

4

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

**К ИЗЛУЧЕНИЮ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ
ПЛОСКОСТНОМ КАНАЛИРОВАНИИ**

ПРЕПРИНТ ИЯФ 79 - 7

Новосибирск

К ИЗЛУЧЕНИЮ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ ПЛОСКОСТНОМ КАНАЛИРОВАНИИ

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассмотрено излучение электронов при плоскостном каналировании в кристалле в случае, когда движение частиц является классическим, а излучение дипольным. Использован потенциал типа "перевернутая парабола". Вычислены интенсивность и спектральное распределение интенсивности, которые зависят от точки влета ("прицельного параметра") и угла влета частицы. Проведено усреднение по точке влета, а затем и по углу влета. Полученные так результаты могут быть непосредственно сравнены с опытом. Показано, что спектр излучения существенно отличается от ондуляторного. При энергии электронов $\mathcal{E} = 1$ ГэВ максимум спектрального распределения лежит для различных веществ в интервале $4 + 9$ МэВ.

TO RADIATION OF ELECTRONS AT PLANE CHANNELING

V.N.Baier, V.M.Katkov, V.M.Strakhovenko

Institute of Nuclear Physics,
630090, Novosibirsk 90, USSR

A b s t r a c t

It is considered the radiation of electrons at plane channeling when the particle motion may be treated classically and the radiation is dipole. The "flipped parabola"-type potential is used (3). The intensity and the spectral distribution of intensity are calculated, which depend on the incoming point (the "impact parameter") X_0 and on the particle income angle ϑ . With ϑ and X_0 given, the radiation intensity is determined by formula (5) and the spectral distribution of intensity - by formula (7). The results of their averaging over X_0 (at a given ϑ) are presented in Figs. 1 and 2, respectively. It is seen that the radiation spectrum highly differs from the undulator one. The radiation spectrum averaged over ϑ is shown in Fig.3. Table 1 lists the parameters characterizing the radiation at plane channeling of electrons. The characteristics found are directly comparable with the experiment.

Движение заряженных частиц в канале, образованном кристаллическими плоскостями (плоскостное каналирование), или канале, создающемся цепочкой атомов (осевое каналирование), широко обсуждалось в последние годы (см. обзоры^(1,2)). Поскольку движение электронов в канале является квазипериодическим (периодическим в системе, где электрон в среднем покоится), то оно должно сопровождаться характерным электромагнитным излучением. В области, где применимо классическое описание движения частиц, это излучение, в принципе, аналогично излучению в ондуляторе (см. напр.⁽³⁾). Излучение при каналировании обсуждалось в ряде работ (см.⁽⁴⁻⁶⁾ и цитированную там литературу), однако при этом делались весьма модельные предположения о форме потенциала и не получены величины, которые можно было бы сравнить с опытом. В данной работе взята форма потенциала, качественно близкая к реальной и найдены характеристики излучения, которые могут быть непосредственно измерены в эксперименте.

Здесь мы ограничимся классическим описанием движения электронов в канале. Это допустимо, если фазовый объем поперечного движения достаточно велик, точнее $p_{\perp} d / \hbar \gg 1$, где p_{\perp} - поперечный импульс $p_{\perp} \sim \sqrt{2\epsilon U_0}$, ϵ - энергия электрона, U_0 - глубина потенциальной ямы, d - расстояние между плоскостями, образующими канал. Итак, (см. также⁽²⁾)

$$\frac{p_{\perp} d}{\hbar} \sim \sqrt{\gamma} \frac{\sqrt{m U_0} d}{\hbar} \gg \sqrt{\gamma} \gg 1 \quad (I)$$

где $\gamma = \frac{\epsilon}{m c^2}$, учтено, что $U_0 \sim (20 + 90)$ эВ, $d \sim a_0 = \frac{\hbar^2}{m e^2}$. Отсюда вытекает, что для энергии $\epsilon \gtrsim 100$ МэВ вполне допустимо использование классической динамики.

Оценим теперь энергию излученных фотонов

$$\hbar \omega_c \sim \epsilon \frac{2\pi \gamma^{1/2}}{d} \frac{\hbar c}{\sqrt{2 U_0}} \quad p_{\perp} \ll m c \quad (2)$$

$$\hbar \omega_c \sim \epsilon \gamma \frac{\hbar c}{d} \frac{U_0}{m c^2} \quad p_{\perp} \gg m c$$

где $\lambda_c = \frac{\hbar}{m c}$. Если $\gamma U_0 \ll m c^2$ (что справедливо при $\gamma \ll 10^4$), то для частиц, движущихся в канале или над барьером при $\epsilon \sim U_0$ поперечное движение является нерелятивистским и излучение носит дипольный характер^{*)}. Мы рассмотрим здесь именно этот случай, пос-

*) В противоположном случае $\gamma U_0 \gg m c^2$ излучение при $\epsilon \sim U_0$ формируется на небольших участках траектории и по своим свойствам близко к магнитотормозному излучению.

кольку большинство экспериментов проводится при энергии около 1 ГэВ. Дипольное излучение при квазипериодическом движении подробно изучено в работе авторов⁽³⁾, включая его спектральные и поляризационные свойства. В изучаемой задаче можно использовать результаты⁽³⁾, учитывая, однако, что теперь все выражения зависят от угла влета электрона в канал \mathcal{D} (угол между импульсом частицы и плоскостями, образующими канал) и координаты точки влета x_0 . Эта зависимость обязана тому, что при заданном потенциале $U(x)$, характеристики излучения определяются величиной $\varepsilon_L = U(x_0) + \varepsilon_0$, $\varepsilon_0 = \frac{e\mathcal{D}^2}{2}$. Поскольку значение x_0 принципиально не может быть фиксировано, то необходимо провести усреднение по траекториям с различными x_0 . Кроме того, если угловая ширина пучка электронов $\Delta\mathcal{D} \geq \mathcal{D}_{max}$ ($\mathcal{D}_{max} = \sqrt{\frac{2U_0}{E}}$), то необходимо также провести усреднение и по углу \mathcal{D} .

Движение электронов в канале определяется межплоскостным потенциалом. Мы выберем его в форме

$$U(x) = U_0 \left[1 - \left(1 - \frac{2|x|}{d} \right)^2 \right], \quad -\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} \quad (3)$$

В области, дающей основной вклад в излучение этот потенциал не очень отличается от потенциала, получающегося с использованием модели Томаса-Ферми. В этой модели плоскостного каналирования:

$$\dot{x}_c(t) = \frac{\kappa d}{2 \operatorname{ch} f} \operatorname{sh}(f - \kappa|t|) \quad -\tau_c/2 \leq t \leq \tau_c/2$$

$$\dot{x}_{nc}(t) = \frac{\kappa d}{2 \operatorname{sh} f_1} \operatorname{ch}(f_1 - \kappa|t|) \quad -\tau_{nc}/2 \leq t \leq \tau_{nc}/2 \quad (4)$$

где \dot{x}_c - скорость частиц, движущихся в канале, \dot{x}_{nc} - скорость частиц, движущихся над барьером в периодическом поле, образованном последовательностью потенциалов (3); $\kappa = \frac{2c}{d} \sqrt{\frac{2U_0}{E}}$, $f = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\sqrt{z}}{1-\sqrt{z}}$, $f_1 = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{z}+1}{\sqrt{z}-1} = f\left(\frac{1}{z}\right)$, $z = \frac{\varepsilon_L}{U_0}$; периоды $\tau_c = \frac{4}{\kappa}$, $\tau_c = \tau_0 f$, $\tau_{nc} = \frac{\tau_0 f_1}{2}$. Если угол влета $\mathcal{D} \neq 0$, то электроны, для которых $\varepsilon_L < U_0$ попадают в канал, а те частицы, для которых $\varepsilon_L > U_0$, движутся над барьером, причем излучение этих обеих групп частиц не может быть разделено.

С помощью формул (4) могут быть определены все характеристики излучения. Усредненная по периоду интенсивность излучения при заданном значении ε_L есть

$$I_c = I_e \left(1 - z + \frac{\sqrt{z}}{f} \right), \quad I_{nc} = I_e \left(1 - z + \frac{\sqrt{z}}{f_1} \right) \quad (5)$$

где $I_e = \frac{16 e^2 U_0^2 \gamma^2}{3 m^2 c^3 d}$. Усреднив (5) по x_0 имеем интенсивность как функцию угла влета \mathcal{D} ($\varepsilon_0 = \frac{e\mathcal{D}^2}{2}$). График функций $\langle I_c \rangle$, $\langle I_{nc} \rangle$ и $\langle I \rangle = \langle I_c \rangle + \langle I_{nc} \rangle$ приведен на рис.1. Подъем $\langle I_c \rangle$ при $\varepsilon_0 \rightarrow 0$ ($\mathcal{D} \rightarrow 0$) обусловлен тем, что при этом частицы движутся в основном в области максимального ускорения.

Для вычисления спектральных характеристик излучения необходимо знать величины (см. (3), формулы (7)-(10))

$$\dot{x}_c^{\tilde{\omega}} = \int_{-\tau_c/2}^{\tau_c/2} \dot{x}_c(t) e^{i\tilde{\omega}t} dt = \frac{2d}{1 + \left(\frac{\tilde{\omega}}{\kappa}\right)^2}, \quad \dot{x}_{nc}^{\tilde{\omega}} = \int_{-\tau_{nc}/2}^{\tau_{nc}/2} \dot{x}_{nc}(t) e^{i\tilde{\omega}t} dt = \frac{d}{1 + \left(\frac{\tilde{\omega}}{\kappa}\right)^2} \quad (6)$$

где $\tilde{\omega} \tau_c = 2\pi(2\ell-1)$, $\tilde{\omega} \tau_{nc} = 2\pi\ell$ ($\ell = 1, 2, 3, \dots$). Используя этот результат имеем спектральное распределение интенсивности

$$\frac{dI}{d\xi} = I_e \frac{6\pi^2}{f^2} \sum_{\ell=1}^{\infty} \mathcal{D}(z-\ell e) \frac{(1/2 - \ell e + \ell^2)}{[1 + (\pi\xi/2\ell e)^2]^2} \quad (7)$$

где I_e определено в (5), $\ell e = \xi f / (2\ell-1)$, $\xi = \frac{\omega}{\omega_c}$, $\omega_c = \frac{4\pi\gamma^2}{\pi_0}$, ω - частота излученного фотона. Соответствующее распределение для частиц движущихся над барьером получается из (7) заменой $(2\ell-1) \rightarrow 2\ell$, $f \rightarrow f_1$. На рис.2. приведено усредненное по x_0 спектральное распределение интенсивности для $\frac{\varepsilon_0}{U_0} = 0,4$ (1), $\frac{\varepsilon_0}{U_0} = 0,7$ (2), $\frac{\varepsilon_0}{U_0} = 0,9$ (3), причем все кривые нормированы на I. Изломы на рис.2. имеют место при граничных частотах гармоник, соответственно $\xi = \frac{2\ell-1}{f}$, $\varepsilon_L = \varepsilon_0$, для частиц в канале и $\xi = \frac{2\ell}{f_1}$, $\varepsilon_L = U_0 + \varepsilon_0$, для частиц, движущихся над барьером. Проведем усреднение по углу \mathcal{D} в предположении равномерного распределения в интервале $|\mathcal{D}| \leq \mathcal{D}_{max}$. На рис.3. изображен спектр излучения частиц в канале (1) и суммарный вклад в излучение частиц в канале и движущихся над барьером (2), обе кривые нормированы на I. Усредненная интенсивность (5) есть $\langle I \rangle = 0,75 I_e$. Заметим, что для принятой формы потенциала приведенные графики являются универсальными, т.к. для различных веществ отличаются только U_0 , d и τ_0 , I_e .

Таблица I

Кристалл	d (А)	U_0 (эВ)	$\frac{I_e}{\gamma^2}$ (эВ/см)	$\frac{\tau_0 \omega_c}{\gamma^{3/2}}$ (эВ)	$\varepsilon = 1$ ГэВ	
					$\tau_0 \omega_c$ (МэВ)	I_e (МэВ)
C(d)	1,26	26	12,5	99	8,6	48
Si(d)	1,92	30	7,2	70	6,1	27,5
Nz	1,25	47	41,6	135	11,7	159
Ge(d)	2,00	54	21,4	90	7,8	82
Au	1,44	89	112	161	13,9	430

*) Отдельные вклады: $\langle I_c \rangle = 0,5 I_e$, $\langle I_{nc} \rangle = 0,25 I_e$

Таблица I содержит величины, характеризующие излучение при плоскостном (плоскость (110)) каналировании электронов для некоторых веществ, индекс (d) означает решетку типа алмаза. Величины U_0 оценены на основании данных, приведенных в (1). Потери энергии на излучение при каналировании сравниваются с потерями энергии на тормозное излучение при энергии $\varepsilon \sim 5$ ГэВ. Отношение соответствующих спектральных плотностей интенсивности может быть оценено так:

$$\frac{dI_c/d\omega}{dI_{b2}/d\omega|_{\omega=\omega_c}} \sim I_{eL}/\hbar\omega_c$$

где dI_{b2} - плотность интенсивности тормозного излучения, L - радиационная длина. Поскольку уже при энергии 1 ГэВ это отношение существенно превышает 1, то именно эта характеристика удобна для выделения эффекта излучения при каналировании на фоне тормозного излучения.

Излучение при плоскостном каналировании является частично линейно поляризованным, после интегрирования по углам вылета фотона степень поляризации равна 1/2 (см. (3), формула (21)).

Здесь рассматривался случай статического кристалла. Нулевые и температурные колебания могут существенно изменить форму потенциала вблизи плоскости, что эффективно уменьшает величину U_0 . Однако для большинства электронов время прохождения этой области сравнительно мало и поэтому можно ожидать, что описанные здесь эффекты слабо зависят от температуры.

Формулы для спектрального распределения интенсивности перестают быть справедливыми, если $\gamma U_0 \gtrsim mc^2$, т.к. в этом случае существенную роль играют высшие мультиполи. Заметим, что при $z \gg 1$ становится справедливым борновское приближение, где можно использовать известные способы расчета когерентного излучения (см. напр., (7)).

Сравним наши результаты с предыдущими работами. В работе (4) в дипольном приближении рассмотрено излучение при переходах в осцилляторной яме, где оно естественно является ондуляторным (ср., напр., (3)) и не проведено усреднение по X_0 . На самом же деле (см. рис. 2) спектр излучения весьма далек от ондуляторного. В работе (5) рассматривалось излучение при переходах в прямоугольной потенциальной яме, спектр излучения в которой простирается до $\hbar\omega \sim \varepsilon$. Однако фактически спектр излучения при каналировании определяется характерными частотами движения электронов и при энергии частиц несколько ГэВ основной вклад в излучение дают час-

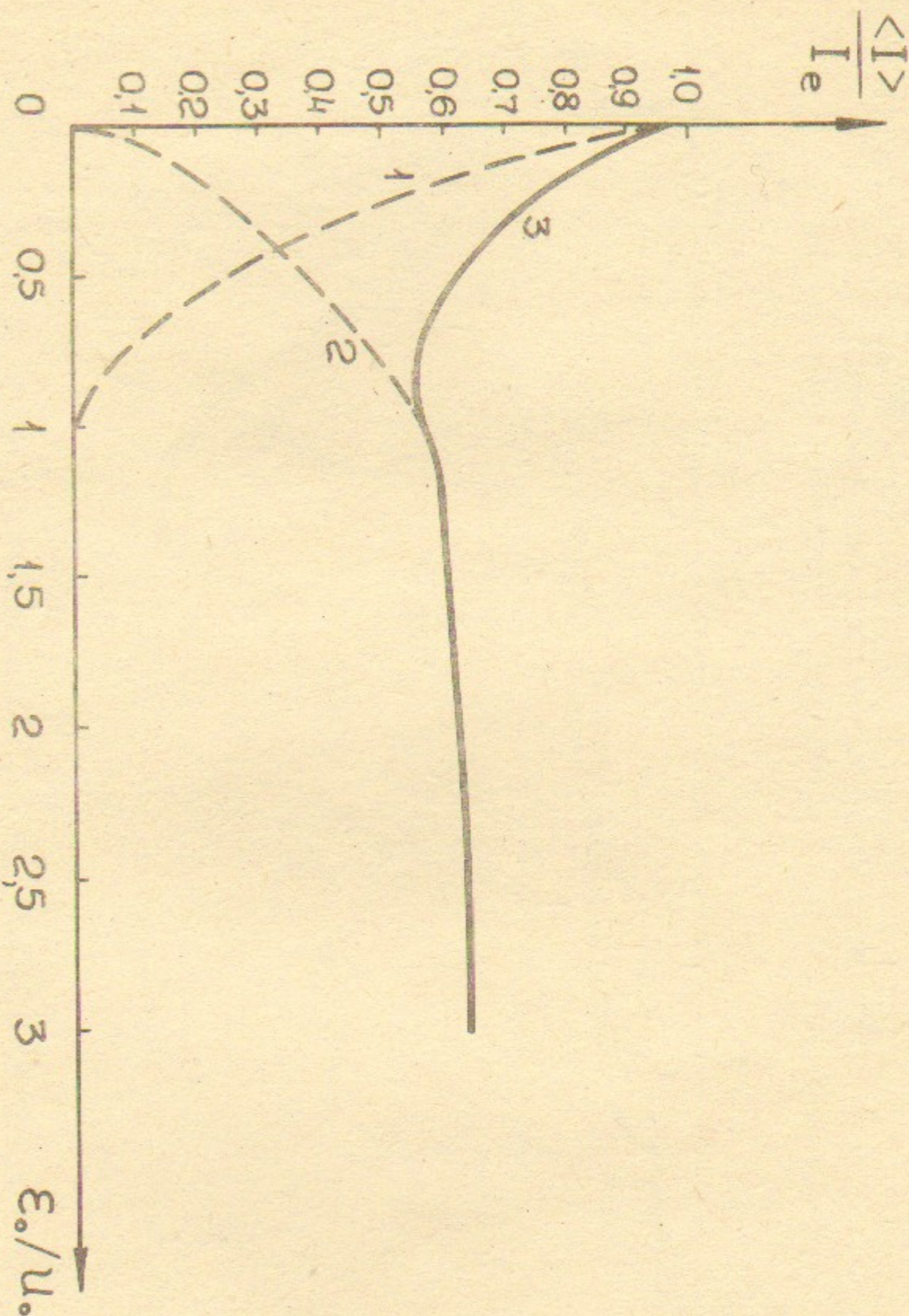
тоты $\hbar\omega \ll \varepsilon$. Следует иметь в виду, что как осцилляторная, так и прямоугольная потенциальные ямы даже качественно не описывают потенциала, действующего на электрон. В (6) задача об излучении при каналировании поставлена адекватно, однако авторы ограничились выписыванием общих (вполне очевидных) соотношений, а конкретные результаты приведены только для интенсивности при $\varepsilon_0 = 0$ и фактически в предположении, что $\delta = d/2a \gg 1$ (a - эффективный радиус экранирования потенциала плоскости). По нашим оценкам для большинства случаев $\delta \sim 2$.

Сделаем еще замечание относительно эффекта про осевом каналировании ($\varepsilon_1 < U_0$), для которого высота барьера (глубина ямы) в несколько раз больше, чем соответствующие величины для плоскостного каналирования. Соответственно понижается граница применимости дипольного приближения, в частности для золота оно становится неприменимым уже при $\varepsilon \sim 1$ ГэВ. Учитывая, что $\tau_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} \sim \frac{d}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}}$, $\omega_c = \frac{4\pi}{\tau_0} \sim \frac{4\pi c}{d} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}}$ и что на границе области применимости $U_0 \sim (mc^2)^2/\varepsilon$ имеем для граничной частоты излучения $\omega_c \sim \frac{4\pi}{d} \sqrt{\varepsilon} = \frac{4\pi}{d} \sqrt{\varepsilon}$. В области применимости дипольного приближения для излучения при осевом каналировании можно получить оценку сверху для основных частот излучения основываясь на проведенном выше анализе. Можно показать, что для аксиально симметричного потенциала удовлетворяющего условию $\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \ll 1$ максимальная частота достигается, когда частица движется по прямой (для $\frac{\partial \psi}{\partial z} \gg 1$ частота максимальна при движении по окружности). Поскольку при осевом каналировании это условие выполняется и поскольку уменьшается размер области, где ускорение максимально, то для характерных частот излучения при осевом каналировании имеем после замены потенциала $U_0/m \rightarrow U_0/\rho c$
 $\omega_c \lesssim 2\pi^2 \omega_0$

Л и т е р а т у р а

1. D.S.Gemmell, Rev. of Mod. Phys., 46, p. 129-228, 1974.
2. J.U.Andersen, S.Kjer Andersen, W.Augustyniak, Mat. Fys. Medd. Dan.Vid.Selsk., 39, No10, 1977.
3. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко ЖЭТФ 63, 2121, 1972.
4. М.А.Кумахов ЖЭТФ 72, 1489, 1977.
5. Н.К.Жеваго ЖЭТФ 75, 1389, 1978.
6. А.И.Ахиезер, И.А.Ахиезер, Н.Ф.Шульга Препринт ХФТИ 78-17, 1978.
7. М.Л.Тер-Микеэлян. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Из-во АН Арм. ССР, Ереван, 1969.

Рис.1. Усредненная по χ_0 интенсивность излучения
 $\langle I_c \rangle (1), \langle I_{nc} \rangle (2)$ и суммарный вклад $\langle I \rangle = \frac{\epsilon_0 g^2}{2}$
 $= \langle I_c \rangle + \langle I_{nc} \rangle (3)$ как функции угла вылета ϑ ($\epsilon_0 = \frac{\epsilon_0 g^2}{2}$)



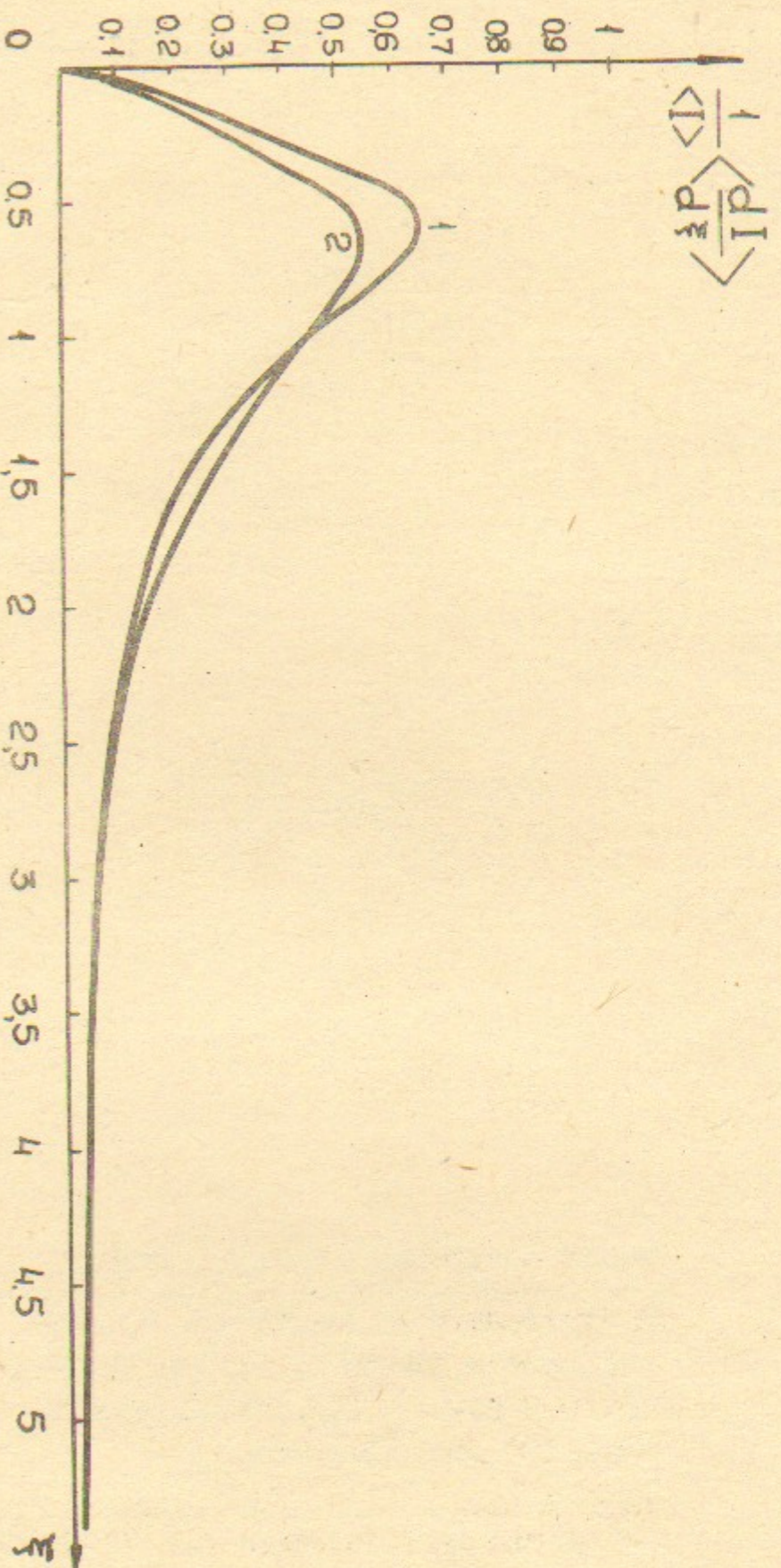


Рис.3. Усредненное по X_0 и ϑ спектральное распределение интенсивности для частиц в канале (1) и суммарный вклад (2).

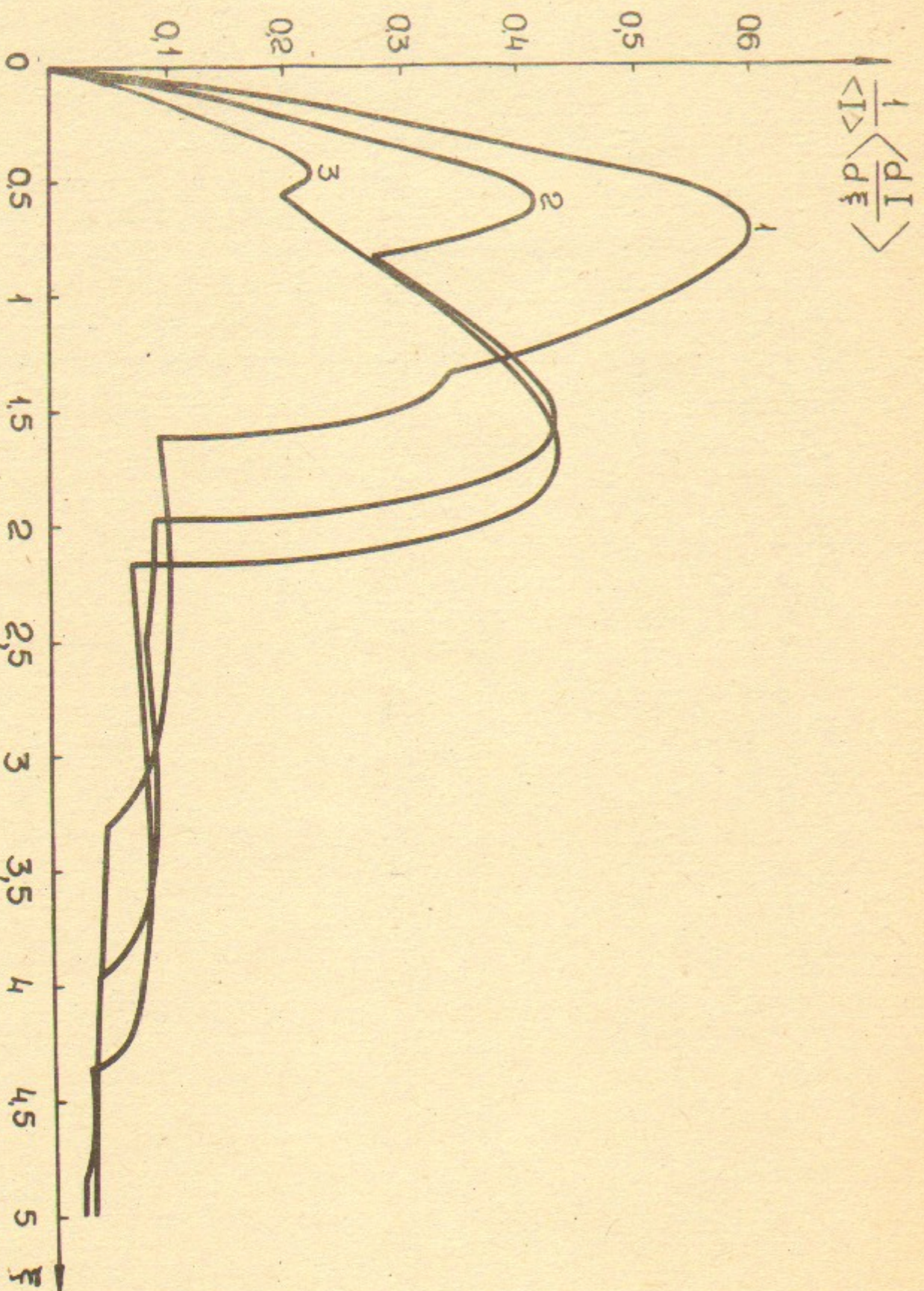


Рис.2. Усредненное по X_0 спектральное распределение интенсивности (суммарный вклад) при разных углах влета $\xi_0/\alpha_0 = 0,4$ (1), $\xi_0/\alpha_0 = 0,7$ (2), $\xi_0/\alpha_0 = 0,9$ (3).