

20

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

Б.А.Князев, В.В.Мирнов, П.З.Чеботаев

УЛУЧШЕНИЕ ПРОДОЛЬНОГО УДЕРЖАНИЯ
В МНОГОПРОБОЧНОЙ ЛОВУШКЕ

ПРЕПРИНТ 81 - 100



Новосибирск

УЛУЧШЕНИЕ ПРОДОЛЬНОГО УДЕРЖАНИЯ
В МНОГОПРОВОЧНОЙ ЛОВУШКЕ

Б.А.Князев, В.В.Мирнов, П.З.Чеботаев

АННОТАЦИЯ

Приведены численные расчеты энергетических характеристик импульсного многопробочного термоядерного реактора при добавлении примесей с большим Z . Приведены зависимости плазменного усиления Q от плотности и атомного номера ионов примеси, а также от их пространственного распределения при различных значениях начального энергозапаса W_0 в D-T плазме и ее начальной температуры T_0 . Показано, что введение примесей позволяет при неизменных параметрах реактора увеличить ядерное энерговыделение в 3 + 4,5 раза.

IMPROVEMENT OF A LONGITUDINAL CONFINEMENT
IN MULTI-MIRROR DEVICES

B.A.Knyazev, V.V.Mirnov, P.Z.Chebotaev

A b s t r a c t

This report contains the results of the numerical investigations of the energetical characteristics of a pulse multi-mirror reactor where there are impurities with large Z . Presented are the dependences of the energy gain factor Q on the density of impurities and the atomic number of the ion of impurities, and its longitudinal distribution with various magnitudes of the initial energy store in the D - T plasma, and on its initial temperature T . It is shown that for the same parameters of the reactor introducing the impurities increases the fusion release by 3 + 4,5 times.

УЛУЧШЕНИЕ ПРОДОЛЬНОГО УДЕРЖАНИЯ В МНОГОПРОБОЧНОЙ ЛОВУШКЕ

Б.А.Князев, В.В.Мирнов, П.З.Чеботаев

Последние несколько лет в качестве одного из возможных путей решения проблемы УТС рассматриваются линейные системы с плотной плазмой, в которых длина пробега ионов λ мала по сравнению с длиной плазменного ступка L . Продольное удержание плазмы в таких системах может быть осуществлено с помощью многопробочного магнитного поля [1], а поперечное — материальными стенками рабочей камеры реактора [2]. Первоначальные оценочные расчеты параметров такого термоядерного реактора были выполнены в работе [3], где оптимизация параметров проводилась отдельно для продольного и поперечного удержания.

Теоретический анализ продольного расширения водородной плазмы в гофрированном магнитном поле был проведен в работе [4], а в работе [5] были выполнены численные расчеты продольных потерь D-T плазмы в многопробочном термоядерном реакторе в комплексе с его энергетическими характеристиками. В настоящей работе учтена возможность увеличения времени продольного удержания путем введения в плазму малого количества тяжелых ионов с зарядом $Z \gg 1$. Динамика плазмы с тяжелыми примесями в многопробочном магнитном поле была впервые рассмотрена в работе [6], где было получено уравнение для плотности плазмы в условиях когда распределение примесей мало меняется за время относительно быстрого расширения водородной компоненты. В данной работе приводятся результаты расчета оптимальных параметров многопробочного термоядерного реактора с примесями, введенными в концевые области для улучшения характеристик продольного удержания.

Оптимизацию продольного удержания проведем для задачи с начальными условиями, когда в момент времени $t = 0$ заданными являются однородная вдоль магнитной трубки температура плазмы $T_e = T_n = T_z = T_0$, тепловая энергия W_0 , отнесенная к единице поперечного сечения, распределения плотностей $n_n(x, 0)$, $n_z(x, 0)$, водорода и примесей по координате x вдоль магнитной трубки. В последующие моменты времени распределения плотностей начинают меняться в соответствии с медленным (по сравнению с

тепловыми скоростями) диффузионным растеканием каждой из компонент под действием градиента давления, электрического поля и взаимного трения. Макроскопические уравнения для скоростей u_H и u_Z имеют вид:

$$-n_H u_H m_H v_{TH} \left(\frac{\alpha}{\lambda_{H2}} + \frac{\beta}{\lambda_{HH}} \right) - \gamma \frac{n_H m_H v_{TH}}{\lambda_{H2}} (u_H - u_Z) + e [n_H - \frac{\partial P_H}{\partial x}] = 0 \quad (1)$$

$$-\gamma \frac{n_H m_H v_{TH}}{\lambda_{H2}} (u_Z - u_H) - \frac{n_Z u_Z m_Z v_{TZ}}{\ell} \frac{1}{\left(\delta \frac{\ell}{\lambda_{ZZ}} + \mu \frac{\lambda_{ZZ}}{\ell} \right)} + e [n_Z - \frac{\partial P_Z}{\partial x}] = 0 \quad (2)$$

Величины $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \mu$ - численные коэффициенты порядка единицы, их конкретные значения зависят от геометрии магнитного поля и являются функциями пробочного отношения $K = N_{max}/N_{min}$. Если принять, что тепловые скорости и длины пробегов, входящие в (1), (2), не содержат численных коэффициентов, из результатов [4] легко получить при $K \gg 1$:

$$\alpha = \frac{(2\pi)^{3/2}}{6} (K^2 - 1), \quad \beta = \frac{K^2}{0,45}, \quad \gamma = \frac{(2\pi)^{3/2}}{6}$$

$$\delta = \frac{1}{4,8 \cdot K \cdot \ell n K}, \quad \mu = \frac{0,45}{K^2}$$

По физическому смыслу слагаемые, содержащие α и β , описывают трение о магнитное поле, возникающее при рассеянии водородной компоненты на, соответственно, ионах примеси и водорода (предполагается, что в интересующих нас условиях минимальная из длин пробега λ_{H2} и λ_{HH} превышает период гофрировки ℓ). Коэффициент γ относится к силе взаимного трения между водородом и примесью. Величины δ и μ фигурируют в слагаемом, которое описывает трение ионов примеси о магнитное поле. Этот эффект представлен аппроксимационной формулой, которая дает правильные асимптотики (см. [4]) в предельных случаях крупномасштабной ($\lambda_{ZZ} \ll \ell$) и мелкомасштабной ($\lambda_{ZZ} \gg \ell$) гофрировок и обеспечивает достаточную для расчетов точность в промежуточной области ($\lambda_{ZZ} \sim \ell$).

Разрешая систему уравнений (1), (2) относительно скоростей

u_H и u_Z и принимая во внимание, что электроны имеют бoльцмановское распределение,

$$e E n_e = - \frac{\partial P_e}{\partial x}$$

а их плотность удовлетворяет условию квазинейтральности $n_e = n_H + Z n_Z$, нетрудно с помощью уравнения неразрывности получить уравнения для временной и пространственной эволюции n_H и n_Z . Эти уравнения следует дополнить граничными условиями. Макроскопическое описание течения с помощью уравнений (1), (2) возможно при условии, что длина свободного пробега частиц мала по сравнению с продольным размером системы L . На границах плазменного сгустка это соотношение может нарушаться и скорость течения здесь приближается к тепловой скорости частиц. Естественно поэтому на конце системы в точке $x = \xi$ поставить граничное условие в виде равенства (с точностью до численного коэффициента) диффузионной и тепловой скоростей, а в точке $x = 0$ (центр системы) приравнять к нулю производные $\partial n_H / \partial x$ и $\partial n_Z / \partial x$.

Энергия, запасенная первоначально в плазме, уменьшается из-за тормозных потерь:

$$W_r \sim \sqrt{T} \int_0^{\xi} dx (n_H + Z n_Z) (n_H + Z^2 n_Z)$$

и потерь энергии через торцы системы. Наличие амбиполярного потенциала мы учитывали в расчетах, принимая, что каждый электрон уносит энергию $6T$, ион водорода $2T$, а ион примеси - энергию $2ZT$.

Уравнения для W, W_r, n_H и n_Z позволяют вычислить изменение со временем тепловой энергии плазмы, температуры и числа частиц каждого сорта. Одновременно можно вычислить и суммарную по времени энергию, выделяющуюся в результате D-T реакции, а, следовательно, найти и коэффициент усиления $Q(t) = W_f / W_0$.

Процедура численных расчетов практически не отличалась от принятой в работе [5]. Безразмерные переменные, а также основные уравнения и граничные условия в безразмерном виде приведены в приложении. Из этих уравнений видно, что в задачу везде входит лишь отношение N_Z плотности примесей n_Z к n_{H0} , а не ее абсолютная величина, тогда как абсолютное значение плотности водорода n_{H0} сохраняется в коэффициенте F_3 . Это связано с

наличием в уравнении (2) члена, описывающего вязкое течение примесей, который становится существенным в пределе $\lambda_{zz} \approx l$. Из остальных размерных параметров в уравнения входят лишь W_0 , T_0 и l .

Основной целью расчетов было найти зависимость асимптотической величины коэффициента усиления $Q(t \rightarrow \infty)$ от начальных параметров плазмы ($W_0, T_0, n_H(x, 0), N_2(x, 0), Z$) и параметров реактора (K, l). Большое число независимых параметров потребовало очень большого объема расчетов. Ниже приводятся графики зависимостей Q от каждого из указанных параметров. Причем в каждом случае все остальные параметры подобраны оптимальными для получения максимального значения Q .

Прежде, чем перейти к обсуждению полученных результатов, коснемся общих соображений о роли примесей в продольном удержании плазмы в гофрированной ловушке. Наличие примесей с одной стороны уменьшает поток ионов D и T через открытые торцы реактора, что замедляет как спад плотности плазмы в центре ловушки, так и скорость снижения ее температуры за счет уменьшения выноса энергии через торцы, с другой стороны увеличивает скорость снижения температуры за счет увеличения тормозного излучения. Очевидно, что при заданном начальном распределении D-T плазмы должно иметься некоторое оптимальное начальное распределение плотности примесей и оптимальная величина этой плотности, при которых выигрыш максимален.

В численных расчетах начальное распределение плотности водорода выбиралось близким к прямоугольному $N_H(x, 0) = \exp(-x^2) + 0,001$, а распределение плотности примесей имело вид

$$N_2(x, 0) = \frac{\Delta^2}{(x-\alpha)^2 + \Delta^2} N_{20}$$

Профили начальных распределений плотности водорода и примеси для $\alpha = 1,2$ и $\Delta^2 = 0,03$ приведены на рис.1.

Из рис.2 следует, что оптимальное положение пика примесей лежит, как и следовало ожидать, вблизи области максимального градиента плотности водорода, а при уменьшении ширины распределение примесей вплоть до $\Delta^2 = 0,01$ плазменное усиление возрастает, после чего начинает снижаться. Заметим, что уравнение движения, записанное выше, справедливо лишь в том случае,

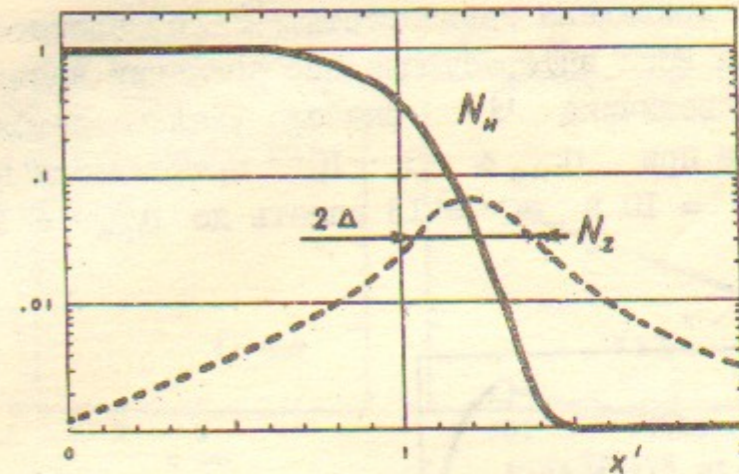


Рис.1 Распределение плотности D-T плазмы и плотности примесей.

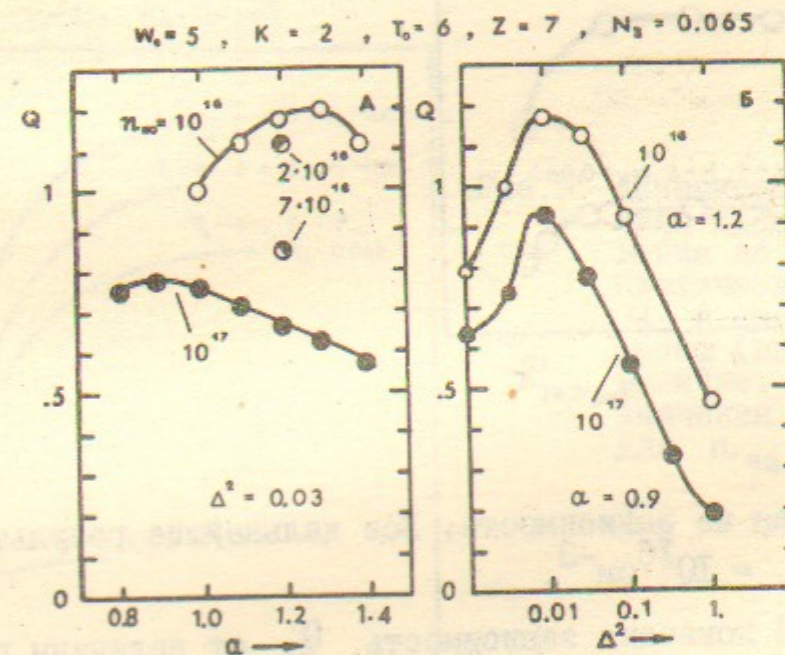


Рис.2 а) Влияние положения пика примесей на величину плазменного усиления Q ; б) Зависимость Q от ширины пика примесей.

когда характерная ширина распределения примесей много больше, чем размер одного пробкотрона. В наших расчетах это выполнялось во всем диапазоне параметров. Например, лишь в наихудшем случае для $\Delta^2 = 0,001$ при $W_0 = 5$ МДж/см², $T_0 = 7$ полуширина пика примесей равна 15 метрам при $n_{H0} = 3 \cdot 10^{16}$ см⁻³ и 5 м при $n_{H0} = 10^{17}$ см⁻³. В дальнейших расчетах везде использовалась

$$\Delta^2 = 0,03.$$

На рис.3 приведена зависимость Q от плотности водорода. Видно, что для всех интересующих нас значений начальной энергии плазмы W_0 величина Q сначала увеличивается с уменьшением n_{H_0} , а при $n_{H_0} \leq 3 \cdot 10^{16}$ практически не зависит от n_{H_0} . При $Z = 10$ и $Z = 13$ вплоть до $n_{H_0} = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ наб-

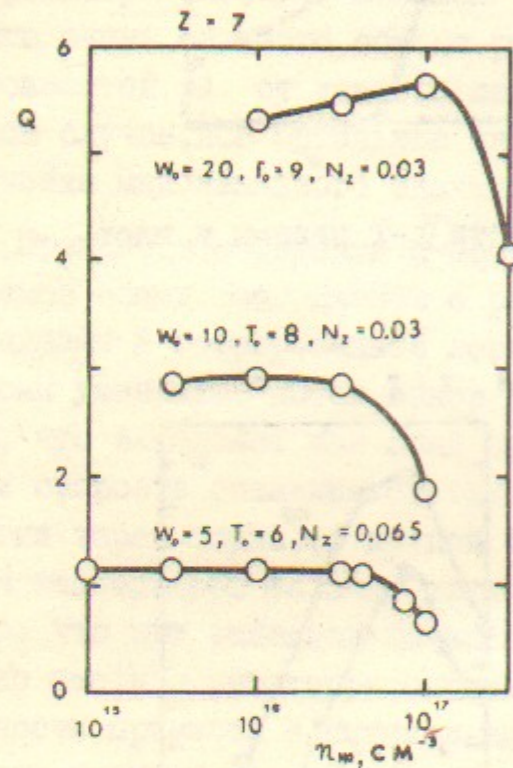


Рис.3 Зависимость Q от плотности D-T плазмы.

людается такая же зависимость. Все дальнейшие результаты получены для $n_{H_0} = 10^{16} \text{ см}^{-3}$.

На рис.4 показана зависимость Q от величины пробочного отношения K и длины пробкотрона l . Далее везде $K = 2$ и $l = 100 \text{ см}$.

Влияние примесей на рост ядерного энерговыделения иллюстрируется рисунком 5, на котором показан рост плазменного усиления $Q(t)$ в плазме без примесей и с примесями.

Сводные результаты асимптотического значения плазменного усиления Q , получающиеся в каждом конкретном варианте для различных значений W_0 и T_0 в зависимости от относительной плотности примесей приведены на рис.6. Легко видеть, что введе-

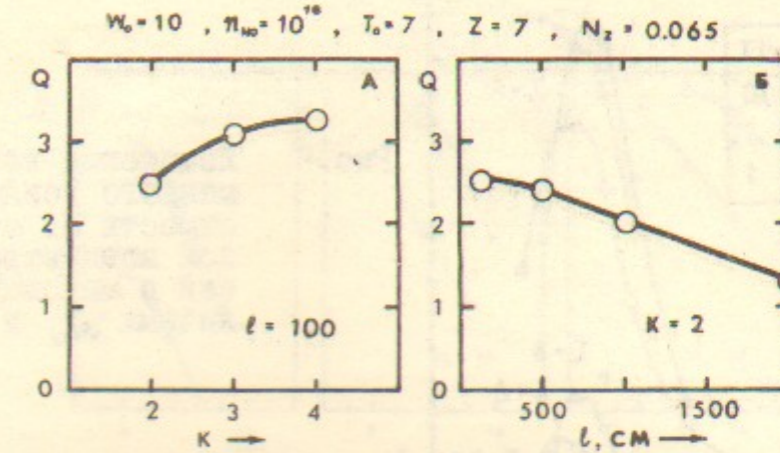


Рис.4 Изменение Q в зависимости от величины пробочного отношения (А) и длины пробкотронов (Б).

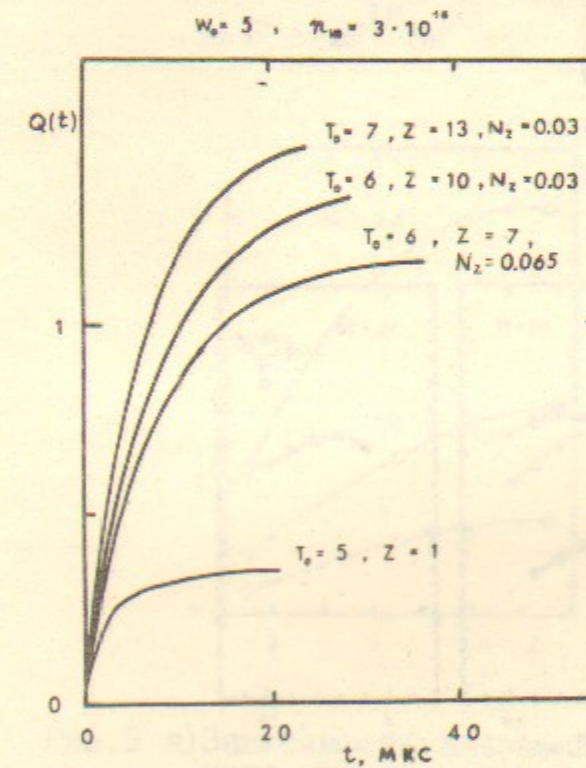


Рис.5 Динамика роста величины плазменного усиления до своего асимптотического значения Q в отсутствие примесей (внизу) и при их наличии. Абсолютные значения t указаны для $n_{H_0} = 3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$.

ние примесей повышает Q в 3 + 5 раз при неизменном W_0 , причем оптимальная плотность примесей в максимуме распределения во всех случаях составляет несколько процентов. Каждая из кривых рис.6 получена для оптимальной температуры, что подтверждается рисунком 7, где приведена зависимость $Q(t)$. Добавление примесей позволяет повысить рабочую температуру реактора.

Характерные времена, в течение которых достигается 90% от

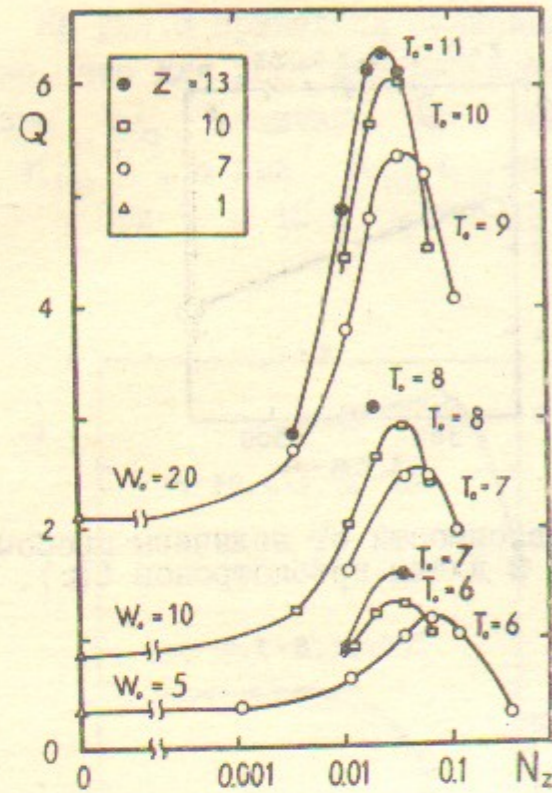


Рис.6 Изменение величины плазменного усиления в зависимости от относительной концентрации примесей в максимуме для различных W_0 и T_0 .

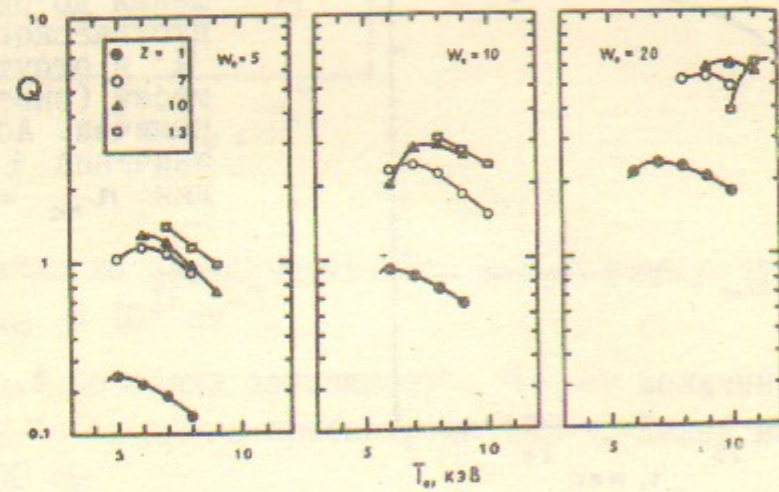


Рис.7 Зависимость Q от начальной температуры плазмы T_0 .

асимптотических значений Q , приведенных на рис.7, показаны на рис.8.

Основные результаты работы могут быть сведены в графики $Q(Z)$ и $Q(W)$ на рисунке 9, где все остальные параметры

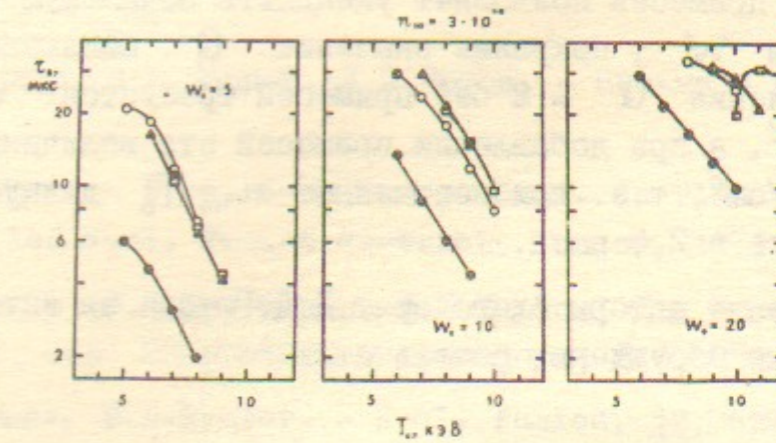


Рис.8 "Энергетическое" время удержания соответствующее достижению 90% от асимптотической величины Q . Обозначения те же, что на рис.7. Абсолютные значения τ_E соответствуют $n_{H0} = 3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$.

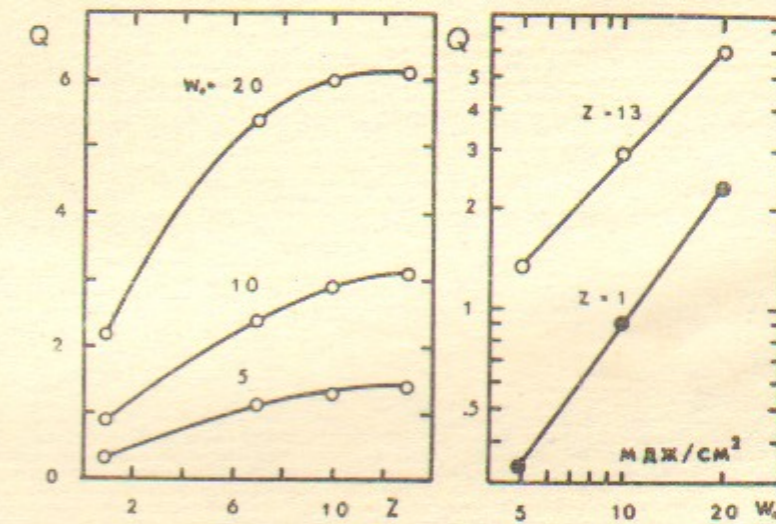
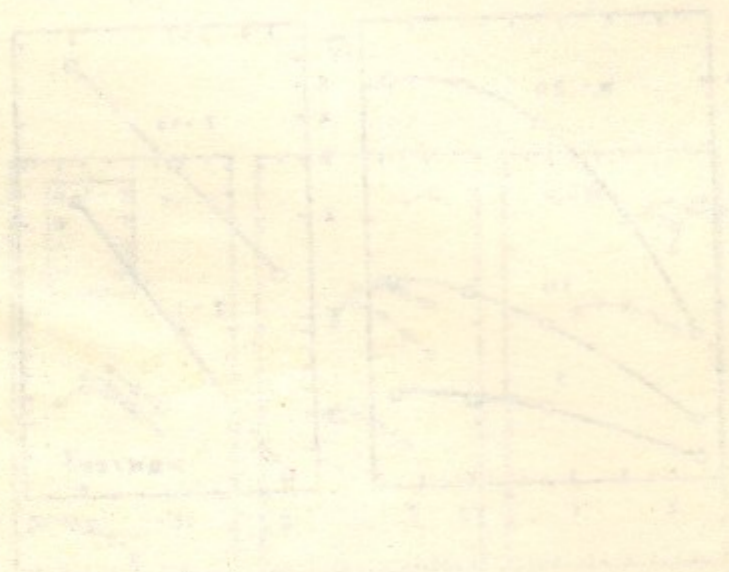


Рис.9 а) Зависимость плазменного усиления Q от атомного номера ионов примеси. б) Плазменное усиление Q многопробочного реактора в зависимости от начальной энергии плазмы W_0 без примесей и с примесями. Каждая точка обоих графиков оптимизирована по всем остальным параметрам.

для каждой точки выбраны "оптимальными" (и, вообще говоря, различными). Нетрудно видеть, что уже при $Z \sim 10$ значение выходит на свое максимальное значение и дальнейшее увеличение Z не имеет смысла. Как следует из графика $Q(Z)$, при неиз-

менной начальной энергии W_0 добавление примесей увеличивает Q в 3 + 4,5 раза. Из графика $Q(W_0)$ нетрудно видеть, что использование примесей позволяет уменьшить начальную тепловую энергию плазмы W , сохранив значение Q неизменным. Например, для получения $Q = 2$ без примесей требуется $W_0 \approx 17$ МДж/см², а при добавлении примесей эта величина уменьшается до 7 МДж/см², т.е. при неизменном $n_{e0} T_0$ длину реактора можно сократить в 2,5 раза.

В заключение авторы благодарят Д.Д.Рютова за интерес к работе и полезные обсуждения результатов.



Л и т е р а т у р а

1. Г.И.Будкер, В.В.Мирнов, Д.Д.Рютов. - Письма в ЖЭТФ, 14, 320, 1971.
2. G.I.Budker. - Proc. 6-th Europ. Conf. on Plasma Phys. and Controlled Nucl. Fusion Research, Moscow, 1973.
3. Г.И.Будкер, Э.П.Кругляков, В.В.Мирнов, Д.Д.Рютов. - Известия АН СССР, сер. Энергетика и транспорт, № 6, 351, 1975.
4. V.V.Mirnov, D.D.Ryutov. - Nucl. Fusion, 12, 627, 1972.
5. Б.А.Князев, П.З.Чеботаев. - Препринт ИЯФ СО АН СССР № 80-145, 1980.
6. V.V.Mirnov, D.D.Ryutov. - Proc. 7-th Europ. Conf. on Plasma Physics. Lausanne, 1975, p. 142.

1. Безразмерные переменные

$$N_H = n_H / n_{H0}, \quad N_Z = n_Z / n_{H0}, \quad v_{TH} = \sqrt{\frac{T_0}{m_H}}$$

$$\sigma_0 = \frac{\Lambda e^4}{T_0}, \quad \Lambda = 14$$

$$T' = T / T_0, \quad x' = x / L, \quad W' = W / W_0$$

$$\tau = \frac{0,91}{k^2} \frac{t}{L^2 / \ell v_{TH}}$$

Z	3	7	10	13
	Li	N	Ne	Al
$M = \left(\frac{m_Z}{m_H}\right)^{1/2}$	1,67	2,37	2,83	3,29

2. Основные уравнения (T_0 (кэВ); W_0 ($\frac{\text{Мдж}}{\text{см}^2}$))

$$\frac{\partial N_H}{\partial \tau} = \frac{k^2}{0,91} T'^{5/2} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (A_{11} N_H \frac{\partial N_H}{\partial x'}) + \frac{\partial}{\partial x'} (A_{12} N_H \frac{\partial N_Z}{\partial x'}) \right]$$

$$\frac{\partial N_Z}{\partial \tau} = \frac{k^2}{0,91} T'^{5/2} \left[\frac{\partial}{\partial x'} (A_{21} N_Z \frac{\partial N_H}{\partial x'}) + \frac{\partial}{\partial x'} (A_{22} N_Z \frac{\partial N_Z}{\partial x'}) \right]$$

$$A_{11} = \frac{1}{D} \left[M Z^4 \left(\frac{N_Z}{N_H + Z N_Z} + \frac{N_Z}{N_H} \right) + 2 \gamma Z^2 F_3 \right]$$

$$A_{12} = \frac{1}{D} \left[\frac{M N_Z Z^5}{N_H + Z N_Z} + \gamma F_3 Z^2 (Z + 1) \right]$$

$$A_{21} = \frac{F_3}{D} \left[\frac{F_4 Z}{N_H + Z N_Z} + \gamma Z^2 \left(1 + \frac{N_H}{N_H + Z N_Z} \right) \right]$$

$$A_{22} = \frac{F_3}{D} \left[F_4 \left(\frac{Z^2}{N_H + Z N_Z} + \frac{1}{N_Z} \right) + \frac{\gamma Z^3 N_H}{N_H + Z N_Z} \right]$$

$$D = M F_4 N_Z Z^4 + \gamma Z^2 N_H (\alpha N_Z Z^2 + \beta N_H) \cdot F_3$$

$$F_4 = (\alpha + \gamma) N_Z Z^2 + \beta N_H, \quad F_3 = \mu + \delta n_{H0}^2 \sigma_0^2 \ell^2 Z^8 \frac{N_Z^2}{T'^4}$$

$$W'_j - W'_{j-1} = -49,2 \frac{W_0^2}{T_0^{5,5}} \sqrt{T'_{j-1}} \frac{k^2 \Lambda T'}{0,91 I_0^3} \int_0^{\xi'} (N_{Hj-1} + Z N_{Zj-1}) (N_{Hj-1} + Z N_{Zj-1}) dx' - 5,33 \frac{T'_{j-1}}{I_0} \int_0^{\xi'} dx' [N_{Hj-1} N_{Hj} + Z (N_{Zj-1} - N_{Zj})]$$

$$Q = 1,18 \cdot 10^3 \frac{W_0^2}{T_0^{5,5}} \frac{k^2}{0,91 I_0^3} \int_0^{\tau} d\tau G(T) \int_0^{\xi'} dx' N_H^2$$

$$G = \frac{1 + 0,232 T'^{3/4} T_0^{3/4}}{\sqrt{1 + 9,41 \cdot 10^{-5} T'^{3/4} T_0^{3/4}}} \frac{\exp\left(-\frac{20,0}{T'^{1/3} T_0^{1/3}}\right)}{0,0485 T'^{2/3} T_0^{2/3}}$$

3. Начальные и граничные условия

$$T'(0) = 1, \quad W'(0) = 1$$

$$N_H(x', 0) = e^{-x'^6} + 0,001$$

$$N_Z(x', 0) = \frac{N_{Z0} \Delta^2}{(x' - a)^2 + \Delta^2}$$

$$I_0 = \int_0^{\xi} dx' [2N_H(x',0) + (z+1)N_z(x',0)]$$

$$\left(A_{11} \frac{\partial N_H}{\partial x'} + A_{12} \frac{\partial N_z}{\partial x'} \right) \Big|_{x'=\xi'} = - \frac{A}{T'^2} 1172 \frac{W_0}{I_0 T_0^3}$$

$$\left(A_{21} \frac{\partial N_H}{\partial x'} + A_{22} \frac{\partial N_z}{\partial x'} \right) \Big|_{x'=\xi'} = - \frac{B}{T'^2} \frac{1172}{M} \frac{W_0}{I_0 T_0^3}$$

$$\frac{\partial N_H}{\partial x'} \Big|_{x'=0} = \frac{\partial N_z}{\partial x'} \Big|_{x'=0} = 0$$

Работа поступила - 8 сентября 1981 г.

Ответственный за выпуск - В.Л.Ауслендер
Подписано к печати 9.09-1981 г. МН 06463

Усл. I печ.л., 0,8 учетно-изд.л.

Тираж 290 экз. Бесплатно

Заказ № 100.

Отпечатано на роталпринте ИЯФ СО АН СССР