

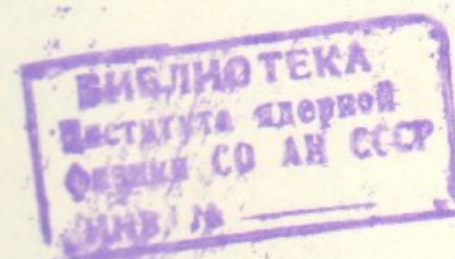
B.19

56

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

И.Б.Вассерман, Ф.М.Израйлев, Г.М.Тумайкин

**КРИТЕРИЙ СТОХАСТИЧНОСТИ ПРИ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВСТРЕЧНЫХ  
ПУЧКОВ НА ОСНОВНОМ РЕЗОНАНСЕ  
СВЯЗИ**



ПРЕПРИНТ ИЯФ 79-74

Новосибирск

КРИТЕРИЙ СТОХАСТИЧНОСТИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ  
ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКОВ НА ОСНОВНОМ РЕЗОНАНСЕ СВЯЗИ

И.Б.Вассерман, Ф.М.Израйлев, Г.М.Тумайкин

А Н Н О Т А Ц И Я

Приводятся результаты численного моделирования взаимодействия отдельной частицы со встречным пучком, круглым в поперечном сечении. Исследуются условия возникновения стохастичности вблизи основного резонанса связи ( $\nu_x = \nu_z$ ) при равных  $\beta_{x,z}$ -функциях. Показывается, что при малых расстройках  $\xi = \nu_z - \nu_x$  критическое значение параметра  $\xi_{кр}$ , определяющего порог возникновения сильной стохастичности остается достаточно высок и сравним со значением, полученным в одномерной модели. Характер движения при этом в основном определяется свойствами нелинейного резонанса связи, возникающего из-за нелинейности потенциала взаимодействия частиц с пучком. Обсуждаются преимущества работы установок со встречными пучками в таком режиме.

КРИТЕРИЙ СТОХАСТИЧНОСТИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ  
ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКОВ НА ОСНОВНОМ РЕЗОНАНСЕ СВЯЗИ

И.Б.Вассерман, Ф.М.Израйлев, Г.М.Тумайкин

В В Е Д Е Н И Е

Максимальная светимость установок со встречными пучками ограничивается эффектами электромагнитного взаимодействия пучков. Основное ограничение обусловлено стохастической неустойчивостью, возникающей вследствие нелинейности поля встречного пучка (см., например, /1-5/). В качестве параметра, характеризующего величину взаимодействия обычно используется параметр  $\xi$ , пропорциональный плотности встречного пучка.

Численное исследование для одномерной круглой и ленточной моделей /4/ показало, что предельное значение  $\xi_{кр}$ , определяемое началом перекрытия областей автофазировки нелинейных резонансов, сильно уменьшается при учете модуляции, обусловленной синхротронными колебаниями каждой частицы. Поэтому представляет интерес рассмотреть возможность создания установки, в которой различные модуляции силы встречного пучка сведены до минимума. Структура с нулевой энергетической дисперсионной функцией в месте встречи ( $\Psi_{x,z} = 0$ ) позволяет исключить модуляцию, вызываемую радиальными синхротронными колебаниями. Однако при использовании малой  $\beta$ -функции в месте встречи остается модуляция из-за фазовых синхротронных колебаний и зависимости  $\beta$ -функции от продольной координаты. Так как для круглого пучка  $\xi_{x,z} \sim \frac{P_{x,z}}{\sigma_z^2}$ , ( $\sigma$  - размер пучка  $\sim \sqrt{\rho}$ ), то нетрудно видеть, что при условии  $\beta_x = \beta_z$  зависимость  $\xi$  от продольной координаты исчезает, а следовательно, исчезает и этот тип модуляции.

Оценки для предельного значения  $\xi_{кр}$ , полученные в одномерных моделях, вообще говоря, являются завышенными, поскольку не учитываются дополнительные резонансы, возникающие из-за связи колебаний по поперечным степеням свободы  $x$  и  $z$ .

Следует ожидать, что для двумерной модели величина  $\xi_{кр}$  при каких-то значениях параметров может быть значительно меньше, чем для одномерной. С другой стороны, нетрудно показать, что точно на резонансе связи  $\nu_x = \nu_z$  движение вырождается в одномерное. С этой точки зрения выбор рабочей точки вблизи такого резонанса может оказаться весьма эффективным. Кроме того, на резонансе связи довольно легко получить круглый пучок.

Целью настоящей работы является исследование стохастических эффектов для круглого пучка с учетом двумерности вблизи основного резонанса связи ( $\nu_x = \nu_z$ ).

## § 2. Описание модели

Рассматривается взаимодействие отдельной частицы, совершающей бетатронные колебания, с полем круглого двумерного пучка с гауссовским распределением плотности в следующем приближении:

1. Ступок короткий (приближение тонкой линзы);
2. Места встречи располагаются через период магнитной системы;
3. Не учитывается затухание, т.е. рассматриваются сильные эффекты, развивающиеся за времена меньшие, чем время затухания;
4. Линейная связь задается введением повернутого квадруполя.

Введем безразмерные координаты и импульсы по формулам  $X = x/\sigma$ ,  $P_x = p_x/\sigma$  и аналогично для  $z$  - координаты. Здесь  $\sigma$  - среднеквадратичный размер пучка,  $\beta_{x,z}$  - амплитудная функция в месте встречи. Тогда преобразование, описывающее взаимодействие со встречным пучком будет иметь следующий вид:

$$X_2 = X_1; \quad P_{x2} = P_{x1} + \mathcal{F}_{x1} \quad (2.1)$$

$$Z_2 = Z_1; \quad P_{z2} = P_{z1} + \mathcal{F}_{z1}$$

где  $\mathcal{F}_x = -4\pi \xi_x \cdot X \cdot \mathcal{F}(R)$        $\mathcal{F}_z = -4\pi \xi_z \cdot Z \cdot \mathcal{F}(R)$

$$\mathcal{F}(R) = \frac{1 - \exp(-R^2/2)}{R^2/2} \quad R^2 = X^2 + Z^2 \quad (2.2)$$

$\mathcal{F}_{x,z}$  пропорциональна углу отклонения частицы  $\theta_{x,z}$ , приобретаемому при прохождении встречного пучка:  $\mathcal{F}_x = \theta_x \cdot \frac{p_x}{\sigma}$ ;  $\mathcal{F}_z = \theta_z \cdot \frac{p_z}{\sigma}$ . Параметр  $\xi$ , входящий в (2.2) равен:

$$\xi_{x,z} = \frac{N Z_0 \beta_{x,z}}{4\pi \gamma \sigma^2} \quad (2.3)$$

где  $N$  - число частиц в ступке,  $Z_0$  - классический радиус электрона,  $\gamma$  - релятивистский фактор. Величина  $\xi$  при малых сдвигах частоты бетатронных колебаний, вызванных встречным пучком, равна этому сдвигу в линейном приближении (т.е. для малых амплитуд бетатронных колебаний (см. 2.2)). Из (2.3) видно, что для круглого пучка должно выполняться условие:  $\xi_x/\beta_x = \xi_z/\beta_z$

Преобразование для прохождения элемента периодичности и повернутого на  $45^\circ$  квадруполя имеет вид:

$$X_3 = X_2 \cos \mu_x + P_{x2} \sin \mu_x; \quad Z_3 = Z_2 \cos \mu_z + P_{z2} \sin \mu_z$$

$$P_{x3} = -X_2 \sin \mu_x + P_{x2} \cos \mu_x; \quad P_{z3} = -Z_2 \sin \mu_z + P_{z2} \cos \mu_z$$

$$X_4 = X_3; \quad Z_4 = Z_3 \quad (2.4)$$

$$P_{x4} = P_{x3} + M \beta_x \cdot Z_3$$

$$P_{z4} = P_{z3} + M \beta_z \cdot X_3$$

где  $\mu_{x,z}$  - набег бетатронной фазы между местами встречи,  $\mu_{x,z} = \frac{2\pi \nu_{x,z}}{m}$ ,  $m$  - число мест встречи,  $\nu_{x,z}$  - относительная частота бетатронных колебаний, нормированная на частоту обращения,  $M$  - обратное фокусное расстояние повернутого квадруполя, задающего линейную связь между поперечными колебаниями. Предполагается, что производная от  $\beta$  - функций по азимуту в местах встречи равна 0. ( $\beta'_{x,z} = 0$ ).

С учетом линейной связи для двумерного движения из (2.2, 2.4) аналогично [4], можно получить условие устойчивости малых колебаний:

$$|f_x + f_z \pm \sqrt{(f_x - f_z)^2 + g^2}| < 4$$

$$g^2 = 4M^2 \beta_x \beta_z \sin \mu_x \sin \mu_z \quad (2.5)$$

$$f_x = 2 \cos \mu_x - 4\pi \xi_x \sin \mu_x; \quad f_z = 2 \cos \mu_z - 4\pi \xi_z \sin \mu_z$$

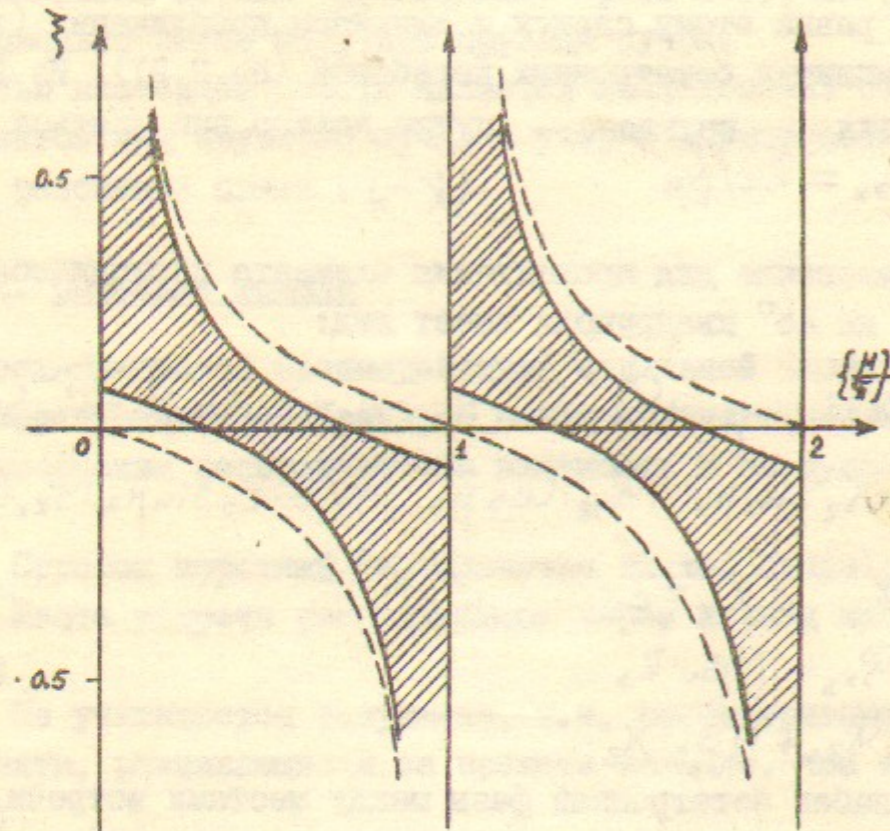


Рис.1. Условие устойчивости (2.6) малых колебаний. По горизонтали отложена дробная часть величины  $M/\mu$ . Значение  $\xi < 0$  соответствует встречным пучкам одного знака. Пунктирная кривая — при отсутствии связи ( $M=0$ ), заштрихованная область — для связи  $M \cdot \beta = 1$ .

Вблизи основного резонанса связи ( $\mu_1 \approx \mu_2 \approx \mu$ ) соотношения (2.5) упрощаются и если  $\beta_1 \approx \beta_2 = \beta$ ;  $\xi_1 \approx \xi_2 = \xi$ , то имеем:

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{ctg} \mu/2 > 4\pi \xi + M\beta > -2 \operatorname{tg} \mu/2 & \text{ для } \operatorname{Sin} \mu > 0 \\ -2 \operatorname{tg} \mu/2 > 4\pi \xi + M\beta > 2 \operatorname{ctg} \mu/2 & \text{ для } \operatorname{Sin} \mu < 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

Из (2.6) следует, что при наличии линейной связи  $M$  условие устойчивости становится более жестким (см. рис.1), по сравнению с одномерным случаем /4/.

Как известно, при достаточно больших значениях  $\xi > \xi_{кр}$  возникает стохастическая неустойчивость, приводящая к быстрому увеличению поперечных размеров пучка. В одномерной модели /4/ для определения критического значения  $\xi_{кр}$  изучалось поведение траектории на фазовой плоскости. При увеличении  $\xi$  области нелинейных резонансов, ясно различимые в одномерном случае, начинали перекрываться и траектория диффузно заполняла некоторую область фазовой плоскости (по  $x$  от  $2\sigma$  до  $10\sigma$  и выше). В нашем случае в силу того, что фазовое пространство системы четырехмерно, использованный в /4/ метод неприменим. Поэтому в качестве  $\xi_{кр}$  принималось такое значение  $\xi$ , при котором энергия поперечного движения значительно увеличивалась по сравнению с начальной. Необходимо отметить, что такие методы определения  $\xi_{кр}$  в известной степени условны. Тем не менее, они помогают понять относительную роль тех или иных эффектов в возникновении стохастичности. Таким путем можно выяснить зависимость рассматриваемых эффектов от различных параметров модели (например, от бетатронной частоты /4/, а также от начальных условий, т.е. для частиц с различными поперечными энергиями.

Типичный пример зависимости от начальных условий для рассматриваемой модели приведен на рис.2. По вертикали отложена величина  $W$ , пропорциональная максимальной амплитуде поперечного движения:

$$W = \sqrt{X^2 + Z^2 + \mathcal{P}_x^2 + \mathcal{P}_z^2} \quad (2.7)$$

определяемой за промежуток времени  $\Delta t = 1000$  ( $t$  измеряется в числе преобразований от одного места встречи к другому). Полное время движения каждой пробной частицы составляло  $t_m = 10^5$ . Разные кривые соответствуют различным начальным условиям. При определении  $\xi_{кр}$  во всех численных экспериментах принималось

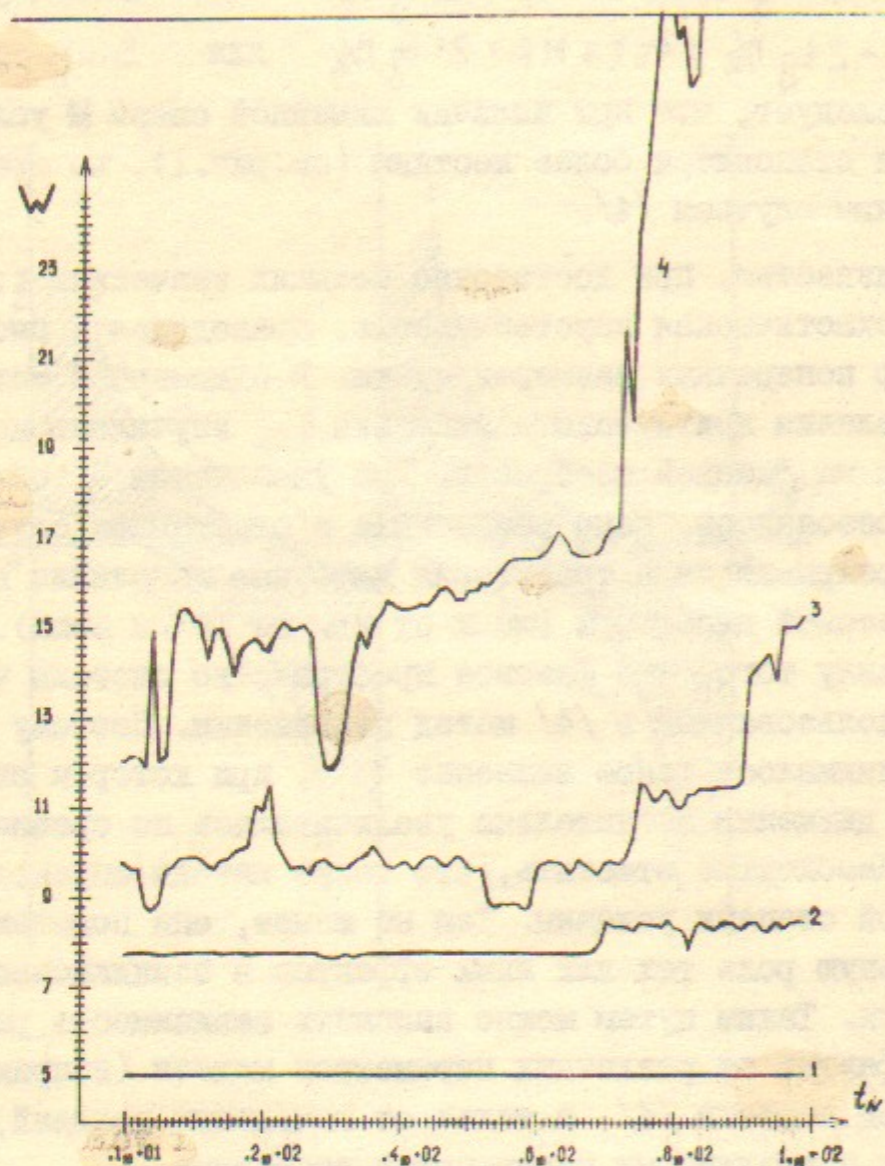


Рис.2. Зависимость величины  $W$  (см §2) от времени. для значений:  $\{M_k\}_x = 0,0785$ ,  $\{M_k\}_z = 0,0815$ ,  $\xi_x = 0,18$ ,  $\xi_z = 0,18$ . Кривая 1:  $X_0 = 1,42$ ;  $Z_0 = 1,40$ ; кривая 2:  $X_0 = 2,82$ ,  $Z_0 = 2,80$ ; кривая 3:  $X_0 = 4,22$ ,  $Z_0 = 4,20$ , кривая 4:  $X_0 = 5,62$ ,  $Z_0 = 5,60$ . Для всех кривых  $P_{x_0} = P_{z_0} = 0$ .

такое  $\xi$ , при котором для начальных  $X_0, Z_0$  от 2 до 6 (см.рис.2) величина  $W$  увеличивалась на  $\Delta W \geq 2$ .

### § 3. Численные результаты

Основной целью исследования, как уже упоминалось, было определение критерия стохастичности вблизи основного резонанса связи. Обычно при изучении поведения пучка вблизи такого резонанса учитываются лишь линейные члены, связанные с наличием повернутых квадрупольей или продольного магнитного поля. Однако взаимодействие со встречным пучком приводит к появлению нелинейной связи, которую вообще говоря, необходимо учитывать. Связано это с тем, что линейная связь от встречного пучка отсутствует (см. (2.1), (2.2)), а машинная нелинейная связь, как правило, значительно меньше пучковой.

Рассмотрим сначала случай, когда связь обусловлена только взаимодействием с пучком:  $M=0$ . Если  $\beta_x = \beta_z = \beta$ , а значит и  $\xi_x = \xi_z = \xi$ , то при точном выполнении резонансного соотношения  $\nu_x = \nu_z$  задача сводится к одномерной /6/. При  $\varepsilon = \nu_z - \nu_x \ll 1$  в системе будет происходить обмен энергией между степенями свободы  $X$  и  $Z$ , что приводит к уменьшению  $\xi_{кр}$  вследствие взаимодействия пучкового резонанса связи с одномерными резонансами по  $X$  и  $Z$ . Основным отличием нелинейного ("пучкового":  $\xi \neq 0, M = 0$ ), резонанса связи от линейного ( $M \neq 0, \xi = 0$ ), является сильная зависимость движения от начальных данных /6/. В частности, насколько интенсивным будет обмен между  $X$  и  $Z$  зависит от того, каким образом при заданной расстройке  $\varepsilon$  распределена вначале энергия по степеням свободы. Поэтому и при определении  $\xi_{кр}$  необходимо, вообще говоря, рассматривать самые различные начальные данные ( $P_{x_0}, X_0, P_{z_0}, Z_0$ ).

На рис.3 приведены результаты определения  $\xi_{кр}$  для наиболее характерных начальных условий. Кривая 1 соответствует случаю, когда  $X_0 \geq 2$ ,  $Z_0 \approx 0,02 \ll 1$ ,  $P_{x_0} = P_{z_0} = 0$ . Это означает, что практически вся энергия сосредоточена в одной степени свободы ( $X$ ). Если начальные энергии по  $X$  и  $Z$  примерно равны ( $X_0 \approx Z_0 \geq 1, P_{x_0} = P_{z_0} = 0$ ), то зависимость  $\xi_{кр}$  от  $\varepsilon$  дается кривой 2. Как уже говорилось, уменьшение  $\xi_{кр}$  при увеличении расстройки  $\varepsilon$  объясняется тем, что движение становится существенно

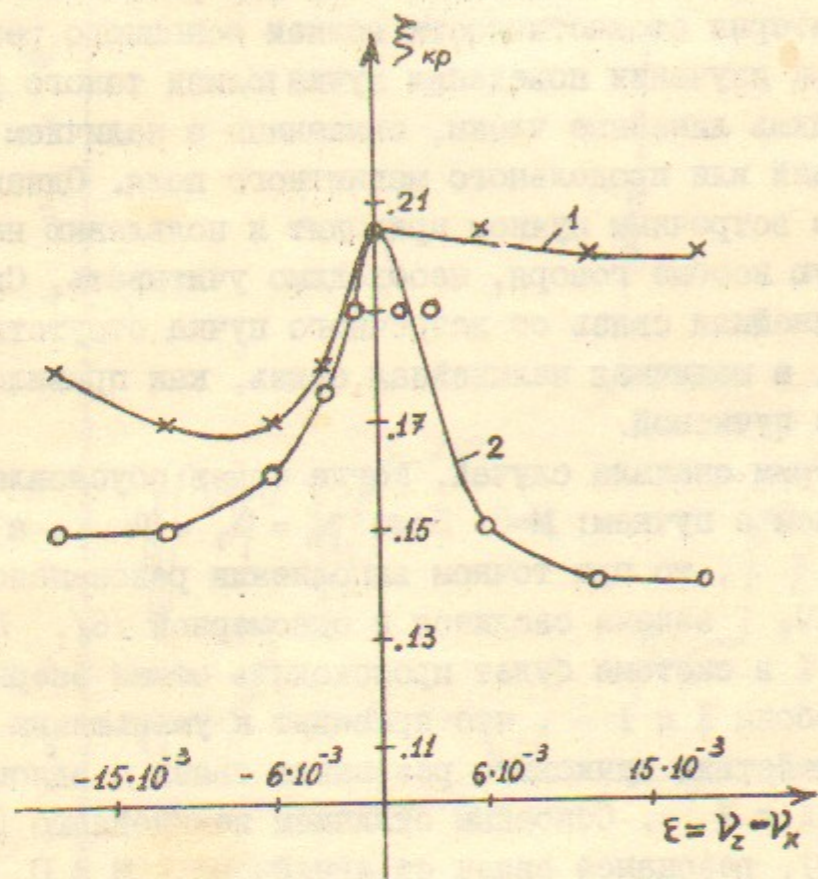


Рис.3. Зависимость  $\xi_{кр}$  от расстояния до резонанса связи  $\epsilon$ .  
 $M = 0$ ,  $\left\{ \mu_{z_1} \right\} = 0,08 + \frac{\epsilon}{2}$ ,  $\left\{ \mu_{x_1} \right\} = 0,08 - \frac{\epsilon}{2}$ . Кривая  
 1:  $X_0 = 2 + 6$ ,  $Z_0 = 0,02$ ,  $P_{x_0} = P_{z_0} = 0$ . Кривая 2:  $X_0 = 1,4 +$   
 $4,2$ ;  $Z_0 = X_0 + 0,02$ ;  $P_{x_0} = P_{z_0} = 0$ .

двумерным. Однако, если расстройка мала по сравнению с шириной нелинейного пучкового резонанса связи, можно ожидать, что критерий стохастичности  $\xi_{кр}$  не будет сильно отличаться от полученного для одномерной модели. Полученные зависимости (рис.3) можно качественно объяснить, используя свойства пучкового резонанса связи ниже порога стохастичности /6/. Действительно, для начальных условий, соответствующих кривой 1, резонансная кривая, полученная в /6/ имеет резко ассиметричный вид. Для  $\epsilon > 0$  обмен энергией между  $X$  и  $Z$  отсутствует. Это можно понять из следующих физических соображений. Поскольку для кривой 1  $X_0 \gg Z_0$ , то сдвиг частоты бетатронных колебаний по  $X$  будет много меньше, чем по  $Z$ . Поэтому для  $\nu_z > \nu_x$  (правая часть кривой 1) воздействие встречного пучка приводит к сдвигу рабочей точки от резонанса связи. При этом движение остается одномерным для конечного промежутка времени с соответствующим критерием стохастичности. Для  $\nu_z < \nu_x$  ситуация обратная: рабочая точка сдвигается к резонансу связи, происходит перекачка энергии из одной степени в другую. Движение становится двумерным с соответствующим понижением критерия стохастичности. При дальнейшем удалении от резонанса связи  $\xi_{кр}$  начинает вновь увеличиваться, так как движение вновь становится одномерным.

Для равных начальных данных пучковый резонанс связи имеет симметричный вид, поскольку сдвиг рабочей точки происходит параллельно резонансу связи. Из кривой 2 видно, что даже незначительное отличие в начальных данных приводит к некоторой ассиметрии в форме кривой.

Перейдем теперь к более общему случаю, когда имеется также линейная связь ( $M \neq 0$ ). Результаты численного моделирования показаны на рис.4, где приведена зависимость  $\xi_{кр}$  от  $M\beta/\alpha_1$  для  $\nu_x = \nu_z$ . Кривые 1 и 2 соответствуют, как и на рис.3, различным начальным условиям: для кривой 1 поперечная энергия распределена равномерно по степеням свободы, кривая 2 соответствует тому, что почти вся энергия сосредоточена по  $X$ -координате.

При  $M \neq 0$  в системе дополнительно возникают линейные резонансы  $\nu_x \pm \nu_z = K$ . Однако вблизи основного резонанса  $\nu_z = \nu_x$  влиянием остальных резонансов ( $K \neq 0$ ) можно пренебречь. Тогда удобно перейти к нормальным координатам и частотам по обычным фор-

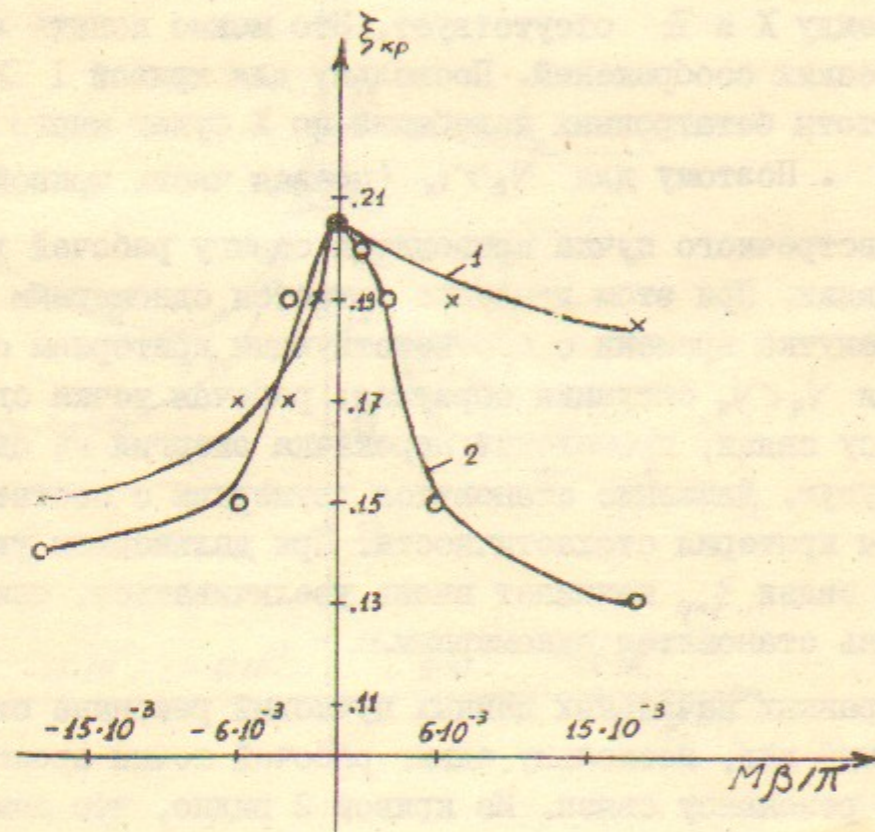


Рис.4. Зависимость  $\xi_{кр}$  от величины линейной связи.  $\left\{ \frac{M_{x,z}}{\nu} \right\} = 0,08$ . Кривая 1:  $X_0 = 2 + 6$ ,  $Z_0 = -0,02$ ;  $\mathcal{P}_{x_0} = \mathcal{P}_{z_0} = 0$ . Кривая 2:  $X_0 = 1,4 + 4,2$ ;  $Z_0 = X_0 + 0,02$ ;  $\mathcal{P}_{x_0} = \mathcal{P}_{z_0} = 0$ .

мулам:

$$Y_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (X + Z); \quad Y_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (X - Z)$$

$$\nu_1 = \nu + \frac{\Delta \nu_{\min}}{2}, \quad \nu_2 = \nu - \frac{\Delta \nu_{\min}}{2} \quad (3.1)$$

$$\Delta \nu_{\min} = M\beta/\nu_1$$

При этом потенциал взаимодействия со встречным пучком не изменит своего вида /6/ (из-за соотношения  $X^2 + Z^2 = Y_1^2 + Y_2^2 = R^2$ ). Поэтому случай с линейной связью ( $M \neq 0$ ) в обычных координатах эквивалентен случаю без линейной связи в нормальных координатах с нормальными частотами  $\nu_1, \nu_2$  вместо  $\nu_x, \nu_z$ . Отсюда следует, что на резонансе связи  $\nu_x \approx \nu_z$  случай с линейной связью (рис.3) можно свести к случаю без линейной связи (рис.4), если по горизонтали на рис.4 откладывать величину  $\nu_1 - \nu_2 = \frac{M\beta}{\nu}$ . Начальные данные при этом пересчитываются согласно (3.1).

Сравнение рис.3 и 4 позволяет сделать вывод о том, что между ними имеется достаточно хорошее соответствие. Как показано в работе /6/ и подтверждается результатами численных экспериментов начальные условия кривых 1,2 на рис.3 и 4 являются предельными случаями и поэтому достаточно ограничиться только их рассмотрением.

Итак, численные исследования показывают, что зависимость критерия стохастичности на резонансе связи от параметров модели целиком определяется свойствами пучкового резонанса связи вблизи порога стохастичности. Имеется не только качественное объяснение зависимостей приведенных на рис.3,4, но также и количественное соответствие.

Вычисления проводились для параметров установки ВЭП-2М. Зависимость от рабочей точки рассмотрена в /4,6/. Выбор  $t_{\max} = 10^5$  (максимального числа оборотов) определялся временем затухания ВЭП-2М.

Дополнительно было рассмотрено влияние несимметрии  $\beta$ -функций. На рис.5 показана зависимость  $\xi_{кр}$  от  $\zeta = \frac{\beta_z - \beta_x}{\beta_x}$ , из которой видно, что условие  $\beta_x = \beta_z$  повидимому не является слишком жестким.



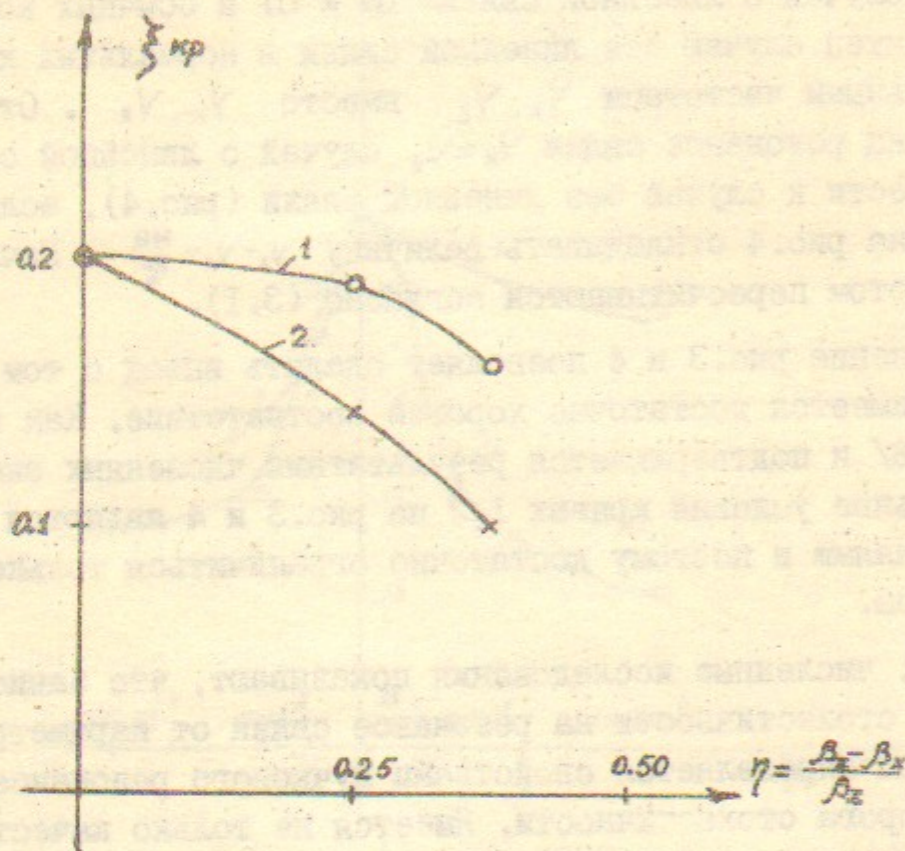


Рис. 5. Зависимость  $\xi_{кр}$  от  $\eta$ . Кривая 1 для  $\xi_z$ , кривая 2 - для  $\xi_x$ ,  $\frac{M\beta_x}{\beta_z} = 0,0019$ ,  $\left\{ \frac{M\beta_x}{\beta_z} \right\} = 0,08$ ,  $X_0 \approx Z_0 = 1,4 + 5,6$ .

#### § 4. Заключительные замечания

Результаты работы показывают, что при работе на резонансе связи критерий стохастичности определяется пучковым резонансом связи и не очень сильно отличается от одномерного, если расстройка не слишком велика ( $\sim 10^{-3}$ ). Такая величина сравнительно легко получается на современных накопителях с помощью систем компенсации связи.

Представляет интерес в связи с вышесказанным оценить возможности различных вариантов организации места встречи с точки зрения получения максимальной светимости.

Запишем формулу для светимости в следующем виде:

$$L_{max} = \frac{\xi_{xкр} \cdot \xi_{zкр} \cdot \gamma^2 (1 + \frac{\sigma_z}{\sigma_x})^2 \{ \sigma_0 \cdot \varepsilon_x}{z_0^2 \beta_z}$$

где  $\varepsilon_x = \frac{\sigma_x^2}{\beta_x}$  - радиальный эммитанс пучка;

$\sigma_0$  - частота обращения;

$\xi_z$  и  $\xi_x$  связаны соотношением:  $\xi_z / \xi_x = \frac{\beta_z \sigma_x}{\beta_x \sigma_z}$

Величина  $\beta_z$  определяется длиной сгустка:  $\beta_z \geq 2\sigma_z$ . Для устранения модуляции, связанной с поперечными синхротронными колебаниями дисперсионные энергетические функции в месте встречи должны быть равны нулю  $\psi_z = \psi_x = 0$ .

Рассмотрим два представляющих интерес варианта:

1. Работа на резонансе связи,  $\beta_x = \beta_z = \beta_0$ ;  $\sigma_x = \sigma_z$ ;  $\xi_x = \xi_z$

2. Работа далеко от резонанса связи,  $\beta_x \gg \beta_z$ ,  $\beta_z = \beta_0$ ,  $\sigma_x \gg \sigma_z$ . Выбор  $\beta$  и  $\sigma$  определяется тем, чтобы для реально достижимого коэффициента связи отношение  $\xi_z / \xi_x$  было оптимальным.

При равных значениях  $\xi_{zкр} \cdot \xi_{xкр}$  для ленточного и круглого пучков максимальная светимость во втором случае будет в два раза выше (с учетом уменьшения радиального эммитанса в 2 раза на резонансе связи). Поэтому для дальнейшего обсуждения важно сравнить насколько отличаются реальные значения  $\xi_{zкр} \cdot \xi_{xкр}$  для эллиптического и круглого пучков. Как было показано ранее /4/,  $\xi_{zкр}$  для ленточного пучка в одномерном случае примерно в 1,5 больше, чем для круглого. Это справедливо в случае отсутствия

модуляции бетатронного движения синхротронным. Однако полностью избавиться от такого рода модуляций невозможно даже для круглого пучка. Действительно, при наличии синхротронных колебаний имеется следующее соотношение между азимутальным отклонением  $\Delta\theta$  неравновесной частицы с импульсом  $p + \Delta p$  от равновесной  $p$ :  $\frac{d}{dt} \Delta\theta \approx -\alpha \omega \cdot \frac{\Delta p}{p}$ , где  $\alpha$  — коэффициент уплотнения орбиты,  $\omega$  — циклическая частота обращения ( $\omega = 2\pi f_0$ ). Отсюда можно получить для набега бетатронной фазы между местами встречи (при нулевом хроматизме):

$$\Delta\mu = -\pi \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{R}}{\beta} \cdot \frac{\Delta p}{p}, \text{ где } \bar{R} \text{ — средний радиус установки.}$$

При наличии синхротронных колебаний это приводит к модуляции набега бетатронной фазы.

Следует отметить, что данная модуляция связана не с тем, что частица имеет другую энергию по сравнению с равновесной, а с тем, что ее энергия изменяется за время прохождения от одного места встречи до другого.

Предварительное изучение этого типа модуляции показывает, что несмотря на малую амплитуду этой модуляции ( $\Delta\mu \approx 0,005$  для ВЭПП-2М) ее влияние значительно уменьшает  $\xi_{кр}$ . При этом уменьшение  $\xi_{кр}$  для ленточного пучка сильнее, чем для круглого. Таким образом, ленточный пучок оказывается менее устойчив при наличии модуляции. Ранее, то же самое показано для другого типа модуляции, связанной с наличием дисперсионной энергетической функции в месте встречи /4/. Как было показано выше, для ленточного пучка существует модуляция  $\xi$ , связанная с зависимостью  $\beta$  — функции от продольной координаты. Если считать, что влияние различных типов модуляции независимо, то оценки показывают, что  $\xi_{кр}$  для ленточного пучка будет по крайней мере в 1,5 раза меньше, чем для круглого (для параметров, близких к ВЭПП-2М).

Для  $\xi_{кр}$  в одномерном случае можно написать следующее приближенное соотношение:  $\xi_{кр}^L \leq \xi_{кр}^C$ , где индексы  $L$  и  $C$  относятся к эллиптическому и круглому пучку, соответственно. Учитывая вышеизложенное, получаем для отношения максимальных светимостей в вариантах 1 и 2:  $L_1/L_2 \geq 3$ . При этом считалось, что радиальный эмиттанс в отсутствие

связи для обоих вариантов одинаков. По-видимому учет двумерности для эллиптического пучка приведет к заметному понижению  $\xi_{кр}$ , и вышеприведенная оценка отношения светимостей является заниженной.

Таким образом, результаты данной работы указывают на перспективность использования магнитной структуры с равными бетатронными частотами и  $\beta$  — функциями в месте встречи, в частности, для протонных встречных пучков, где радиальный и вертикальный эмиттансы примерно одинаковы. Тем не менее, для окончательного решения этого вопроса необходимо, по-видимому, более тщательное изучение влияния формы поперечного сечения пучка и синхротронных колебаний на эффекты встречи. Следует также отметить, что задача создания равных и малых  $\beta$  — функций в месте встречи не является простой.

В заключение авторы выражают свою благодарность Л.Ф.Хайло за помощь в проведении вычислений.

Л и т е р а т у р а

1. E. Keil, CERN/ISR-TH/72-7; CERN/ISR-TH/72-25
2. F. Ammat, Proc. VIII Int. Conf. on High Energy Acc., Geneva (1971), 63
3. M. Month, Proc. IX Int. Conf. on High Energy Acc., Stanford (1974), 402;  
IEEE Trans. Nucl. Sci. NS-22 (1975), 1376
4. И.Б.Вассерман, Ф.М.Израйлев, С.И.Мишнев, Г.М.Тумайкин. Труды X Международной конференции по ускорителям заряженных частиц высоких энергий, Серпухов (1977) т.П, 302;  
Ф.М.Израйлев, С.И.Мишнев, Г.М.Тумайкин, препринт ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск (1978), 78-76.
5. G. Guignard „ A general treatment of Resonances in Accelerators, CERN 70-11 (1978)
6. Г.Брук. Циклические ускорители заряженных частиц. Атомиздат, Москва, 1970.

Работа поступила 5 июля 1979г.

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Подписано к печати 22.8 1979г. МН 02995

Усл. I, I печ. л., I, 0 учетно-изд. л.

Тираж 200 экз. Бесплатно.

Заказ № 74.

Отпечатано на ротапинтере ИЯФ СО АН СССР