

жл. 79

49

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АН СССР
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

А.А.Жоленц, Ф.М.Израйлев, А.Б.Темных

АНАЛИЗ ЭФФЕКТОВ ВСТРЕЧИ В
МОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ЭКСПЕ-
РИМЕНТАХ С БОЛЬШОЙ
ВЕРТИКАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

БИБЛИОТЕКА
Института ядерной
Физики СО АН СССР

Работа поступила - 30 мая 1980 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 6.06.1980 г. МН 07169
Усл. 1,5 печ.л., 1,2 учетно-изд.л.
Тираж 200 экз. Бесплатно
Заказ № 146

Отпечатано на ротапринтере ИЯФ СО АН СССР

ПРЕПРИНТ 80-146



Институт ядерной физики СО АН СССР,
г.Новосибирск

А.А.Жоленц, Ф.М.Израйлев, А.Б.Тёмных

АНАЛИЗ ЭФФЕКТОВ ВСТРЕЧИ В МОНОХРОМАТИ-
ЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ С БОЛЬШОЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ
ДИСПЕРСИЕЙ

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассматриваются эффекты электромагнитного взаимодействия пучков с большой вертикальной энергетической дисперсией в месте встречи, необходимой для монохроматизации энергии реакции. На простой модели показано, что существенное увеличение синхротронных колебаний при постоянном бетатронном размере не приводит к катастрофическому понижению порога стохастической неустойчивости. Обнаружено, что основную роль в ухудшении энергетического разрешения играют линейные эффекты встречи. Обсуждается метод их компенсации. Получены количественные оценки эффективности метода монохроматизации с учетом исследованных эффектов.

АНАЛИЗ ЭФФЕКТОВ ВСТРЕЧИ В МОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТАХ С БОЛЬШОЙ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ

А.А.Жоленц, Ф.М.Израйлев, А.Б.Тёмных

1. В в е д е н и е

Для улучшения энергетического разрешения в экспериментах на встречных пучках в работах /1,2/ было предложено использовать существующую в накопителях корреляцию между отклонением энергии частицы от равновесной и пространственным положением ее мгновенной орбиты. Создавая в месте встречи вертикальную дисперсию по энергии в разных направлениях для электронов и позитронов (рис.1.), можно было бы в отсутствии бетатронных колебаний получить одинаковую энергию взаимодействия для частиц, находящихся на разных мгновенных орбитах.

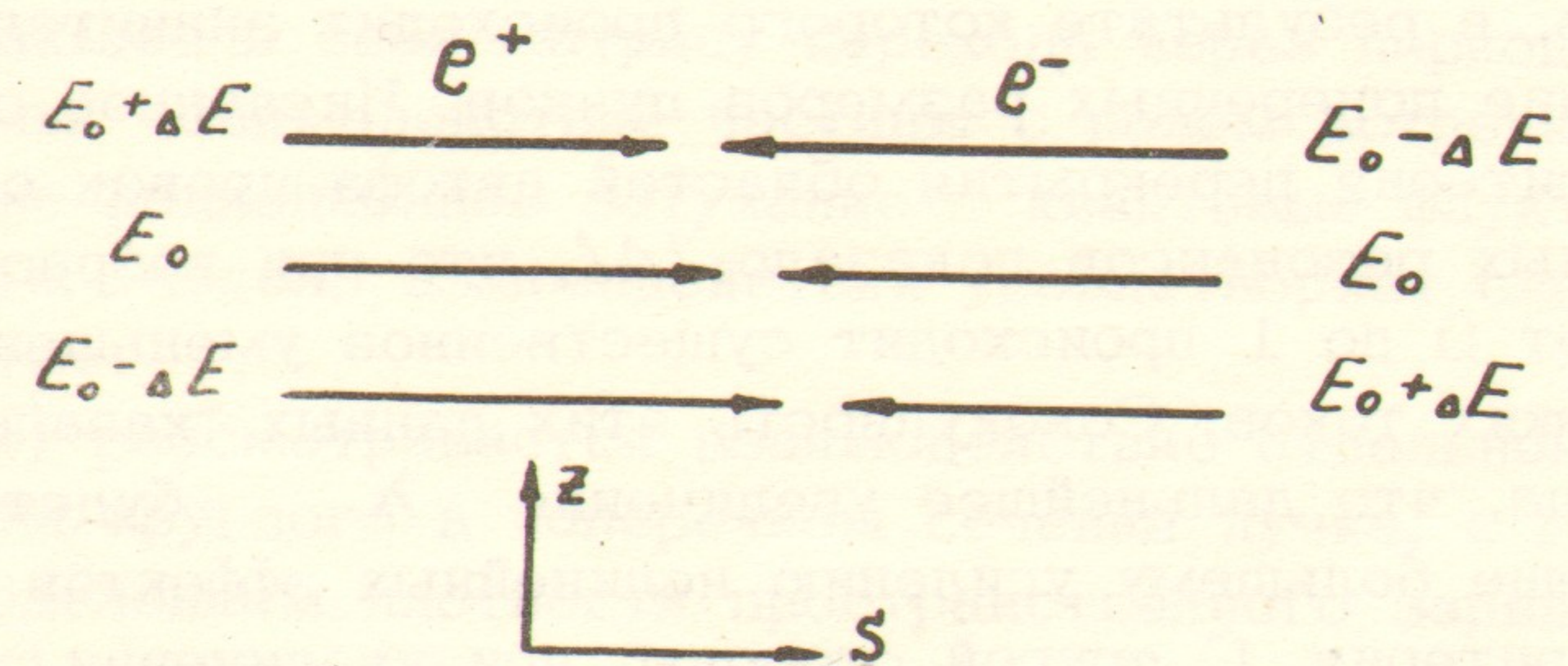


Рис.1.

Реально всегда присутствуя, бетатронные колебания вызывают нежелательное перемешивание частиц разных энергий внутри пучка, ухудшая, тем самым, результирующее энерге-

тическое разрешение. Очевидно, что эффективность данного способа монохроматизации энергии реакции будет тем выше, чем больше отношение $\lambda = \sigma_{zs} / \sigma_{z\beta}$ (среднеквадратичных вертикальных синхротронных σ_{zs} и бетатронных $\sigma_{z\beta}$ размеров пучков в месте встречи) удастся сделать.

Оставляя в стороне обсуждение способа получения больших значений λ , описанного в работе /1/, мы рассмотрим эффекты электромагнитного взаимодействия сгустков, с уже сформированным необходимым отношением амплитуд синхротронных и бетатронных колебаний в месте встречи. Ранее влияние синхротронных колебаний на эффекты встречи изучалось во многих работах (см., например, /3-5/). Как правило, однако, исследования ограничивались рассмотрением наиболее типичных случаев, в которых амплитуды синхротронных колебаний в месте встречи были меньше или сравнимы по величине с амплитудами бетатронных колебаний. В этих работах было обнаружено, что, даже такие сравнительно малые с нашей точки зрения синхротронные колебания, заметно усложняют картину взаимодействия пучков. Основную роль при этом играют синхробетатронные резонансы, которые могут приводить к стохастической неустойчивости в некоторой области фазового пространства вплоть до перекрытия областей автофазировки основных нелинейных резонансов, в результате которого происходит значительное увеличение поперечных размеров пучков. Численное определение критерия перекрытия областей автофазировки основных нелинейных резонансов показало /4/, что при возрастании

λ от 0 до 1 происходит существенное уменьшение критических токов. Совокупность этих данных, казалось бы, указывала, что дальнейшее увеличение λ будет приводить к еще большему усилению нелинейных эффектов и понижению критерия. С другой стороны, при увеличении λ уменьшается относительная нелинейность поля встречного пучка на размере бетатронных колебаний. Поэтому роль нелинейных эффектов в данном случае может оказаться не столь заметной и, возможно, гораздо большую опасность для сохранения хорошей монохроматичности будут представ-

лять чисто линейные эффекты. Для выяснения этих вопросов и было предпринято настоящее исследование.

В работе содержится 4 раздела.

В разделе 1 фактически повторяется описание модели взаимодействия частицы со встречным пучком, приведенное в /4/. По сравнению с цитируемой работой в нашей модели учитывается также радиационное трение и квантовые флуктуации излучения.

В разделе 2 приводятся результаты численного исследования зависимости предельного по эффектам встречи тока пучка от параметра λ .

В разделе 3 приведены некоторые аналитические оценки, качественно подтверждающие результаты численного моделирования.

В разделе 4 в линейном приближении рассматривается влияние эффектов встречи на монохроматичность полной энергии взаимодействия частиц.

§ 1. Описание модели.

Для решения задачи периодического взаимодействия частицы со встречным пучком использовалось отображение, включающее в себя матрицу перехода через период магнитной системы, взаимодействие частицы с полем встречного пучка, а также радиационное затухание и квантовые флуктуации излучения. Модель взаимодействия удовлетворяет следующим условиям:

а) рассматривается взаимодействие отдельной частицы с полем круглого в поперечном сечении пучка, с гауссовским распределением плотности пространственного заряда.

б) сгусток короткий, что соответствует приближению тонкой линзы.

в) суммарное действие шумового возмущения и радиационного трения сосредоточено в месте встречи.

Преобразование между двумя местами встречи можно представить в виде:

$$\begin{pmatrix} z_2 \\ p_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \mu & \beta_0 \sin \mu \\ -\frac{1}{\beta_0} \sin \mu & \cos \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ p_1 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Взаимодействия частицы с пучком:

$$z_3 = z_2 \quad (1.2)$$

$$p_3 = p_2 + \zeta(z_2)$$

Радиационное затухание и квантовые флуктуации излучения:

$$z_4 = (1-\alpha)z_3 \quad (1.3)$$

$$p_4 = (1-\alpha)p_3 + \varkappa \cdot w$$

Здесь z, p — поперечные координата и импульс, β_0 — бета функция в месте встречи (считается, что $d\beta_0/ds=0$), s — продольная координата, μ — набег бетатронной фазы между местами встречи ($\mu = \frac{2\pi V}{m_0}$ где V — бетатронная частота, m_0 — число мест встречи на кольце накопителя), α — декремент радиационного затухания, \varkappa — параметр шумового возмущения, w — случайное число из равномерного распределения от -1 до 1 .

Из (1.1), (1.2) и (1.3) получаем полную матрицу преобразования:

$$z_{n+1} = (1-\alpha) [z_n \cos \mu + \beta_0 p_n \sin \mu + \beta_0 \zeta(z_n) \sin \mu] \quad (1.4)$$

$$p_{n+1} = (1-\alpha) \left[-\frac{z_n}{\beta_0} \sin \mu + p_n \cos \mu + \zeta(z_n) \cos \mu \right] + \varkappa \cdot w$$

"Сила" для круглого пучка с гауссовским распределением плотности пространственного заряда $\rho = \rho_0 \exp\{-\frac{z^2}{2\zeta^2}\}$ имеет вид:

$$\zeta(z) = -\frac{8\pi\zeta^2}{\beta_0} \cdot \frac{1 - \exp\{-\frac{(z+u)^2}{2\zeta^2}\}}{z+u}; \quad \zeta = \frac{Nze\beta_0}{4\pi\gamma\zeta^2} \quad (1.5)$$

где N — число частиц в сгустке, z_e — классический радиус электрона, γ — релятивистский фактор, ζ — среднеквадратичный размер пучка, u — смещение центра встречного пучка за счет синхротронных коле-

баний: $u = A_s \cos(2\pi\nu_s n)$, A_s, ν_s — амплитуда и частота синхротронных колебаний, n — номер толчка ξ — параметр, обычно используемый для характеристики величины взаимодействия. Знак минус соответствует электрон-позитронному взаимодействию. Выражение (1.5) записано для случая, когда плоскости синхротронных и бетатронных колебаний совпадают.

Во всех расчетах использовались следующие значения параметров, взятые для накопителя ВЭПП-4: $\nu = 9.6$, $\nu_s = 0.01$, $m_0 = 1$, $\alpha = 8.5 \cdot 10^{-4}$; декремент затухания соответствовал времени затухания в числе оборотов $N_0 = 1.2 \cdot 10^3$. Среднеквадратичный вертикальный бетатронный размер пучка $\zeta_{z\beta}$ определялся численно по равновесному распределению амплитуд вертикальных бетатронных колебаний, устанавливаемому в пучке за несколько десятков времен затухания в отсутствии встречного пучка. Для каждого значения λ выбором \varkappa исходная величина бетатронного размера подбиралась равной:

$\zeta_{z\beta} = \zeta / \sqrt{1+\lambda^2}$. В этом случае полный размер пучка с учетом синхротронных колебаний всегда был равен ζ .

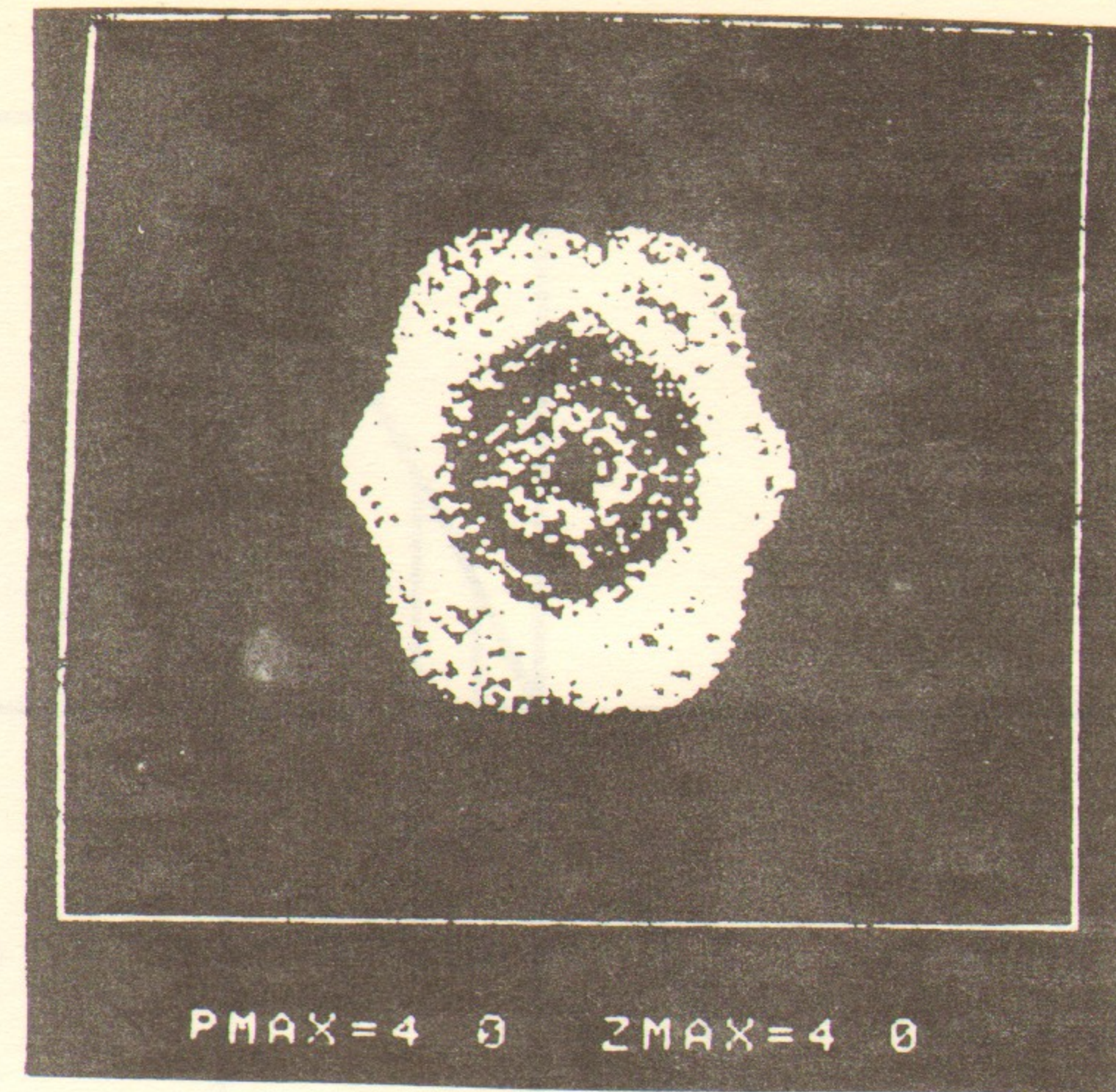
§ 2. Результаты численного моделирования

Для выяснения величины предельных токов, допустимых по эффектам встречи в монохроматических экспериментах наиболее показательной является зависимость критического значения параметра ξ от λ . За критическую величину ξ_c принималось такое значение параметра, начиная с которого происходило резкое увеличение бетатронного размера пучка до величин, сравнимых с его полным размером. Такой выбор критерия был продиктован принципиальной особенностью способа монохроматизации энергии реакции, в котором значительное увеличение вертикального бетатронного размера пучка из-за эффектов встречи повлекло бы за собой резкое ухудшение энергетического разрешения.

Путем численного моделирования с учетом действия затухания и шумового возмущения было обнаружено, что

резкое увеличение бетатронного размера пучка характеризуется началом перекрытия больших областей автофазировок нелинейных резонансов, отстоящих от центра положения пучка на фазовой плоскости на величину нескольких $\sigma_{z\rho}$. При этом оказалось, что если вначале движение частицы вблизи центра фазовой плоскости определялось только слабой диффузией за счет квантовых флуктуаций и затуханием, то после попадания в область сильной стохастичности ее дальнейшее движение на интересующих нас временах $N_0 < 10^5$ оборотов уже практически не зависело от шума и затухания и определялось сильной диффузией по перекрывшимся нелинейным резонансам. Учитывая это, нами в первую очередь были найдены значения параметра $\xi = \xi_0$, при которых в отсутствие шума и затухания четко фиксировалось образование большой стохастической области. Пример фазовой плоскости ниже и выше порогового значения приведен на рис.2. При значениях $\xi < \xi_0$ движение устойчиво, хотя траектория на фазовой плоскости имеет сравнительно сложный вид (см. рис.2а). При больших λ это обусловлено разными масштабами амплитуд и частот синхротронного и бетатронного движения (рис.3). Поскольку $\nu \gg \nu_s$, центр фазовой окружности бетатронных колебаний смещается под действием постоянной составляющей силы от встречного пучка, усредненной по периоду бетатронных колебаний. Поэтому фазовая траектория на рис.2а представляет из себя сумму двух движений — медленных, вынужденных колебаний и быстрых, бетатронных. Зависимость величины ξ_0 от параметра λ для разных начальных положений частицы z_0 показана на рис.4. При $\lambda \leq 2$ наблюдается резкое уменьшение ξ_0 , соответствующее полученным ранее результатам /4/, однако с увеличением λ дальнейшего понижения порога стохастичности не происходит. Более того, для малых z_0 ($z_0 \leq 5\sigma_{z\rho}$, кривая I), начиная с $\lambda \approx 5$ имеется некоторое возрастание ξ_0 , что, как уже отмечалось, обусловлено уменьшением относительной нелинейности на размере бетатронных колебаний. Для $z_0 \geq 3\sigma_{z\rho}$ (кривая II) пороговое значение ξ_0 при больших λ

δ



α

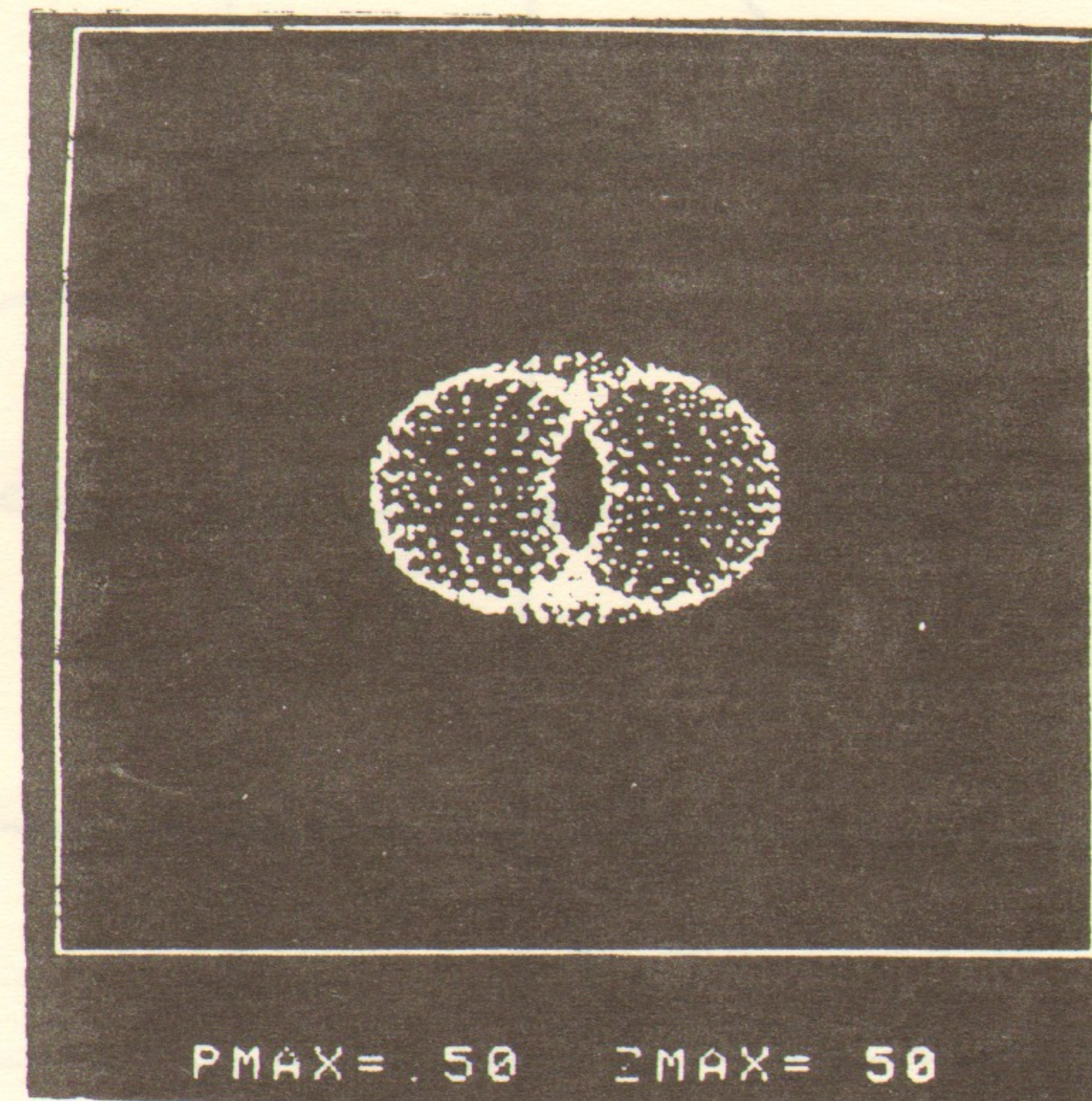


Рис.2. Фазовая плоскость системы (1.4) для ξ ниже порога стохастичности (рис.2а) при $\xi = 0.07$ и выше порога (рис.2б); $\xi = 0.085$ $\lambda = 10$. Начальные данные $z_0 = 0.15$, $p_0 = 0$. Значения P_{MAX} и Z_{MAX} дают масштаб фазового квадрата.

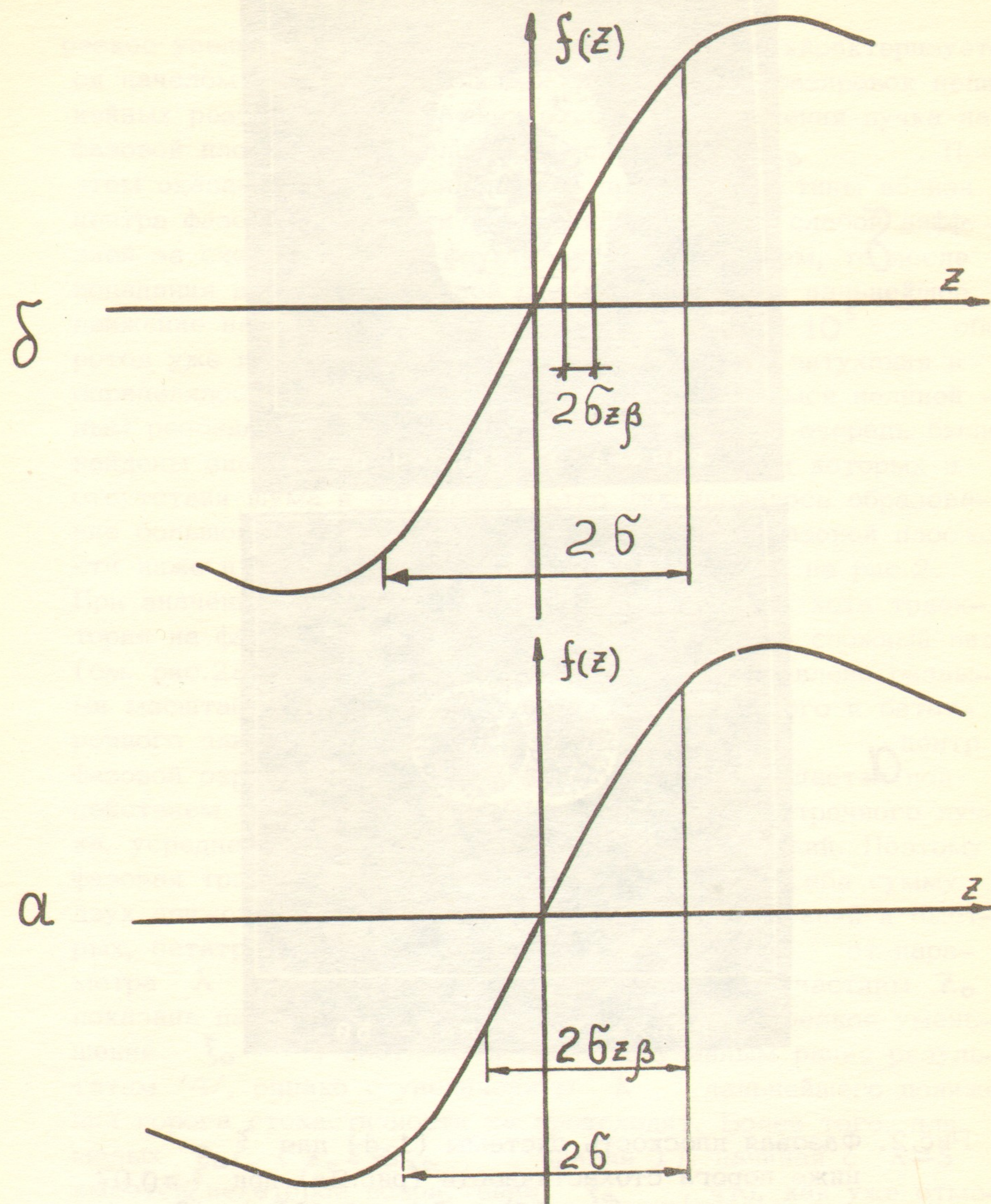


Рис.3. Зависимость силы встречного пучка от поперечной координаты z . Для сравнения указаны бетатронный и полный размер пучка. Рис.3а - $\lambda = 1$; рис.3б - $\lambda = 10$.

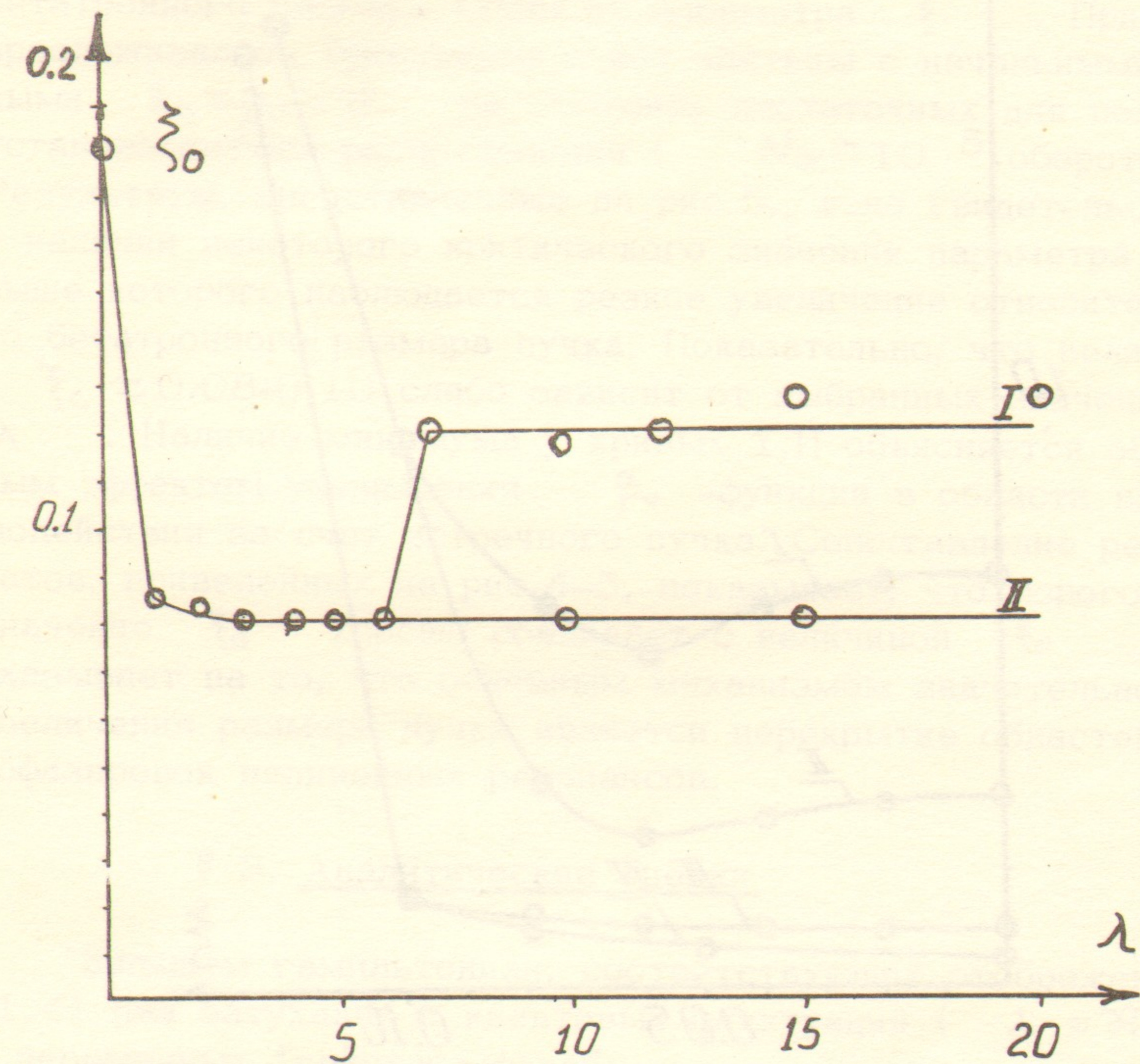


Рис.4. Зависимость $\xi_0(\lambda)$. Кривая I - для $z_0 = 5z_\beta$, кривая II - для $z_0 = 3z_\beta$ и $z_0 = 10z_\beta$.

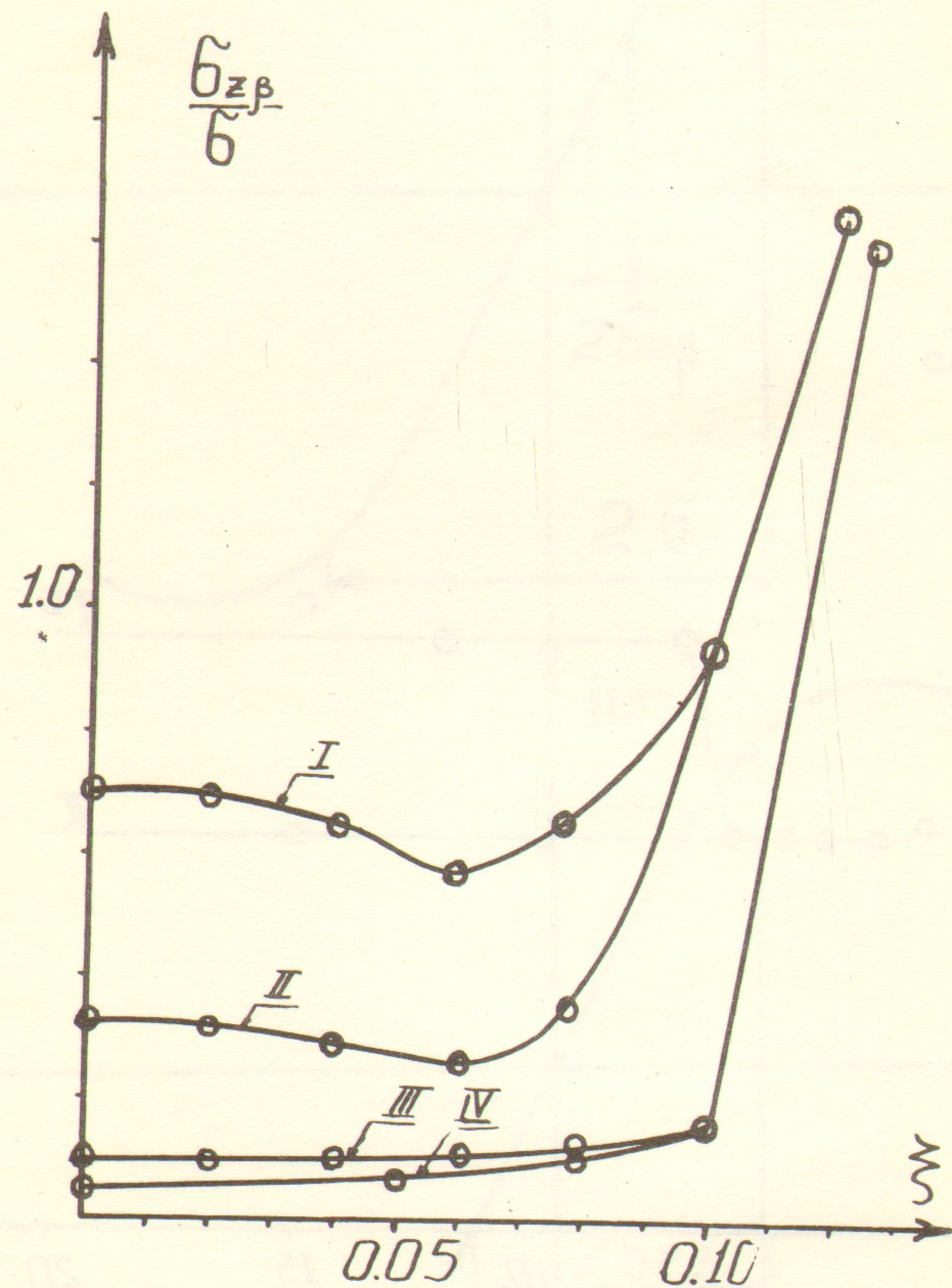


Рис. 5. Зависимость среднеквадратичного бетатронного размера $\sigma_{z\beta}$ от величины ξ . Кривые I-IV - соответственно для $\lambda = 1; 6; 10; 20$.

практически остается постоянным и несколько ниже, чем для частиц с малыми начальными колебаниями. Отсюда видно, что при наличии слабой диффузии поперечной энергии в пучке критическое значение параметра ξ будет определяться в основном частицами с большими поперечными энергиями.

На следующем этапе, с учетом квантовых флуктуаций и затухания была исследована зависимость среднеквадратичного бетатронного размера пучка от параметра ξ . При этом прослеживалась траектория одной частицы с начальными данными $z_0 = p_0 = 0$ на временах достаточных для получения установившегося распределения ($N_0 \approx 10^5$ оборотов). Результаты, представленные на рис. 5., ясно свидетельствуют о наличии некоторого критического значения параметра ξ , выше которого наблюдается резкое увеличение относительно бетатронного размера пучка. Показательно, что величина $\xi_c \approx 0.08-0.10$ слабо зависит от выбранных значений λ . Наличие минимума у кривых I, II объясняется обычным эффектом уменьшения β_0 -функции в области взаимодействия за счет встречного пучка. Сопоставление результатов, приведенных на рис. 4-5, показывает, что пороговое значение ξ_0 хорошо совпадает с величиной ξ_c . Это указывает на то, что основным механизмом значительного увеличения размера пучка является перекрытие областей автофазировки нелинейных резонансов.

§ 3. Аналитические оценки

Запишем гамильтониан, соответствующий отображению (1.4) без затухания и квантовых флуктуаций ($\lambda = \mathcal{R} = 0$) в переменных "действие-фаза":

$$z = \sqrt{2J\beta_0} \cos\psi \quad (3.1)$$

$$p = \sqrt{\frac{2J}{\beta_0}} \sin\psi$$

В этих переменных J, ψ , гамильтониан имеет вид /6/:

$$H = J\nu + V(J, \psi, \theta) \delta_\tau(\theta) \quad (3.2)$$

здесь ν — невозмущенная бетатронная частота, а действие нелинейного возмущения $V(\psi, \theta)$ со стороны встречного пучка задано в виде коротких толчков, определяемых периодической дельта-функцией $\delta_T(\theta)$. В (3.2) вместо продольной координаты s введена фаза $\theta = 2\pi s/L$ где L — период взаимодействия по s . Тогда период внешнего возмущения T равен $T = 2\pi/m_0$, где m_0 — число мест встречи на кольце накопителя. Зависимость $V(\psi, \theta)$ определяется силой $\xi(z)$ и для (1.5) имеет следующий вид /6/:

$$V(\psi, \theta) = -\frac{4\pi\xi}{\beta_0} \epsilon^2 \int_0^1 \frac{1 - e^{-u_s x}}{x} dx \quad (3.3)$$

Величина u_s зависит не только от ψ, θ (через z , см. (3.1)), но при наличии синхротронных колебаний и от фазы θ , играющей роль безразмерного времени:

$$u_s = \frac{(z + A_s \cos \psi_s)^2}{2\epsilon^2}; \quad \psi_s = \nu_s \theta = \frac{2\pi \nu_s n}{m_0} \quad (3.4)$$

где A_s и ν_s — амплитуда и частота синхротронных колебаний, n — номер толчка в отображении (1.4).

Чтобы выяснить, какое влияние оказывают синхротронные колебания на возникновение стохастической неустойчивости, необходимо разложить внешнее возмущение (3.2–3.3) в ряд Фурье по ψ и θ и оценить наиболее существенные, резонансные члены. После некоторых преобразований, оставляя в возмущении один резонансный член, получим /6/:

$$H_r = \nu + \epsilon \int_0^1 \frac{dx}{x} \left\{ 1 - e^{-(a+h)x} I_0(ax) I_0^2(zx) I_0(hx) \right\} - 2\epsilon \int_0^1 \frac{dx}{x} e^{-(a+h)x} \sum_{p,q,k,m,n=-\infty}^{\infty} I_n(ax) I_p(zx) I_q(zx) I_m(hx) \cos \psi_{npqkm} \quad (3.5)$$

где введена новая невозмущенная фаза ψ_{npqkm} колебания вблизи отдельного нелинейного резонанса. В резонансном гамильтониане (3.5) мы выделили из возмущения член,

не зависящий от фазы, который определяет нелинейный сдвиг $\Delta\nu$ бетатронной частоты. Поэтому в сумме \sum отсутствует член, для которого все p, q, k, m, n равны нулю одновременно. Новый параметр возмущения ϵ связан с ξ соотношением $\epsilon = 2m_0 \epsilon^2 \xi / \beta_0$, а введенные величины a, z, h выражаются через амплитуды бетатронных и синхротронных колебаний z_m, A_s по формулам:

$$a = \left(\frac{z_m}{2s}\right)^2 = \frac{(z_m/\epsilon_{z\beta})^2}{4(\lambda^2+1)}; \quad h = \left(\frac{A_s}{2\epsilon}\right)^2 = \frac{\lambda^2 (A_s/\epsilon_{zs})^2}{4(\lambda^2+1)} \quad (3.6)$$

$$z = \sqrt{a \cdot h} = \frac{A_s z_m}{2\epsilon^2} = \frac{\lambda}{2(\lambda^2+1)}$$

где $\lambda = \epsilon_{zs}/\epsilon_{z\beta}$ и $\epsilon^2 = \epsilon_{zs}^2 + \epsilon_{z\beta}^2$. Связь резонансной фазы ψ_{npqkm} с ψ, θ, ψ_s определяется соотношением:

$$\psi_{npqkm} = (2n+p+q)\psi - (p-q+2m)\psi_s - k\theta m_0 \quad (3.7)$$

$$\psi' = \nu + \Delta\nu; \quad \psi_s' = \nu_s; \quad \theta' = \Omega = 1$$

Резонансный гамильтониан (3.5), описывающий движение вблизи отдельного нелинейного резонанса, подробно исследован в /6/ для случая $A_s = 0$, т.е. в отсутствии синхротронных колебаний. Были получены основные характеристики нелинейного резонанса — зависимость частоты от энергии и ширины резонанса, необходимые для нахождения критического значения ξ_c , при котором два соседних резонанса начинают перекрываться. Оказалось, что критерий перекрытия сложным образом зависит не только от ξ , но и от поперечной энергии, бетатронной частоты ν , номера резонанса n . При наличии синхротронных колебаний ($A_s \neq 0$) аналогичный анализ гораздо сложнее. Однако, пользуясь тем, что нас интересует случай больших

$\lambda \gg 1$ можно получить некоторые полезные результаты.

В частности, довольно просто оценить нелинейный сдвиг

Δv , который легко получается из (3.5) ($z \ll 1, h < 1$):

$$\Delta v \approx \frac{m_0 \xi}{a+h} \left\{ 1 - e^{-(a+h)} I_0(a) I_0^2(z) I_0(h) \right\} \quad (3.8)$$

Для частиц, имеющих относительно малые бетатронные и синхротронные амплитуды $z_m \leq \epsilon_{z\beta}, A_s \leq \epsilon_{zs}$ при $\lambda \gg 1$ из (3.6) следует, что $a \ll 1, h \sim 1/4, z \ll 1$, и $a \ll h$. Учитывая это, в первом приближении получим:

$$\Delta v \approx \frac{m_0 \xi}{h} \left\{ 1 - e^{-h} I_0(h) \right\} \approx 0.9 m_0 \xi \quad (3.9)$$

Таким образом, Δv слабо отличается от обычного линейного сдвига $m_0 \xi$. Из (3.8) несложно получить и среднеквадратичный сдвиг Δv для всех частиц, используя функцию распределения по бетатронным и синхротронным амплитудам.

Несмотря на сложную структуру возмущений в резонансном гамильтониане, оказывается возможным для $\lambda \gg 1$ получить некоторые оценки и для критерия стохастичности. Из (3.5) следует, что при малых $\lambda < 1$ условие перекрытия резонансов облегчается и критическое значение ξ_c падает. Это обусловлено в первую очередь тем, что при $A_s \neq 0$ возникают дополнительные, синхробетатронные резонансы, удовлетворяющие условию (см. (3.7)):

$$v = \frac{m_0 k + (p-q+2m) v_s}{2n+p+q} \quad (3.10)$$

Отметим, что дополнительные резонансы появляются и без модуляции при наличии постоянного смещения пучка ($v_s = 0, A_s \neq 0$). Ближайшему такому резонансу соответствует условие $p+q = \pm 1$, а расстояние до него от основного резонанса n равно: $(\Delta v)_s = km_0/2n(2n+1)$, что при $n \gg 1$ в два раза меньше расстояния между основными резонансами: $v_n - v_{n+1} = km_0/2n^2$. Амплитуда этих боковых резонансов, как следует из (3.5) определяется в основном, значениями $p=0, |q|=1$ и $|p|=1, q=0$ и зависит от z . При значениях $z > 1$

эти резонансы становятся сравнимыми с основными ($p=0, q=0$) и критическое значение ξ_c должно уменьшиться примерно в два раза.

При наличии синхротронных колебаний ($v_s \neq 0$) расстояние до ближайшего бокового резонанса равно $(\Delta v)_{ns} \approx v_s/n \ll v$. Мощность боковых резонансов определяется значениями p, q, m и резко падает при $\lambda < 1$ с их ростом. Однако, поскольку расстояние между ними очень мало, они могут перекрываться при значениях ξ , значительно меньших, чем необходимо для перекрытия основных резонансов. Тогда возникнет слабая диффузия, обусловленная перекрытием этих мелких резонансов. Если полная область перекрытия (по частоте v) этих боковых резонансов порядка расстояния между основными резонансами, то это снова приведет к перекрытию основных резонансов и сильной диффузии.

При увеличении $\lambda > 1$ число членов в сумме (3.5), дающих эффективный вклад в амплитуду отдельного резонанса, растет. Однако, как показывает анализ, при дальнейшем увеличении $\lambda \gg 1$ эффективная мощность этих резонансов начинает падать. Поэтому можно найти значение λ_0 , при котором действие этих резонансов максимально. Для этого оценим зависимость от λ резонансного возмущения при фиксированных n, p, q, m :

$$I_n(ax) I_p(zx) I_q(zx) I_m(hx) \sim \frac{\lambda^{2m+p+q}}{(1+\lambda^2)^{n+p+q+m}} \quad (3.11)$$

откуда легко получить экстремальное значение $\lambda = \lambda_0$:

$$\lambda_0^2 = \frac{p+q+2m}{2n+p+q} \sim \frac{m}{n} \quad (3.12)$$

Последняя оценка в (3.12) объясняется тем, что максимальный вклад в сумму (3.5) для основного резонанса n определяется малыми значениями $p+q \geq 1$ и наибольшими значениями $m^* \equiv m_{\max}$. Кроме того, обычно $2n \gg 1$. В качестве m^* естественно взять

значение, при котором полная ширина всех боковых резонансов равна половине расстояния между основными резонансами: $2m^* \nu_s \approx 1/2$. Поэтому окончательная оценка дает:

$$\lambda_0^2 \approx \frac{1}{4\nu_s n} \quad (3.13)$$

При численном моделировании (§ 2) значение бетатронной частоты выбиралось равным $\nu = 9,6$. Для одного места встречи на кольце ($m_0 = 1$) это означает, что основными резонансами, перекрытие которых приводит к сильной диффузии, являются $n = 3$ и $n = 4$ (см. (3.10)). Поэтому, при $\nu_s = 0.01$ оценка (3.13) дает минимум порогового значения ξ_0 при $\lambda_0 = 2.5 \div 2.9$. Полученный результат хорошо совпадает с численными данными (см. рис. 4). Для частиц, которые имеют бетатронные и синхротронные амплитуды z_m , A_s значительно больше, чем среднеквадратичные размеры $\sigma_{z\beta}$, σ_{zs} , минимум не так ярко выражен и смещается в сторону больших λ . Это также становится понятным из аналитических оценок, поскольку при увеличении a , z (см. 3.5-3.6) эффективная мощность боковых резонансов возрастает.

§ 4. Линейные эффекты.

Как уже отмечалось выше, монохроматизация полной энергии взаимодействия частиц достигается за счет создания в месте встречи пучков вертикальной дисперсии по энергии в разных направлениях для электронов и позитронов. Такая дисперсия осуществляется с помощью электронной (b_-) и позитронной (b_+) вертикальных дисперсионных функций, имеющих в области взаимодействия противоположные знаки. В схеме монохроматизации предусматривается выполнение следующих условий /1/: а) b_-, b_+ - функции в месте встречи равны по абсолютной величине, б) вне экспериментального промежутка b_-, b_+ - функции равны нулю. Нарушение условий а) б) ухудшает энергетическое разрешение. В первом случае это происходит из-за того, что перестают

совпадать мгновенные орбиты частиц с одинаковым по величине и противоположным по знаку отклонением энергии от равновесной. Во втором случае - из-за увеличения вертикальных фазовых объемов пучков.

Одной из причин нарушения этих условий может быть возмущение вертикальных дисперсионных функций, вызываемое полем пространственного заряда встречного пучка. Для количественной оценки величины возмущения и его влияния на энергетическое разрешение в монохроматических экспериментах ограничимся линейным приближением при малых $\xi < \xi_c$ и $\lambda \gg 1$ для большей части частиц в пучке. В этом случае "силу", действующую на синхронную частицу ($z = p = 0$) с мгновенным значением энергии E можно представить в виде:

$$f(u) = -4\pi \xi \frac{u}{\beta_0} \quad (4.1)$$

где u удобно выразить через дисперсионную функцию:

$$u_{\pm} = A_{s\pm} \cos 2\pi \nu_s n = b_{\pm} \frac{\Delta E}{E_0} \quad (4.2)$$

Здесь E_0 - равновесная энергия, $\Delta E = E - E_0$. Знаки $-$, $+$ относятся соответственно к электронам и позитронам.

Искажение b_-, b_+ - функций в кольце накопителя в результате действия возмущения (4.1) будет равно:

$$\Delta b_{\pm} = \pm \frac{2\pi}{\sin \pi \nu} \xi_{\mp} b_0 \sqrt{\frac{\beta(s)}{\beta_c}} \cos [\psi(s) - \pi \nu] \quad (4.3)$$

Здесь b_0 - величина невозмущенной b_+ - функции в месте встречи, β - бета-функция, ψ - бетатронная фаза. Продольная координата s отсчитывается от места встречи.

В отсутствии других возмущений, приводящих к появлению вертикальной дисперсии по энергии в основном кольце накопителя, дополнительное увеличение вертикального фазового объема пучков из-за эффекта встречи с учетом (4.3) будет составлять:

$$\varepsilon_{z\pm} = \frac{55\pi^2 \sqrt{3}}{24 \sin^2 \pi \nu} \cdot \frac{\Lambda}{R} \gamma^2 \frac{\xi_{\mp}^2 b_0^2}{\beta_0} \quad (4.4)$$

где R - средний радиус кривизны магнитов кольца накопителя, Λ - комптоновская длина волны электрона. Таким образом, полный вертикальный размер каждого пучка в месте встречи будет равен:

$$\sigma_{z\beta\pm} = \sigma_{0z\beta}^2 + \frac{55\pi^2\sqrt{3}}{24\sin^2\pi\nu} \frac{\Lambda}{R} \gamma^2 \xi_{\mp}^2 b_0^2 \quad (4.5)$$

Здесь $\sigma_{0z\beta}$ - невозмущенный вертикальный бетатронный размер.

Оценим теперь влияние эффектов встречи на монохроматичность полной энергии взаимодействия. Введем функцию распределения числа частиц e^+ и e^- по z - координате и энергии.

$$\rho_{\pm} = \frac{N_{\pm}}{4\pi^2\sigma_{z\pm}\sigma_E} \exp\left\{-\frac{(z-b_{\pm}\delta)^2}{2\sigma_{z\pm}^2} - \frac{\delta^2}{2\sigma_E^2}\right\}$$

Здесь $\delta = \Delta E/E_0$, σ_E - дисперсия значений δ .

Далее с помощью интегрирования:

$$\frac{dL}{d\delta_t} = 2f_0 \int_{-\infty}^{+\infty} dz d\delta \rho_+(z, \delta) \rho_-(z, \delta_t - \delta)$$

где f_0 - частота обращения, а $\delta_t = \frac{2E_0 - (E_+ - E_-)}{2E_0}$.

Найдем дифференциальную светимость $dL/d\delta_t$ и дисперсию σ_t значений δ_t :

$$\frac{dL}{d\delta_t} = \frac{L_0}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \exp\left\{-\frac{\delta_t^2}{2\sigma_t^2}\right\}$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma_r}{\sqrt{2}} \frac{1}{\lambda} \left\{ 1 + \frac{4\pi^2}{\sin^2\pi\nu} (\xi_+^2 + \xi_-^2) \lambda^2 + \pi^2 (\xi_- - \xi_+)^2 \text{Ctg}^2\pi\nu \cdot \lambda^2 \right\}^{1/2} \quad (4.6)$$

Здесь L_0 - интегральная светимость. При интегрировании предполагалось, что в месте встречи $\Delta b \ll b_0$, для $\xi \lesssim 0.1$ и $\nu = 9.6$ это хорошо выполняется. При значениях ν вблизи целого резонанса величина Δb может быть много больше b_0 (см.(4.3)), что казалось бы дает еще дополнительные возможности для улучшения монохроматичности. Однако, как показывает анализ, при этом существенно увеличивается вертикальный фазовый объем пучков и в результате энергетическое разрешение ухудшается.

Отношение величин $\sigma_E/\sqrt{2}\sigma_t$ характеризует выигрыш в энергетическом разрешении в экспериментах с применением монохроматизации по отношению к стандартной технике электрон-позитронных столкновений. Обозначив $R_0 = \sigma_E/\sqrt{2}\sigma_t$ из (4.6) получим:

$$R_0(\xi_+, \xi_-) = \lambda \left\{ 1 + \frac{4\pi^2}{\sin^2\pi\nu} (\xi_+^2 + \xi_-^2) \lambda^2 + \pi^2 (\xi_- - \xi_+)^2 \text{Ctg}^2\pi\nu \cdot \lambda^2 \right\}^{-1/2} \quad (4.7)$$

График этой зависимости, рассчитанный для накопителя ВЭПП-4 при $\lambda = 10$ для случаев 1) $\xi_+ \ll \xi_-$ и 2) $\xi_+ = \xi_-$, представлен на рис.6.

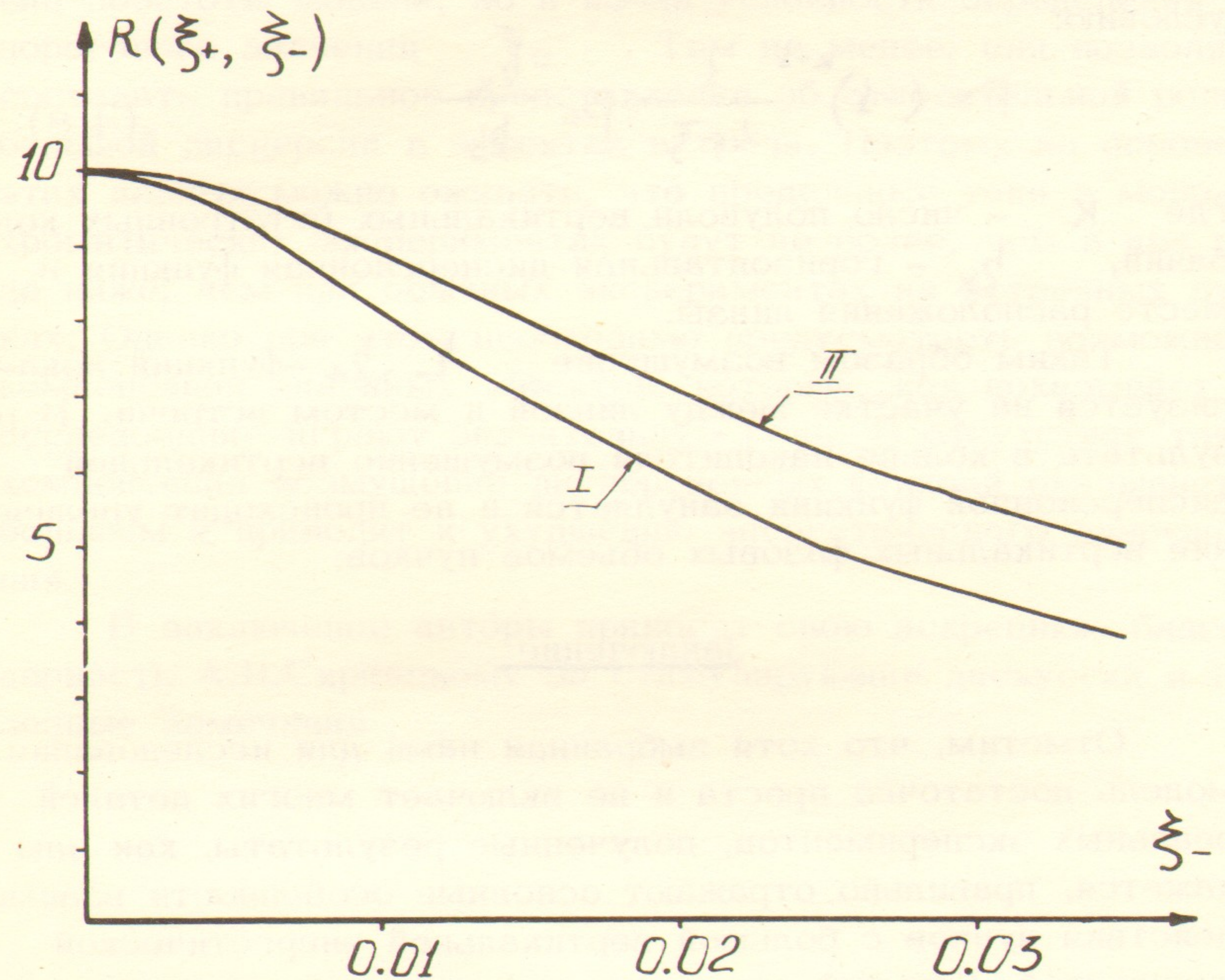


Рис.6. Зависимость R_0 от ξ_- для $\xi_+ \ll \xi_-$ (кривая I) и для $\xi_+ = \xi_-$ (кривая II) при $\lambda = 10$.

Заметное уменьшение R_0 уже при $\xi = 0.01 \div 0.015$ указывает на то, что, по-видимому, линейные эффекты встречи будут в первую очередь накладывать ограничение на величину предельных токов в монохроматических экспериментах. Ослабить их влияние и поднять тем самым максимальное значение ξ при сохранении хорошей монохроматичности вплоть до $\xi \approx \xi_c$ можно путем компенсации возмущения вертикальных дисперсионных функций b_-, b_+ . В случае равных токов электронов и позитронов ($\xi_+ = \xi_- = \xi$) это легко осуществить с помощью электростатической *skew* -квадрупольной линзы, расположенной через $\frac{1}{2}$ целое число полуволн вертикальных колебаний от места встречи. При этом фокусное расстояние линзы F выбирается согласно условию:

$$F = (-1)^{K-1} \frac{1}{4n\xi} \beta_c \frac{b_x}{b_0} \quad (4.8)$$

где K - число полуволн вертикальных бетатронных колебаний, b_x - горизонтальная дисперсионная функция в месте расположения линзы.

Таким образом возмущение b_-, b_+ - функций локализуется на участке между линзой и местом встречи. В результате в кольце накопителя возмущение вертикальной дисперсионной функции зануляется и не происходит увеличение вертикальных фазовых объемов пучков.

Заключение

Отметим, что хотя выбранная нами для исследования модель достаточно проста и не включает многих деталей реальных экспериментов, полученные результаты, как нам кажется, правильно отражают основные особенности взаимодействия пучков с большой вертикальной энергетической дисперсией. Главный результат состоит в том, что несмотря на значительное увеличение амплитуд синхротронных колебаний по сравнению с бетатронными порог стохастической неустойчивости понижается не очень сильно. Это объясняет-

ся относительным уменьшением роли нелинейных эффектов на размере бетатронных колебаний. Как показывают численные данные и аналитические оценки, критическое значение параметра ξ , при котором возникает сильная диффузия и увеличение поперечных размеров при $\lambda \gg 1$ не только не уменьшается, но даже начинает снова возрастать (по крайней мере, для частиц с малыми синхротронными и бетатронными амплитудами). Минимум ξ_0 достигается при относительно небольших значениях $\lambda \approx 3 \div 6$ и составляет примерно 0.5 от порогового значения ξ в отсутствие синхротронных колебаний. Разумеется, полученные количественные результаты весьма условны, не только вследствие простоты модели, но и из-за условности определения порогового значения ξ_0 . Тем не менее, они позволяют составить правильное представление об относительной роли большой дисперсии в эффектах встречи. Поэтому на основе этих данных можно ожидать, что предельные токи в монохроматических экспериментах будут не более, чем в два раза ниже, чем при обычных экспериментах на встречных пучках. Однако при этом необходимо предусмотреть возможность компенсации линейных эффектов, которые, как показывает исследование играют значительную роль. В отсутствие такой компенсации возмущение дисперсионных функций оказывается большим и приводит к ухудшению энергетического разрешения.

В заключение авторы приносят свою искреннюю благодарность А.Н.Скринскому за стимулирующие дискуссии и полезные замечания.

Л и т е р а т у р а

1. I.Ya.Protopopov, A.N.Skrinsky, A.A.Zholents, Energy monochromatization of particle interaction in storage rings, Preprint INP 79-6, Novosibirsk (1979).
2. A.Renieri, Possibility of achieving very high energy resolution in electron-positron storage rings, Preprint LNF-75/C(R), (1975).
3. A.Piwinski, IEEE Trans. NS-24 (1977) 1408; DESY-77/18 (1977).
4. Ф.М.Израйлев, С.И.Мишнев, Г.М.Тумайкин, Препринт ИЯФ 77-43, Новосибирск (1977);
Proc. Xth Int. Conf. on High Energy Acc. Serpukhov (1977), v. II, p. 302.
5. J.L.Tennyson, "The Instability Threshold for bunched beams in ISABELLE", AIP Conf., Proc. of "Symposium on Nonlinear dynamics and beam-beam interaction", Brookhaven Nat. Lab. March, 19-21, (1979) 158.
6. F.M.Izrailev, Nearly linear mappings and their applications", Preprint INP, 80-149, Novosibirsk (1980).