

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

Д.Л.Шепелянский

НЕКОТОРЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ
СВОЙСТВА ПРОСТЫХ КВАНТОВЫХ
СИСТЕМ СТОХАСТИЧЕСКИХ В
КЛАССИЧЕСКОМ ПРЕДЕЛЕ

ПРЕПРИНТ 81-55



НЕКОТОРЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРОСТЫХ
КВАНТОВЫХ СИСТЕМ СТОХАСТИЧЕСКИХ В КЛАССИ-
ЧЕСКОМ ПРЕДЕЛЕ

Д.Л.Шепелянский

Институт ядерной физики СО АН СССР,
г.Новосибирск

А Н Н О Т А Ц И Я

Проводится численное исследование простых квантовых моде-
лей стохастических в классическом пределе. Показано, что кор-
реляционные свойства квантовых и классических систем становят-
ся совершенно различными через очень короткое время t_s , а
динамика квантовой системы, в отличие от классической, оказы-
вается устойчиво обратимой. При этом диффузионное возбуждение
квантовой системы со скоростью близкой к классической происхо-
дит в течение времени $t^* \gg t_s$, а непрерывная компонента в
спектре корреляций сохраняется на значительно больших временах
 $t_w \gg t^*$. Получено, что в случае квазипериодического по време-
ни возмущения время t^* резко возрастает.

I. Введение

В последнее время значительно возрос интерес к динамике нелинейных квантовых систем (см., например, /1-7/), являющихся стохастическими в классическом пределе ($\hbar \rightarrow 0$) /8-9/. Исследование таких систем представляет большой интерес как для изучения статистических свойств квантовых систем, так, например, и для исследования поведения молекул и атомов, находящихся в поле сильной электромагнитной волны, в области стохастичности /10, 11/, а также для понимания особенностей процессов внутримолекулярной динамики /17/. Теоретическое исследование таких задач даже в квазиклассической области сталкивается со значительными трудностями /2-7/, которые связаны с локальной неустойчивостью классических траекторий, приводящей к экспоненциально быстрому распылению квазиклассического пакета, и нарастанием квантовых поправок со временем. Поэтому для исследования свойств стохастических квантовых систем (СКС), под такими системами подразумеваются квантовые системы стохастические в классическом пределе, были проведены /1/ численные эксперименты с простой моделью квантового ротатора в поле периодического возмущения. Основной результат /1/ состоит в том, что движение рассматриваемой СКС похоже при определенных условиях на стохастическое движение классической системы. Так, например, наблюдался диффузионный рост энергии ротатора со временем. Вместе с тем имело место существенное уменьшение скорости диффузии на больших временах.

В настоящей работе описан ряд численных экспериментов с простыми моделями СКС. В результате этих исследований было получено (раздел 2), что корреляции в системе квантового ротатора в отличие от классического (когда мера островков устойчивости достаточно мала) не затухают экспоненциально со временем, что подтверждает теоретический результат /12/. Исследовалась также динамика возбуждения квантовой системы с двумя степенями свободы (раздел 3). Оказалось, что может иметь место режим в котором ведущая степень свободы, возбуждаясь только до определенного уровня (квантовое ограничение диффузии /1/), таким образом "шумит" на вторую степень свободы, что по ней возбуждение идет диффузионным образом значительно дольше чем по ведущей степени свободы (возможно неограниченно). В разделе 4 исследуется воз-

буждение квантового ротатора внешним возмущением квазипериодическим по времени (две и три несоизмеримых частоты). Численные эксперименты указывают на то, что этот случай качественно отличается от случая периодического возмущения - в нем отсутствует квантовое ограничение диффузии, а набор энергии продолжается во времени практически неограниченно.

2. Квантовые корреляции в модели ротатора

Рассмотрим модель ротатора во внешнем поле с гамильтонианом:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2J} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \tilde{k} \cos \theta \delta_{\tilde{T}}(\tau) \quad (2.1)$$

где \tilde{k} - параметр, характеризующий величину возмущения, $\delta_{\tilde{T}}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\tau - n\tilde{T})$ - периодическая дельта-функция (периодические толчки), J - момент инерции ротатора, θ - угловая переменная. Далее $J = 1$.

Соответствующая классическая задача описывается гамильтонианом:

$$H = \frac{p^2}{2} + \tilde{k} \cos \theta \delta_{\tilde{T}}(\tau) \quad (2.2)$$

и ввиду периодичности дельта-функции движение ротатора удобно описывать отображением:

$$\begin{aligned} \bar{p} &= p + \tilde{k} \sin \theta \\ \bar{\theta} &= \theta + \tilde{T} \bar{p} \end{aligned} \quad (2.3)$$

где \bar{p} , $\bar{\theta}$ - значения переменных после толчка.

Отображение (2.3) подробно исследовалось в [9], где было показано, что значение $\tilde{k}\tilde{T} \approx 1$ является границей устойчивости. При $\tilde{k}\tilde{T} < 1$ движение устойчиво и изменение величины p ограничено ($|\Delta p| \leq \sqrt{\tilde{k}/\tilde{T}}$). При $\tilde{k}\tilde{T} \gg 1$, так уже при $\tilde{k}\tilde{T} = 5$, движение становится стохастическим. В этом случае почти для любых начальных условий, за исключением малых (при $\tilde{k}\tilde{T} \gg 1$) островков устойчивости, близкие траектории расходятся экспоненциально: $d = d_0 \exp(ht)$, где $d = \sqrt{(\tilde{T}\Delta p)^2 + (\Delta \theta)^2}$, а $h \approx \ln(\frac{\tilde{k}\tilde{T}}{2})$ (при $\tilde{k}\tilde{T} > 4$) - КС - энтропия [9, 13]. Такая локальная неустойчивость движения приводит к тому, что фаза становится случайной переменной, энергия ротатора растет по

диффузионному закону:

$$E = \frac{\langle P^2(t) \rangle}{2} \approx \frac{\tilde{k}^2}{4} t + E(0) \quad (2.4)$$

а функция распределения по импульсу имеет гауссовский вид:

$$f(p) = \frac{1}{\sqrt{\pi \tilde{k}^2 t}} \exp\left(-\frac{p^2}{\tilde{k}^2 t}\right) \quad (2.5)$$

Здесь и далее t - безразмерное время, измеряемое в числе толчков, скобки $\langle \rangle$ означают усреднение по большому числу траекторий, отвечающих различным начальным данным.

Движение квантовой системы (2.1) также удобно описывать отображением для волновой функции Ψ через период \tilde{T}/\hbar :

$$\Psi(\theta, t+1) = e^{-ik \cos \theta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n(t) \exp(in\theta - i\frac{Tn^2}{2}) \quad (2.6)$$

где $A_n(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} \Psi(\theta, t) e^{-in\theta} d\theta$, $k = \frac{\tilde{k}}{\hbar}$, $T = \hbar \tilde{T}$.

Из (2.6) следует, что один толчок захватывает с экспоненциальной точностью $\approx 2k$ уровней невозмущенной системы, что и было использовано при численном исследовании модели (2.1) /1/. Полученное отображение (2.6) содержит два независимых параметра k , T , которые и будут использоваться ниже. Далее положим $\hbar = 1$, тогда квазиклассическому пределу соответствует $k \rightarrow \infty$, $T \rightarrow 0$, $kT = \text{const}$.

Проведенные численные эксперименты /1/ показали, что в квантовой системе (2.1) при $kT > 1$, $k \gg 1$ в течение некоторого времени t^* идет диффузионный рост энергии ротатора со скоростью близкой к классической, но при $t > t^*$ происходит замедление скорости диффузии, а для $t \gg t^*$ рост энергии практически прекращается /1, 7/. Время t^* увеличивается с ростом параметра k .

Дополнительные численные эксперименты /4/ показали, что зависимость t^* от k можно аппроксимировать степенным законом $t^* = Ck^\alpha$ (см. рис. 1). При этом за t^* принималось время t , начиная с которого энергия квантовой системы отличалась от классического значения более чем на 25%. Среднеквадратичные значения подгоночных параметров оказываются равными: $\langle \ln C \rangle = -0,44$, $\langle \alpha \rangle = 1,5$. Теоретическая зависимость

$$t^* = ck^2 \quad (2.7)$$

полученная в /4,7/ оказывается в пределах разброса экспериментальных данных с $\langle \lg C \rangle = -1.19$ (см. рис.1). Таким образом при $k \gg 1$ в течение длительного времени энергия квантового ротатора растет также как и в классике диффузионным образом.

Вместе с тем в квантовой системе (2.1) согласно теоретическим результатам /12/ временные корреляции, экспоненциально затухающие в классике при $kT \gg 1$, когда мера островков устойчивости достаточно мала, через время

$$t_s \sim \frac{\ln k}{\ln kT} \quad (2.8)$$

убывает не быстрее чем корень времени ($\tau^{-1/2}$). При этом квантовые и классические корреляции становятся совершенно разными уже при $t \geq t_s$, но т.к. абсолютная величина корреляций оказывается малой ($\sim O(k^{-1})$), то их влияние на энергию ротатора сказывается лишь на временах $t \geq t^* \gg t_s$.

Для проверки этих предсказаний /12/ с квантовой моделью (2.1) были проведены численные эксперименты в которых вычислялись корреляции

$$R_t(\tau) = \langle 0 | \cos \hat{\theta}_t \cos \hat{\theta}_{t+\tau} + \cos \hat{\theta}_{t+\tau} \cos \hat{\theta}_t | 0 \rangle \quad (2.9)$$

где $\cos \hat{\theta}_t = U_t^+ \cos \hat{\theta} U_t$ - гейзенберговский оператор в момент времени t , U_t - оператор эволюции гамильтониана (2.1), $\langle 0 | \dots | 0 \rangle$ - означает среднее по начальному состоянию. В принципе можно рассматривать и другие корреляции, например, корреляции $\sin \hat{\theta}$. Качественное поведение корреляций $\sin \hat{\theta}$ такое же как и для $\cos \hat{\theta}$ за исключением одной особенности о которой будет сказано ниже (см. раздел 3).

Численный алгоритм нахождения корреляций заключался в определении волновых функций $\Psi_t = U_t | 0 \rangle$, $\Psi_{t+\tau} = U_{t+\tau} \cos \theta \Psi_t$, $\Psi_{t+\tau} = U_{t+\tau} | 0 \rangle$ по уравнению (2.6) методом описанным в /1,4/ и дальнейшем вычислении среднего $2 \operatorname{Re} \langle \Psi_{t+\tau} | \cos \theta | \Psi_t \rangle = R_t(\tau)$.

Результаты численных экспериментов представлены в таблице I. В ней проведено сравнение классических R_c и квантовых корреляций R_q при $t = 0$, $0 \leq \tau \leq 7$ (см. (2.9)) в случае на-

чального классического состояния: $p = 0$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ($R_c = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos \theta \cos \theta_{t+\tau} d\theta$) и соответствующего квантового: $\Psi(\theta, 0) = (\pi)^{-1/2}$. Из этих данных видно, что при $kT = 5$, $5+2\pi$, когда мера островков устойчивости пренебрежимо мала /9/, классические корреляции при $\tau \leq 7$, затухают экспоненциально со временем. При этом квантовые корреляции близки к классическим только для $\tau \leq t_s \approx 3$, а при $\tau \geq t_s$ они различаются в несколько раз. Теоретическое значение t_s (2.8) также оказывается равным всего нескольким толчкам, что согласуется с результатами численных экспериментов. При этом, например, для $k = 40$, $kT = 5$ энергия квантового ротатора отличается от классического значения менее чем на 25% в течение времени $t^* = 120 \gg t_s \approx 3$. В случае $kT = 2$, когда мера устойчивой и стохастической компонент оказывается приблизительно одинаковыми, классические корреляции не затухают со временем и различие между R_c и R_q остается меньшим 20% в течение времени $\tau \approx 100 \gg t_s \approx 3$ ($k = 40$). Таким образом характеристики не уменьшающиеся со временем экспоненциально, например, энергии ротатора, корреляции при $kT = 2$, оказываются близкими в течение времени $t^* \gg t_s$. Отметим, также, что в области устойчивости $kT = 0.5$ ($k = 20$) отличие квантовых и классических корреляций оказывается на уровне 0.1% для $\tau \approx 20$ (при $k = 5$, $\tau \approx 20$ на уровне 10%).

Типичный вид поведения квантовых корреляций представлен на рис.2,3. Видно, что имеются остаточные корреляции не уменьшающиеся со временем. Величина этих корреляций уменьшается с ростом k , но явный вид зависимости от k проследить не удастся ввиду резкого возрастания требуемой памяти и времени счета с k .

Величину остаточных корреляций можно оценить следующим образом. Пусть $\tau \gg t^*$. Тогда волновая функция $|\Psi\rangle = e^{i\theta} U_t^+ \cdot e^{i\theta} U_{t+\tau} | 0 \rangle$ содержит приблизительно $\sqrt{k^2 t^*}$ гармоник θ (при $\tau \gg t^*$ рост энергии практически прекращается). Т.к. $\langle \Psi | \Psi \rangle = 1$, то средняя амплитуда гармоник Q определяется из условия $Q^2 \sqrt{k^2 t^*} \sim 1$. Тогда из соотношения $R(\tau) \sim \langle 0 | \Psi \rangle \sim Q$ и (2.7) получаем оценку

$$|R_t(\tau)| \sim (k^2 t^*)^{-1/2} \sim k^{-1}, \quad t+\tau \gg t^* \quad (2.10)$$

При $t+\tau \ll t^*$ число гармоник в $|\psi\rangle$ будет порядка $\sqrt{k^2\tau}$ и следовательно на этом временном интервале корреляция убывает с ростом τ :

$$|R_c(\tau)| \sim (k^2\tau)^{-\frac{1}{2}}, \quad t_s \leq t+\tau \ll t^* \quad (2.11)$$

Это убывание оказывается очень медленным, а параметр $(t^*)^{\frac{1}{2}}$ не слишком велик, и поэтому в численном эксперименте практически сразу наблюдаются неубывающие со временем остаточные корреляции (см. рис. 2, 5).

Отметим, что согласно полученным оценкам (2.10), (2.11) и результатам [12] экспоненциальное затухание квантовых корреляций отсутствует и в таких системах, где мера классических островов устойчивости строго равна нулю (например, система (2.1) с потенциалом возмущения

$$V(\theta) = \begin{cases} -\frac{\theta^2}{2}, & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \\ \frac{(\theta-\pi)^2}{2} - \frac{\pi^2}{4}, & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi \end{cases}$$

$$V(\theta) = V(\theta), \quad V(\theta) = V(\theta+2\pi) \quad \text{при } kT \gg 4.$$

Численные эксперименты также показывают, что в такой квантовой системе, в отличие от классической экспоненциальное затухание корреляций отсутствует.

Интересной особенностью квантовых корреляций операторов $\cos \hat{\theta}$ является то, что $R_c(\tau) > 0$ практически при любом τ . В результате этого частотный спектр корреляций имеет резкий пик на частоте $\omega = 0$. Более подробно свойства частотного спектра будут обсуждаться в разделе 3.

Следует отметить, что в квантовой модели не только отсутствует экспоненциальное затухание корреляций, но и КС-энтропия h равна нулю [12] (в классической системе $h \approx \ln(kT) > 0$, при $kT > 4/9$). В силу этого в квантовой системе отсутствует локальная неустойчивость движения, которая имеет место в классической модели (2.2) при $kT > 1$. Наличие локальной неустойчивости ($h > 0$), приводит к тому, что динамика классической системы оказывается фактически необратимой. Действительно, хотя уравнения движения системы с гамильтонианом (2.2) обратимы (гамильтониан системы симметричен по отношению к замене $\tau \rightarrow -\tau$

в моменты времени $\frac{T}{2} + lT$, l - целое, и поэтому при замене $\tau \rightarrow -\tau$ в момент времени $\frac{T}{2} + lT$ в дальнейшем траектория движется точно в обратном направлении и возвращается в начальную точку), из-за локальной неустойчивости сколь угодно малое возмущение ε полностью изменит траекторию через время $t_\varepsilon \sim \frac{|\ln \varepsilon|}{h}$. Поэтому в численных экспериментах, где есть ошибки округления на уровне $\varepsilon \sim 10^{-12}$ (БЭСМ-6), обратимость во времени классической динамики отсутствует (см. рис. 4). Вместе с тем динамика квантовой системы оказывается полностью обратимой (точность возврата находится на уровне машинной точности). Более того, обратимость имеет место даже при случайной обивке фаз Фурье-компонент A_n волновой функции Ψ в интервале $\Delta\varphi$ в момент обращения (см. рис. 5, 6). На рис. 6 представлена функция распределения $f(n) = |A_n|^2$ по уровням невозмущенной квантовой системы в нормированных координатах $f_n = f(n)\sqrt{\pi k^2 t}$, $x = \frac{n^2}{k^2 t}$ (классическое распределение (2.5) в этих координатах имеет простой вид: $f_n = e^{-x}$). Резкий пик на рис. 6 при $n=0$ соответствует возвращающейся компоненте ($\Psi(\theta, t=0) = (2\pi)^{-\frac{1}{2}}$), доля непереворнувшейся компоненты составляет $\omega_c \approx 7.9 \times 10^{-4}$ (обивка фаз производится в интервале $\Delta\varphi = 0.1$). Зависимость ω_c от $\Delta\varphi$ представлена в таблице 2. Интересно, что $\omega_c \approx 0.079 \ll 1$ даже при $\Delta\varphi = 1$.

Полное число уровней в проведенных численных экспериментах достигало $N = 2049$ (-1024, 1024). При счете использовались различные начальные условия: возбуждение только нулевого уровня ($n_0 = 0$, равномерное распределение по θ), гауссовское распределение с шириной $4 \leq \Delta n \leq 20$. Также как и в [1], [4] существенной зависимости движения от начальных условий не наблюдалось.

3. Двумерная модель

Результаты численных экспериментов (см. раздел 2) с моделью (2.1) показали, что статистические свойства квантовой системы оказались значительно более слабыми чем классической. Вместе с тем представляется интересным исследовать каким образом такая система будет "шуметь" на другую степень свободы при наличии слабой связи. В случае когда связь является слабой ее влиянием на первую степень свободы можно пренебречь и тогда возбуждение второй степени свободы будет определяться статистическими свойствами движения по первой степени свободы.

В качестве примера рассмотрим систему с гамильтонианом:

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_1^2}{2} + \omega \hat{p}_2 + (k \cos \theta_1 + \varepsilon \cos \theta_1 \cos \theta_2) \delta_T(\tau) \quad (3.1)$$

где $\hat{p}_1 = -i \frac{\partial}{\partial \theta_1}$, $\hat{p}_2 = -i \frac{\partial}{\partial \theta_2}$, $t = 1$.

Решая уравнение Шредингера с гамильтонианом (3.1) получим отображение для волновой функции через период:

$$\Psi(\theta_1, \theta_2, t+1) = \exp(-i(k \cos \theta_1 + \varepsilon \cos \theta_1 \cos \theta_2)) \cdot$$

$$\frac{1}{2\pi} \sum_{n_1, n_2=-\infty}^{\infty} A_{n_1, n_2}(t) e^{i(n_1 \theta_1 + n_2 \theta_2)} e^{-i(\frac{1}{2} n_1^2 + \omega T n_2)} \quad (3.2)$$

которое и использовалось в численных экспериментах. Рассмотрим случай когда $\varepsilon \ll 1$, а по второй степени свободы начально возбужден только один основной уровень ($A_{n_1, n_2} = A(n_1) \delta_{n_2, 0}$). Тогда число возбужденных уровней определяется статистическими свойствами системы (2.1). Действительно, из уравнений для гейзенберговских операторов имеем:

$$\hat{p}_2(t) = \hat{p}_2(0) + \varepsilon \sum_{t_1=1}^{t-1} \cos \hat{\theta}_1(t_1) \sin(\hat{\theta}_2 - \omega T t_1) \quad (3.3)$$

Из (3.3) получим число возбужденных уровней n_2

$$\langle n_2^2 \rangle = \frac{\varepsilon^2}{2} \left[\sum_{t_1=0}^{t-1} \left(\sum_{\tau=0}^{t-t_1} R_{t_1}(\tau) \cos \omega T \tau - \frac{1}{2} R_{t_1}(0) \right) \right] \quad (3.4)$$

В классическом случае ввиду экспоненциального затухания корреляций в суммах в (3.4) основной вклад давали члены с $\tau = 0$ и поэтому происходило диффузионное возбуждение как по первой (2.4), так и по второй степени свободы:

$$\langle n_2^2 \rangle = \frac{\varepsilon^2}{4} t \quad (3.5)$$

В квантовой системе наличие остаточных корреляций (см. рис. 2, 3) приводит к резкому ограничению роста энергии по первой степени свободы при $t > t^*$ (влиянием второй степени свободы можно пренебречь, т.к. $\varepsilon \ll 1$), но вопрос о том как они повлияют на возбуждение второй степени свободы требует дополнительных исследований. В случае если частотный спектр $\tilde{R}(\nu)$ корреляций $R(\tau)$ является чисто дискретным (это может быть в случае когда спектр квазиэнергий /14/ системы (2.1) содержит только

дискретные уровни), то для значений параметра ωT совпадающих с дискретными частотами $R(\tau)$ будет наблюдаться квадратичный рост $\langle n_2^2 \rangle \sim t^2$. Если же спектр $\tilde{R}(\nu)$ содержит непрерывную компоненту, что может иметь место только в том случае, когда спектр квазиэнергий оказывается непрерывным, то $\langle n_2^2 \rangle$ растет диффузионно со временем ($\langle n_2^2 \rangle = D \frac{\varepsilon^2}{2} t$), причем коэффициент диффузии $D \sim \tilde{R}(\omega T)$.

Движение квантовой системы (3.1) исследовалось численно на основе формулы (3.2). При этом параметр ε выбирался равным $\varepsilon = 10^{-5}$ (изменение ε в интервале $10^{-5} + 10^{-3}$ оставляло неизменной величину $\langle n_2^2 \rangle / \varepsilon^2$ с точностью до 0,1%). В счете использовалось конечное число уровней $-400 \leq n_1 \leq 400$, $-2 \leq n_2 \leq 2$, при этом ввиду малости ε $\langle n_2^2 \rangle$ определялось только вероятностью W_{n_2} нахождения на уровнях $n_2 = \pm 1$, т.к. в течение всего времени счета $W_{n_2 = \pm 2} < 10^{-14}$ и поэтому влиянием уровней с $n_2 = \pm 2$ можно было пренебречь (эти уровни использовались для контроля точности счета). Точность счета контролировалась также по сохранению вероятности $W = \sum_{n_1, n_2} |A_{n_1, n_2}|^2 = 1$. Во всех случаях ошибка δW для полной вероятности не превышала 10^{-3} , а динамика возбуждения первой степени свободы (например, $\langle n_1^2 \rangle$) совпадала со случаем $\varepsilon = 0$ с точностью до 0,1%.

Проведенные численные эксперименты показали, что возбуждение второй степени свободы существенно зависит от параметра ωT . При этом можно выделить три различных ситуации:

1. По второй степени свободы также как и по первой наблюдается квантовое ограничение диффузии (см. рис. 7); при $k = 5$, $T = 1$ это имело место для $\omega T = 1, 1.5, 1.87, 2.42, 2.37$,

2. Для некоторых значений ωT наблюдалось резонансное возбуждение второй степени свободы ($\langle n_2^2 \rangle \sim t^2$), что при $k = 5$, $T = 1$ имело место для $\omega T = 0, 0.5, 1.27, 1.71$ (см. рис. 8, 9).

3. В некоторых случаях ($k = 5$, $T = 1$, $\omega T = 2.4, 2.5, 2.52$) наблюдалось диффузионное возбуждение, причем для $\omega T = 2.5$ $\langle n_2^2 \rangle$ росло практически линейно со временем вплоть до $t = 2000$ (см. рис. 10), тогда как ограничение диффузии по первой степени свободы происходило всего через несколько тактов ($t^* = 5$). Для $\omega T = 2.4, 2.52$ линейный рост наблюдался в течение

всего времени счета ($t = 750$), со средними коэффициентами диффузии $D_y/D_{z2} \approx 0.7$, $D_y/D_{z1} \approx 2$ соответственно ($D_{z1} = \epsilon^2/4$).

При изменении начальных условий существенных изменений движения не происходило (например, резонансы имели место при тех же значениях параметра ωT), но при изменении параметров k, T (даже при $kT = \text{const}$) зависимость от ωT становилась совершенно другой (так, например, при $k = 10, T = 0.5, \omega T = 1.27$ вместо резонанса наблюдалось ограничение диффузии). Исключением являлось только значение $\omega T = 0$ при котором $\langle n_2^2 \rangle$ росло квадратично со временем для всех использованных значений параметров k, T в областях $k < 1, k > 1$ при $kT < 1$ и $kT > 1$. В области классической устойчивости $kT < 1, k > 1$ зависимость $\langle n_2^2 \rangle$ от t оказывалась близкой к классической, где также имело место резонансное возбуждение из-за устойчивости классического движения. Поэтому резонансный рост $\langle n_2^2 \rangle$ в квантовой системе при $kT > 1, \omega T = 0$ следует, по-видимому, интерпретировать как указание на присутствие устойчивой квантовой компоненты. Вместе с тем этот вопрос требует дальнейшего исследования.

Отметим также, что если бы в гамильтониане (3.1) вместо $\cos \theta_2$ стоял $\sin \theta_2$, то возбуждение второй степени свободы определялось бы корреляциями $\sin \theta_2$. Но т.к. в этом случае при $\omega = 0$ $\langle n_2^2 \rangle \sim \langle n_1^2 \rangle$ то во второй степени свободы также как и по первой, вместо резонансного возбуждения будет иметь место квантовое ограничение диффузии.

Наличие резонансов для $\omega T \neq 0$ указывает на присутствие в спектре корреляций $R(\tau)$ дискретной компоненты и как следствие этого (см. выше) — дискретных уровней в спектре квазиэнергий ($\epsilon_n - \epsilon_n = \omega$). Наоборот диффузионный рост $\langle n_2^2 \rangle$ при некоторых значениях ωT указывает на присутствие в спектре квазиэнергий непрерывной зоны с шириной $\Delta \epsilon_2 \geq 0.02$ ($k = 5, T = 1$). Однако конечность времени счета t_c позволяет разрешать только линии с $\Delta \epsilon \geq (T t_c)^{-1}$ и поэтому, строго говоря, можно лишь утверждать, что в зоне квазиэнергий $\Delta \epsilon_2$ спектр либо непрерывен, либо состоит из близкорасположенных дискретных линий, расстояние между которыми $\Delta \epsilon_2 \leq 5 \cdot 10^{-4}$. Размещая можно сказать, что кроме двух временных масштабов движения квантовой системы (2.1) t_c и t^* (см. /7/ и раздел 2) имеется еще один временной масштаб t_w на ко-

тором все еще сохраняются некоторые слабые статистические свойства, так, например, на этих временах происходит диффузионное возбуждение второй степени свободы в (3.1). Существенно, что масштаб t_w намного превышает t^* и t_c ($t_w \gg t^* \gg t_c$) так при $k = 5, T = 1$ имеем $t_c \approx 1, t^* \approx 5, t_w \approx 2000$ (см. рис. 10). Вопрос о том чем определяется масштаб t_w , конечен он или бесконечен требует дальнейших исследований. В случае если $t_w = \infty$, то спектр квантовых корреляций и спектр квазиэнергий будут содержать непрерывную компоненту. Здесь следует отметить, что непрерывность спектра квазиэнергий еще не означает непрерывности спектра корреляций. Так при $T = 4\pi$ (случай квантового резонанса /1/, /15/) $\Psi(\theta, t) = \exp(-ikt \cos \theta) \Psi(\theta, 0)$ согласно (2.9) спектр корреляций состоит только из одной дискретной линии, в то время как спектр квазиэнергий в этом случае непрерывен /15/.

4. Модель с несоизмеримыми частотами

Наряду со случаем рассмотренным в предыдущем разделе может иметь место такая ситуация когда движение по одной степени свободы в течение некоторого времени можно считать заданным и периодическим, а движение по другой степени свободы будет тогда уже определяться полем внешних сил. Для системы (3.1) такая ситуация имеет место при $\omega T_2 \gg \epsilon T, \epsilon T \ll 1$. В этом случае в первом приближении можно считать, что координата θ_2 меняется периодически со временем: $\theta_2(\tau) = \theta_2(0) + \omega_2 \tau$ ($\omega_2 = \omega p_2(0)$), а динамика первой степени свободы описывается тогда гамильтонианом (2.1) с переменным по времени $k: k(\tau) = k + \epsilon \cos \omega_2 \tau$. Приведенные исследования показали, что динамика квантовой системы с $k(\tau)$ периодически меняющимся во времени существенно отличается от случаев исследованных в /1/, /4/, /7/, когда $k = -\text{const}$ и $k \sim t^{\alpha}$ ($\alpha < 1/2$) и поэтому изучение такой системы представляется интересным и важным для понимания свойств СКС. В классической системе (2.2) с переменным $k(\tau)$ также как и в случае с постоянным k происходит стохастизация движения при $(k + \epsilon)T \geq 1$. При этом фаза θ меняется случайным образом, а энтропия ротора растет диффузионно со временем:

$$E(t) = \frac{k \epsilon^2}{4} t + E(0) \quad (4.1)$$

с $k_{ef} \approx k^2 + \frac{\varepsilon^2}{k}$. Таким образом динамика классических систем с постоянным и переменным k не имеет принципиальных отличий. Вместе с тем динамика возбуждения квантового ротатора в этих двух случаях оказывается различной.

Так при постоянном k имеет место квантовое ограничение диффузии (см. /1/ и раздел 2) приводящее к тому, что при $t \gg t^*$ (см. (2.7)) энергия ротатора практически не растет. Численные эксперименты проведенные с моделью (2.1) при $k(t) = k + \varepsilon \cos \omega_0 t$ показали, что в случае несоизмеримости частот ω_0 и $\Omega = \frac{2\pi}{T}$ и при $\varepsilon \geq 1$ энергия квантового ротатора растет диффузионно со временем с коэффициентом диффузии близким к классическому. Так, например, при $k=0$, $\varepsilon=7$, $\varepsilon T=7$, $\omega_0 T=2$ диффузионный рост энергии продолжается в течение всего времени счета $t=1000$ (см. рис. 11, 12), причем распределение по уровням близко к классическому гауссовскому распределению (2.5), с $k=k_{ef}$. При этом для $k=7$, $T=1$, $\varepsilon=0$ время диффузионного роста составляло всего лишь $t^* \approx 10$. В случае, когда частоты оказывались соизмеримыми ($\omega_0 T = \frac{2\pi p}{q}$, p, q - целые несоизмеримые числа), наблюдалось квантовое ограничение диффузии, причем время t^* с которого происходит замедление диффузии резко возрастало с ростом q . Так $t^* \approx 60$ при $\omega_0 T = \pi$; $t^* \approx 400$, $\omega_0 T = \frac{2\pi}{3}$; $t^* \approx 450$, $\omega_0 T = \frac{4\pi}{5}$; $t^* > 1000$, $\omega_0 T = \frac{8\pi}{13}$ для $k=0$, $\varepsilon=7$, $T=1$. Интересный режим движения наблюдается при $\omega_0 T = 0.1$ (см. рис. 13). Т.е. время набора фазы $t_r \approx \frac{2\pi}{\omega_0 T} \approx 60 > t^* \approx 10$ то в течение времени $\sim t^*$ наблюдается замедление диффузии и рост энергии практически прекращается, но через время $\sim t_r$ изменение фазы становится существенным и энергия вновь возрастает. Таким образом происходит ступенчатый диффузионный рост энергии со временем.

Диффузионный рост энергии наблюдался также и в существенно квантовой области при $k=0$, $\varepsilon=3.5$, $\varepsilon T=7$, $\omega_0 T=2$ (см. рис. 14). Для небольших значений $\varepsilon \leq 4.5$ имело место квантовое ограничение диффузии, причем время t^* возросло от $t^* \approx 1$ до $t^* > 2500$ при изменении ε от 1 до 4.65 (см. рис. 15). В интервале $1 \leq \varepsilon \leq 4.65$ зависимость t^* от ε близка к экспоненциальной, но экспериментальные возможности не позволяют определить, что будет при $\varepsilon > 4.65$. По-видимому, t^* с дальнейшим увеличением ε будет продолжать возрастать экспоненциально (некоторые

оценки для $t^*(k_{ef})$ приведены в конце раздела). Однако поскольку t^* резко возрастает (на три порядка) с увеличением ε от 1 до 3.5, то практически можно считать, что имеется некоторое $\varepsilon_{cr} \approx 3.5$ выше которого происходит фактически неограниченное возбуждение квантового ротатора. Это значение ε_{cr} всего в $S_1 = \frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_c} \approx 3.5$ раз превышает величину $\varepsilon_c \approx 1$ соответствующую квантовой границе устойчивости /10/. Так для параметров $k=0$, $\varepsilon=1$, $T=5.6$, $\omega_0 T=2$ отношение квантового и классического коэффициентов диффузии в момент времени $t=200$ оказывается равным $D_q/D_{cl} \approx 2.4 \times 10^{-4} \ll 1$.

При $k > \varepsilon \geq 2$ происходит диффузионное возбуждение ротатора с $D_q \approx D_{cl}$ и гауссовским распределением по уровням также близким к классическому (см. рис. 16, 17). Отметим, что для $k=10$, $T=0.5$, $\varepsilon=0$, время квантового ограничения диффузии $t^* \approx 25$, в случае же когда $\varepsilon=2.5$ ($\omega_0 T=1$) рост энергии продолжается в течение всего времени счета $t=1000$ (рис. 16). Корреляционная функция $R(\tau)$, определенная согласно (2.9), для этого случая представлена на рис. 18. Фурье анализ показал, что $\tilde{R}(\nu)$ в отличие от случая $\varepsilon=0$ не содержит явно выраженных пиков, что указывает на непрерывность спектра движения квантовой системы (с точностью до экспериментального разрешения составляющего $\Delta\omega \sim 10^{-3}$).

При $\varepsilon \leq 2$ и $k \gg 1$ скорость диффузионного возбуждения ротатора в течение некоторого времени совпадает с классической, а затем падает до некоторой предельной величины D_q в дальнейшем уже не уменьшающейся в течение всего времени счета ($t=300$). Зависимость отношения D_q/D_{cl} от ε представлена на рис. 19. Для сравнения на этом же рисунке приведена зависимость D_q/D_{cl} от ε в том случае когда $k(t) = k + \varepsilon \xi(t)$ где $\xi(t)$ - случайно меняется со временем в интервале $[-1, 1]$ Также как и в случае периодического изменения $k(t)$ при $\varepsilon \geq 2$ $D_q \approx D_{cl}$, а при $\varepsilon < 2$ имеется предельный коэффициент $D_q < D_{cl}$ уменьшающийся с ε . При одинаковых значениях ε, k, T ($\varepsilon < 2$) коэффициент диффузии D_q для модели ротатора со случайно меняющимся $k(t)$ оказывается несколько больше значения D_q в модели с периодически меняющимся $k(t)$ (см. рис. 19), но качественный вид зависимости от ε оказывается одинаковым.

Таким образом, имеется квантовая граница устойчивости

$\varepsilon \sim 1$. При $\varepsilon \ll 1$ происходит резкое замедление диффузионно-го возбуждения ротатора, при $\varepsilon \geq 2$ как для периодического (при несоизмеримых частотах), так и для случайного изменения k энергия ротатора растет диффузионно в течение всего времени счета ($t = 10^3$) с коэффициентом диффузии $D_q \approx D_{cl}$. Следует отметить, что такое диффузионное возбуждение при $\varepsilon > 1$ имеет место и в существенно квантовой области $T > 1$ (например, для $k = 10$, $\varepsilon = 2.5$, $T = 4.6$, $\omega_0 T = 1$). В области классической устойчивости $(k + \varepsilon)T \ll 1$ изменение энергии, как и в классическом случае, оказывается ограниченным.

В заключение этого раздела приведем несколько оценок. Рассмотрим случай, когда две частоты оказываются соизмеримыми, т.е. $\omega_0 T = \frac{2\pi p}{q}$. Тогда возмущение оказывается периодическим с периодом в q толчков, а время $t^* = \frac{t^*}{q}$ будет определяться расстоянием Δ между дискретными уровнями квазиэнергии (такой метод оценки t^* был применен в /7/): $t^* = \frac{t^*}{q} \sim \frac{1}{\Delta}$. Величина Δ определяется числом эффективно возбужденных уровней квазиэнергии N_q , которое можно оценить по числу возбужденных невозмущенных уровней $N_q \sim k_{ef} \sqrt{t^*}$. Из этих соотношений получаем оценку для t^* :

$$t^* \sim k_{ef}^2 q^2 \quad (4.2)$$

Пусть теперь $\omega_0 T = \frac{2\pi p}{q} + \delta$, где δ - малая расстройка. Тогда в течение времени $t \leq t_p \sim \delta^{-1}$ система движется приблизительно также как и при $\omega_0 T = \frac{2\pi p}{q}$. Если $t_p \sim \delta^{-1} \geq t^* \sim k_{ef}^2 q^2$ то будет иметь место квантовое ограничение диффузии, а при $2t_p > t > t_p$ возможно опять начнется диффузионный рост подобно случаю, изображенному на рис.13. Таким образом, квантовое ограничение диффузии будет наблюдаться, по крайней мере, в течение некоторого времени, если

$$\delta(q) \leq \frac{1}{q^2 k_{ef}^2} \quad (4.3)$$

Полная мера всех отстроек расходится с ростом q

$$\sum_{q=1}^{q_{cr}} \sum_{p=1}^q \delta(q) \sim \frac{\ln q_{cr}}{k_{ef}^2} \sim 1$$

и становится равной 1 при $q_{cr} \sim e^{2k_{ef}^2}$, откуда получаем оценку для t^* в случае двух несоизмеримых частот

$$t^* \sim k_{ef}^2 e^{2ck_{ef}^2} \quad (4.4)$$

где c - некоторая числовая константа. Полученные оценки (4.2), (4.4) качественно совпадают с имеющимися экспериментальными данными (см.рис.15), но более точное сравнение провести не удается из-за резкого возрастания t^* с ростом k_{ef} и q . В случае, когда есть три несоизмеримые частоты (например, $k(\tau) = k + \varepsilon \cos \omega_1 \tau \cdot \cos \omega_2 \tau$) и $\omega_0 T = \frac{2\pi p_0}{q_0} + \delta_0$, $\omega_1 T = \frac{2\pi p_1}{q_1} + \delta_1$, время $t^* \sim (q_0 q_1 k_{ef})^2$, при $\delta_0 = 0$, $\delta_1 = 0$. Для того, чтобы имело место ограничение диффузии требуется чтобы $t^* < \min(\delta_0^{-1}, \delta_1^{-1})$ откуда следует, что мера таких частот оказывается малой при больших k_{ef} ($\sum_{p_0, p_1} \delta_0 \delta_1 \sim k_{ef}^{-4} \ll 1$) и поэтому в случае трех (и более) несоизмеримых частот почти для любых $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ происходит неограниченное диффузионное возбуждение квантового ротатора. Так при $k = 0$, $\varepsilon = 3.5$, $\varepsilon T = 7$, $\omega_0 T = 2$, $\omega_1 T = 2\frac{1}{2}$, время $t^* > 2000$.

5. Заключительные замечания

Проведенные исследования показывают, что по сравнению с классическими стохастическими системами статистические свойства СКС оказываются значительно слабее. Так в квантовых системах отсутствует экспоненциальное затухание корреляций (раздел 2, /12/) имевшее место в классических системах, в случае, когда мера отстроек устойчивости пренебрежимо мала. Полные статистические свойства классических систем в квантовом случае сохраняются только в течение очень короткого времени $t_s \sim \ln \frac{1}{h}$ (2.8). При $t \geq t_s$ корреляции в квантовых и классических системах становятся совершенно различными (см.таблицу I, рис.2.3). Существенно отличаются также и КС-энтропии классической и квантовой систем: в СКС КС-энтропия $h = 0$ /12,16/ в то время как в соответствующей классической системе $h > 0$. Отметим, что в СКС $h = 0$ не только тогда, когда спектр движения квантовой системы дискретен (этот случай рассматривался в /16/), но и тогда, когда спектр движения непрерывен - например, в модели (2.1) при $T = \frac{4\pi p}{q}$ (квантовый резонанс /1/) спектр квазиэнергий непрерывен /15/, но $h = 0$ /12/. Следствием нулевой КС-энтропии является устойчивая обратимость квантовой эволюции (см.раздел 2, рис.5,6) которая отсутствует в классических стохастических системах (рис.4).

Вместе с тем более слабые статистические свойства, например, такие как диффузия, сохраняются в СКС на значительно больших временах $t^* \sim \frac{1}{h}$ ($t^* \gg t_s$). Для системы (2.1) с одной степенью

свободы и периодической внешней силой время t^* возрастает с увеличением параметра квазиклассичности согласно (2.7). Как показали численные эксперименты (раздел 3) присутствие непрерывной компоненты в спектре корреляций и диффузионное возбуждение другой степени свободы на определенных частотах наблюдаются в течение значительно большего временного интервала $t_w \gg t^* \gg t_s$. При $k=5$ время t_w превышает t^* почти на три порядка (раздел 3). Вопрос о том, чем определяется третий временной масштаб и конечен он или бесконечен остается пока открытым.

Численные эксперименты с одномерной моделью и двухчастотной внешней силой (раздел 4) показали, что в такой системе диффузионный масштаб t^* очень резко возрастает (по-видимому экспоненциально) с увеличением параметра квазиклассичности k_{eff} (см. рис. 15 и (4.4)). Так оказывается достаточным превысить квантовую границу устойчивости ε_f всего в $\zeta_f \approx 3.5$ раз, чтобы t^* возросло на три порядка. В случае, когда есть три несоизмеримых частоты (или более) диффузионный масштаб оказывается, по-видимому, бесконечным (см. оценки раздела 4). При этом происходит неограниченное диффузионное возбуждение квантового ротатора, а квантовые корреляции затухают при этом степенным образом (2.11), и, следовательно, квантовая система обладает свойством перемешивания.

Поскольку внешняя сила с несоизмеримыми частотами в некотором приближении всегда может быть представлена как система с большим числом степеней свободы, то, видимо, уже в квантовой системе с двумя степенями свободы (или больше двух) и периодической внешней силой возможен неограниченный диффузионный набор энергии с коэффициентом диффузии близким к классическому. Условием такого диффузионного возбуждения является выполнение классического критерия стохастичности и превышение квантовой границы устойчивости для возмущения $/10/$. Как показывают численные эксперименты (раздел 4) для практически неограниченного возбуждения требуется превысить квантовую границу всего лишь в $\zeta_f \approx 3.5$ раз.

Пользуясь случаем, автор выражает искреннюю благодарность Б.В.Чирикову за внимание к работе и ценные замечания, Г.П.Берману, Г.М.Заславскому, Ф.М.Израйлеву, В.В.Соколову, С.А.Хейфецу - за полезное обсуждение.

Л и т е р а т у р а :

1. G.Casati, B.V.Chirikov, J.Ford, F.M.Izrailev. Stochastic Behavior in Classical and Quantum Hamiltonian Systems, vol. 93 of Lecture Notes in Physics, Eds. G.Casati and J.Ford, Springer, B., 1979.
2. G.P.Berman, G.M.Zaslavsky, Physica, 91A, 450, 1978; 97A, 367, 1979.
3. M.V.Berry, N.L.Balas et al. Ann. Phys., 122, 26, 1979.
4. Д.Л.Шепелянский. Препринт ИЯФ, 80-132, Новосибирск, 1980; ДАН СССР, 256, 586, 1981.
5. В.В.Соколов, С.А.Хейфец. Препринт ИЯФ, 80-133, Новосибирск, 1980.
6. Г.М.Заславский. Препринт ИФ, 144 Ф, Красноярск, 1980.
7. Ф.М.Израйлев, Б.В.Чириков, Д.Л.Шепелянский. Препринт ИЯФ, 80-210, Новосибирск, 1980.
8. Г.М.Заславский. Статистическая необратимость в нелинейных системах, "Наука", М., 1970.
9. B.V.Chirikov. Phys. Reports, 52, 265, 1979.
10. Э.В.Шуряк, ЭТФ, 71, 2039, 1976.
11. Б.И.Меерсон, Е.А.Окс, П.В.Сасоров. Письма ЭТФ, 29, 79, 1979.
12. Д.Л.Шепелянский. Препринт ИЯФ 80-157, Новосибирск, 1980.
13. И.П.Корнфельд, Я.Г.Синай, С.В.Фомин. Эргодическая теория. М., "Наука", 1980.
14. А.И.Базь, Я.Б.Зельдович, А.М.Перажомов. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М., "Наука", 1971.
15. Ф.М.Израйлев, Д.Л.Шепелянский. ДАН СССР, 249, 1103, 1979; ТМФ 43, 417, 1980.
16. R.Kosloff, S.A.Rice. J. Chem. Phys., 74, 1340, 1981.
17. S.A.Rice. Advances in Laser Chemistry, A.H.Zewail, Ed. Springer Series in Chemical Physics 3, Springer, 1978.

Таблица I

τ	R_{el}	R_q/R_{el} $k=5$	R_q/R_{el} $k=20$	R_q/R_{el} $k=40$	R_q/R_{el} $k=100$
0	I	I	I	I	I
$kT=2$					
1	0.5767	0.9880	0.9993	0.9998	I.0000
2	0.4986	0.9651	0.9976	0.9994	0.9998
3	0.9614	0.9753	0.9982	0.9996	0.9999
4	0.6794	I.1785	I.0745	I.0294	I.0053
5	0.5688	I.5397	I.0742	0.9552	0.9754
6	0.6504	0.9371	0.9294	I.1233	I.0152
7	0.7648	0.8375	I.0365	0.9678	0.9946
$kT=5$					
1	-0.1310	0.8313	0.9908	0.9977	I.0000
2	0.01229	I4.9880	7.4768	2.7307	0.9723
3	0.3384	2.0254	0.8543	I.0774	0.9069
4	0.08002	5.4849	2.7656	I.4921	I.3884
5	0.09999	I.0701	2.3252	I.5372	0.1946
6	0.09167	2.5472	I.9941	2.4490	0.3505
7	0.00965	82.404	-3.8520	I2.615	II.703
$kT=5+2\pi$					
1	-0.03770	-0.6053	0.8963	0.9756	0.9960
2	0.08725	-4.0183	0.04544	I.0256	0.9012
3	0.1389	I.7423	I.4104	I.1857	0.2191
4	0.01641	-5.6684	0.4188	4.4308	0.2732
5	0.01945	-9.3060	-9.4807	4.9851	2.0925
6	0.02184	0.6062	2.1323	8.0998	-3.0714
7	0.00752	33.524	8.7181	I9.6676	-I.1330

Таблица 2

 $k = 20, kT = 5, t = 30$ (логарифм десятичный)

$\log(\Delta\varphi)$	0.8	0.48	0	-0.52	-I.0
$\log W_6$	-0.02	-0.26	-I.1	-2.13	-3.1

Подписи к рисункам:

- Рис. I. Зависимость времени квантового ограничения диффузии t^* от параметра k . Точки - экспериментальные значения, две прямые линии соответствуют линейной интерполяции (наклон $\alpha = 1.5$) и теоретической формуле (2.7) (наклон $\alpha = 2$); логарифм десятичный.
- Рис. 2. Зависимость квантовых корреляций R (см. 2.9) от τ для системы (2.1) при $k = 5, kT = 5, t = 100, \tau = 1024$.
- Рис. 3. То же, что и на рис. 2. для $k = 40, kT = 5, t = 0, \tau = 128$.
- Рис. 4. Зависимость энергии классического ротатора (2.2) от времени при обращении движения в момент $t = 150$; движение системы оказывается необратимым ($kT = 5$).
- Рис. 5. Зависимость энергии квантового ротатора (2.1) от времени при обращении движения и случайной сбивке фаз амплитуд A_n в интервале $\Delta \varphi = 0.1$ в момент времени $t = 150$; движение квантовой системы полностью обратимо ($k = 20, kT = 5$); прямая линия соответствует классической диффузии (2.4), вертикальная прямая отмечает момент обращения времени.
- Рис. 6. Функция распределения по невозмущенным уровням системы (2.1) в нормированных координатах (см. раздел 2) в момент возврата $t = 300$, прямая соответствует классическому распределению (2.5), ломаная линия - численный результат.
- Рис. 7. Зависимость $\langle n_x^2 \rangle$ от времени для системы (3.1) с $k = 5, T = 1, \omega T = 1, \varepsilon = 10^{-5}, t = 400$. Прямая линия соответствует классической диффузии (3.5).
- Рис. 8. То же, что и на рис. 7 для $\omega T = 0$.
- Рис. 9. То же, что и на рис. 7 для $\omega T = 1.27$.
- Рис. 10. То же, что и на рис. 7 для $\omega T = 2.5, t = 2000$.
- Рис. II. Зависимость энергии ротатора от времени для системы (2.1) с $k(\tau) = k + \varepsilon \cos \omega_0 \tau$ при $k = 0, \varepsilon = 7, \varepsilon T = 7, \omega_0 T = 2$. Прямая линия соответствует классической диффузии (4.1).

- Рис. I2. Функция распределения по невозмущенным уровням системы (2.1) с $k(\tau) = k + \varepsilon \cos \omega_0 \tau$ в нормированных координатах (см. раздел 2) для значений рис. II в момент времени $t = 1000$, прямая "а" соответствует классическому распределению (2.5) с $k = k_{ef}$, прямая "в" - линейная интерполяция, ломаная линия - экспериментальный результат.
- Рис. I3. То же, что и на рис. II. для $k = 0, \varepsilon = 7, \varepsilon T = 7, \omega_0 T = 0.1$.
- Рис. I4. То же, что и на рис. II. для $k = 0, \varepsilon = 3.5, \varepsilon T = 7, \omega_0 T = 2$.
- Рис. I5. Зависимость времени t^* от параметра ε для модели (2.1) с $k(\tau) = k + \varepsilon \cos \omega_0 \tau$ при $k = 0, \varepsilon T = 7, \omega_0 T = 2$; логарифм десятичный.
- Рис. I6. То же, что и на рис. II. для $k = 10, \varepsilon = 2.5, kT = 5, \omega_0 T = 1$.
- Рис. I7. То же, что и на рис. I2. для значений параметров рис. I6, $t = 1000$.
- Рис. I8. Зависимость квантовых корреляций R (см. 2.9) от τ для системы (2.1) с $k(\tau) = k + \varepsilon \cos \omega_0 \tau$ для значений параметров рис. I6.
- Рис. I9. Зависимость предельного ($t = 300$) значения коэффициента диффузии \bar{D}_t от ε в модели с $k(\tau) = k + \varepsilon \cos \omega_0 \tau, \omega_0 T = 1, 0 - k = 10, \infty - k = 20$; и в модели со случайным возмущением $k(\tau) = k + \varepsilon \zeta(\tau), 0 - k = 10, \infty - k = 20; kT = 5$.

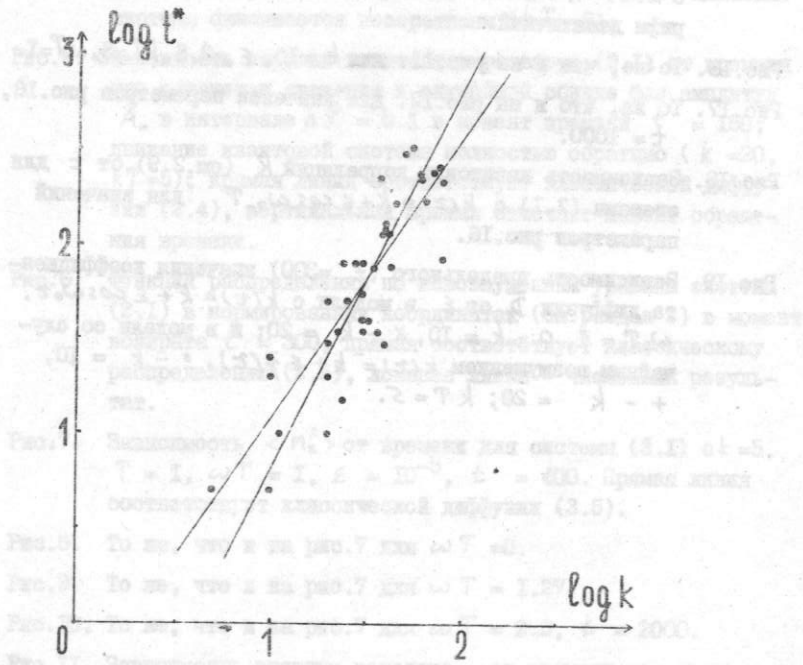


Рис.1.

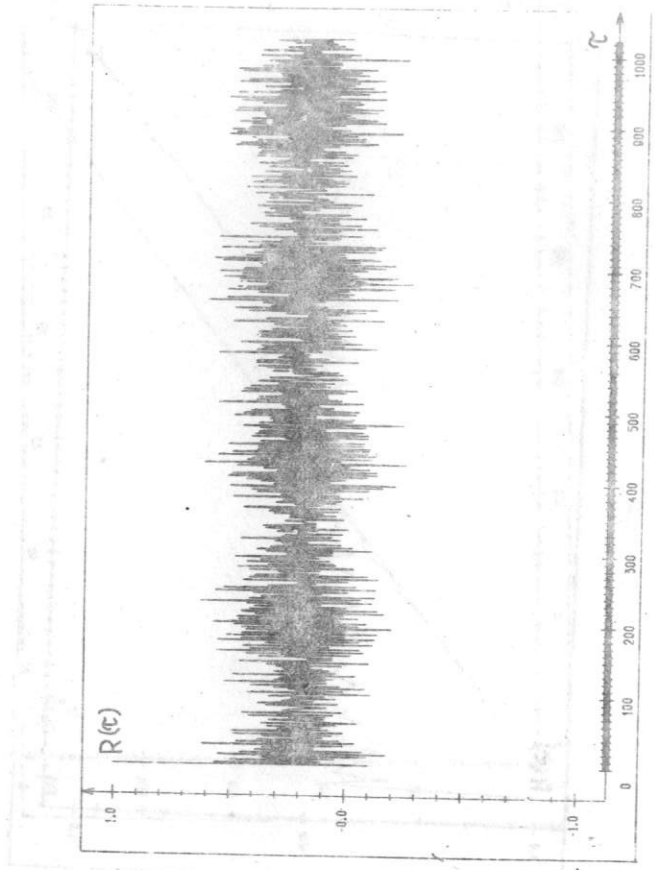


Рис.2.

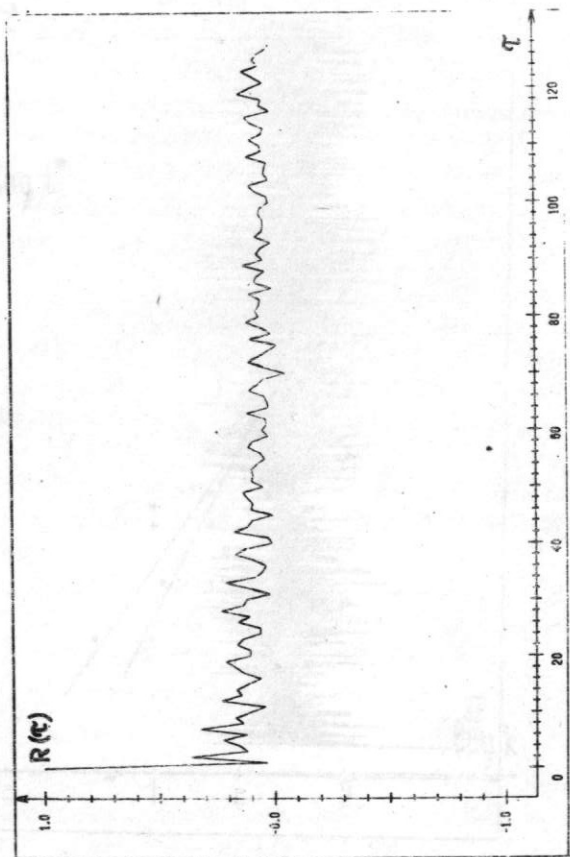


Рис.3.

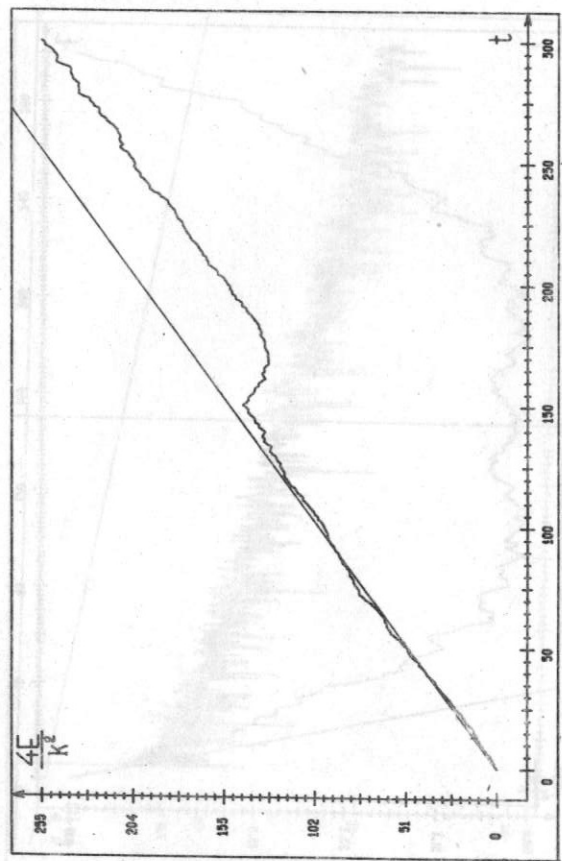


Рис.4.

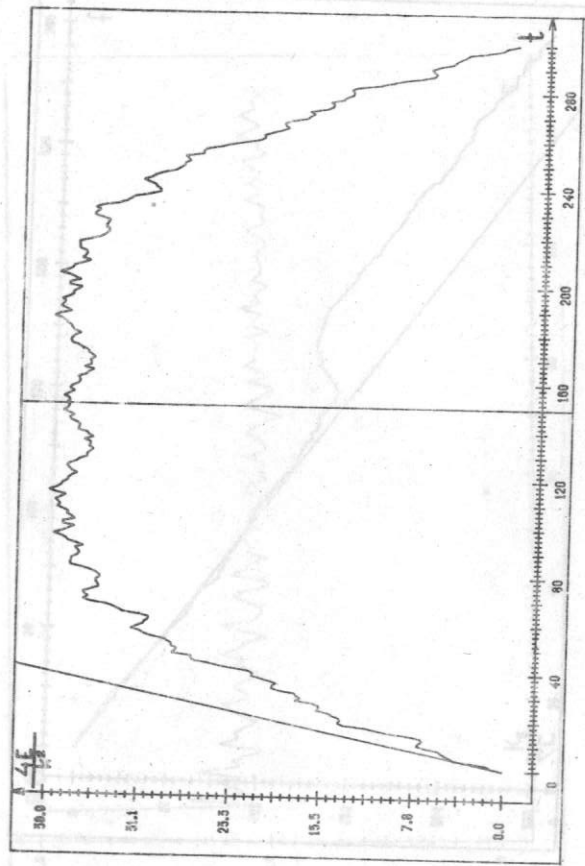


Рис.5.

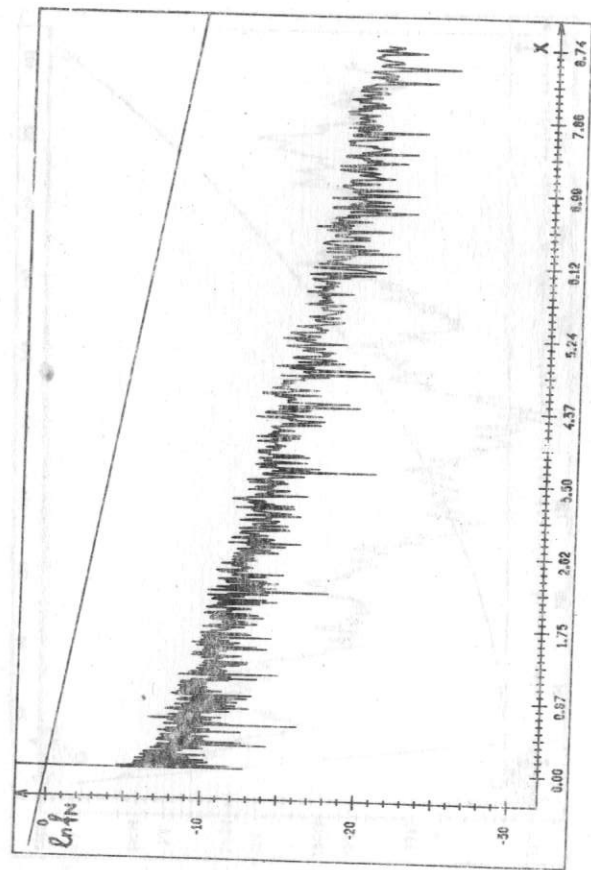


Рис.6.

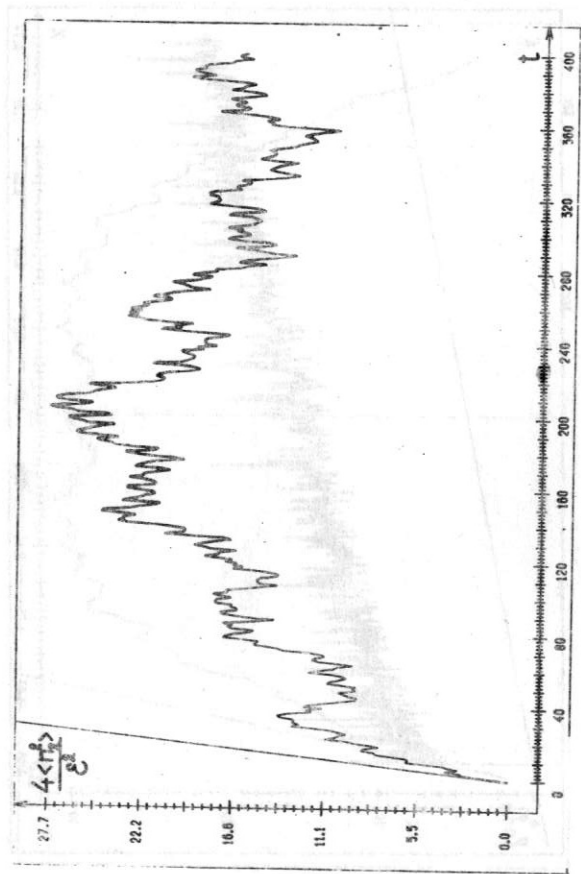


FIG. 7.

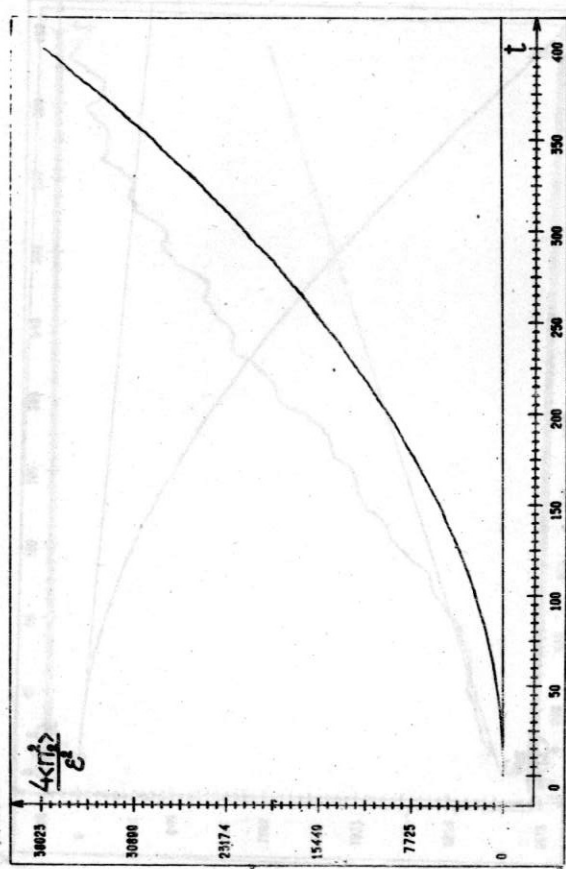


FIG. 8.

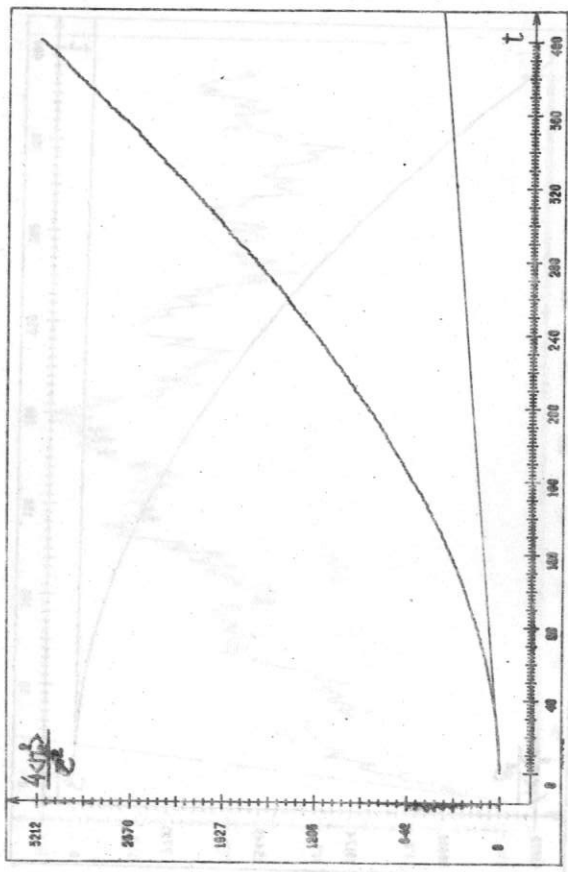


FIG. 9.

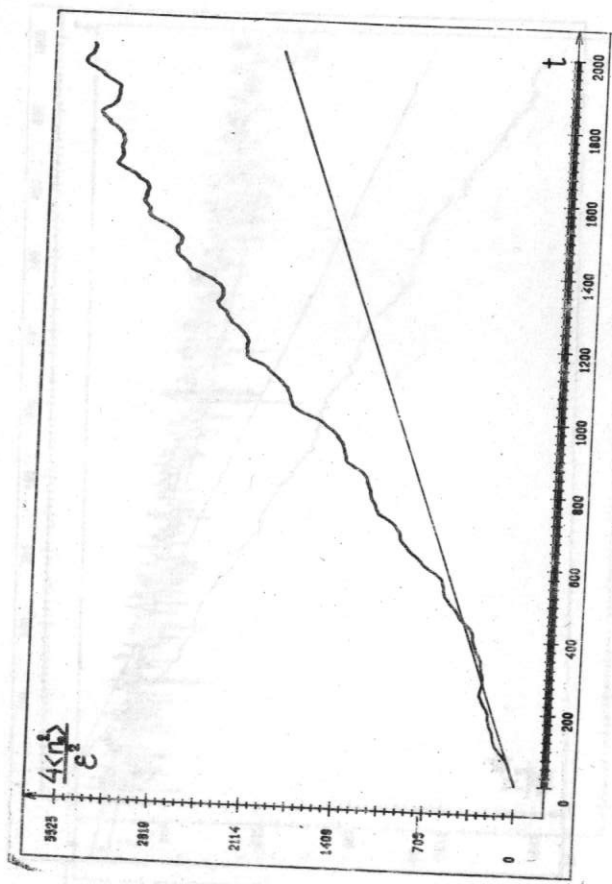


FIG. 10.

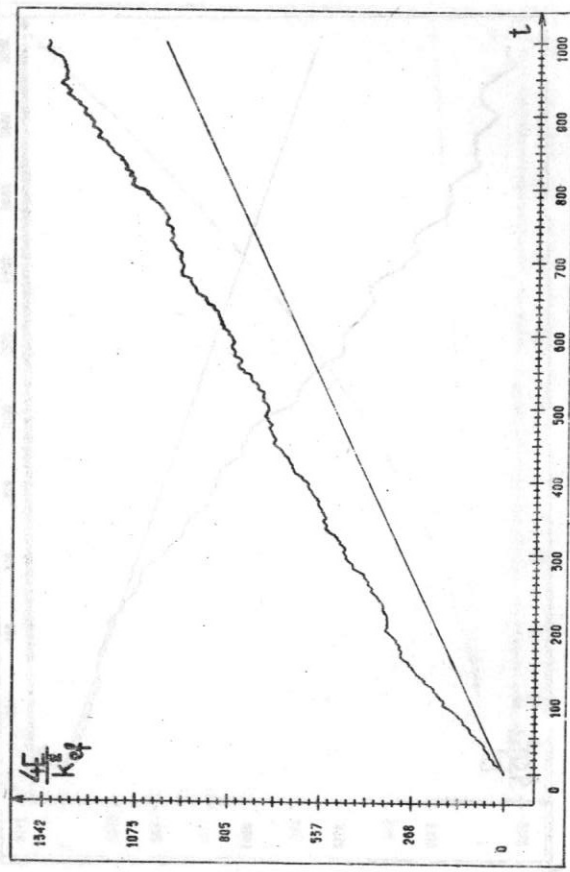


FIG. II.

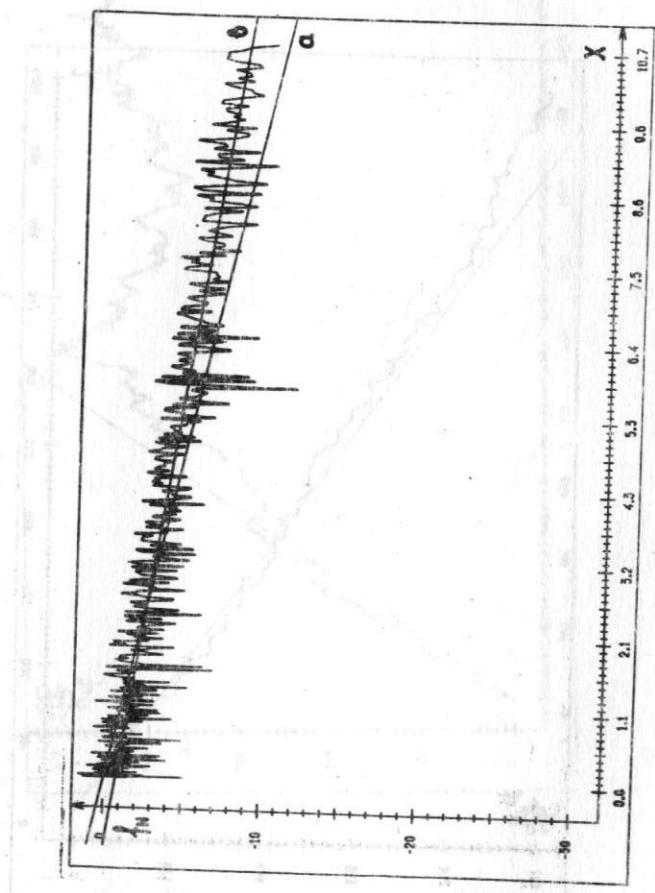


FIG. I2.

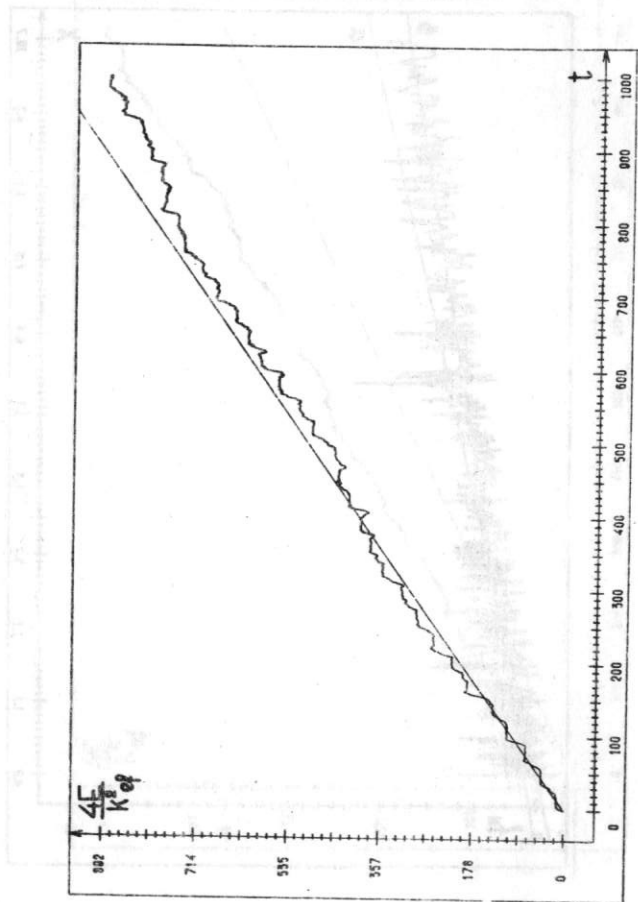


Рис. I3.

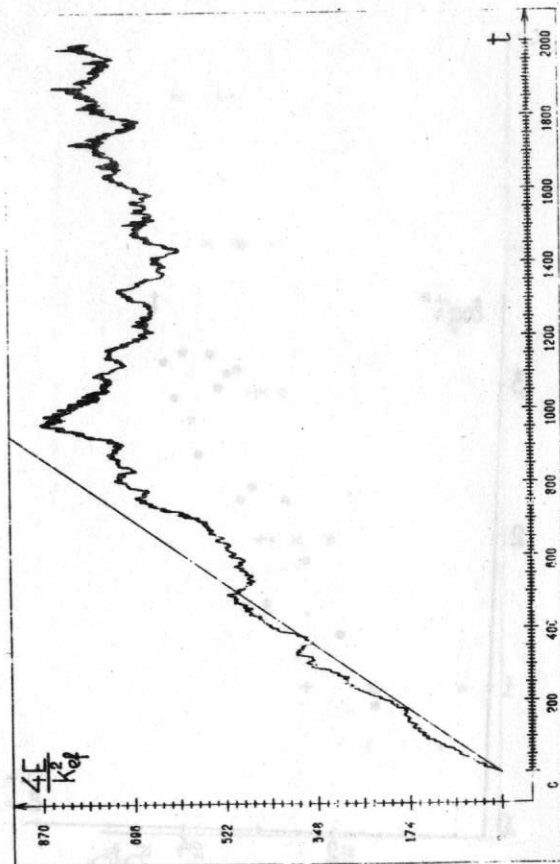


Рис. I4.

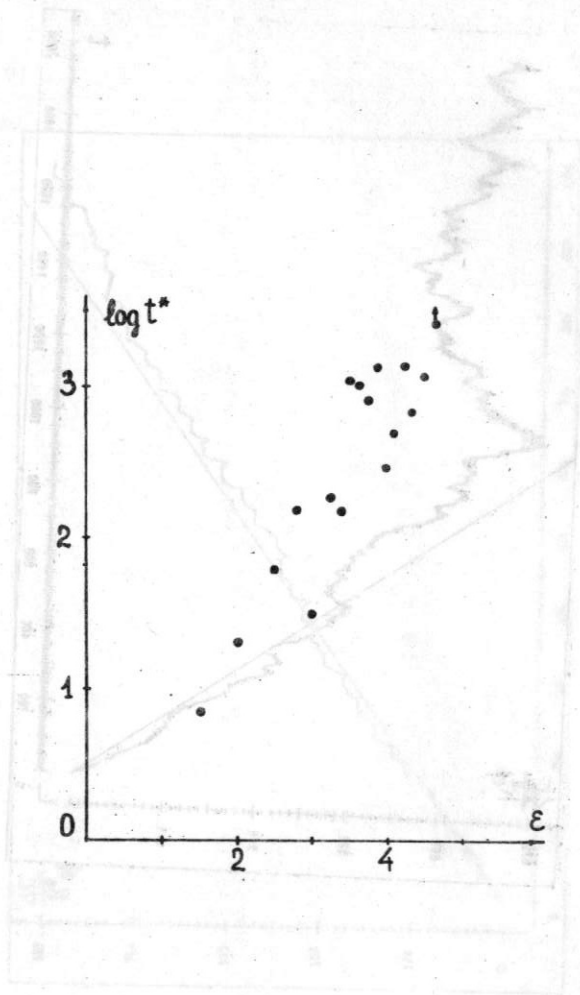


FIG. 15.

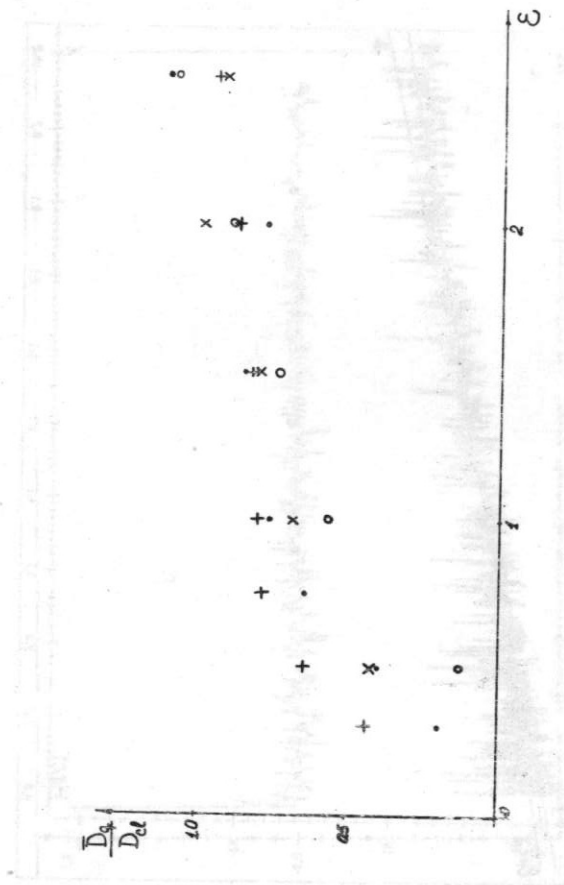


FIG. 19.

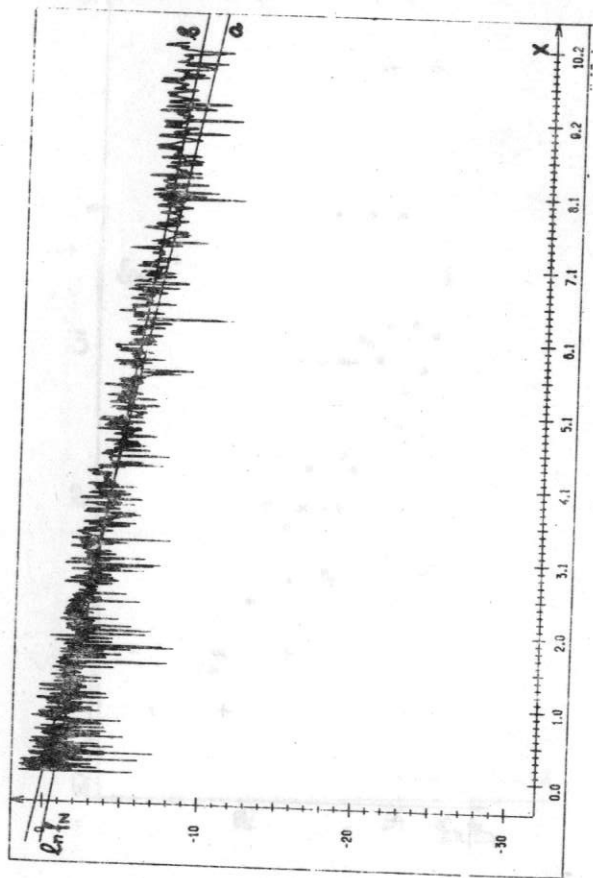


Рис. 17.

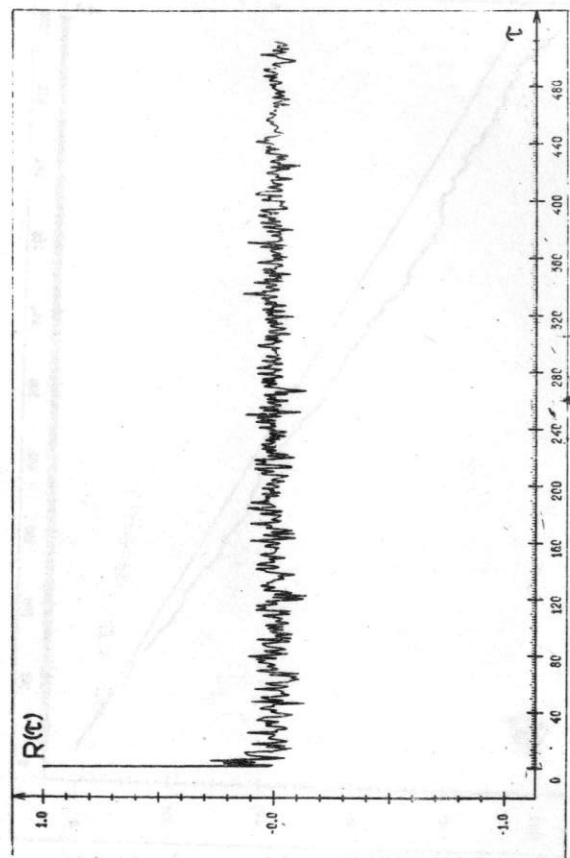


Рис. 18.

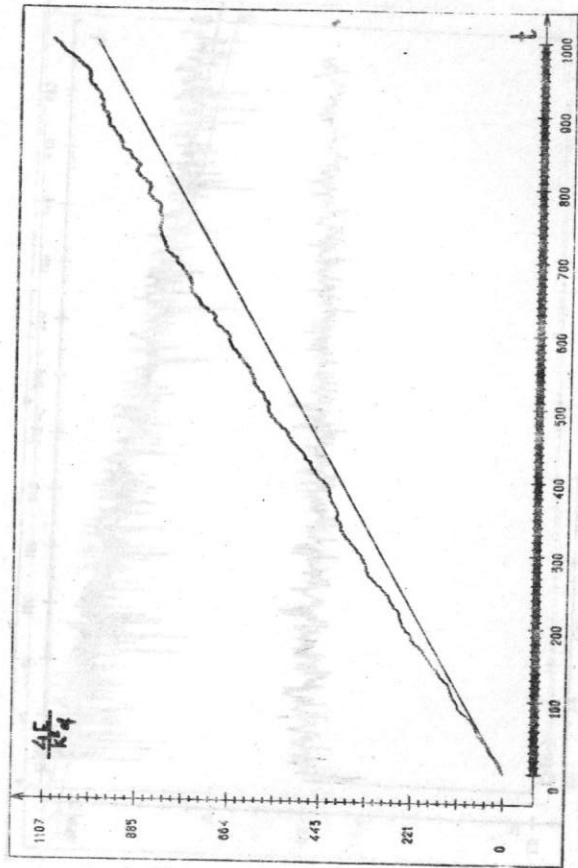


Рис.16.

Процентное содержание азота - 19,84%
 Процентное содержание углерода - 7,16%
 Процентное содержание кислорода - 72,00%
 Молекулярная масса - 100,00
 Элементарная формула - C₂H₂N₂O₂
 Элементарная формула - C₂H₂N₂O₂