

48

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

П.Б.Лысянский, М.А.Тиунов, Б.М.Фомель

**ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ
В АКСИАЛЬНО - НЕСИММЕТРИЧНОЙ
ПЛАЗМЕННОЙ ЛОВУШКЕ**

ПРЕПРИНТ ИЯФ 79 - 64

Новосибирск

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ В АКСИАЛЬНО-
НЕСИММЕТРИЧНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ ЛОВУШКЕ

П.Б.Лысянский, М.А.Тиунов, Б.М.Фомель

А Н Н О Т А Ц И Я

Проведены расчеты поперечного движения частиц в модельной магнитной ловушке без аксиальной симметрии. При моделировании учитывается азимутальное смещение частицы, соответствующее действию радиального электрического поля в плазме, и упругое рассеяние частиц.

Разработана методика определения функций отражения частиц в пробках реальных ловушек.

Изучена неоклассическая диффузия в модельной ловушке и центральном пробкотроне проектируемой ловушки "АМБАЛ-1".

В В Е Д Е Н И Е

В Институте ядерной физики СО АН СССР сооружается установка "АМБАЛ-1" [1, 2], предназначенная для экспериментальной проверки принципов работы ловушки с амбиполярными пробками. Магнитное поле в торцевых пробкотронах установки "АМБАЛ-1" обладает свойством "минимума В", что обеспечивает гидродинамическую устойчивость плазмы, но одновременно нарушает аксиальную симметрию магнитного поля всей системы. Это обстоятельство оказалось весьма существенным.

Как показано в работах Д.Д.Рютова и Г.В.Ступакова [3, 4], нарушение аксиальной симметрии магнитного поля может привести к резкому увеличению поперечных потерь плазмы.

С появлением работы [3] вопрос о радиальных потерях в установке "АМБАЛ-1" встал очень остро. Появилась настоятельная потребность изучить возможный характер дрейфовых поверхностей в реальной ловушке и получить численные оценки для времени поперечного удержания плазмы. К тому времени уже была готова программа DIM3 [5], с помощью которой производились точные расчеты трехмерного магнитного поля установки "АМБАЛ-1". Длина магнитной системы установки составляет, примерно, 6 м, счет магнитного поля в произвольной точке занимает ~ 5 сек на машине БЭСМ-6. Отсюда ясно, что о прямом численном моделировании движения частиц в реальной ловушке не могло быть и речи.

Поэтому в качестве первого этапа работы было решено изучить движение частиц в модельной аксиально-несимметричной ловушке. В модельную ловушку было введено азимутальное смещение частицы, соответствующее действию радиального электрического поля, и упругое рассеяние частицы на неподвижных центрах [6]. Предполагалось, что в модельной ловушке, как и в реальной, "вакуумное" магнитное поле мало искажается плазмой ($\beta \ll 1$). Также предполагалось, что в области пробок электрический дрейф незначителен, и реакция пробки зависит только от геометрии магнитного поля.

В результате моделирования были получены все предсказанные теоретически [3, 7] характерные режимы поперечного движения частиц.

Далее необходимо было произвести переход от модельной ловушки к реальной системе "АМБАЛ-1". С этой целью была разработана методика, основанная на вычислении продольного адиабатического инварианта вдоль силовой линии магнитного поля. Модельная функция отражения частицы в пробке заменяется на вычисляемую функцию отражения в реальной ловушке. На основании таких расчетов были получены оценки коэффициента поперечной диффузии в ловушке "АМБАЛ-1" для неоклассического режима.

Данную методику можно использовать в дальнейшем для изучения других режимов движения частиц в амбиполярной ловушке.

2. МОДЕЛЬНАЯ АКСИАЛЬНО-НЕСИММЕТРИЧНАЯ ЛОВУШКА И ПРОГРАММА TRAP.

Для изучения динамики частиц в аксиально-несимметричном пробкотроне предлагается простейшая модельная геометрия магнитной ловушки.

Магнитное поле ловушки формируется двумя парами линейных проводников с током, которые помещены в однородное магнитное поле и расположены взаимно перпендикулярно (рис.1). Величина магнитного поля в пробках (токи в проводниках) и расстояния между пробками являются внешними параметрами программы TRAP. Величина однородного поля задана постоянной внутри программы.

Первое назначение программы TRAP состояло в изучении одночастичного движения. Полагалось, что частица стартует из медианной плоскости ловушки по направлению к одной, например, правой пробке. При каждом пролете от одной пробки к другой фиксируются координаты (X, Y) центра ларморовской окружности в медианной плоскости. Обработывая эти данные за конечное число пролетов, можно определить форму дрейфовой поверхности.

Характер движения частицы изучался в зависимости от трех основных параметров, задаваемых в медианной плоскости:

а) питч-угла θ

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}}$$

где v_{\parallel} , v_{\perp} - составляющие вектора скорости движения частицы соответственно вдоль и поперек магнитной силовой линии;

б) ларморовского радиуса ρ_L ;

в) стартового радиуса частицы R.

В программе TRAP последовательно использовались три способа описания движения частицы. Первый способ - это полные уравнения движения заряженной частицы в стационарных магнитном и электрическом полях ловушки

$$m \frac{d}{dt}(\vec{v}) = \frac{q}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] + q \vec{E} \quad (1)$$

Результаты, полученные при счете по уравнению (1), наиболее свободны от ограничений и имеют общий характер. Однако, программа требует большого времени счета. Для сохранения энергии на одном пролете с точностью 10^{-4} приходится затрачивать 200-400 шагов на прохождение ларморовской окружности.

Второй способ описания движения частицы - это уравнения движения в дрейфовом приближении, соответствующем условию

$$\left| \frac{\vec{v} \nabla \vec{B}}{\omega \vec{B}} \right| \ll 1$$

В дрейфовом приближении скорость движения центра ларморовской окружности имеет вид

$$\vec{v}_D = \frac{mc}{q|\vec{B}|^2} \left(v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp}^2 \right) \cdot [\vec{b} \times \nabla \vec{B}] + c \frac{[\vec{E} \times \vec{B}]}{|\vec{B}|^2} \quad (2)$$

где $\vec{b} = \frac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$, $\nabla \vec{B}$ - градиент магнитного поля.

Вычисление правых частей дрейфовых уравнений движения, по сравнению с полными уравнениями (1), представляет собой более громоздкую процедуру, но количество шагов интегрирования существенно уменьшается. Суммарное время счета дрейфовых уравнений в 5-10 раз меньше счета полных уравнений.

Наконец, используя простоту магнитного поля в пробках модельной ловушки, можно перейти от дифференциальных уравнений движения к конечным преобразованиям. Предполагается, что длина пробки меньше расстояния между ними. В результате изучения движения частиц в таком магнитном поле с помощью уравнений движения (1) и (2) выяснилось, что смещения координат ведущего центра частицы в медианной плоскости ловушки после очередных

отражений в пробках могут быть записаны следующим образом: для правой пробки

$$\Delta X = \alpha Y \quad (3)$$

$$\Delta Y = 0$$

для левой пробки

$$\Delta X = 0 \quad (4)$$

$$\Delta Y = -\alpha X$$

где α — коэффициент, зависящий, в общем случае, от параметров θ и ρ_L . Сечения дрейфовых поверхностей, полученные таким образом, оказываются замкнутыми.

Установлено, что все рассмотренные в данной работе эффекты одночастичного движения, обнаруженные в модельной ловушке из решения полных уравнений движения (1), могут быть получены также с помощью как дрейфовых уравнений (2), так и конечных преобразований (3, 4). Поэтому в дальнейшем использовались наиболее экономные по времени счета конечные преобразования. Более того, преобразования (3, 4) после описанной ниже замены функции отражения позволили перейти от модельной ловушки к реальной.

При изучении движения частицы программой TRAP было обнаружено расщепление дрейфовой поверхности. Оно состоит в том, что ведущий центр частицы после отражения от пробки не лежит на дрейфовой поверхности, а смещается по радиусу на Δr , причем знак смещения на данном азимуте меняется при отражении от другой пробки (рис. 2а). На фото 1, снятом с экрана графического дисплея, изображены два эллипса, один из которых соответствует движению из правой пробки, а другой — из левой.

Эффект расщепления дрейфовых поверхностей определяется магнитным полем ловушки. Его причиной является относительная несимметрия магнитных пробок. В рассматриваемой геометрии эта несимметрия заключается в том, что магнитные пробки так же, как в торцевых пробкотронах установки "АМБАЛ-1", повернуты относительно друг друга на угол $\pi/2$.

В модельной ловушке была изучена зависимость величин расщепления Δr от стартового радиуса R и питч-угла θ . На

рис. 2б, 2в приведены эти зависимости для ловушки длиной 300 см, расстоянием между проводниками 20 см и пробочным отношением B_{max}/B_0 равным 10. Зависимость Δr от ларморовского радиуса ρ_L , как нетрудно показать, является линейной.

Модель TRAP допускает введение в область однородного магнитного поля также и стационарного радиального электрического поля, которое приводит к повороту ведущего центра частицы вокруг магнитной оси ловушки. Азимутальный угол поворота вводится как функция указанных выше параметров

$$\Delta \psi = \Delta \psi(\theta, \rho_L, R) \quad (5)$$

В работах [3, 4, 6, 7] показано, что в зависимости от величины угла $\Delta \psi$ в аксиально-несимметричной ловушке могут наблюдаться три различных режима поперечной диффузии: неклассическая диффузия ($\Delta \psi \ll 1$), резонансная диффузия ($\Delta \psi \sim 1$) и стохастическая диффузия ($\Delta \psi \gg 1, |\Delta r \frac{\partial \Delta \psi}{\partial r}| \gg 1$).

Характерные типы одночастичного движения, соответствующие указанным режимам диффузии, демонстрируются программой TRAP на графическом дисплее (фото 2, 3 и 4).

Дальнейшее развитие модели TRAP состояло в переходе от одночастичного движения к исследованию поперечной диффузии с учетом упругого рассеяния частиц.

3. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ПОПЕРЕЧНОЙ ДИФфуЗИИ

Модель описывает движение заряженных частиц в аксиально-несимметричной ловушке с радиальным электрическим полем. При этом делаются два предположения: а) в области магнитной пробки не учитывается электрический дрейф частиц и б) в центральной части ловушки рассматривается только азимутальный дрейф в однородном магнитном поле $B_0 = const$ и радиальном электрическом поле $E_r(R)$.

Тогда движение ведущего центра частицы можно определить набором следующих конечных преобразований.

1) Отражение от магнитной пробки

$$\begin{aligned} \Delta X &= f(x, y, \theta, r_L) \\ \Delta Y &= g(x, y, \theta, r_L) \end{aligned} \quad (6)$$

Функции реакции пробки f и g характеризуют магнитное поле ловушки. Способ их нахождения для конкретных систем будет дан ниже. Функции f и g непрерывно продолжаются в конус потерь вплоть до $\theta = 0$, что эквивалентно удерживающему амби-поляриному потенциалу и заодно экономит время счета.

2) Проворот без изменения радиуса в скрещенных электрическом и магнитном полях вокруг продольной оси ловушки на угол

$$\Delta \psi = \frac{cE}{B_0 R} \Delta t \quad (7)$$

где E — напряженность радиального электрического поля, B_0 — индукция однородного магнитного поля, R — расстояние ведущего центра частицы до оси, Δt — время пролета области однородного магнитного поля.

3) Упругое рассеяние частицы на неподвижных центрах — это отклонение вектора скорости частицы на малый случайный угол $\delta\theta$ в пространстве скоростей (v_x, v_y, v_z) [6]. Рассеяние частицы производится в области однородного магнитного поля через интервал времени Δt_0 , равный времени пролета ловушки частицы с питч-углом $\theta = 0$. Положение ведущего центра частицы при рассеянии не меняется, т.е. классическая диффузия не учитывается.

После рассеяния питч-угол частицы θ' (рис.3) определяется выражением

$$\cos \theta' = \cos \delta\theta \cdot \cos \theta + \sin \delta\theta \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \quad (8)$$

где θ — питч-угол частицы до рассеяния, φ — случайный угол из интервала от 0 до 2π .

Угол отклонения за время Δt_0 определяется диффузионным законом

$$\delta\theta = A \xi \sqrt{\frac{\Delta t_0}{\tau_i}} \quad (9)$$

где τ_i — время рассеяния частицы на угол ~ 1 радиан, ξ — случайная величина ($0 \leq \xi \leq 1$); A — нормировочный множитель, определяемый из условия, чтобы при $\Delta t_0 = \tau_i$ средний квадрат угла рассеяния

$$\overline{(\delta\theta)^2} = A^2 \overline{\xi^2} = 1 \quad (10)$$

После конечного числа пролетов (ограничение на число пролетов вводится в программу) запоминается радиальный уход частицы ΔR и реальное время движения T . Предельный радиальный уход ΔR задается как параметр, т.к. скорость диффузии зависит от R и оценка на данном радиусе коэффициента диффузии $D(R)$ в случае больших радиальных смещений $\Delta R \sim R$ будет не точной.

Таким образом, последовательно с одного радиуса R производится старт N частиц, обладающих одинаковой энергией и изотропным распределением вектора скорости и азимутального угла. Коэффициент диффузии определяется по формуле

$$D(R) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{(\Delta R_n)^2}{T_n} \quad (11)$$

где N — число частиц, ΔR_n — изменение радиуса ведущего центра n -й частицы за полное время движения T_n .

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИИ ПРОБКИ В РЕАЛЬНОЙ ЛОВУШКЕ

Для нахождения реакции пробки в реальной ловушке используется связь между смещением ведущего центра частицы $(\Delta X, \Delta Y)$ за период продольного движения и продольным адиабатическим инвариантом J . В координатах медианной плоскости, ортогональной однородному магнитному полю \vec{B}_0 , следуя [8], можно записать

$$\begin{aligned} \Delta X &= \frac{1}{\omega_L} \cdot \frac{\partial J}{\partial Y} \\ \Delta Y &= -\frac{1}{\omega_L} \cdot \frac{\partial J}{\partial X} \end{aligned} \quad (12)$$

где ω_L — частота ларморовского вращения. Адиабатический инвариант J , зависящий, в общем случае, от координат X, Y , полной энергии частицы \mathcal{E} и магнитного момента μ , может быть преобразован

$$J(X, Y, \mathcal{E}, \mu) = \int_{-l_1}^{l_2} v_{||} dl = \sqrt{\frac{2}{m}} \int_{-l_1}^{l_2} \sqrt{\mathcal{E} - \mu B} dl = \quad (I3)$$

$$= v \int_{-l_1}^{l_2} \sqrt{1 - \mu B / \mathcal{E}} dl = v \int_{-l_1}^{l_2} \sqrt{1 - \sin^2 \theta \frac{B}{B_0}} dl = v \cdot I(X, Y, \theta)$$

Здесь $v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{||}^2}$ — полная скорость частицы, θ и B_0 — питч-угол и магнитное поле в медианной плоскости. Интегрирование проводится вдоль силовой линии между точками отражения $-l_1$ и l_2 .

Используя (I3), можно переписать уравнения (I2)

$$\Delta X = \rho_{L0} \cdot \frac{\partial I(X, Y, \theta)}{\partial Y} \quad (I4)$$

$$\Delta Y = -\rho_{L0} \cdot \frac{\partial I(X, Y, \theta)}{\partial X}$$

где ρ_{L0} — ларморовский радиус частицы при $v_{\perp} = v$, $v_{||} = 0$.

Разобьем продольный инвариант на две части

$$I = \int_{-l_1}^0 \frac{v_{||}}{v} dl + \int_0^{l_2} \frac{v_{||}}{v} dl = I_1 + I_2 \quad (I5)$$

Тогда

$$\left. \begin{aligned} \Delta X &= \rho_{L0} \cdot \frac{\partial I_1}{\partial Y} \\ \Delta Y &= -\rho_{L0} \cdot \frac{\partial I_1}{\partial X} \end{aligned} \right\} \text{— смещение в 1-й пробке} \quad (I6)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta X &= \rho_{L0} \cdot \frac{\partial I_2}{\partial Y} \\ \Delta Y &= -\rho_{L0} \cdot \frac{\partial I_2}{\partial X} \end{aligned} \right\} \text{— смещение во 2-й пробке} \quad (I7)$$

Обращаясь теперь к выражениям (6) и учитывая симметрию пробки относительно плоскостей $X = 0$ и $Y = 0$, разложим функ-

ции $f(X, Y, \theta, \rho_L)$ и $g(X, Y, \theta, \rho_L)$ в ряд по степеням X и Y .

$$\Delta X_1 = \rho_{L0} \cdot [\alpha_f Y + \beta_f Y^3 + \gamma_f X^2 Y + o(X^2 + Y^2)^{5/2}] \quad (I8)$$

$$\Delta Y_1 = -\rho_{L0} \cdot [\alpha_g X + \beta_g X^3 + \gamma_g X Y^2 + o(X^2 + Y^2)^{5/2}]$$

Приравнивая правые части уравнений (I6) и (I8) получаем дифференциальные уравнения, которые легко интегрируются и дают

$$I_1 = C_1 + \frac{\alpha_g}{2} X^2 + \frac{\alpha_f}{2} Y^2 + \frac{\beta_g}{4} X^4 + \frac{\beta_f}{4} Y^4 + \frac{\beta_{fg}}{2} X^2 Y^2 + \quad (I9)$$

$$+ o(R^6)$$

где $\beta_{fg} = \gamma_f = \gamma_g$, $R^2 = X^2 + Y^2$, $C_1 = I_1(0, 0, \theta)$.

I_2 находится из (I9) после преобразования координат $X \rightarrow -Y$, $Y \rightarrow X$ (поворот на $\frac{\pi}{2}$).

Далее определение реакции пробки состоит из следующих этапов:

а) с помощью программы вычисления магнитного поля DIM3 [5] находим магнитную силовую линию от точки (X_n, Y_m) на медианной плоскости до точки максимума поля на этой силовой линии;

б) вдоль той же силовой линии численным интегрированием находим значение $I_1(X_n, Y_m, \theta)$ для различных значений питч-угла θ в медианной плоскости;

в) меняя с определенным шагом начальную точку силовой линии $(X_n = n h_x, Y_m = m h_y)$ строим сетку значений $I_1(X_n, Y_m, \theta)$ в интервале питч-углов $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$;

г) для каждого значения θ_i аппроксимируем функцию $I_1(X, Y, \theta)$ полиномом (I9) по методу наименьших квадратов и получаем значения функций $\alpha(\theta_i)$, $\beta(\theta_i)$, $\gamma(\theta_i)$, которые интерполируем затем на весь интервал.

В результате имеем коэффициенты разложения (I8), а следовательно, и смещения ΔX и ΔY .

На рис. 4 приведены зависимости коэффициентов α_f , α_g .

β_z, β_{z3} от питч-угла θ для центрального пробкотрона ловушки "АМБАЛ-1". Коэффициент $\beta_z \ll \beta_z, \beta_{z3}$ и на графике не изображен.

5. НЕОКЛАССИЧЕСКАЯ ДИФФУЗИЯ В МОДЕЛЬНОЙ ЛОВУШКЕ

Для расчета коэффициентов поперечной диффузии в центральном пробкотроне ловушки "АМБАЛ-1" была написана программа DIFFUSE. Качественным тестом программы послужило исследование неоклассической диффузии в модельной ловушке.

Из работы [4] следует, что неоклассическая диффузия осуществляется при малом по сравнению с единицей угле поворота $\Delta\psi$ ведущего центра частицы за один пролет ловушки. При этом сохраняется продольный инвариант, а форма дрейфовых поверхностей находится из условия $I = \text{const}$. Она сильно искажается для тех частиц, у которых магнитный дрейф компенсируется электрическим — возникает так называемый "нулевой" резонанс. Как показано в работе [4], поперечная диффузия плазмы в неоклассическом режиме в основном определяется резонансными частицами, а коэффициент диффузии оценивается аналитически через следующие величины (см. рис. 5, 6):

- 1) δR_{res} — максимальный радиальный размах резонансных траекторий;
- 2) $\delta\theta$ — ширина области питч-углов, для которых выполняется условие резонанса;
- 3) τ_{res} — время движения по резонансной траектории;
- 4) δr — радиальный размах нерезонансных траекторий;
- 5) τ_d — время обхода магнитной оси ловушки в результате дрейфа нерезонансных частиц;
- 6) τ_i — время рассеяния частицы на угол ~ 1 рад.

Оценки для коэффициента диффузии имеют вид [4]:

$$D_{\text{ban}} \sim \frac{(\delta R_{res})^2}{\tau_i \delta\theta} \quad \text{при} \quad \tau_i (\delta\theta)^2 \gg \tau_{res}$$

$$D_{pe} \sim \frac{(\delta R_{res})^2}{\tau_{res}} \cdot \delta\theta \quad \text{при} \quad \tau_i (\delta\theta)^2 \ll \tau_{res}, \text{ но } \tau_i \gg \tau_d \quad (20)$$

$$D_{she} \sim \frac{(\delta r)^2 \tau_i}{\tau_d^2} \quad \text{при} \quad \tau_i \ll \tau_d$$

и соответствуют трем режимам неоклассической диффузии: "банановому", плато и режиму сильных столкновений.

Величины, через которые выражен коэффициент диффузии, существенно зависят от геометрии электрических и магнитных полей конкретной ловушки.

Чтобы упростить аналитические оценки коэффициента неоклассической диффузии в модельной ловушке TRAP, были сделаны следующие предположения.

1. Электрическое поле мало по величине, и можно не учитывать его вклад в энергию частицы.
2. Электрическое поле линейно меняется с радиусом $E \sim R$. С учетом первого пункта это означает, что $\Delta\psi$ слабо зависит от радиуса.

Смещения ведущего центра частицы в пробках имеют вид:

$$\begin{cases} \Delta X = 0 \\ \Delta Y = \rho_{l0} (\alpha X + \beta X^3) \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta X = -\rho_{l0} (\alpha Y + \beta Y^3) \\ \Delta Y = 0 \end{cases} \quad (21)$$

где α, β — постоянные коэффициенты, не зависящие от питч-угла частицы, причем $\beta X^2 \ll \alpha$ (параксиальное приближение).

Далее необходимо найти добавку к продольному инварианту, возникающую из-за наличия радиального электрического поля. Это можно сделать, записав поворот ведущего центра частицы на угол $\Delta\psi \ll 1$ в виде конечных смещений:

$$\begin{aligned} \Delta X &\approx \Delta\psi \cdot Y \\ \Delta Y &\approx -\Delta\psi \cdot X \end{aligned} \quad (22)$$

Так как $\Delta\psi$ не зависит от радиуса, то из (14) следует

$$I_E = C_E + \frac{\Delta\psi}{2\rho_{l0}} (X^2 + Y^2) \quad (23)$$

Индекс E означает вклад в продольный инвариант электрического поля. С учетом изложенного в предыдущем параграфе и выражения (23) следует, что продольный инвариант в данной системе имеет вид:

$$I = I_1 + I_2 + I_E = C + \frac{\alpha + \frac{\Delta\Psi}{\rho_{i0}}}{2} (X^2 + Y^2) + \frac{\beta}{4} (X^4 + Y^4) + o(R^6)$$

Если перейти к координатам R, ψ в медианной плоскости лонгитудины, тогда

$$I(R, \psi, \theta) = I(0, 0, \theta) + \frac{1}{2} \left(\alpha + \frac{\Delta\Psi}{\rho_{i0}} \right) R^2 + \frac{\beta}{4} R^4 \frac{3 + \cos 4\psi}{4} \quad (24)$$

В выражении (24) α и β предполагаются постоянными, а величина $\Delta\Psi$ зависит от пичч-угла известным образом

$$\Delta\Psi = \omega_E \Delta t_{||} = \frac{\Delta\Psi_0}{\cos \theta} \quad (25)$$

где ω_E — частота электрического дрейфа,
 $\Delta t_{||}$ — период продольных колебаний частицы,
 $\Delta\Psi_0$ — угол поворота частицы с $\theta = 0$.

Из (25) видно, что частицы с пичч-углами, близкими к $\pi/2$, проворачиваются на $\Delta\psi \geq 1$ и для них продольный инвариант не сохраняется. Однако, при $\Delta\Psi_0 \ll 1$ относительная доля этих частиц мала и в оценках они не учитывались. Из условия постоянства продольного инварианта

$$I(R + \Delta R, \frac{\pi}{2}, \theta) = I(R, \frac{\pi}{4}, \theta)$$

можно найти максимальный радиальный размах дрейфовой поверхности. Предположим, что $\Delta R \ll R$, тогда;

$$\Delta R \approx \frac{I(R, \frac{\pi}{4}, \theta) - I(R, \frac{\pi}{2}, \theta)}{\frac{\partial I}{\partial R}(R, \frac{\pi}{2}, \theta)} = \frac{\frac{\beta R^2}{4}}{\left(\alpha + \frac{\Delta\Psi}{\rho_{i0}} \right) + \frac{\beta R^2}{2}} R \quad (26)$$

Так как $\alpha \gg \beta R^2$, то условие малости ΔR выполняется для всех частиц, кроме тех, для которых

$$\frac{\partial I}{\partial R}(R, \frac{\pi}{2}, \theta^*) = \left[\left(\alpha + \frac{\Delta\Psi}{\rho_{i0}} \right) + \frac{\beta R^2}{2} \right] R \rightarrow 0 \quad (27)$$

Последнее условие выполняется в том случае, если

$$\Delta\Psi = \frac{\Delta\Psi_0}{\cos \theta^*} = -\rho_{i0} \left(\alpha + \frac{\beta R^2}{2} \right) \quad (28)$$

Это равенство имеет простой физический смысл: наступает точная компенсация электрического и магнитного азимутальных дрейфов — условие "нулевого" резонанса. Характерная форма резонансных траекторий частиц с $\theta = \theta^*$ изображена на рис.5. Условие резонанса (28) носит локальный характер по радиусу вследствие нелинейности магнитного азимутального дрейфа (член $\beta R^2/2$), что и определяет радиальный размах резонансных траекторий. То же можно сказать о ширине области пичч-углов $\delta\theta$ вблизи θ^* , для которых еще выполняется условие резонанса, если фиксировать точку старта $(R_0, \pi/4)$ (рис.6). Учет нелинейности электрического дрейфа, то есть зависимости $\Delta\Psi$ от R , может существенно изменить форму резонансных траекторий.

Из общего вида продольного инварианта (24) находятся параметры, определяющие неоклассическую диффузию. Почти все они зависят от безразмерного параметра $\alpha = \beta R^2 / \alpha \ll 1$, определяющего степень нелинейности магнитного дрейфа. Выпишем результаты

$$\delta R_{res} = \sqrt{2} R_0 \quad \tau_{res} = \frac{\tau_d(\Delta\Psi_0=0)}{\alpha} \quad (29)$$

$$\delta r \approx \alpha R$$

$$\delta\theta \approx \frac{\sqrt{2} \left(\frac{\Delta\Psi_0}{\alpha \rho_{i0}} \right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Delta\Psi_0}{\alpha \rho_{i0}} \right)^2}} \cdot \alpha \quad \tau_d(\Delta\Psi_0=0) = \frac{2\pi}{\omega} \Delta t_{||}$$

Отсюда получают оценки для коэффициента диффузии, с которыми и сравнивались результаты численного счета (множители $\sim I$ опущены):

$$D_{van} \sim \frac{R_0^2}{\tau_i \alpha} \quad \text{при} \quad \tau_i \gg \alpha^{-3} \tau_d$$

$$D_{pe} \sim \frac{\alpha^2 R_0^2}{\tau_d} \quad \text{при} \quad \tau_d \ll \tau_i \ll \alpha^{-3} \tau_d \quad (30)$$

$$D_{she} \sim \frac{\alpha^2 R_0^2 \tau_i}{\tau_d^2} \quad \text{при} \quad \tau_i \ll \tau_d$$

Отличия выражений (29, 30) от соответствующих оценок в [4, 9] объясняются принятыми выше предположениями относительно электрического поля в плазме.

Полученные с помощью программы DIFFUSE зависимости коэффициента неклассической диффузии от частоты столкновений для различных параметров R_0 , α , τ_d представлены на рис.7. Здесь же изображены зависимости (30) с учетом опущенных коэффициентов (непрерывные линии). Довольно хорошее согласование свидетельствует о правильном описании численной моделью процесса неклассической диффузии.

6. НЕОКЛАССИЧЕСКАЯ ДИФФУЗИЯ В ЛОВУШКЕ "АМБАЛ-1"

При проектировании установки "АМБАЛ-1" была поставлена задача численно оценить величину поперечной диффузии плазмы в центральной части ловушки. В данной работе приведены результаты первого этапа расчетов — численное исследование неклассического режима диффузии плазмы.

Продольный инвариант для центрального пробкотрона ловушки "АМБАЛ-1" в координатах R, ψ записывается в виде:

$$I(R, \psi, \theta) = I(0, 0, \theta) + (\alpha_s + \alpha_g) R^2 + \frac{\beta_s + \beta_g}{2} R^4 \frac{3 + \cos 4\psi}{4} + \beta_{s_g} R^4 \frac{1 - \cos 4\psi}{8} + o(R^6) \quad (31)$$

Было обнаружено, что условие "нулевого" резонанса (28) выполняется в центральном пробкотроне без электрического дрейфа ($\Delta\psi = 0$) для частиц с питч-углами близкими к θ' и θ'' , при которых $\alpha_s + \alpha_g = 0$ (рис.4). Наличие двух резонансов чисто магнитного происхождения связано с изменением знака кривизны силовой линии, а значит и направления скорости дрейфа при движении частицы вдоль магнитной силовой линии. При этом вклад в азимутальный дрейф от различных участков силовой линии может компенсироваться точно так же, как происходит компенсация электрического и магнитного дрейфа. Характерная форма силовой линии центрального пробкотрона ловушки "АМБАЛ-1" и векторы скорости магнитного дрейфа на отдельных её участках изображены на рис.8.

Таким образом, неклассический режим диффузии с наличием резонансных дрейфовых поверхностей (аналогично изображенным на рис.5, 6) может осуществляться в центральной части без радиального электрического поля. Поперечное движение частицы без рассеяния и дрейфовые поверхности наблюдались визуально с помощью дисплея. Коэффициенты разложения (18) как функции питч-угла θ (см.рис.4) аппроксимировались отрезками прямых. Полученные в результате параметры "нулевых" резонансов для стартовой точки $R_0 = 20$ см, $\psi = 45^\circ$ приведены в таблице I:

	Первый резонанс ($\theta - \theta'$)	Второй резонанс ($\theta - \theta''$)
δR_{res}^b	28 см	28 см
δR_{res}^n	11 см	11 см
$\delta\theta^b$	0,047 рад	0,023 рад
$\delta\theta^n$	0,0054 рад	0,0046 рад
τ_{res}^b	6 мксек	6 мксек
τ_{res}^n	10 мксек	12 мксек

Индексы "н" и "б" соответствуют резонансным траекториям, расположенным ниже и выше стартовой точки соответственно. С помощью программы DIFFUSE был изучен неклассический режим диффузии плазмы без электрического поля. На рис.9 приведена полученная в результате расчетов зависимость коэффициента диффузии (на радиусе 20 см) от частоты рассеяния ν_i . Согласно предварительным оценкам в планируемом эксперименте $\nu_i \sim 1$ кГц, что соответствует режиму "плато". Пунктирной линией на рис.9 отмечена величина коэффициента диффузии D_{pe} , вычисленного по формуле (20) с использованием данных из таблицы I. При этом поперечное время жизни плазмы, оцененное по формуле $\tau_i \sim \frac{R^2}{D_{pe}}$, для радиуса плазмы $R = 30$ см, получилось ~ 160 мсек, что в 5 раз больше предполагаемого времени продольного удержания.

Необходимо заметить, что учет расщепления дрейфовых поверхностей в программе DIFFUSE приводит к заметному росту коэффициента диффузии. Изучение движения частиц с учетом

зависимости величины расщепления Δr от pitch-угла частицы θ позволило обнаружить новый вид поперечных потерь плазмы в аксиально-несимметричных ловушках — диффузию на расщеплении. Более подробный анализ механизма этой диффузии будет дан в отдельной работе.

Авторы выражают глубокую благодарность Г.И.Димову за инициирование и поддержку работы, Б.В.Чирикову, Д.Д.Рютову и Г.В.Ступакову за очень полезные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. Г.И.Димов, В.В.Закайдаков, М.Е.Кишеневский, Физика плазмы, 2, (1976) 597.
2. Г.И.Димов, препринт ИЯФ 77-46, Новосибирск, 1977.
3. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. Письма в ЖЭТФ, т.26, вып.2 (1977), 186.
4. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. Физика плазмы, т.4, вып.3 (1978), 501.
5. П.Б.Лысянский, Б.М.Фомель, препринт ИЯФ 79-58, Новосибирск, 1979.
6. Б.В.Чириков, Физика плазмы, т.5, вып.4 (1979).
7. М.Е.Кишеневский, П.Б.Лысянский, Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков, Б.М.Фомель, Б.В.Чириков, Г.И.Щульженко. Доклад на УП Международной конференции по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу (Инсбрук, 1978).
8. А.И.Морозов, Л.С.Соловьев. Вопросы теории плазмы, вып.2, 177, 1963.
9. D.E. Baldwin, UCID-17926, LLL, Sept. 15, 1978

Содержание

	стр.
1. Введение	3
2. Модельная аксиально-несимметричная ловушка и программа TRAP	4
3. Численная модель поперечной диффузии	7
4. Определение реакции пробки в реальной ловушке	9
5. Неклассическая диффузия в модельной ловушке	12
6. Неклассическая диффузия в ловушке "АМБАЛ-1"	16

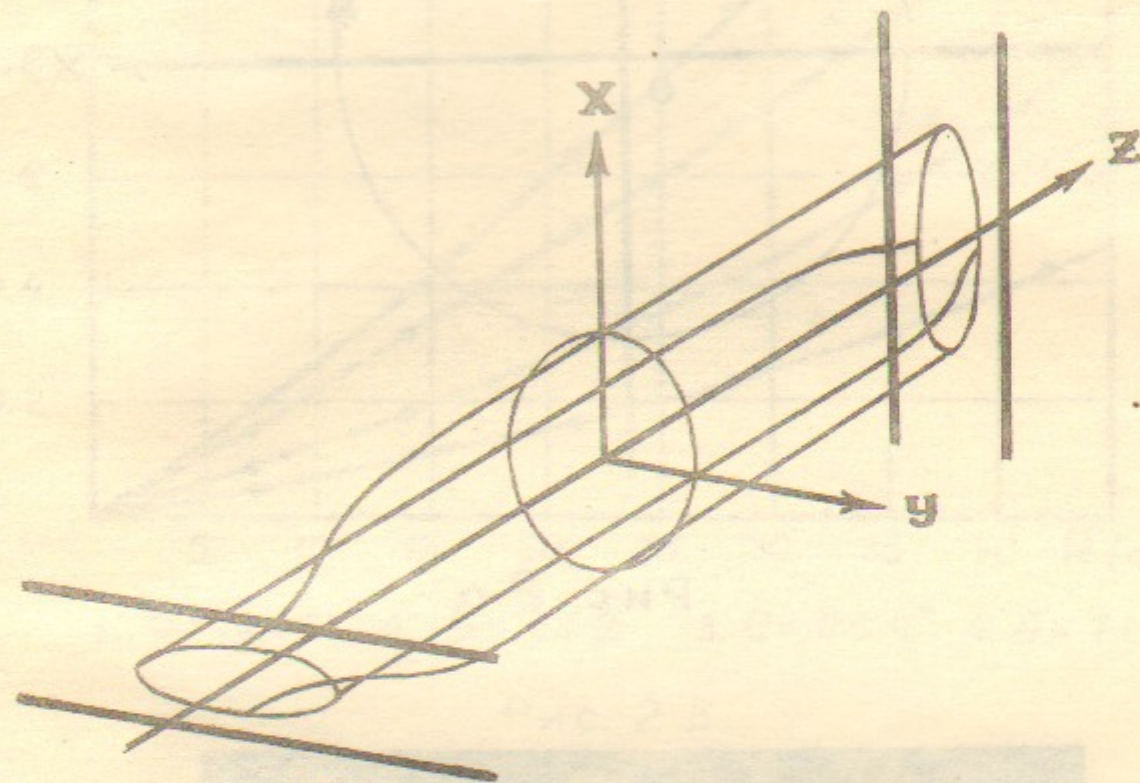


Рис. 1

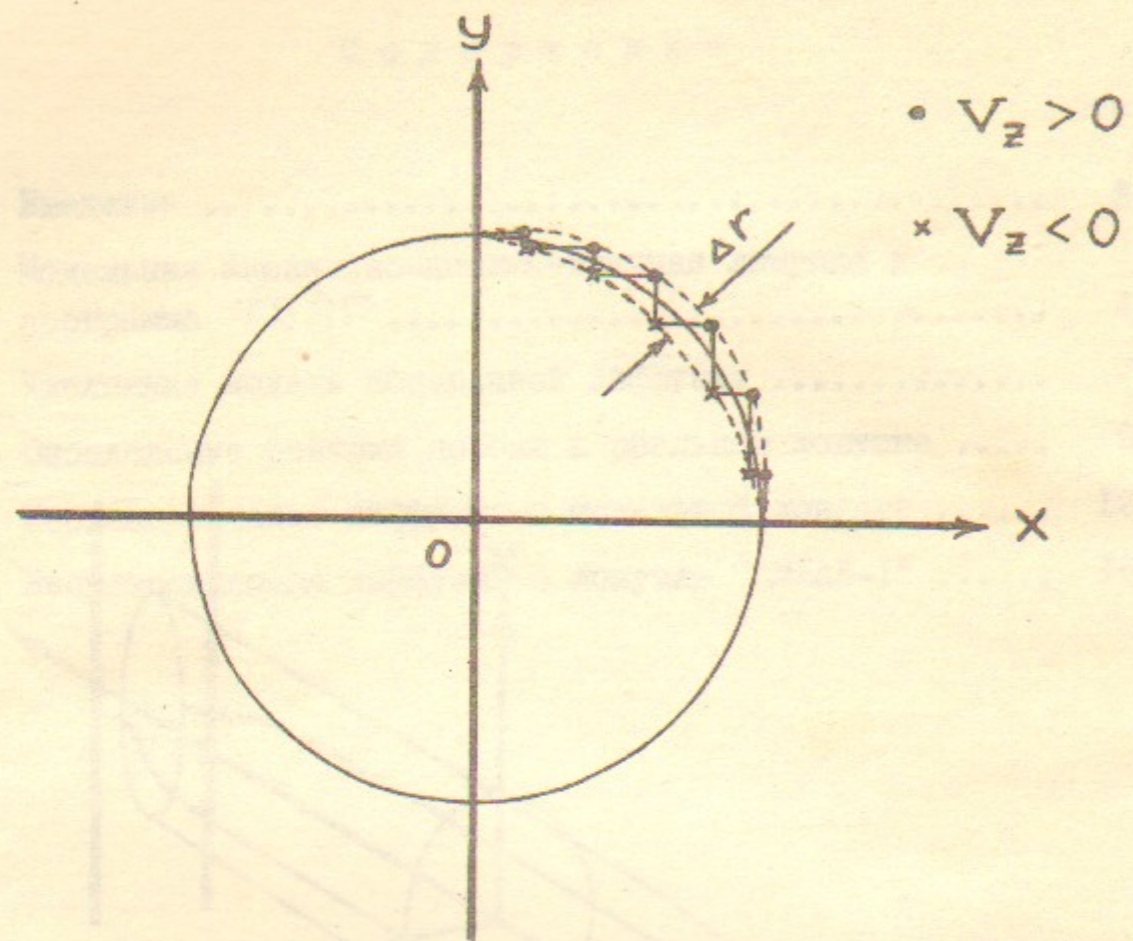


Рис. 2 а

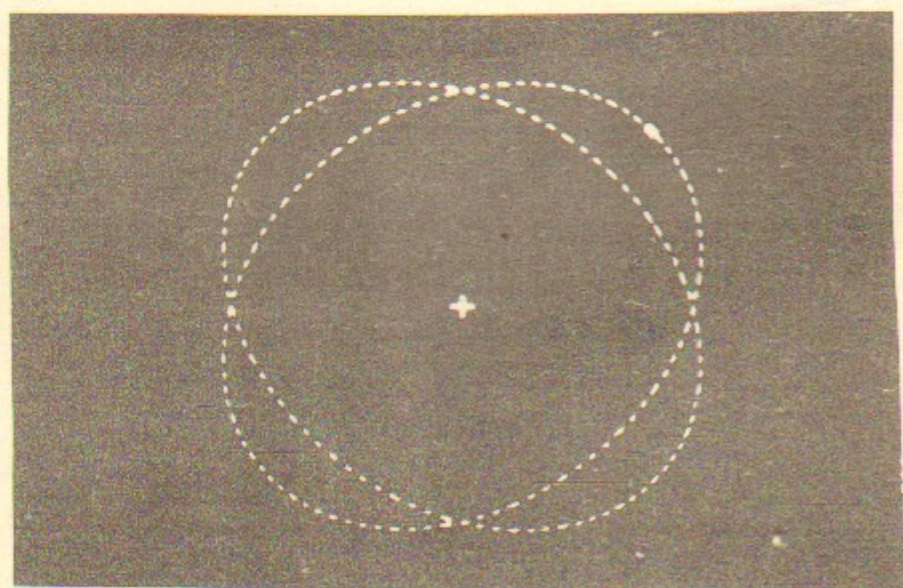


Фото 1

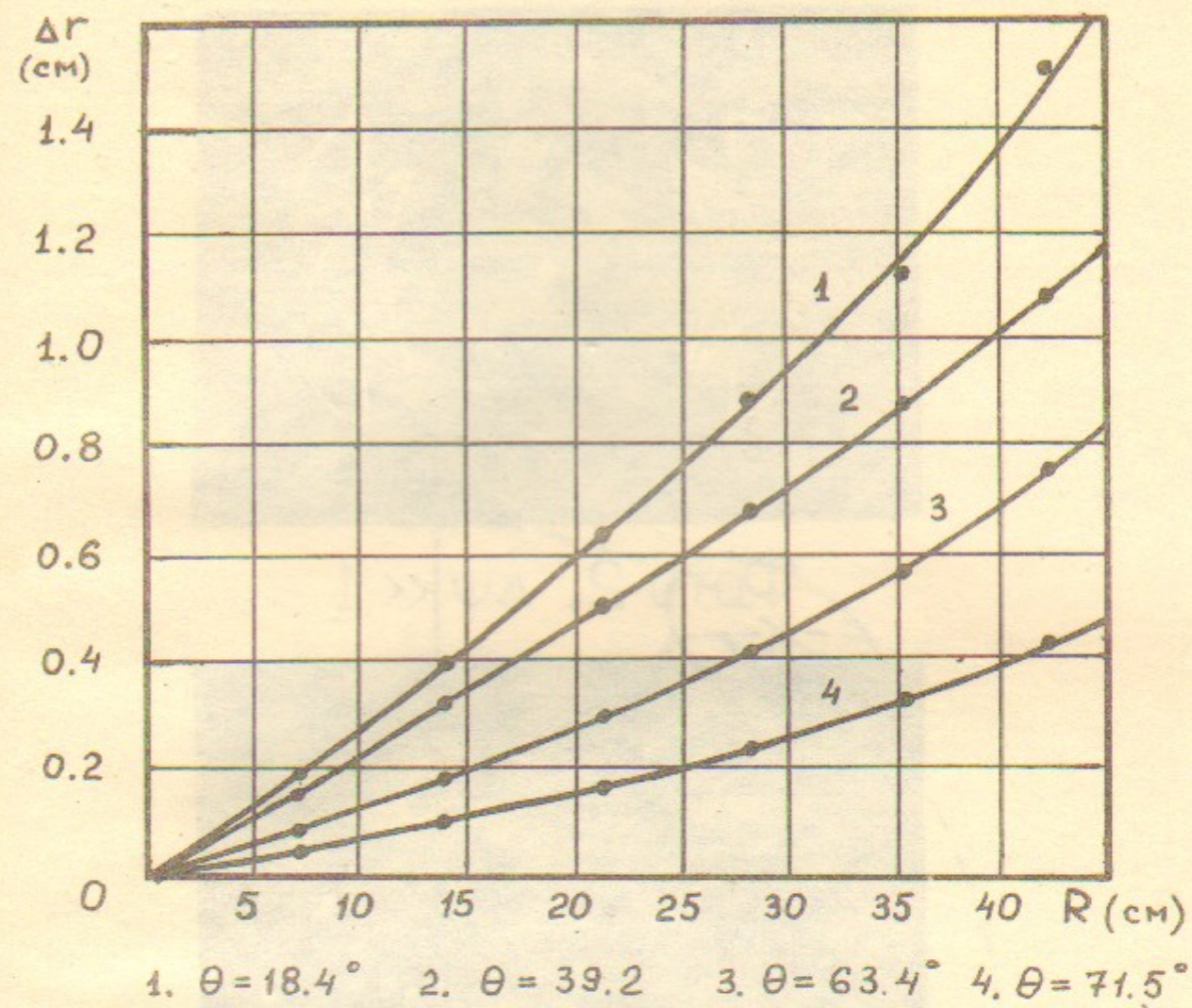


Рис. 2 б

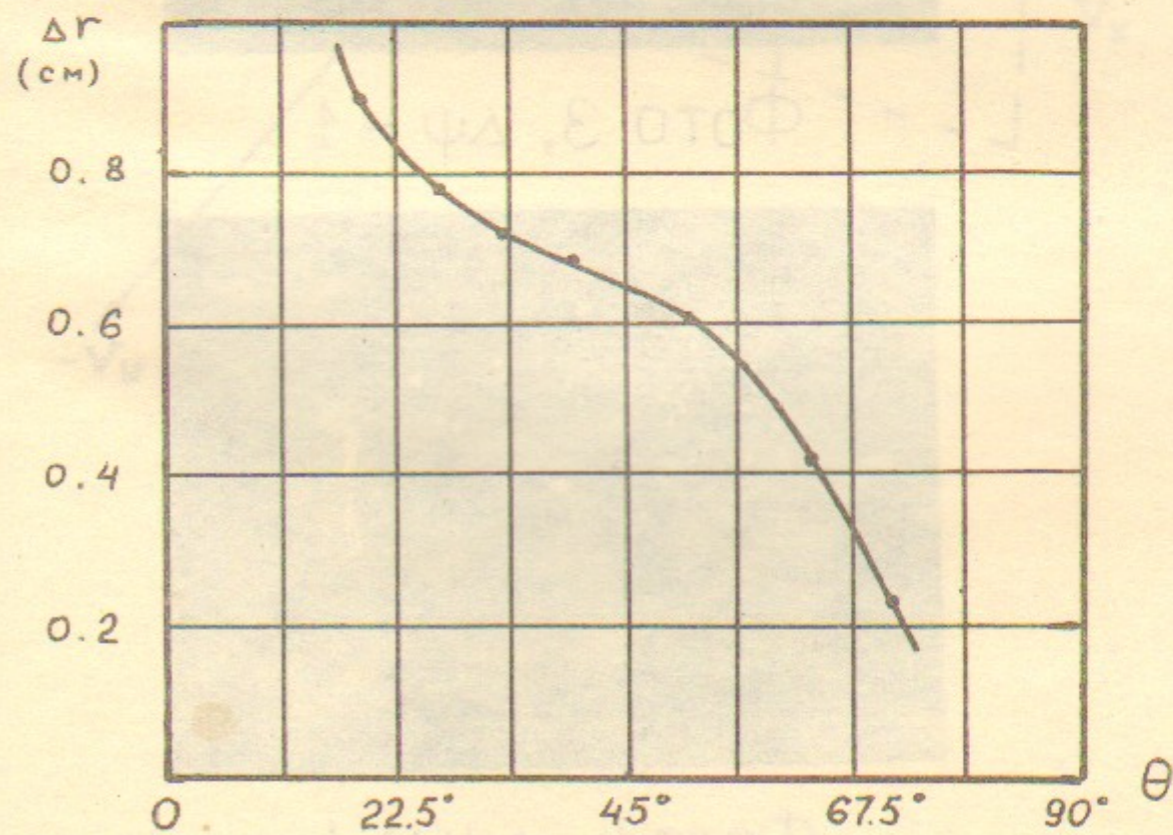


Рис. 2 в

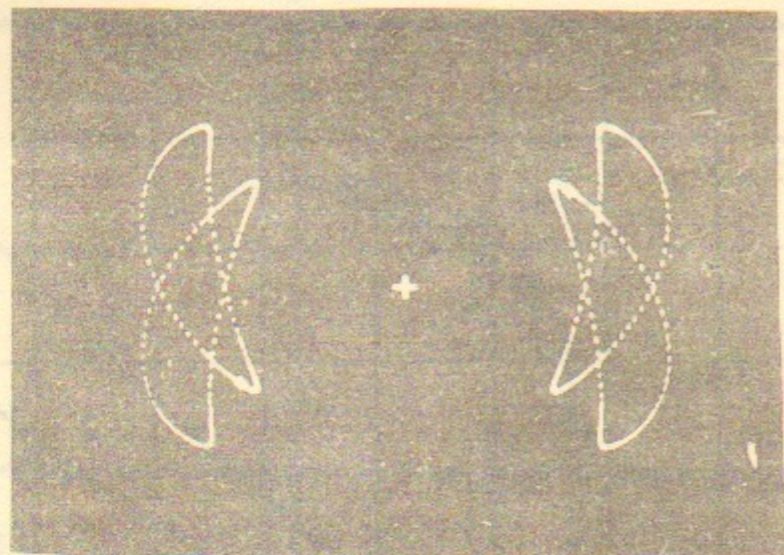


ФОТО 2, $\Delta\psi \ll 1$

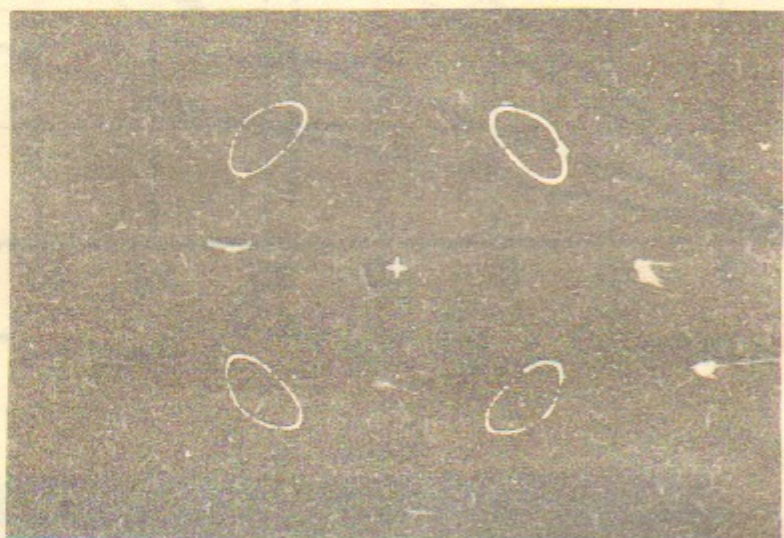


ФОТО 3, $\Delta\psi \sim 1$



ФОТО 4, $\Delta\psi \gg 1$

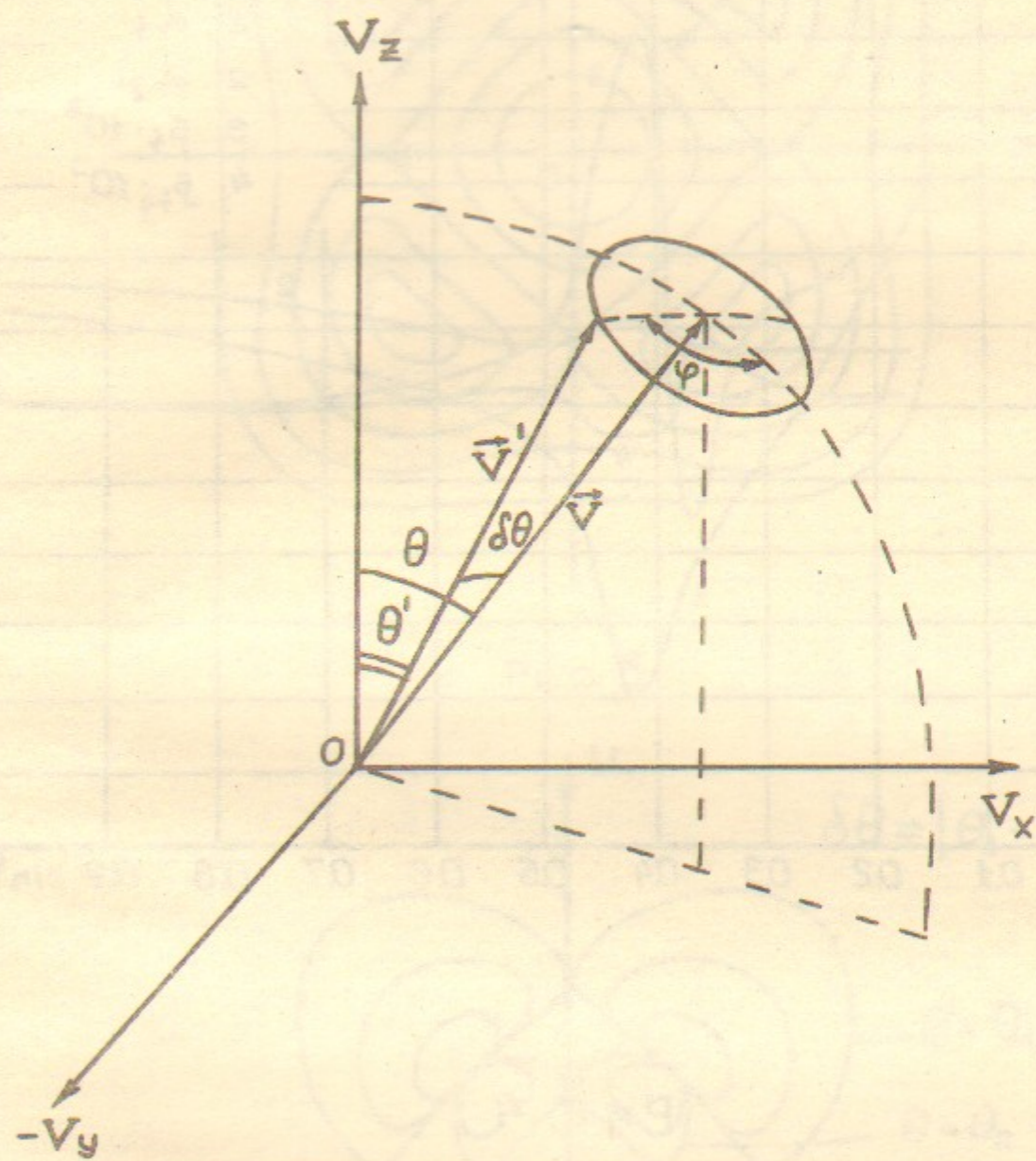


Рис. 3

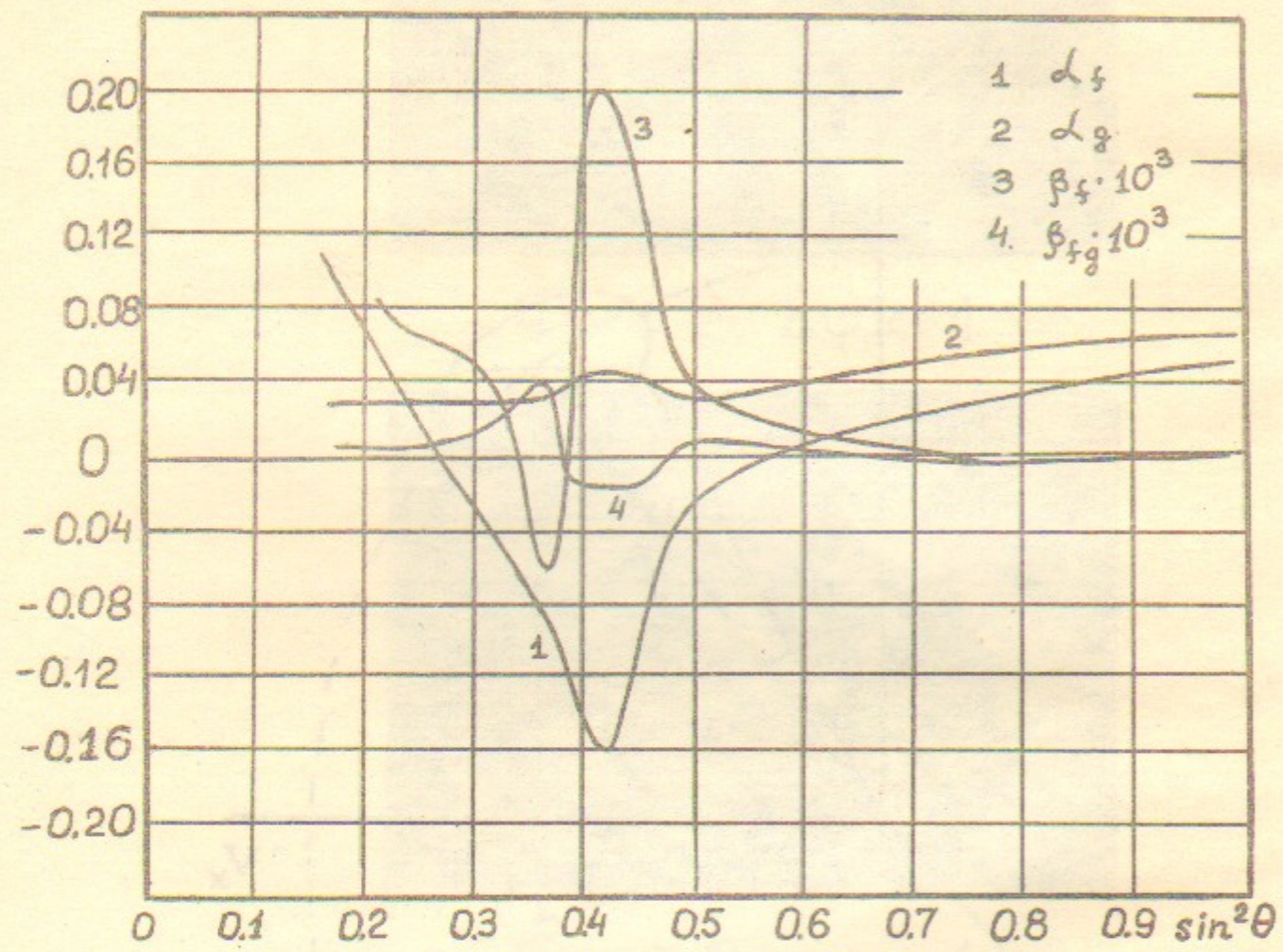


Рис. 4

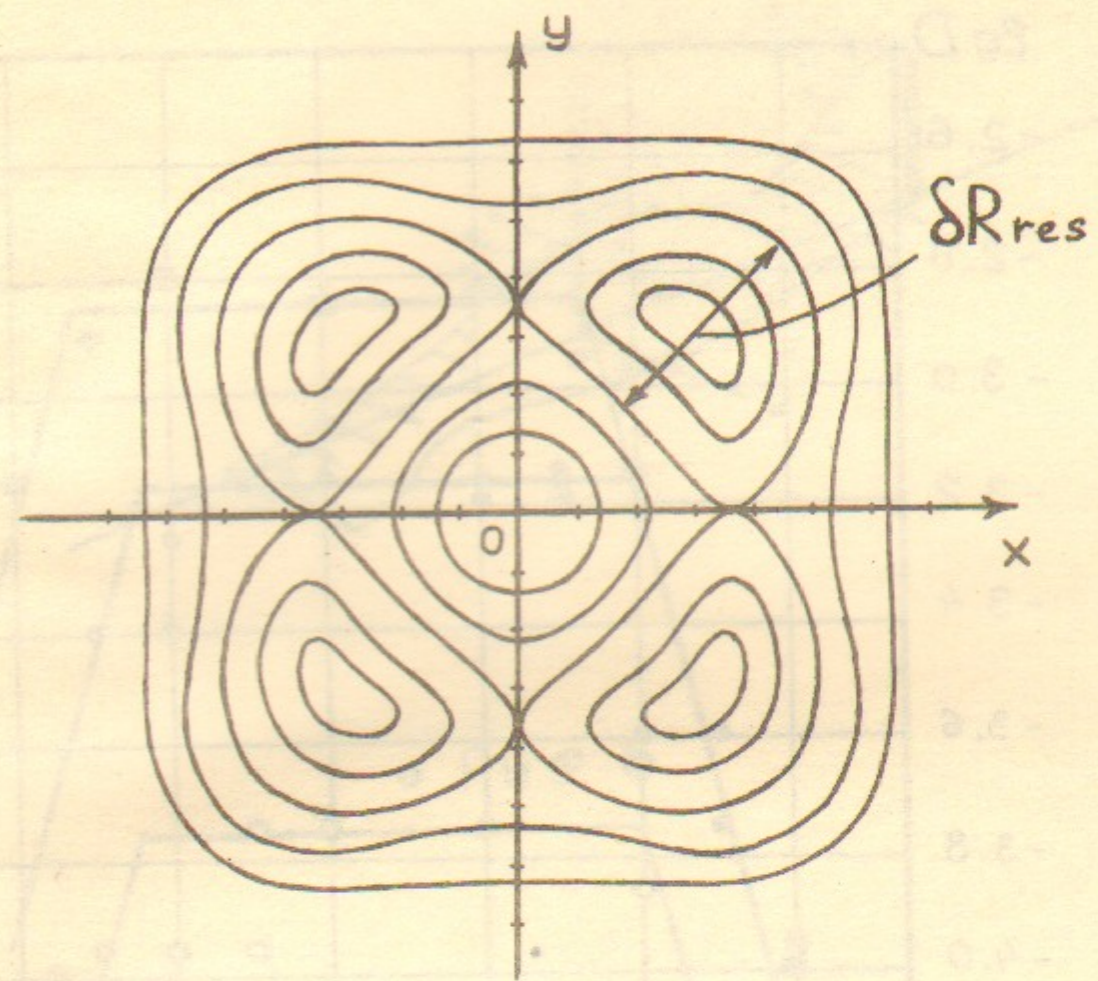


Рис. 5

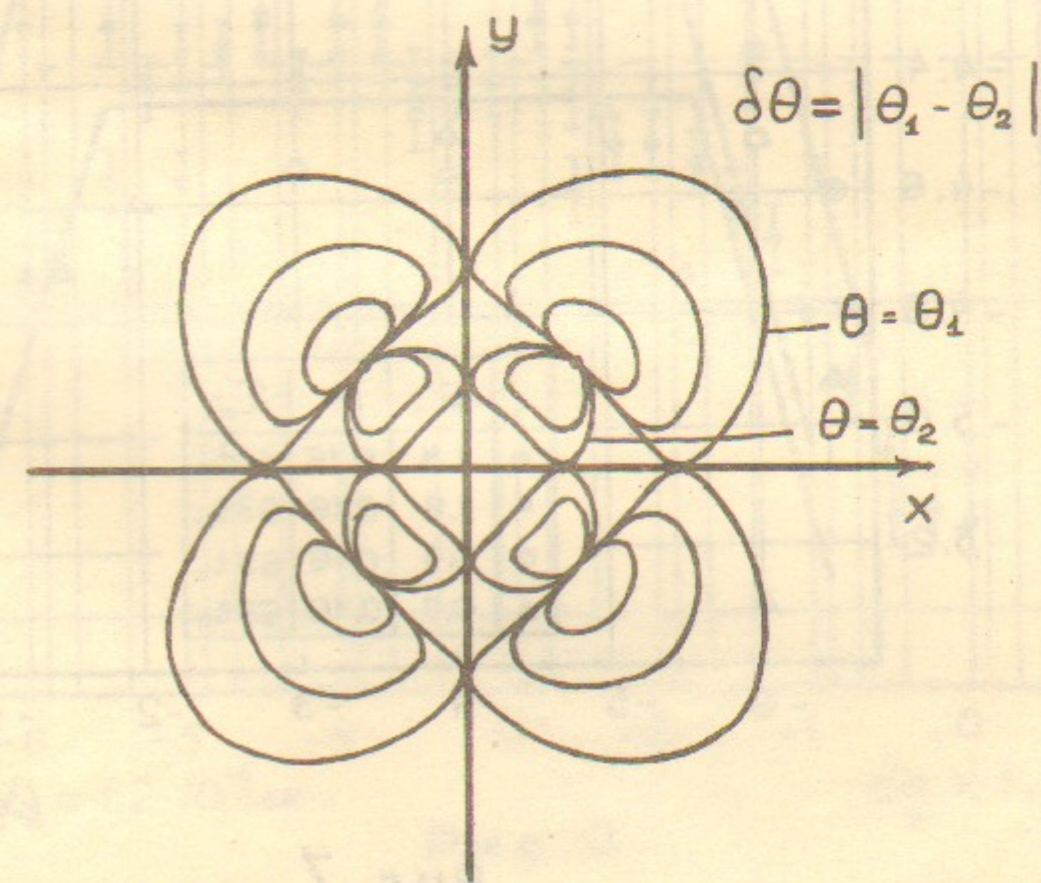


Рис. 6

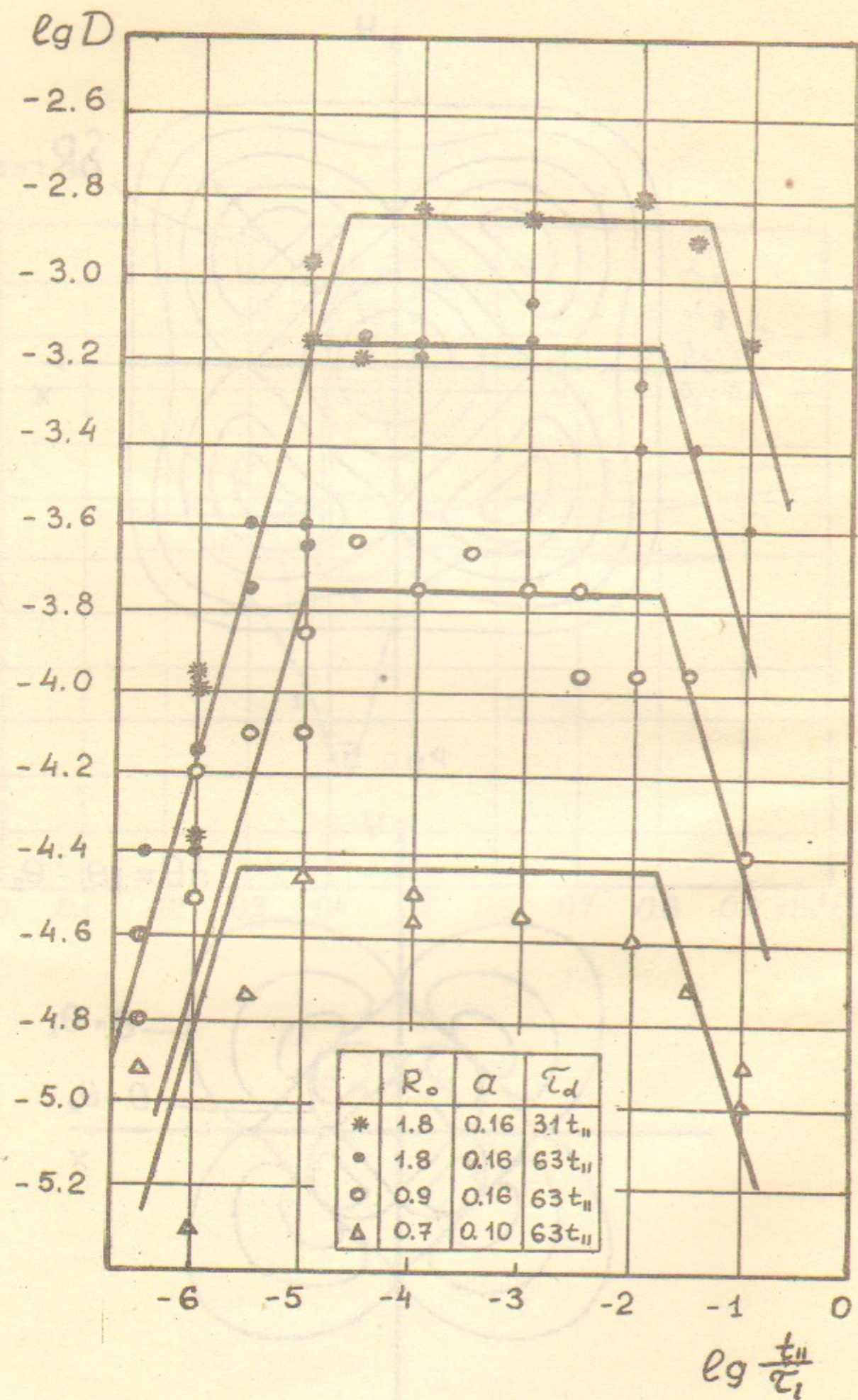


Рис. 7

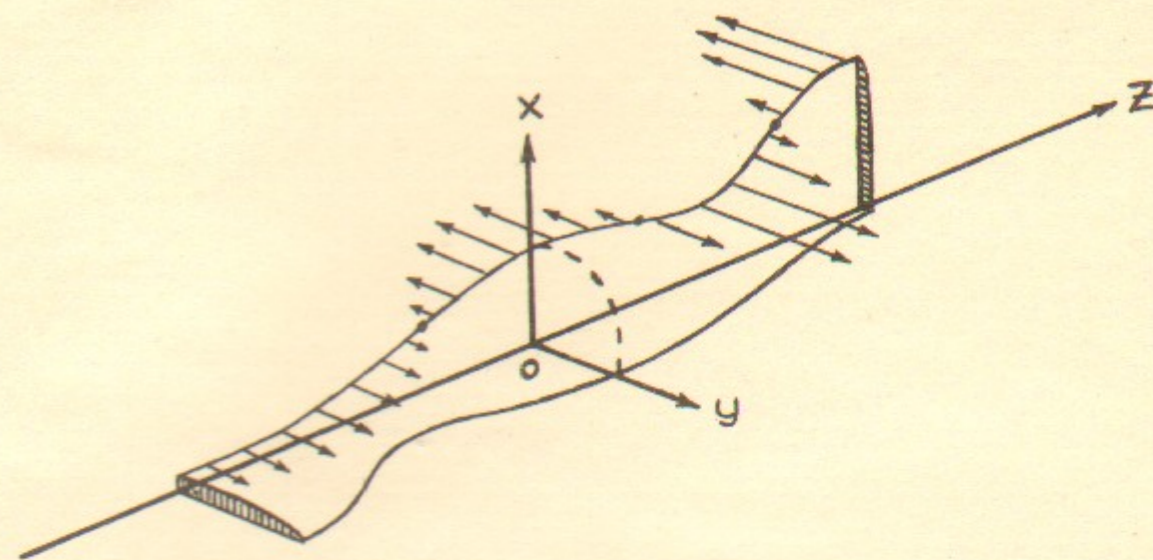


Рис. 8

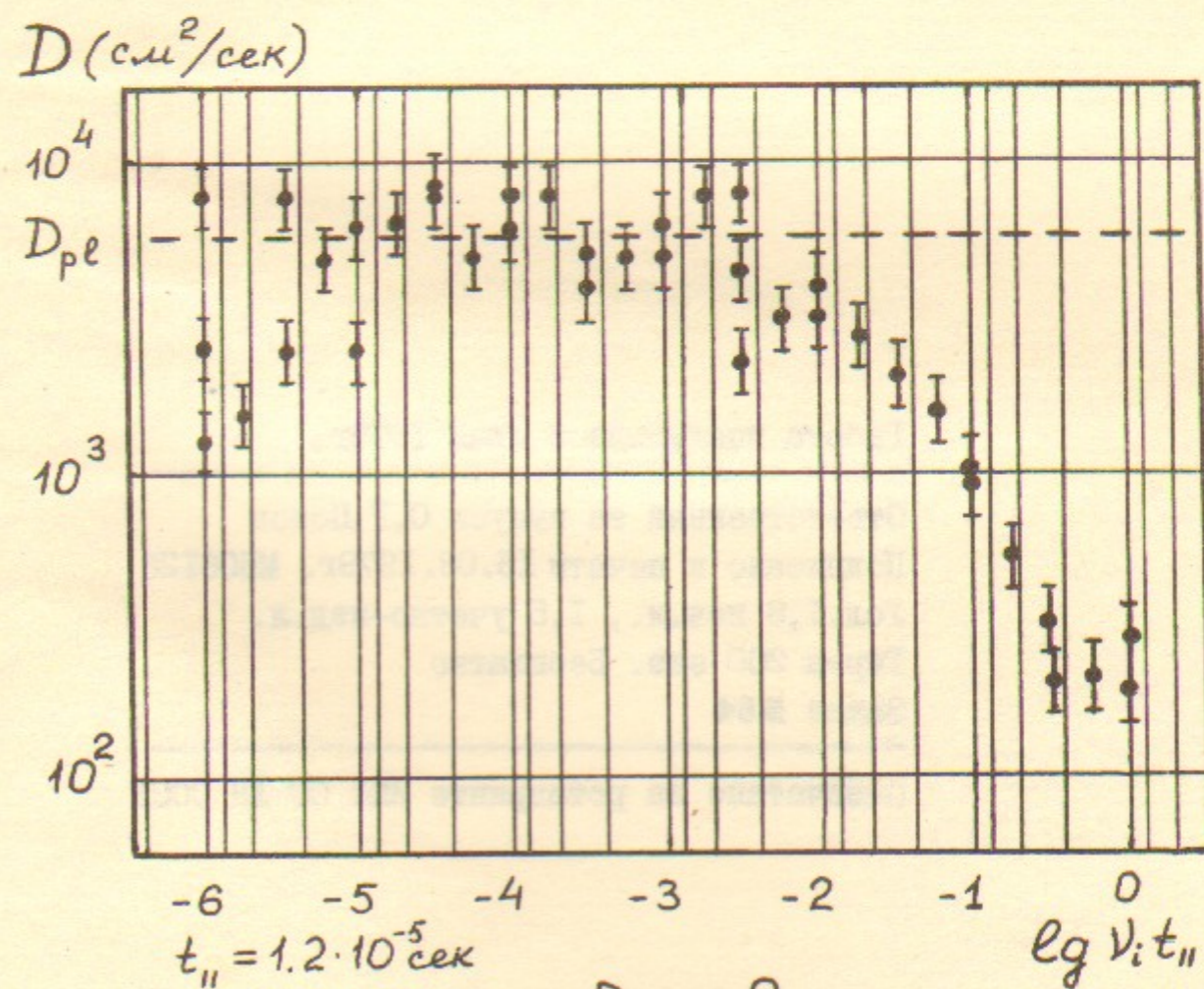


Рис. 9