СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АН СССР
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

Л.С.Пеккер

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА В "ТЕПЛОВОМ" БАРЬЕРЕ АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКИ

ПРЕПРИНТ 80-161

Новосибирск

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА В "ТЕПЛОВОМ" БАРЬЕРЕ АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКИ

Л.С.Пеккер

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассмотрена неустойчивость, возникающая в промежуточных пробкотронах амбиполярной ловушки с тепловыми барьерами вследствие анизотропии функции распределения ионов, влетающих из центрального пробкотрона. В результате неустойчивости происходит заполнение барьерных пробкотронов "центральными" ионами, что может привести к разрушению теплового барьера. Найдена граница устойчивости и вычислен максимальный инкремент как функция пробочного отношения. Исследуется влияние захваченных ионов на развитие неустойчивости.

Показано, что в барьерных пробкотронах амбиполярной ловушки возможно существование скачков потенциала, ширина которых порядка дебаевской длины.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛАЗМЫ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА В "ТЕПЛОВОМ" БАРЬЕРЕ АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКИ

Л.С.Пеккер

I. Для улучшения удержания плазмы вдоль магнитного поля в амбиполярной ловушке /I,2/ желательно увеличить температуру электронов в крайних пробкотронах. Этого можно добиться при неизменном энерговкладе в крайние пробкотроны, отделив горячие электроны крайних пробкотронов от более холодных электронов центральной ловушки. Для этой цели Д.Е.Болдуин и Б.Г.Логан /3/ предложили установить между центральной и крайними ловушками дополнительные пробкотроны с большим пробочным отношением, плотность плазмы в которых должна быть мала по сравнению с плотностью в центральном пробкотроне. В качестве одного из способов, препятствующих накоплению ионов центрального пробкотрона в промежуточных ловушках, предлагается использовать, например, механизм поперечных потерь /4/. При таком распределении плотности (рис.Iб), потенциал в дополнительных пробкотронах φ, поддерживающий квазинейтральность плазмы, является барьером (рис.Iа) (авторы этой идеи назвали его "тепловым") для проникновения электронов из центрального пробкотрона в крайний и наоборот.

В последнее время предлагаются и другие модификации амбиполярной ловушки с использованием дополнительных пробкотронов с большим пробочным отношением, в которых тем или иным способом формируются тепловые барьеры (смотри подробно в /5/).

Вопрос о тепловых барьерах, как видим, является весьма актуальным. В настоящей заметке мы хотим обратить внимание на некоторые эффекты, которые не рассматривались в /3,5/.

Функция распределения ионов в барьерных (промежуточных) пробкотронах является анизотропной. Это, как было показано в работе /6/, может приводить к развитию неустойчивости, в результате которой происходит быстрая изотропизация функции распределения ионов, накопление плазмы в барьерном пробкотроне и разрушение тепловых барьеров. В пункте 2 мы, в отличие от работы /6/, где неустойчивость рассматривалась для предельного случая $\theta_o \ll 1$, $\theta_o \ll \pi/2 - \theta$ (θ_o - угол конуса потерь барьерного пробкотрона и θ - угол между направлением магнитного поля и направлением распространения волны), численно исследуем неустойчивость для всех углов θ, θ_0. Здесь найдена граница и вычислен максимальный инкремент неустойчивости как функция пробочного отношения для модельной зависимости барьерного потенциала от температуры электронов. Рассматривается также стабилизирующее влияние захваченных ионов на развитие неустойчивости.

В пункте 3 исследуется распределения потенциала и плотности плазмы в барьерных пробкотронах. Показано, что в максимуме магнитного поля при переходе из центрального пробкотрона в барьерный (точка I, рис.I) потенциал меняется скачком. Возможен также скачок потенциала в точке 2 рис.I, где значение магнитного поля в барьерном пробкотроне совпадает с максимумом поля центрального пробкотрона.

2. Функция распределения ионов в барьерном пробкотроне с учетом потенциала имеет вид

$$f_i = \frac{\alpha}{v_{Ti}^3} \exp\left(-\frac{v_\parallel^2 + v_\perp^2}{v_{Ti}^2}\right) \times \begin{cases} 1 & \text{при} \quad v_\perp^2 \le (v_\parallel^2 - v_0^2)\, tg^2\theta_0 \\ 0 & \text{при} \quad v_\perp^2 > (v_\parallel^2 - v_0^2)\, tg^2\theta_0 \end{cases} \qquad (I)$$

где θ_0 – угол конуса потерь барьерного пробкотрона, $v_0^2 = \frac{-2e\varphi_Б}{m_i}$ и $\int f_i\, d^3v = 1$. В концепции тепловых барьеров предполагается, что $T_i \simeq T_{eц}$, $T_{eк} \approx (4 \div 5) T_{eц}$, $e\varphi_Б \approx (3 \div 4) T_{eц}$ т.е.направленная скорость ионных пучков много меньше тепловой скорости электронов. Т.к. неустойчивость имеет место для фазовых скоростей ω/k порядка направленной скорости ионов, то в дисперсионном уравнении достаточно рассмотреть область $\omega \ll k_\parallel v_{Te}$. В этой области фазовых скоростей электроны имеют больцмановское распределение в поле волны, и

$$\delta n_e = e \frac{\delta\varphi}{T_e} n$$

где δn_e – возмущение плотности электронов, $\delta\varphi$ возмущение потенциала в волне. Как будет видно ниже, неустойчивость имеет место для $\omega \sim \omega_{pi}$. В амбиполярной ловушке $\omega_{pi} \gg \omega_{Hi}$, и при $\omega \sim \omega_{pi}$ влияние магнитного поля на движение ионов пренебрежимо мало.

Учитывая вышесказанное, можно получить следующее диспер-

сионное уравнение /6/

$$k^2 = -\frac{2\omega_{pe}^2}{v_{Te}^2} + \omega_{pi}^2 \int \frac{du}{u - \omega/k} \frac{dF(u)}{du} \qquad (2)$$

$$F(u) = \int f_i(v)\, \delta(u - \underline{e} \cdot \underline{v})\, d^3v \qquad (2')$$

где $\underline{e} = \underline{k}/k$ – единичный вектор в направлении распространения волны.

В зависимости от угла θ между направлением магнитного поля и вектором $\underline{e}$ функция $F(u)$ имеет различный вид. При малых θ она носит пучковой характер. При θ близких к $\pi/2$ является монотонно убывающей функцией модуля скорости (рис.2.), и, следовательно, уравнение (2) не содержит решений, соответствующих неустойчивости, т.е. решений с положительной мнимой частью.

Дисперсионное уравнение для волн (2) так же, как в работе /6/, исследовалось методом Найквиста. На рис.3 представлены результаты численного расчета границы устойчивости в плоскости переменных T_e/T_i и R при $\varphi = 4T_e$. Из рисунка видно, что точка $T_e = T_i$ соответствующая левой половине барьерного пробкотрона, попадает в область неустойчивости при $R > 2.3$. Зависимость макисмального инкремента неустойчивости для $\varphi = 4T_e$, $T_e = T_i$ представлена на рисунке 4.

В резельтате неустойчивости происходит изотропизация функции распределения ионов и захват их в барьерный пробкотрон. Это приводит к стабилизации неустойчивости. Если захваченные ионы на фазовой плоскости ($v_\parallel, v_\perp$) сосредоточены в основном вблизи конуса потерь, то их эффект на неустойчивость может быть качественно учтен в полученных выше результатах введением фиктивного пробочного отношения R_1 меньше истинного R. Например, если плотность захваченных частиц равна плотности пролетных, то на рисунках 3 и 4 такой ситуации будет соответствовать точка при $R_1 = R/2$. Такой способ учета захваченных частиц справедлив, конечно, при достаточно больших R.

Возможна также ситуация, когда захваченные ионы"размазаны" по фазовой плоскости($v_\parallel, v_\perp$). Для ответа на вопрос, как это влияет на стабилизацию неустойчивости,мы провели численный расчет в котором захваченные ионы моделировались изотропной максвеловской функцией распределения (предполагается, что число этих ионов в конусе потерь много меньше числа пролетных из центрального пробкотрона). Очевидно, захваченные в барьерную ловушку ионы центрального пробкотрона имеют энергию порядка $e\varphi_Б$ $(e\varphi_Б > T_i)$ поэтому мы считали температуру "изотропных"ионов равной $e\varphi_Б$. Пусть плотность "изотропных"ионов будет в M раз больше плотности пролетных, тогда

$$f_i = (f_1 + M f_2)/(1+M) \tag{3}$$

где f_1 совпадает с выражением (I) и

$$f_2 = \frac{1}{\pi^{3/2}\, v_0^3} \exp\left(-\frac{v_\parallel^2 + v_\perp^2}{v_0^2}\right) \tag{4}$$

Пусть $n_ц$ – плотность плазмы в центральной ловушки и $R = R(z)$ – пробочное отношение в барьерном пробкотроне (отношение магнитного поля в точке I (см.рис.Iа) к магнитному полю в точке z) тогда плотность пролетных ионов в промежуточной ловушке в точке минимума магнитного поля определяется выражением

$$n_{пр} = n_ц \exp\left(\frac{v_0^2}{v_{T_i}^2}\right)\left(1 - \mathrm{erf}\left(\frac{v_0}{v_{T_i}}\right) - \sqrt{\frac{R-1}{R}}\exp\left(\frac{v_0^2}{v_{T_i}^2 (R-1)}\right)\left(1 - \mathrm{erf}\left(\frac{v_0}{v_{T_i}}\sqrt{\frac{R}{R-1}}\right)\right)\right) \tag{5}$$

(это выражение будет получено ниже в пункте 3). В силу квазинейтральности плазмы $n_{пр}(1+M) = n_ц \exp(e\varphi_Б/T_e)$, и уравнение для нахождения потенциала $\varphi_Б$ имеет вид

$$(1+M)\exp\left(\frac{e\varphi_Б}{T_e}\right) = \exp\left(-\frac{e\varphi_Б}{T_i}\right)\left[1 - \mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{-e\varphi_Б}{T_i}}\right) - \sqrt{\frac{R-1}{R}}\exp\left(\frac{-e\varphi_Б}{T_i(R-1)}\right)\left(1 - \mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{-e\varphi_Б R}{T_i(R-1)}}\right)\right)\right] \tag{6}$$

Решая численно это уравнение при фиксированном значении R и M, мы подставляли значение потенциала в выражение для функции распределения (3). Далее подставив f_i из (3) в (2) получим дисперсионное уравнение для волн, которое численно исследовалось методом Найквиста. Оказывается, что при R =I0 и $T_e = T_i$ неустойчивость стабилизируется для всех углов θ только при $M \geqslant 3{,}25$. При этом патенциал $e\varphi_Б \leqslant 2.1\, T_e$.

Таким образом, заполнение барьерного пробкотрона плазмой для стабилизации неустойчивости приводит к существенному ограничению на возможность создания тепловых барьеров.

3.Перейдем теперь к рассмотрению задачи о распределении потенциала в барьерном пробкотроне, считая для простоты, что захваченные в нем ионы отсутствуют.

Получим выражение для плотности ионов в барьерном пробкотроне в зависимости от потенциала φ и пробочного отношения R . Из законов сохранения энергии и магнитного момента

$$\mathcal{E} = \frac{m_i}{2}(v_\parallel^2 + v_\perp^2) + e\varphi \qquad \mu = \frac{m_i V_\perp^2}{2B} \tag{7}$$

вдоль траектории движения частиц следует

$$n_{пр} = \frac{n_ц}{\sqrt{\pi}} \int\limits_{\max(e\varphi,0)}^{\infty} \exp\left(-\frac{\mathcal{E}}{T_i}\right)\frac{d\mathcal{E}}{T_i^{3/2}} \int\limits_0^{\min\left(\frac{\mathcal{E}}{R},\, \mathcal{E}-e\varphi\right)} \frac{d(\mu B)}{\sqrt{\mathcal{E} - e\varphi - \mu B}} \tag{8}$$

После интегрирования имеем: для $R \geqslant 1$ (на отрезке z от точки I до точки 2 рис.I)

$$n_{пр}(\varphi, R) = n_ц \times \begin{cases} \exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i}\right)\left(1 - \sqrt{\frac{R-1}{R}}\exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i(R-1)}\right)\right) & при\ \varphi > 0 \\ \exp\left(\frac{-e\varphi}{T_i}\right)\left[1 - \mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{-e\varphi}{T_i}}\right) - \sqrt{\frac{R-1}{R}}\exp\left(\frac{-e\varphi}{T_i(R-1)}\right)\left(1 - \mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{-e\varphi R}{T_i(R-1)}}\right)\right)\right] & при\ \varphi < 0 \end{cases} \tag{9}$$

и для $R < 1$ (на отрезке z от точки 2 до точки 3 рис.I)

$$n_{пр}(\varphi, R) = n_ц \times \begin{cases} \exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i}\right) & при\ \varphi > 0 \\ \exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i}\right)\left[1 - \mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{-e\varphi}{T_i}}\right) + \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{1-R}{R}}\exp\left(\frac{e\varphi}{T_i(1-R)}\right)\int\limits_0^{\frac{e\varphi R}{R-1}} \exp(x^2)\,dx\right] & при\ \varphi < 0 \end{cases} \tag{9 }$$

Влетая в барьерную ловушку, ионы центрального пробкотрона ускоряются, плотность их падает и потенциал уменьшается. С другой стороны, плотность электронов связана с потенциалом формулой $n_e = n_ц \exp(e\varphi/T_e)$. Таким образом, из условия квазинейтральности следует, что

$$\exp\left(\frac{e\varphi}{T_e}\right) = \exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i}\right)\left[1 - \mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{-e\varphi}{T_i}}\right) - \sqrt{\frac{R-1}{R}}\exp\left(\frac{-e\varphi}{T_i(R-1)}\right)\left\{1 - \mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{-e\varphi R}{T_i(R-1)}}\right)\right\}\right] \tag{I0}$$

Домножая обе части уравнения (I0) на $\exp(e\varphi/T_i)$, введем функции

$$I_0(\varphi) = \exp(\varphi(1/T_e + 1/T_i)) \tag{II}$$
$$I_1(\varphi, R) = 1 - \mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{-e\varphi}{T_i}}\right) - \sqrt{\frac{R-1}{R}}\exp\left(-\frac{e\varphi}{T_i(R-1)}\right)\left(1 - \mathrm{erf}\left(\sqrt{\frac{-e\varphi R}{T_i(R-1)}}\right)\right)$$

При $\varphi \leqslant 0$ I_0 и I_1 , являются монотонно возрастающими функциями потенциала, и I_1 , монотонно убывает с ростом R . При $\varphi = 0$ $I_0 \geqslant I_1$ причем равенство достигается только при $R = 1$, при $\varphi \to -\infty$ $I_1(\varphi, R) \to \frac{1}{R\sqrt{-\pi\varphi}} > I_0(\varphi)$ Т.к. при $\varphi = 0$, $R \to 1$ $\frac{\partial I_1}{\partial \varphi} \to \infty$, то уравнение $I_0(\varphi) = I_1(\varphi, R)$ имеет при $R = 1$ два решения, а при $R > 1$ только одно, причем не существует непрерывного решения $\varphi=\varphi(R)$ вблизи $\varphi=0$. Следовательно, при $R=1$ потенциал имеет скачок (ширина которого порядка дебаевской длины). На рисунке 5 представлены I_0 и I_1 как функции $-\varphi$ для различных значений R при $T_e = T_i$. На рисунке 6 построен график зависимости скачка потенциала φ^* от отношения температур T_e/T_i. Учет захваченных ионов приводит, очевидно, к уменьшению скачка потенциала.

Очевидно, если температура электронов в крайнем и центральном пробкотронах равны, то в точке 2 рис.I будет скачок равный φ^*. Если же температуры различные, то величина этого скачка будет, вообще говоря, отличной от φ^*.

В заключение автор благодарит Д.Д.Рютова и Г.В.Ступакова за обсуждение работы.

Литература

I. Г.И.Димов, В.В.Закайдаков, М.Е.Кишеневский. Физика плазмы, 2, 597 (1976)

2. T.K. Fowler, B.G. Logan. Comments on Plasma Phys. and Contr. Fusion, 2, 167 (1977).

3. D.E. Baldwin, B.G. Logan. Phys. Rev Lett., 43, 1318 (1978).

4. D.D. Ryutov. Proc. of the 1979 Varenna School on Plasma Physics, Pergamon Press (1980).

5. J. Kesner. Nuclear Fusion, 20, N5, 557 (1980).

6. M. Lontano, L.S. Pekker, R. Pozzoli. Preprint FP 80/4, Laboratorio di Fisica del Plasma, Italy (1980).

7. W.C. Turner, J.F. Clauser, F.H. Coensgen, D.L. Correll, W.F. Cummins, R.P. Freis, R.K. Goodman, A.L. Hunt, T.B. Kaiser, G.M. Melin, W.E. Nexsen, T.C. Simonen, B.W. Stallard. Nuclear Fusion, 19, 1011 (1979).

8. R.H. Cohen, I.B. Bernstein, J.J. Dorning, G. Rowlands. Preprint UCRL-84147, Lawrence Livermore Lab. (1980).

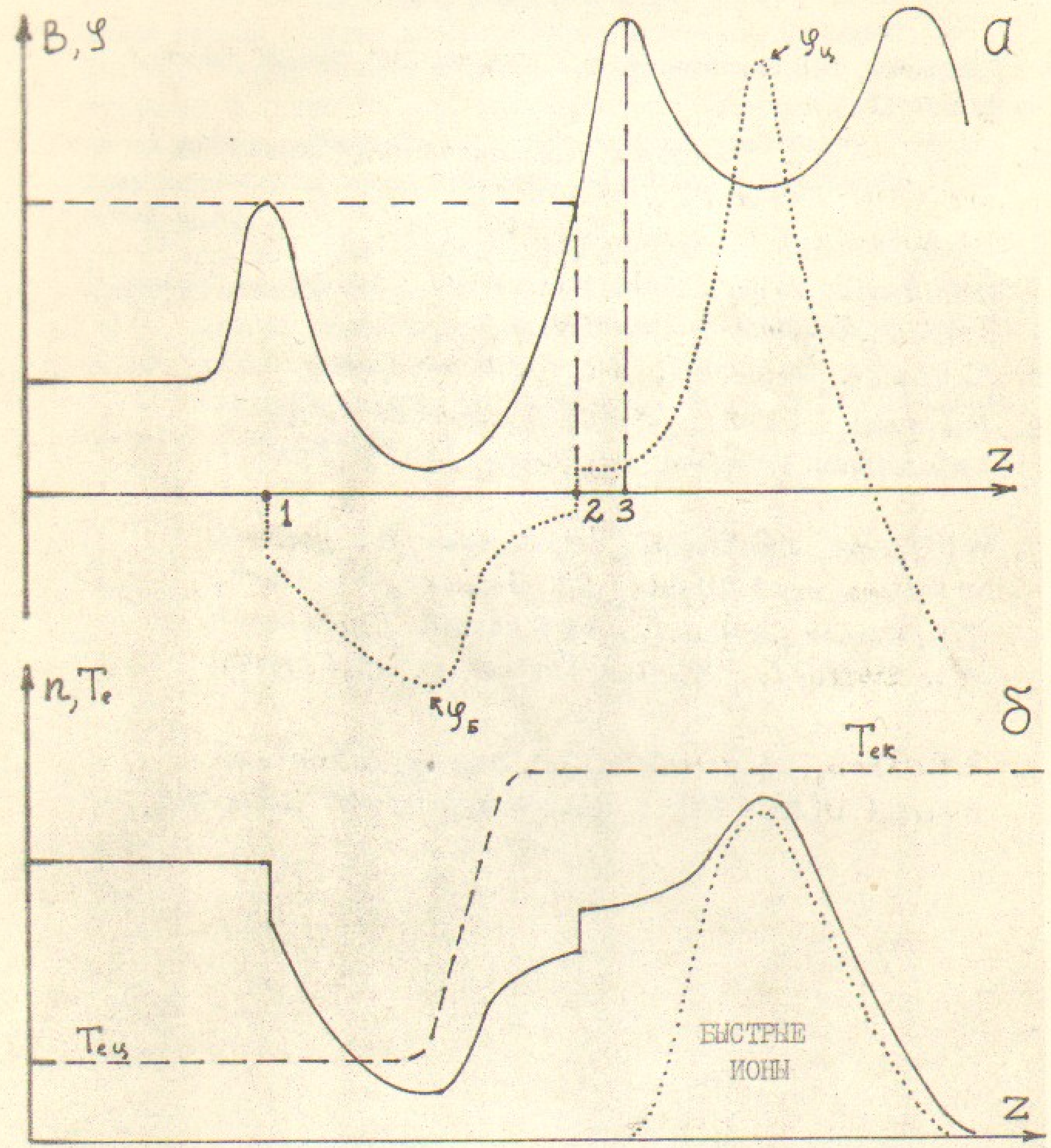

Рис.I. Концепция амбиполярной ловушки с тепловыми барьерами:

а) распределение напряженности магнитного поля (сплошная линия) и потенциала (точечная линия) вдоль оси ловушки;

б) распределение плотности плазмы (сплошная линия) плотности быстрых ионов (точечная линия) и температуры электронов(пунктирная линия) вдоль оси ловушки.

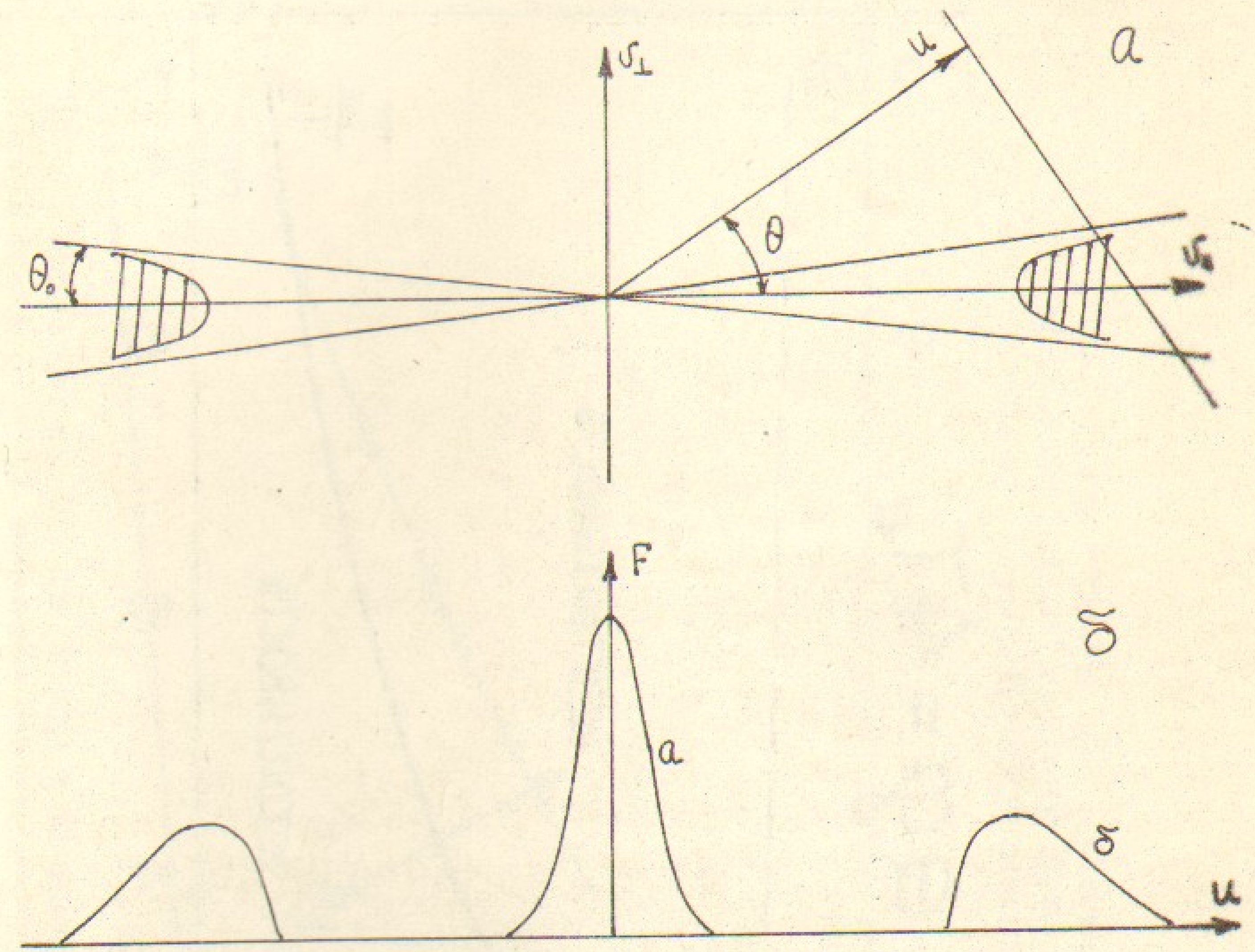

Рис.2. Барьерный пробкотрон

а) заштрихована область в фазовом пространстве ($v_\parallel$, $v_\perp$), где плотность "центральных" ионов отлична от нуля;
θ_0 - угол конуса потерь барьерного пробкотрона
θ - угол распространения волны

б) зависимость $F(u)$; линии а соответствует $\theta_0 \gg \pi/2 - \theta$ и линии б $\theta_0 < \pi/2 - \theta$

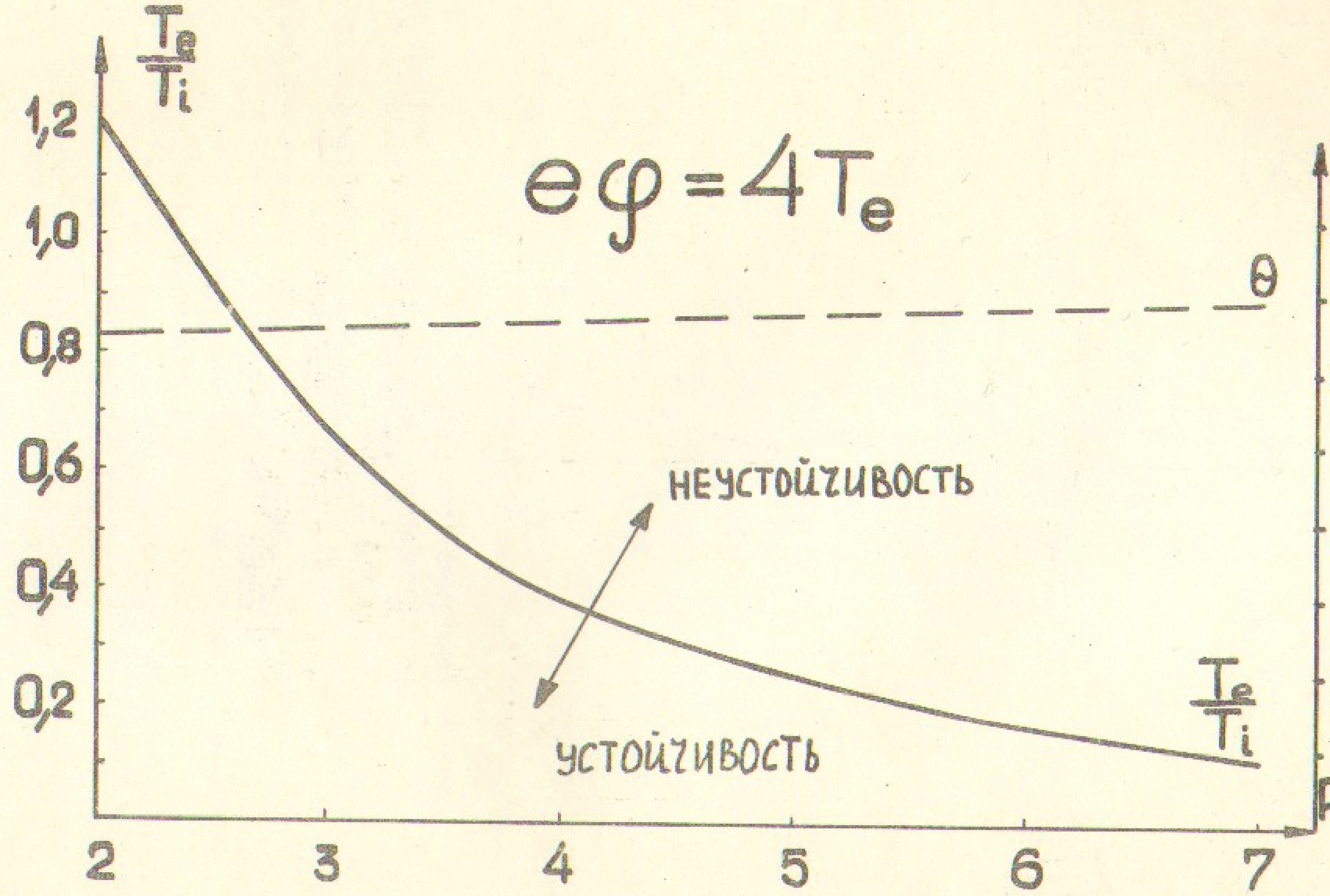

Рис.3. Граница устойчивости и угол θ при котором появляется неустойчивость в плоскости переменных T_e/T_i и R при $\varphi = 4T_e$

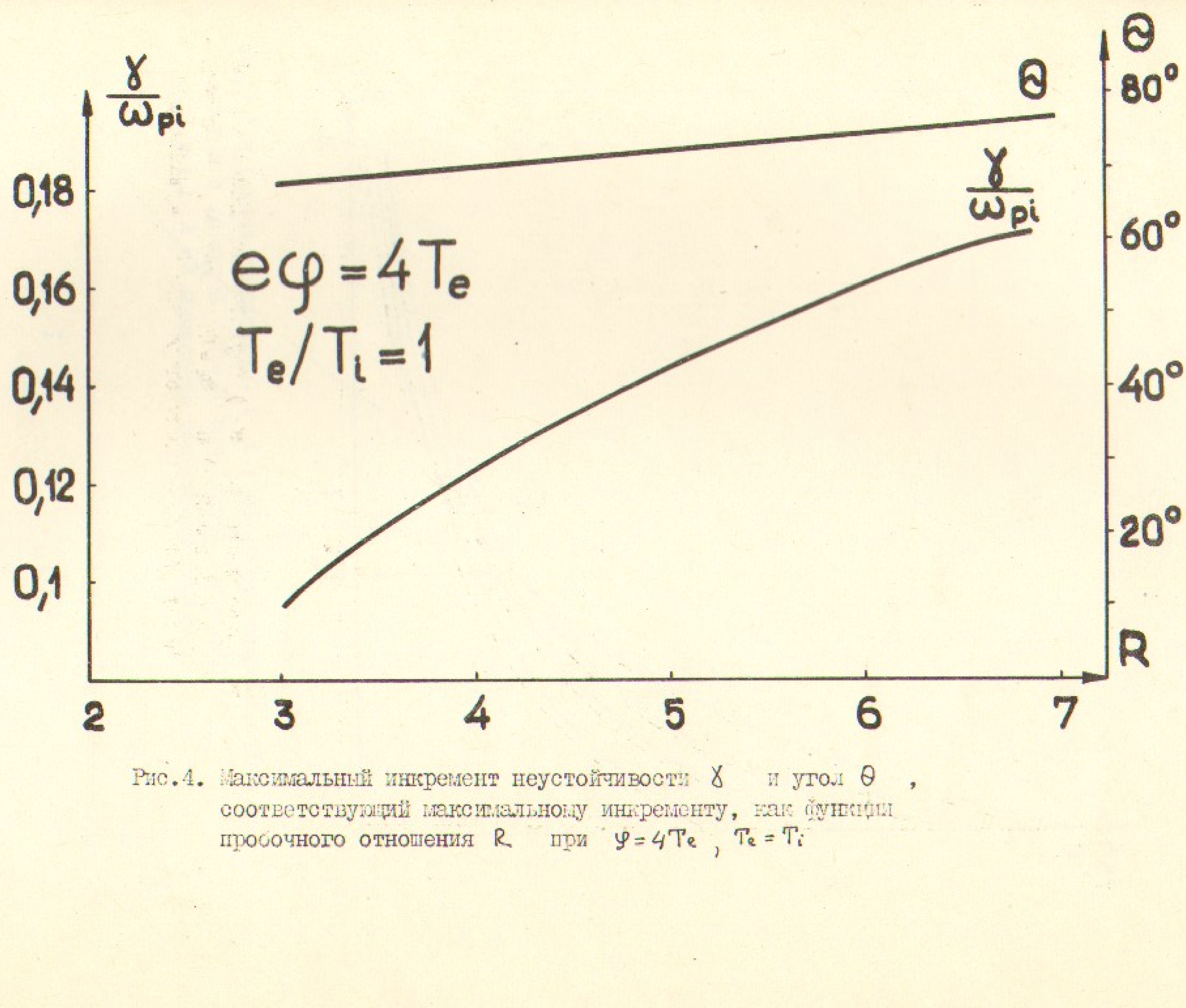

Рис.4. Максимальный инкремент неустойчивости γ и угол θ, соответствующий максимальному инкременту, как функции пробочного отношения R при $\varphi = 4T_e$, $T_e = T_i$

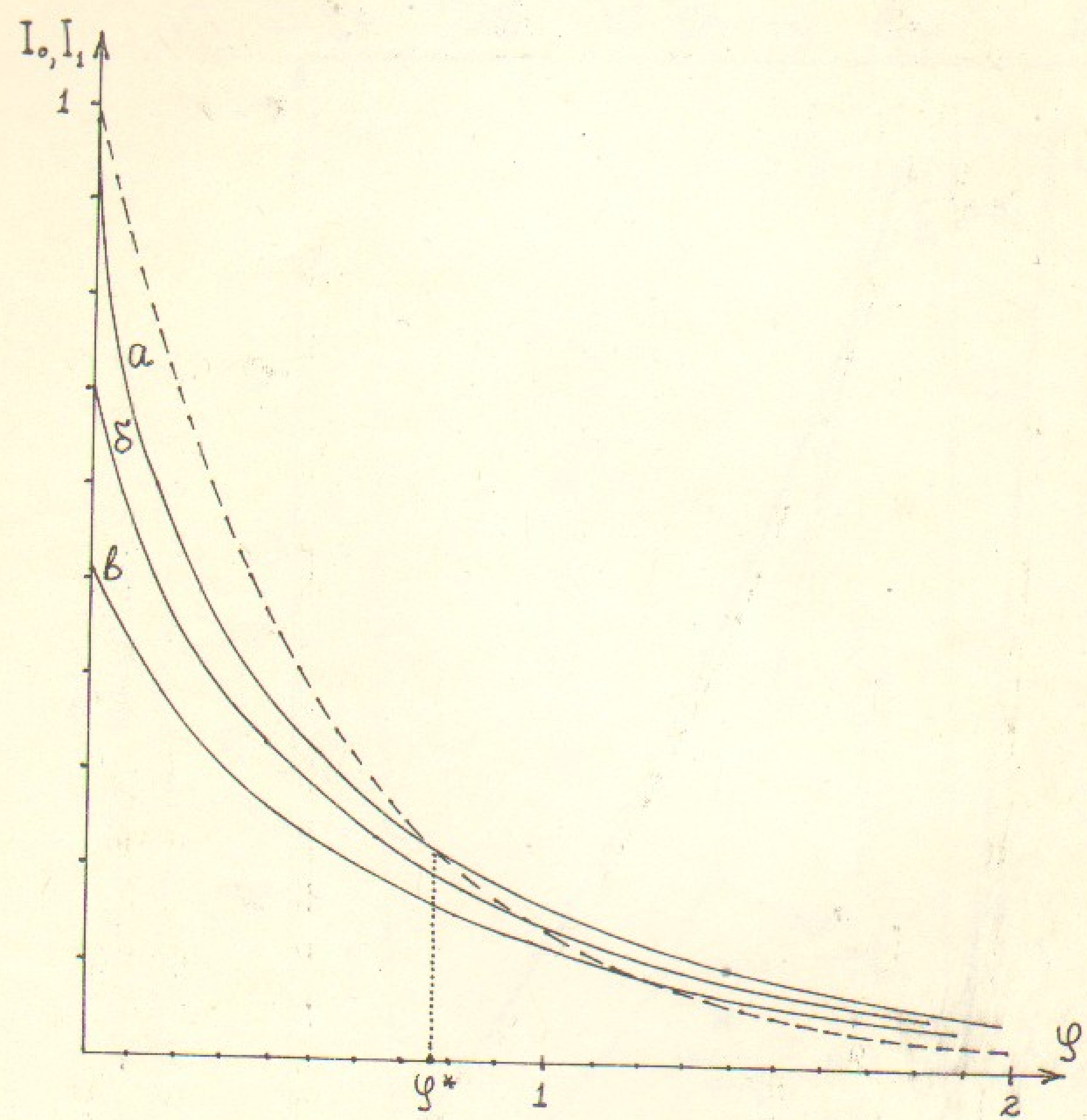

Рис.5. Зависимость I_0 (φ) (пунктирная линия) и $I_I(\varphi, R)$ (сплошные линии) при $T_e = T_i$ Линии а, б и в соответствуют пробочному отношению $R = 1$, 1.1 и I,3.

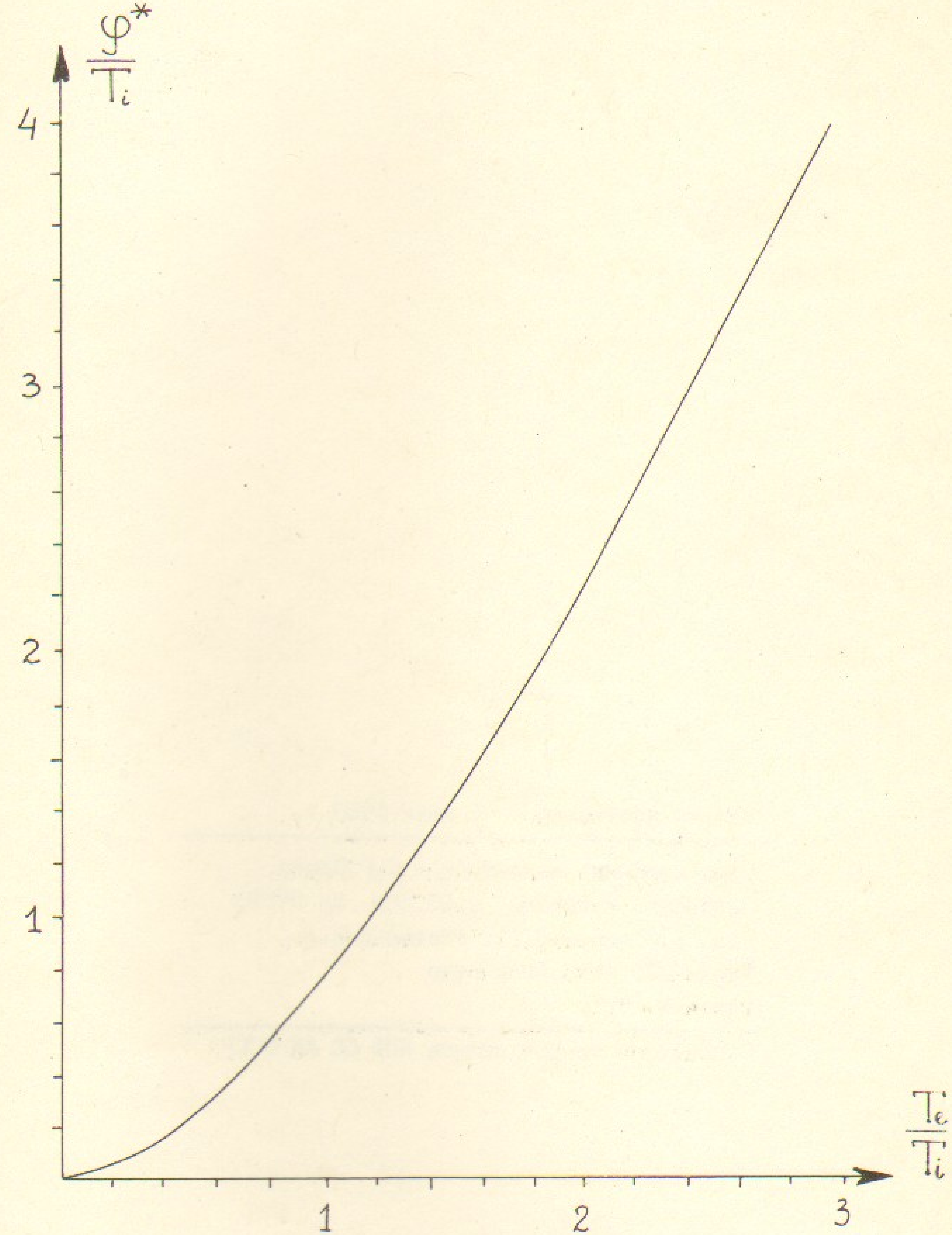

Рис.6. Зависимость скачка потенциала φ^* от температуры электронов T_e