

10
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ АН СССР
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ

М.М.Карлинер, П.Б.Лысянский, Б.М.Фомель,
В.П.Яковлев

ПРОГРАММА *MASON* ДЛЯ РАСЧЁТА
ДИНАМИКИ ИНТЕНСИВНОГО ПУЧКА
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПЕРЕ-
МЕННОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ
ПОЛЕ

Работа поступила -18 июня 1980года.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов.

Подписано к печати 25.07.80 МН 06836 Формат 30 x 42 1/8

Бумага офсетная № 1. Печать офсетная. Усл. 0,8 печ.л.

Учётно - изд. 0,6 л. Тираж 150 экз. Заказ №165 Бесплатно

Отпечатано на ротапринтере Института Ядерной Физики
Сибирского Отделения Академии Наук СССР
630090, Новосибирск - 90, Проспект Науки, 11

ПРЕПРИНТ 80-165



Новосибирск



ПРОГРАММА *MASON* ДЛЯ РАСЧЕТА ДИНАМИКИ
ИНТЕНСИВНОГО ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ
В ПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

М.М.Карлинер, П.Б.Лысянский, Б.М.Фомель, В.П.Яковлев

А Н Н О Т А Ц И Я

Программа *MASON* предназначена для численного исследования модулированного по плотности аксиально-симметричного пучка заряженных частиц. Собственное поле пучка определяется из решения уравнения Пуассона. Метод конечных элементов, используемый в программе, позволяет с помощью неравномерной треугольной сетки получить необходимую точность вычислений. Систему линейных уравнений, аппроксимирующую уравнение Пуассона, предлагается решать прямым (неитерационным) методом с запоминанием матрицы системы, что дает возможность решать поставленную задачу за приемлемое машинное время.

Пучок представляется набором цилиндрических макро-частиц. Внешние переменные электромагнитные поля вычисляются разработанной ранее программой

Программа *MASON* применялась для расчета инжекционного узла линейного ускорителя комплекса ВЭПП-4.

1. В в е д е н и е

Настоящая работа была поставлена в связи с проблемами линейного ускорителя электронов комплекса ВЭПП-4, возникающими, в частности, при разработке и наладке инжекционного узла. Схема так называемой внутренней инжекции изображена на рис.1. Диодная пушка, анодом которой служит передняя стенка (сетка) ВЧ-резонатора, инжектирует в резонатор пучок с энергией ~ 200 кэВ, током в импульсе $\sim 100 + 200$ а и радиусом $\sim 1,5$ см. Энергия пучка на выходе 1-го резонатора ~ 2 МэВ, на выходе всего ускорителя ~ 30 МэВ.

В первом резонаторе, где энергия электронного пучка сравнительно невелика, собственный заряд пучка и внешние поля оказывают на его движение наибольшее влияние. С ростом энергии влияние пространственного заряда уменьшается как $1/\gamma^2$ (γ - релятивистский фактор). Можно сказать, что динамика пучка в первом резонаторе определяет прохождение пучка через весь линейный ускоритель.

Расчет динамики интенсивного пучка требует решения взаимосвязанных вопросов:

- 1) выбор модели пучка;
- 2) выбор метода решения уравнения Пуассона.

Поскольку в рассматриваемой задаче электромагнитное поле резонатора модулирует электронный пучок по плотности представление пучка набором макрочастиц [1,2] явно предпочтительнее модели "трубок тока" [3].

Численное решение уравнений Пуассона может осуществляться различными методами. Например, в работе [4] применяется интегральный метод, который при всей своей громоздкости является все же приемлемым для "трубок тока", так как уравнение Пуассона решается здесь на каждой итерации, а число итераций невелико. Для модели же макрочастиц уравнение Пуассона необходимо решать на каждом временном шаге. Поэтому в программе *MASON* используется экономный и универсальный метод конечных элементов с неравномерной треугольной сеткой.

Решение системы линейных уравнений, аппроксимирую-

ших уравнение Пуассона, предлагается производить прямым (неитерационным) методом. Матрица системы, приведенная к модифицированной LU -форме в процессе решения остается неизменной, а меняется лишь правая часть уравнений, т.е. распределение заряда пучка по ячейкам сетки. Это дает возможность провести численное исследование динамики пучка за приемлемое машинное время.

Пучок в программе **MASON** представляется набором цилиндрических макрочастиц [5], а электромагнитное поле резонатора вычисляется разработанной ранее программой **LANS** [6].

Отметим два ограничения, которые содержатся в постановке задачи. Во-первых, предполагается, что пучок является аксиально-симметричным и движется в поле симметричных мод ВЧ-резонатора. Во-вторых, не учитываются ВЧ-поля, наводимые в резонаторе самим пучком. Основанием для последнего предположения являются большая протяженность пучка по сравнению с ускоряющим зазором резонатора и малость подсадки напряжения на резонаторе за один импульс.

2. Определение собственного электрического поля пучка.

Неравномерная треугольная сетка, которая используется в программе **MASON**, обеспечивает высокую степень аппроксимации дифференциального уравнения Пуассона и дает возможность достаточно точно учесть геометрию резонатора.

Предполагаемая область прохождения пучка в резонаторе задается прямоугольной в плоскости r, z (рис.2). Генератор сетки покрывает эту область прямоугольными треугольниками, каждая пара которых образует прямоугольник. Такая структура сетки ускоряет алгоритм нахождения собственного поля пучка в произвольной точке.

Разностная схема, используемая в программе, является семиточечной. Предполагается, что искомым электрический потенциал линейно зависит от координат r и z в каждом из 6 соседних треугольников, окружающих некую центральную точку сетки [6,7]. Если в 6-угольнике соединить прямыми середины сторон треугольников с их "центрами масс", то

получится 12-угольник. Уравнение Пуассона интегрируется по объему тора, образованного вращением 12-угольника вокруг оси резонатора.

$$\int \Delta \varphi dv = \int \rho dv \quad (1)$$

где φ - потенциал электрического поля, ρ - объемная плотность заряда пучка. Применяя теорему Гаусса, можно переписать

$$\int (\text{grad } \varphi \cdot d\vec{s}) = \int \rho dv \quad (2)$$

Интегрирование в левой части уравнения ведется по поверхности тора, причем уравнение (2) аппроксимируется системой

$$\sum_{i=0}^6 \varphi_i w_i = Q_i \quad (3)$$

где Q_i - полный заряд, содержащий в торе.

Заряд Q_i вычисляется перед каждым решением уравнения Пуассона путем суммирования зарядов от всех макрочастиц, имеющих общий объем с тором. Коэффициенты w_i зависят от координат вершин треугольников, в которых потенциалы предлагаются равными

Если центральная точка 6-угольника лежит на границе Дирихле, то потенциал ее фиксируется, коэффициент w_0 , соответствующий этой точке полагается равным 1, а все остальные коэффициенты $w_i = 0$.

Если центральная точка 6-угольника принадлежит границе Неймана, то интегрирование ведется по поверхности тора, исключая поверхность, принадлежащую границе, где $(\text{grad } \varphi \cdot d\vec{s}) = 0$.

Для всех узлов сетки можно записать уравнение в векторном виде

$$W \bar{\varphi} = \bar{Q} \quad (4)$$

где W - матрица, составленная из коэффициентов w_i , $\bar{\varphi}$ - вектор значения потенциала в точке, \bar{Q} - вектор величины заряда в торе, окружающем каждую точку сетки.

Матрица W получается трехдиагональной, ее элемен-

тами являются матрицы размерности $L_{max} \times L_{max}$ (L_{max} — число узлов сетки по координате r). Число малых матриц на диагонали матрицы W равно K_{max} — числу узлов сетки по координате z .

В дальнейшем для определения движения пучка нужно будет решать уравнение (4) на каждом временном шаге, что создает большую проблему. Для уменьшения времени счета предлагается использовать метод, предложенный и опробованный в работе [6]. Этот метод можно назвать матричной прогонкой.

Сначала вычисляются матричные аналоги прогоночных коэффициентов. Такая процедура требует **однократного** обращения диагональных матриц. При решении системы уравнений по готовым матричным прогоночным коэффициентам число операций пропорционально $N^{3/2}$ (N — число узлов сетки), а не N^2 , как это требуется для решения системы обычным исключением Гаусса. Таким образом, экономия времени счета получается за счет того, что многократное решение системы уравнений производится по готовым матричным коэффициентам.

3. Определение собственного магнитного поля пучка

Предполагается, что собственное магнитное поле пучка имеет только азимутальную компоненту, которая вычисляется интегрированием по плотности тока [2,3]

$$H_{\varphi}(r, z) = \frac{1}{r_0} \int_0^r j_z(r', z) r' dr' \quad (5)$$

Заметим, что различие способов вычислений электрического и магнитного полей пучка может стать источником дополнительной погрешности счета, особенно при расчете релятивистских пучков. Известно, что при больших γ воздействия на пучок электрического и магнитных полей компенсируются с точностью до $1/\gamma^2$.

Если вычисленные независимо поля E и H не уравновешивают свои силы с точностью $1/\gamma^2$, движение пучка

искажается.

В программе *MASON* ведется контроль компенсации сил и выбирается такое количество конечных элементов, которое обеспечивает выполнение указанного выше условия.

4. Вычисление траекторий макрочастиц

В аксиально-симметричной задаче макрочастицы имеют цилиндрическую геометрию. Движение центра частицы описывается уравнением

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c} [\vec{v} \times \vec{H}] \quad (6)$$

где $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ — скорость частицы, $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$ — импульс, \vec{E} и \vec{H} — электрическое и магнитное поля, являющиеся суперпозицией собственных полей пучка и внешних ВЧ-полей.

Для решения уравнений движения используются 2-х шаговый метод предиктор-корректор [1]. Обозначая правую часть уравнения (6) через \vec{a} , можно записать

$$\vec{p}_n^{n+1} = \vec{p}_n^n + \Delta t \vec{a}_n^n \quad (7)$$

$$\vec{r}_n^{n+1} = \vec{r}_n^n + \frac{\Delta t}{2} (\vec{v}_n^n + \vec{v}_n^{n+1})$$

где Δt — шаг интегрирования по времени, n — номер шага, $\vec{v} = \vec{p} c / (1 + p^2)^{1/2} m$

Поля \vec{E} и \vec{H} , входящие в \vec{a} , находятся в результате линейной интерполяции по соседним узлам. Затем вычисляется промежуточная величина \vec{a}_n^{n+1} через \vec{v}_n^{n+1} и поля \vec{E} , \vec{H} в точке \vec{r}_n^{n+1} , и наконец, корректируются значения \vec{p} и \vec{r}

$$\begin{aligned} \vec{p}_n^{n+1} &= \vec{p}_n^n + \frac{\Delta t}{2} (\vec{a}_n^n + \vec{a}_n^{n+1}) \\ \vec{r}_n^{n+1} &= \vec{r}_n^n + \frac{\Delta t}{2} (\vec{v}_n^n + \vec{v}_n^{n+1}) \end{aligned} \quad (8)$$

В области движения пучка сетка строится из прямоугольных треугольников, и фактически, является прямоугольной. Это существенно облегчает определение полей в точке, где находится макрочастица. На каждом шаге производится суммирование зарядов от разных макрочастиц для каждой ячейки сетки, и затем определение заряда в торе, очерченном двенадцатиугольником для вычисления правой части (4). Затем определяется потенциал в узлах треугольной сетки и магнитное поле согласно (5). Электрические поля находятся дифференцированием потенциала с учетом его линейной зависимости внутри треугольника и усреднением по шести соседним треугольникам. Далее делается шаг интегрирования по времени и т.д.

5. Расчет внешних электромагнитных полей

Электромагнитные поля ВЧ-резонатора вычисляются в единой треугольной сетке программой **LANS** [6]. Одновременно определяется и рабочая частота резонатора. Результаты счета передаются из программы **LANS** в программу **MASON** через внешнюю память ЭВМ. При этом передаются и данные сетки, т.к. программа **MASON** не имеет своего генератора сетки, а использует генератор программы **LANS**.

6. Применение программы **MASON**

Программа **MASON** применялась для расчета динамики пучка в первом резонаторе линейного ускорителя электронов комплекса ВЭПП-4.

На рис.3 показаны траектории крайних частиц пучка с разными фазами влета в резонатор. Ток пучка в импульсе составляет 100 А, энергия инжекции - 200 кэВ, напряжение на резонаторе - 1,7 МВ.

На рис.4 сплошные линии изображают зависимость угла разлета и радиуса пучка на выходе первого резонатора в зависимости от фазы влета. Пунктирные кривые изображают те же зависимости, полученные в параксиальном приближении.

Были сделаны вычисления максимального значения тока, который может пройти через данную ускоряющую структуру и ряд других вычислений.

Анализ результатов счета показал, что динамика пучка существенно зависит от таких факторов как влияние металлических стенок резонатора на собственное поле пучка, наличие продольной компоненты собственного поля пучка вблизи передней стенки резонатора, нелинейный характер изменения ВЧ-полей резонатора по радиусу.

Применение программы **MASON** углубило понимание процессов в инжекционном узле линейного ускорителя. Программа может быть использована для решения широкого класса задач транспортировки интенсивных пучков в переменных электромагнитных полях.

Л и т е р а т у р а

1. *J. W. Poukey et all, J. Vac. Sci. Technol., v10 (1973).*
2. В.Б.Бавин, А.С.Рошаль и др. ПМТФ, № 6, 1973.
3. Р.П.Ильин. Численные методы решения задач электрооптики, Новосибирск, "Наука", 1974.
4. В.Г.Астрелин, В.М.Свешников. ПМТФ, № 3, 1979.
5. П.Б.Лысянский, Б.М.Фомель, В.П.Яковлев, Препринт ИЯФ 77-115, 1977.
6. М.М.Карлинер, П.Б.Лысянский, Б.М.Фомель, В.П.Яковлев, Препринт ИЯФ 79-59, 1979.
7. *K. Halbach, R. F. Holsinger, Part. Acc., v.7, (1976).*

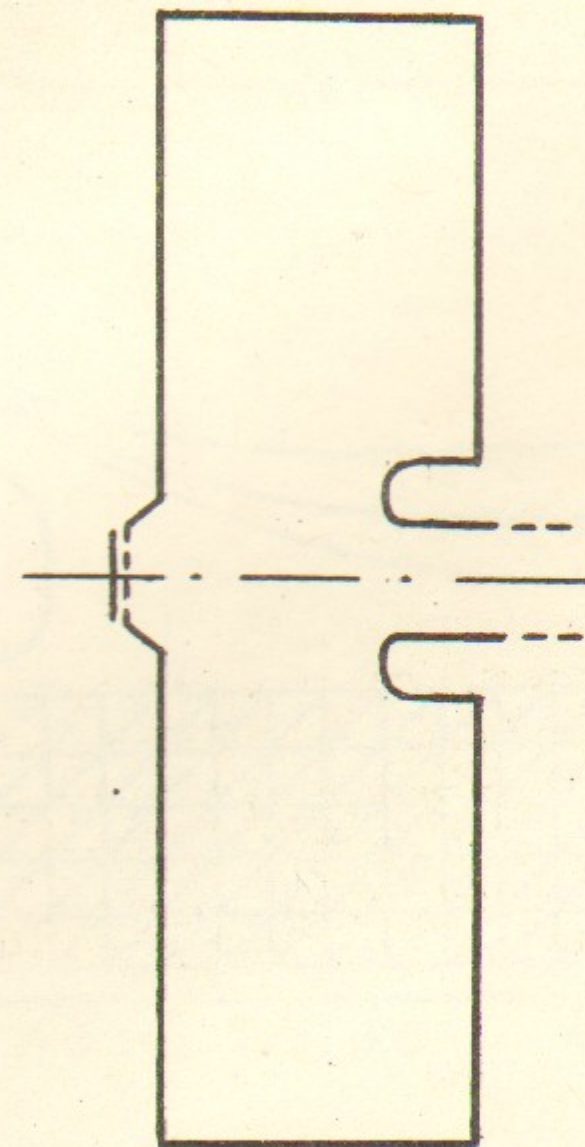


Рис. 1

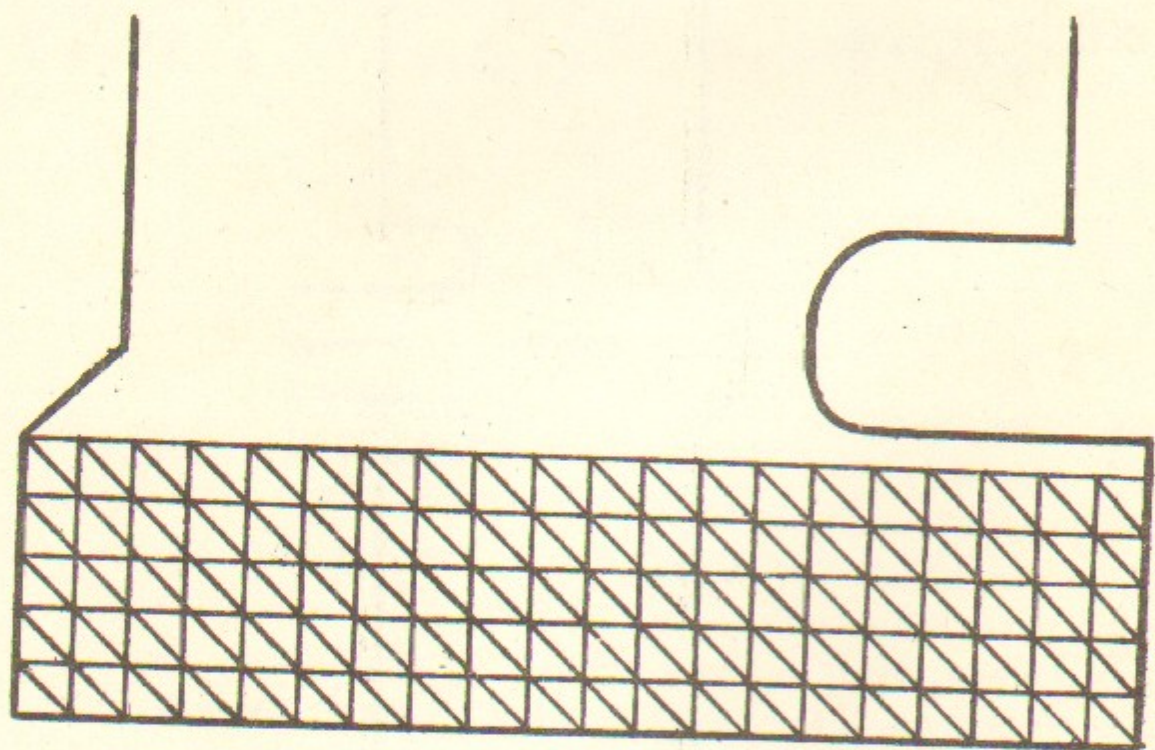


Рис. 2

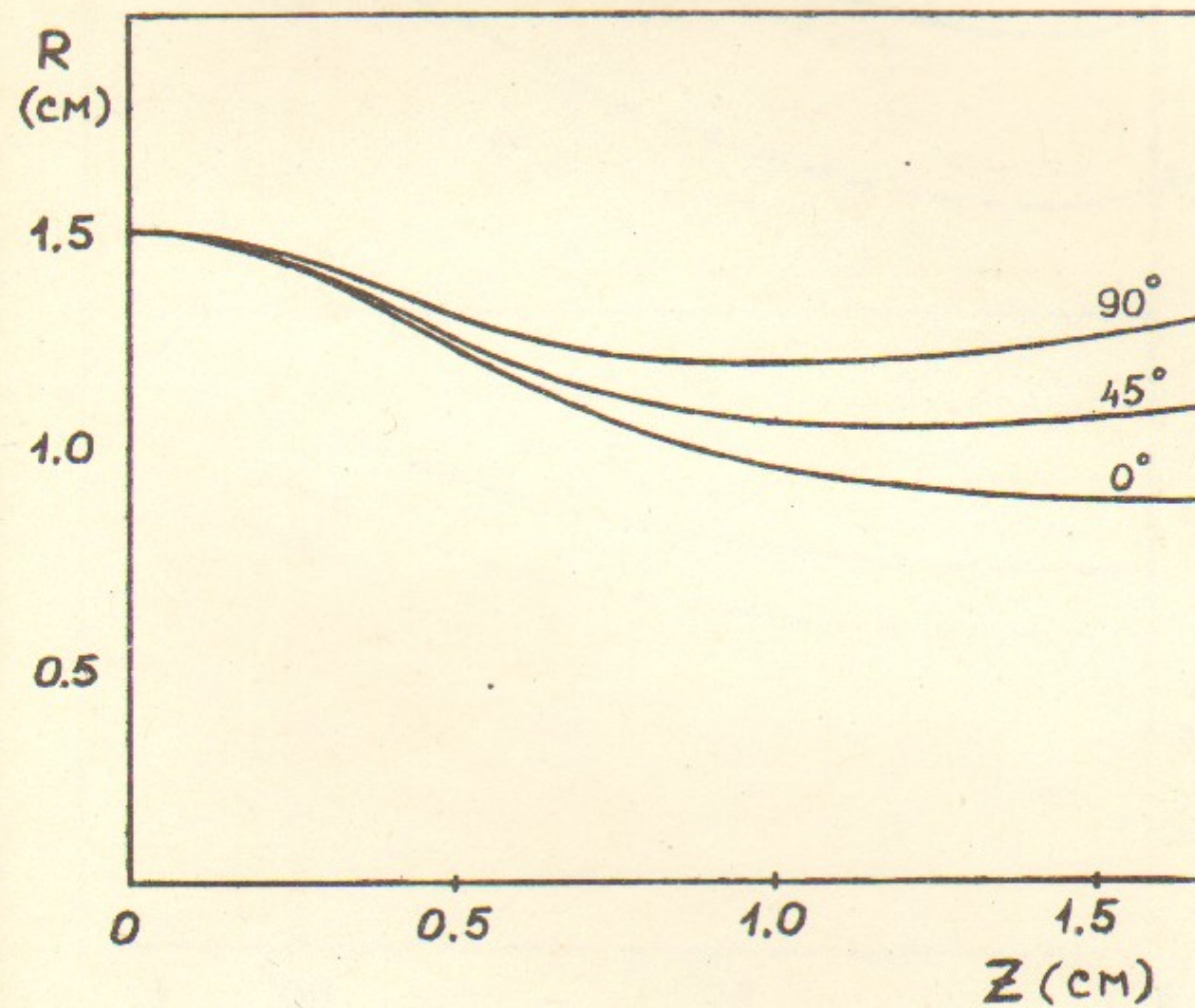


Рис. 3

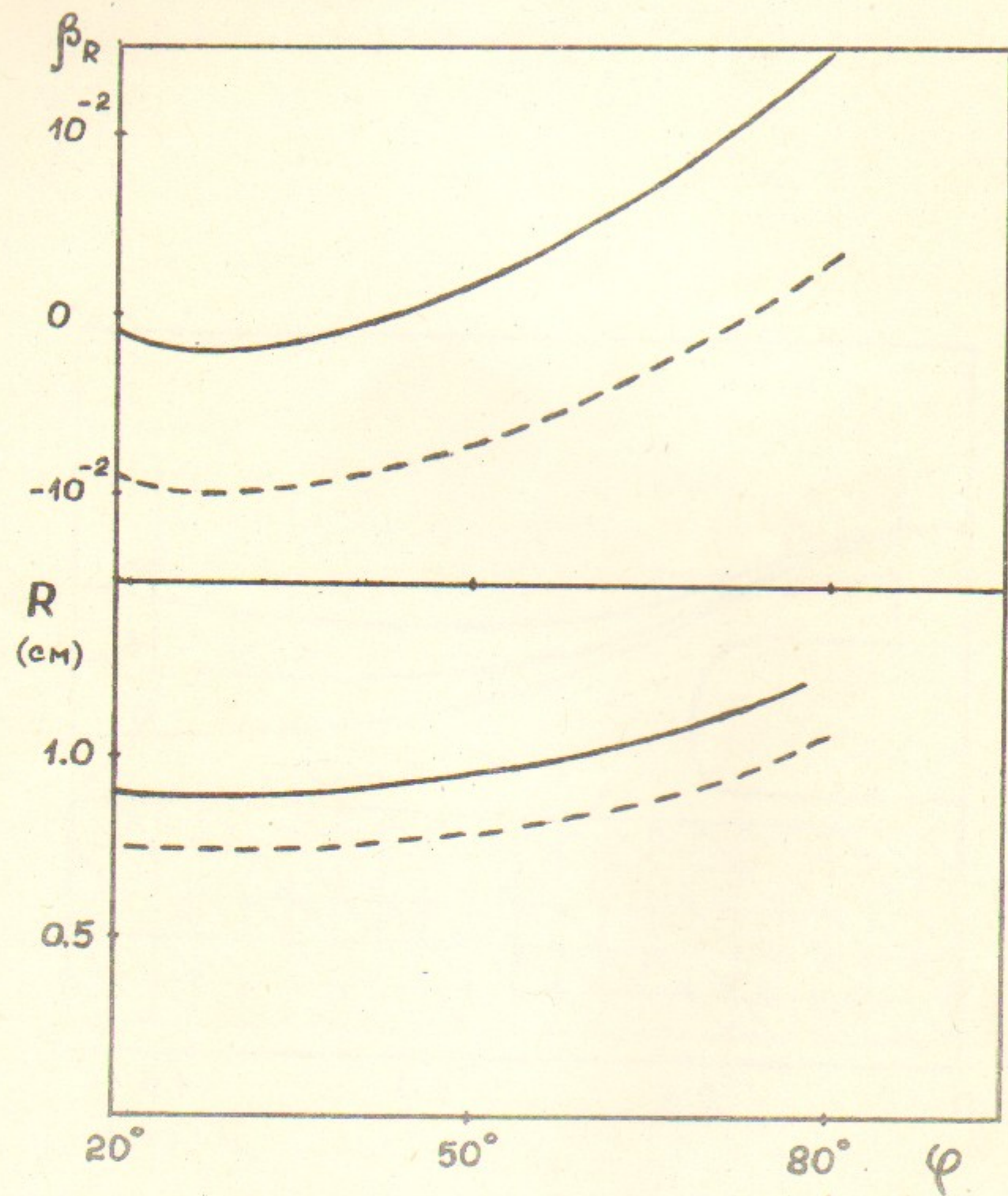


Рис. 4