978; P.Alibram et al. Phys. Lett. 74B, 137, 1978; T.Hanse et al., Phys. Lett. 74B, 139, 1978.

7. A.R.Zhitnitsky, Preprint INP, Novosibirsk, 1979.

8. Л.Б.Окунь, И.Б.Хриплович, ЯФ 6, 82I, I967.

9. Л.Б.Окунь, И.Б.Хриплович, ЯФ 6, I265, I967.

I0. И.Б.Хриплович, ЯФ 7, I26I, I968.

II. S.L.Glashov, S.Weinberg, Phys. Rev. D15, 1958, 1977.

I2. А.А.Ансельм, Физика высоких энергий. Материалы XIII Зимней школы ЛИЯФ, Ленинград, стр.42, I978.

I3. М.В.Терентьев, УФН II2, 37, I974.

I4. P.Basile et al., Phys. Lett. 36B, 615, 1973.

Работа поступила 28 июня I979 г.

Ответственный за выпуск – С.Г.Попов
Подписано к печати 27.07.I979г. МН 0I642
Усл. I,3 печ.л., I,I учетно-изд.л.
Тираж I50 экз. Бесплатно
Заказ № 60

Отпечатано на ротапринте ИЯФ СО АН СССР