

9  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

П.Н.Исаев

КВАНТОВЫЕ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ  
ФЛУКТУАЦИИ В РЕАКЦИЯХ  
С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

ПРЕПРИНТ 81-13



КВАНТОВЫЕ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ ФЛУКТУАЦИИ В РЕАКЦИЯХ  
С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

П.Н.Исаев

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассмотрены вклады квантовых флуктуаций (виртуальных переходов) коллективных и неколективных изовекторных возбуждений, а так же вклад статистических флуктуаций в дисперсию  $\sigma_Z^2$  зарядовых распределений при фиксированной массе легкого продукта реакций глубоко-неупругих передач. Получена оценка дисперсии  $\sigma_Z^2$  заряда легкого осколка деления  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами. Полученные значения  $\sigma_Z^2$  для деления и глубоко-неупругих столкновений тяжелых ионов неплохо согласуются с экспериментально наблюдаемыми величинами  $\sigma_Z^2$ .

# КВАНТОВЫЕ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ ФЛУКТУАЦИИ В РЕАКЦИЯХ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

П.Н.Исаев

## I. ВВЕДЕНИЕ

Одной из наиболее характерных особенностей глубоко-неупругих столкновений тяжелых ионов при энергиях до 10 МэВ/нуклон является интенсивный массовый и зарядовый обмен между фрагментами двойной ядерной системы /1/. В последние годы, благодаря значительному прогрессу в технике эксперимента, стало возможным изучение многомерных дифференциальных сечений (в пучке) образования легких продуктов: измеряются корреляции масса-заряд-угол, масса-заряд-энергия и даже масса-заряд-угол-энергия. Был обнаружен ряд интересных особенностей.

1. Наиболее вероятное отношение  $N/Z$  как функция заряда  $Z$  или массы  $A$  легкого продукта определяется равновесными свойствами двойной системы /2,3/.

2. Зависимость  $N/Z$ -отношения (при фиксированном  $Z$ ) от угла вылета легкого продукта показывает, что время релаксации нейтроно-избыточной степени свободы (ответственной за динамику  $N/Z$ -отношения) имеет порядок  $\tau \sim 10^{-22}$  сек /2,3/. Это подтверждается экспериментами /4/, где изучалось отношение  $\bar{A}/\bar{Z}$  средних значений массы и заряда легкого продукта как функция потерь кинетической энергии  $E_{loss}$ . Учитывая, что время релаксации  $\tau_E$  составляет  $\tau_E \approx 3 \cdot 10^{-22}$  сек /5/, приходим к выводу, что нейтроно-избыточная степень свободы является самой быстрой из коллективных переменных, играющих важную роль в динамике двойной системы (относительное движение, деформация, массовая и зарядовая фрагментация и т.п.), с временем релаксации  $\tau \approx (1-2) \cdot 10^{-22}$  сек.

3. Обнаружено /4/, что приблизительно за то же время  $\tau$  устанавливается режим жесткой корреляции в массовом и зарядовом обмене между фрагментами, при котором дисперсии массовых  $\Sigma_A^2$  и зарядовых  $\Sigma_Z^2$  распределений связаны соотношением  $\Sigma_Z^2 = (Z_D/A_D)^2 \Sigma_A^2$ , где  $A_D$  и  $Z_D$  относятся к двойной системе.

4. Установлено /6-8/, что дисперсия  $\sigma_Z^2$  зарядовых распределений при фиксированной массовой асимметрии продуктов распада двойной системы как функция  $E_{loss}$  очень быстро (при  $E_{loss} \gtrsim 30$  МэВ)

достигает насыщения, переставая зависеть от  $E_{loss}$ .

5. Аналогичным образом ведет себя дисперсия  $\sigma_A^2$  массовых распределений при фиксированном заряде легкого продукта, однако насыщение  $\sigma_A^2$  достигается в области больших  $E_{loss}$  (при  $E_{loss} > 60$  МэВ) /8/.

6. Характерным образом ведет себя функция распределения  $w(A, Z, E_{loss})$  в плоскости  $(A, Z)$  с ростом энергии потерь  $E_{loss}$  (времени жизни  $t$  двойной системы) /6/: кривые  $w_t(A, Z) = const$  деформируются от концентрических окружностей с центром в точке  $(\bar{A}(t), \bar{Z}(t))$  в узкие эллипсы с постоянным (не зависящим от  $E_{loss}$ ) углом наклона большой полуоси к осям координат. Ширина распределений  $w_{tA}(Z) = w_t(A, Z)|_{A=const}$  и  $w_{tZ}(A) = w_t(A, Z)|_{Z=const}$  сравнительно малы и при достаточно больших  $E_{loss}$  (времени жизни  $t$  двойной системы) перестают зависеть от  $E_{loss}$ .

Различные варианты теоретических интерпретаций этих особенностей в настоящее время интенсивно обсуждаются. Кратко остановимся на них.

В работе /9/ было отмечено, что изовекторный характер нейтроно-избыточной степени свободы и столь короткое время ее релаксации указывают на ее связь с высоколежащими коллективными изовекторными модами типа гигантских резонансов. Возбуждение изовекторных мод может быть связано с релаксацией неравновесной флуктуации изовекторной плотности, образующейся в момент контакта сталкивающихся ядер /10/. "Рассасывание" этой флуктуации происходит главным образом за счет возбуждения квазидипольной продольной изовекторной моды  $|\omega_1\rangle$  аналогичной динольному резонансу в обычных ядрах, с частотой  $\omega_1$  оцениваемой по формуле /11/  $\omega_1 \approx 80 / (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$  МэВ. Роль неколективных возбуждений типа частица-дырка и их вклад в релаксацию  $N/Z$ -отношения в модели идеального ферми-газа изучались в работе /12/. Реально, по-видимому, имеет место оба механизма релаксации нейтроно-избыточной степени свободы.

В настоящее время обсуждаются несколько подходов к интерпретации насыщения и величин дисперсий  $\sigma_Z^2$  зарядовых распределений в каналах с фиксированной массовой асимметрией. В рамках статистического подхода /13/ предполагается, что функция распределения  $w_t(A, Z)$  пропорциональна классическому бoльцмановскому фактору  $\exp(-U(A, Z)/T)$ , где  $U(A, Z)$  - потенциальная энергия двойной системы как функция заряда и масс легкого фрагмента,  $T$  - температура,

определяемая по  $E_{loss}$ . В этом случае  $\sigma_Z^2$  во всем интервале изменения  $E_{loss}$  зависит от  $E_{loss}$ , что плохо согласуется с экспериментом. Кроме того при  $T=0$  эта формула становится несправедливой, поскольку не учитывает корреляций, обусловленных принципом Паули и взаимодействием между квазичастицами.

В рамках другого подхода предполагается, что дисперсия  $\sigma_Z^2$  обусловлена квантовыми флуктуациями осциллятора, ассоциированного с продольной квазидипольной изовекторной модой  $|\omega_1\rangle$  /6,8,9,11/. Однако, вклад других изовекторных мод оказывается весьма существенным /14,15/. Кроме того, величина вклада всех изовекторных мод существенно зависит от формы двойной системы и параметров шейки в момент распада /15/.

В настоящей работе мы будем действовать в духе метода обобщенной матрицы плотности /16-18/. Определив операторы массы  $\hat{A}$  и заряда  $\hat{Z}$  легкого фрагмента, мы построим функцию распределения по  $A$  и  $Z$  первичных продуктов распада двойной системы. При этом мы будем исходить из того, что в основном эволюция  $\hat{A}$  и  $\hat{Z}$  представляет собой марковский процесс в режиме жесткой корреляции, так что распределение первичных продуктов носит диффузионный характер /19/ (раздел 2). В разделе 3 мы включим в рассмотрение высоколежащие изоскалярные и изовекторные моды и рассмотрим изменения, которые при этом претерпевает функция распределения  $w_t(A, Z)$ . В этом же разделе мы получим оценки величин  $\sigma_Z^2$  и  $\sigma_A^2$  за счет квантовых флуктуаций изовекторных мод и сравним их с экспериментом. В разделе 4 в модели идеального газа при  $T=0$  мы рассмотрим вклад частично-дырочных возбуждений в дисперсию  $\sigma_Z^2$ . Температурные поправки к  $\sigma_Z^2$  в вырожденном идеальном ферми-газе ( $T/\epsilon_F \ll 1$ ) будут рассмотрены в разделе 5.

## 2. ЭВОЛЮЦИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Действуя в духе метода обобщенной матрицы плотности /16-18/, мы будем предполагать, что сравнительно медленная эволюция формы, ориентации двойной системы, деформации ее фрагментов описывается небольшим числом динамических переменных  $X$ : глобальных координат  $Q$  и сопряженных импульсов  $P$  (операторов в пространстве состояний двойной системы). Выбор этих переменных, вообще говоря, произволен, однако, удачный выбор глобальных координат, адекватно отражающих физическую ситуацию, позволяет ограничиться их небольшим числом. С точки зрения метода обобщенной матрицы плотности удач-

ный выбор глобальных переменных означает, что пространство всех состояний двойной системы можно сузить до подпространства коллективных состояний, матричные элементы по которым от выбранных коллективных операторов велики по сравнению с переходами в состоянии другой природы. Поскольку мы знаем, что механизм реакций глубоко-неупругих передач в основном двухтельный /1,3/, глобальные координаты  $Q$  должны описывать всевозможные двухтельные конфигурации двойной системы. Одна из возможных параметризаций таких конфигураций двойной системы рассматривалась, например, в рамках двухцентровых моделей теории фрагментации /20/.

Пусть  $W(Q)$  — область, соответствующая легкому фрагменту в двойной системе с конфигурацией  $Q$ . Введем, как и в /20/, операторы массы  $\hat{A}$  и заряда  $\hat{Z}$  легкого фрагмента

$$\hat{A} = \int_{W(Q)} d^3r \hat{\rho}_0(\vec{r}) \quad \hat{Z} = \frac{1}{2} \int_{W(Q)} d^3r [\hat{\rho}_0(\vec{r}) - \hat{\rho}_3(\vec{r})] \quad (1)$$

где  $\hat{\rho}_0(\vec{r})$  и  $\hat{\rho}_3(\vec{r})$  — операторы изоскалярной и изовекторной плотности. Предположим, что известен статистический оператор  $\hat{w}(t)$  (матрица плотности) двойной системы, определенный в коллективном пространстве ее состояний. Тогда функция распределения  $w_t(A, Z)$  по массам и зарядам легкого фрагмента имеет вид

$$w_t(A, Z) = \langle \delta(A - \hat{A}) \delta(Z - \hat{Z}) \rangle_t \equiv \text{Sp} \{ \delta(A - \hat{A}) \delta(Z - \hat{Z}) \hat{w}(t) \} \quad (2)$$

Если распад двойной системы (разрыв шейки) происходит достаточно быстро, то первичные продукты распада "запомнят" значения масс и зарядов фрагментов двойной системы в момент времени, непосредственно предшествующий распаду. Поэтому функция распределения первичных продуктов будет мало отличаться от  $w_t(A, Z)$  из (2).

Если считать, что по отношению к глобальному движению внутренние степени свободы адиабатичны (деление слабовозбужденного ядра, эволюция "холодной" двойной системы), то операторы  $\hat{\rho}_0(\vec{r})$  и  $\hat{\rho}_3(\vec{r})$  будут функциями только глобальных переменных  $X$ . Волновая функция  $\Psi(Q, t)$  глобального движения удовлетворяет уравнению Шредингера с гамильтонианом глобального движения, микроскопическое построение которого проделано в работе /17/. Функция распределения  $w_t(A, Z)$  в этом случае определяется соотношением

$$w_t(A, Z) = \int dQ \Psi^*(Q, t) \delta(A - A(X)) \delta(Z - Z(X)) \Psi(Q, t) \quad (3)$$

Аналогичный подход применительно к делению развивался в рамках теории фрагментации /20/.

В глубоко-неупругих столкновениях тяжелых ионов существенной является связь глобального движения и внутренних некогерентных степеней свободы  $\xi$ . Это приводит к значительной диссипации энергии глобального движения (концепция трения /21/), флуктуациям в массах и зарядах легкого фрагмента. Диффузионный характер массовых и зарядовых распределений позволяет предположить, что эволюция  $A(X, \xi)$  и  $Z(X, \xi)$  за счет связи с некогерентными степенями свободы носит характер "броуновского блуждания". В этом случае распределение по  $A$  и  $Z$  полностью определяется его первым и вторым моментом (расщепление высших корреляций на парные)

$$\langle A(X, \xi) \rangle_t = \bar{A}(t) \quad (4)$$

$$\langle (A(X, \xi) - \bar{A}(t))^2 \rangle_t = \Sigma_A^2(t) \quad (5)$$

причем

$$\langle (A(X, \xi) - \bar{A}(t))^n \rangle_t = \begin{cases} \frac{(2m)!}{2^m m!} (\Sigma_A^2(t))^m & n = 2m \\ 0 & n = 2m+1 \end{cases} \quad (6)$$

Аналогичные соотношения имеют место и для  $Z(X, \xi)$ . Кроме того, мы предположим, что имеет место режим жесткой корреляции. Это означает, что флуктуирующие величины  $A(X, \xi)$  и  $Z(X, \xi)$  связаны между собой соотношением

$$A(X, \xi) = \frac{A_D}{Z_D} Z(X, \xi) \quad (7)$$

Подставляя в (2) формулы (4) - (6), с учетом (7) получим

$$w_t(A, Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \Sigma_A^2(t)}} \exp \left\{ - \frac{[A - \bar{A}(t)]^2}{2 \Sigma_A^2(t)} \right\} \delta \left( Z - \frac{Z_D}{A_D} A \right) \quad (8)$$

Отсюда сразу же следует, что  $\Sigma_Z^2(t) = \left( \frac{Z_D}{A_D} \right)^2 \Sigma_A^2(t)$ . Распределения  $w_{tA}(Z)$  и  $w_{tZ}(A)$  локализованы в точках  $Z = \frac{Z_D}{A_D} A$  и  $A = \frac{A_D}{Z_D} Z$  соответственно с дисперсиями  $\sigma_A^2 = \sigma_Z^2 = 0$ . Угол наклона  $\varphi$  "оси симметрии" распределения  $w_t(A, Z)$  к оси  $Z$

определяется простым соотношением

$$Tg \varphi = \left( \frac{A_D}{Z_D} \right) \quad (9)$$

В следующем разделе мы рассмотрим изменения, которые претерпевает функция распределения  $w_t(A, Z)$  после того, как мы учтем корреляции в операторах  $\hat{A}$  и  $\hat{Z}$  (I), обусловленные высоколежащими изоскалярными и изовекторными модами.

### 3. УЧЕТ КВАНТОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ КОЛЛЕКТИВНЫХ МОД

Высоколежащие изоскалярные и изовекторные коллективные моды мы будем рассматривать в нулевом приближении по адиабатике в гармоническом приближении, учитывая сильную связь коллективных фононов с глобальным движением введением подвижного базиса, зависящего от  $Q$ , но не от  $P$  /18/.

Пусть  $A_\nu$  и  $B_\nu$  - бозе-операторы изоскалярных и изовекторных фононов в подвижном базисе. Для простоты мы будем пренебрегать эффектами смешивания по изоспину, считая  $N_D = Z_D = A_D/2$ . Фононную часть операторов плотности  $\hat{\rho}_0(\vec{r})$  и  $\hat{\rho}_3(\vec{r})$  можно представить в виде /15/

$$\delta \hat{\rho}_0(\vec{r}) = \sum_{\nu} (\rho_{\nu}^0(\vec{r}) A_{\nu}^{\dagger} + \text{з.с.}) \quad (10)$$

$$\delta \hat{\rho}_3(\vec{r}) = \sum_{\nu} (\rho_{\nu}^3(\vec{r}) B_{\nu}^{\dagger} + \text{з.с.}) \quad (11)$$

где  $\rho_{\nu}^0(\vec{r})$  и  $\rho_{\nu}^3(\vec{r})$  - переходные плотности изоскалярных и изовекторных фононов (зависящие от  $Q$  как от параметров) с квантовыми числами  $\nu$ . Для фононной части операторов  $\hat{A}$  и  $\hat{Z}$  из (I) получим

$$\delta \hat{A} = \sum_{\nu} (a_{\nu}(Q) A_{\nu}^{\dagger} + \text{з.с.}) \quad (12)$$

$$\delta \hat{Z} = \frac{1}{2} \sum_{\nu} \{ (a_{\nu}(Q) A_{\nu}^{\dagger} + \text{з.с.}) - (b_{\nu}(Q) B_{\nu}^{\dagger} + \text{з.с.}) \} \quad (13)$$

где

$$a_{\nu}(Q) = \int d^3r \frac{\rho_{\nu}^0(\vec{r})}{w(Q)}, \quad b_{\nu}(Q) = \int d^3r \frac{\rho_{\nu}^3(\vec{r})}{w(Q)} \quad (14)$$

Подставим в (2)  $\hat{A} = A(\chi, \xi) + \delta \hat{A}$ ,  $\hat{Z} = Z(\chi, \xi) + \delta \hat{Z} = \frac{1}{2} \hat{A}(\chi, \xi) + \delta \hat{Z}$ . При усреднении мы будем предполагать, что глобальное движение

квазиклассично, а по отношению к фононным степеням свободы усреднение ведется по бесфононному состоянию. В этом случае, пренебрегая связью фононов и некогерентных степеней свободы  $\xi$ , с учетом (4) - (6) получим

$$w_t(A, Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \Delta^2(t)}} \exp\left\{-\frac{[A - \bar{A}(t)]^2}{2 \Delta^2(t)}\right\} \frac{1}{\sqrt{2\pi \sigma_Z^2}} \exp\left\{-\frac{(Z - \frac{1}{2} A)^2}{2 \sigma_Z^2}\right\} \quad (15)$$

где

$$\Delta^2(t) = \sum_A^2(t) + \sum_{\nu} |a_{\nu}(\bar{Q})|^2 \quad (16)$$

$$\sigma_Z^2 = \frac{1}{4} \sum_{\nu} |b_{\nu}(\bar{Q})|^2 \quad (17)$$

Здесь  $\bar{Q}$  означает, что интегралы (14) вычисляются при усредненной по  $\xi$  конфигурации  $\bar{Q}(t)$  двойной системы.

Распределение (15) отличается от распределения (8) в двух отношениях: во-первых, учет изовекторных коллективных мод приводит к "размазыванию"  $\delta$ -функции на ширине  $\sim \sigma_Z^2$ ; во-вторых, флуктуации изоскалярных мод приводят к изменению дисперсии массовых и зарядовых распределений. При этом дисперсия распределения  $w_{tA}(Z)$ , при достаточно больших  $t$  ( $E_{loss}$ ), распределения  $w_{tZ}(A)$  определяются флуктуациями изовекторных мод. Действительно, для дисперсии  $\sigma_A^2$  массовых распределений при фиксированном заряде легкого фрагмента получим

$$\sigma_A^2(t) = \frac{4\sigma_Z^2 \Delta^2(t)}{4\sigma_Z^2 + \Delta^2(t)} \quad (18)$$

В режиме развитой диффузии массовых распределений

$$\Delta^2(t) \gg \sigma_Z^2 \quad (19)$$

Поэтому для достаточно больших времен (потерь  $E_{loss}$ ) из (18) получим простую связь  $\sigma_A^2$  и  $\sigma_Z^2$

$$\sigma_A^2 = 4\sigma_Z^2 \quad (20)$$

В плоскости  $(A, Z)$  кривые  $w_t(A, Z) = \text{const}$  представляют собой эллипсы, у которых длина большой полуоси значительно превосходит длину малой (приблизительно в  $\Delta^2/\sigma_Z^2$  раз). Это согласуется с экспериментально наблюдаемой картиной, имеющей место в реакциях с близкими по массам и зарядам ядрами  $^{86}\text{Kr} + ^{32,38}\text{Mo}$  /6/.

Соотношение (20) при  $E_{\text{loss}} \approx 60$  МэВ так же неплохо согласуется с экспериментом. В реакциях  $^{56}\text{Fe} + ^{56}\text{Fe}$ ,  $^{165}\text{Ho}$ ,  $^{238}\text{U}$  /8/ дисперсия зарядовых распределений  $\sigma_z^2 \approx 0.8$ , тогда как  $\sigma_A^2$  лежит в интервале  $\sigma_A^2 \approx 3-4$ , то так же не противоречит соотношению (20).

Получим оценки величины дисперсии  $\sigma_z^2$ , рассматривая изовекторные моды в рамках приближения одного перехода /21/. Поскольку структура уравнений в этом случае аналогична структуре уравнений высокочастотного предела в RPA /22/, мы поступим аналогично тому, как это делалось в работе /15/. В результате получим выражение

$$\sigma_z^2 = \sum_{\nu} \frac{1}{4m^2 \Omega_{\nu}^2} \left| \int_S d\vec{\sigma} \cdot \nabla V_{\nu}^3(\vec{r}) \rho_0(\vec{r}) \right|^2 \quad (21)$$

где  $S$  - поверхность контакта фрагментов,  $V_{\nu}^3(\vec{r})$  - эффективное поле изовекторного фонона  $|\omega_{\nu}\rangle$ ,  $\Omega_{\nu}^2 = \omega_{\nu}^2 - \bar{\omega}_{\nu}^2$ ,  $\bar{\omega}_{\nu}$  - характерная частота одночастичных переходов, генерируемых эффективным полем  $V_{\nu}^3(\vec{r})$ .

Формулу можно выразить через параметры массы  $D_{\nu}$  и жесткости  $C_{\nu}$   $\nu$ -го осциллятора

$$\sigma_z^2 = \sum_{\nu} \frac{\omega_{\nu}}{2C_{\nu}} = \sum_{\nu} \frac{1}{2\sqrt{D_{\nu}C_{\nu}}} \quad (22)$$

Для этого введем координату  $\nu$ -го осциллятора

$$\hat{Z}_{\nu} = -\frac{1}{2} (b_{\nu}(\bar{Q}) B_{\nu}^{\dagger} + \text{г.с.}) \quad (23)$$

и представим гамильтониан фононов в стандартном виде

$$\sum_{\nu} \omega_{\nu} (B_{\nu}^{\dagger} B_{\nu} + \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \sum_{\nu} (D_{\nu} \hat{Z}_{\nu}^2 + C_{\nu} \hat{Z}_{\nu}^2) \quad (24)$$

В результате получим

$$C_{\nu} = \frac{2\omega_{\nu}}{|b_{\nu}(\bar{Q})|^2} \quad D_{\nu} = \frac{2}{\omega_{\nu} |b_{\nu}(\bar{Q})|^2} \quad (25)$$

Рассмотрим зависимость  $C_{\nu}$  и  $D_{\nu}$  от радиуса шейки  $c$  ( $S = \pi c^2$ ). Поскольку при  $c \rightarrow 0$  частота  $\omega_{\nu}$ , оставаясь конечной, переходит в собственную частоту одного из фрагментов, то зависимость  $C_{\nu}$  и  $D_{\nu}$  от  $c$  определяется поверхностным интегралом в (21). Пренебрегая зависимостью эффективного поля от радиуса шейки, из (25) найдем

$$C_{\nu} \sim \frac{1}{c^4} \quad D_{\nu} \sim \frac{1}{c^4} \quad (26)$$

В другом предельном случае вложенных друг в друга сферических поверхностей  $\frac{\partial V_{\nu}^3}{\partial n} \sim c^2$ , поэтому

$$C_{\nu} \sim \frac{1}{c^8}, \quad D_{\nu} \sim \frac{1}{c^8} \quad (27)$$

Поэтому в зависимости от конфигурации двойной системы, степень расходимости  $S$  параметров  $C_{\nu}$  и  $D_{\nu}$  будет лежать в интервале  $4 \leq S \leq 8$ .

Для оценки величины  $\sigma_z^2$  предположим, что в сумме по  $\nu$  (21) основной вклад дают продольные изовекторные моды /14/. Используя условия нормировки /22/, получим оценку

$$\sigma_z^2 \approx \frac{(S\rho_0)^2}{8m A} \sum_{\nu} \frac{1}{\omega_{\nu}} \approx \frac{(\pi\rho_0 r_0^3)^2}{8m r_0^2 \omega_1} \left(\frac{c}{r_0}\right)^4 \frac{1}{A} \ln(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \quad (28)$$

где использовано  $\omega_{\nu} \approx \omega_1 \nu$ ,  $\nu = 1, 2, \dots, \nu_{\text{max}} \approx A_1^{1/3} + A_2^{1/3}$ .  $A_1$  и  $A_2$  - массы фрагментов. Интеграл набирается на верхнем пределе, т.е. на модах с малыми по сравнению с  $c$  длинами волн, поэтому  $\sigma_z^2$  пропорциональна квадрату площади контакта фрагментов. Подставляя в (28) значения параметров  $\rho_0 = 0.17$  фм<sup>-3</sup>,  $r_0 = 1.2$  фм,  $\omega_1 \approx 80 / (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$  МэВ получим

$$\sigma_z^2 \approx 0.04 \left(\frac{c}{r_0}\right)^4 \frac{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}}{A} \ln(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \quad (29)$$

Для реакций  $^{86}\text{Kr} + ^{92,98}\text{Mo}$  /6/ эта оценка дает  $\sigma_z^2 \approx 4 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{c}{r_0}\right)^4$  и воспроизводит экспериментальный результат  $\sigma_z^2 \approx 1$  при неразумно большом значении параметра шейки  $c \approx 4 r_0$ . Для реакции  $^{56}\text{Fe} + ^{56}\text{Fe}$  /8/ имеем  $\sigma_z^2 \approx 5.6 \cdot 10^{-3} \left(\frac{c}{r_0}\right)^4$  и экспериментальному значению  $\sigma_z^2 \approx 0.8$  соответствует  $c \approx 3.5 r_0$ . Если принять в качестве разумного значения  $c \approx 2.5 r_0$ , то получим, что оценка (29) объясняет не больше 15+30% наблюдаемых величин дисперсий  $\sigma_z^2$  зарядовых распределений. Это и не удивительно, поскольку верхняя оценка, учитывающая все типы изовекторных мод /15/ (когда в (21) берется не одномерная, а тройная сумма по дискретным квантовым числам), определяет верхнюю границу суммы выражением

$$\sigma_z^2 \leq \bar{\sigma}_z^2 \approx \frac{9}{64} \frac{(S\rho_0)^2}{m\omega_D} = 0.03 \left(\frac{c}{r_0}\right)^4 \quad (30)$$

где  $\omega_D \approx 114$  МэВ — "частота Дебая" для изовекторных мод, только на верхнем пределе она воспроизводит экспериментальные значения дисперсий  $\sigma_z^2$ . Отличие верхней границы (30) от вклада продольных изовекторных мод дается фактором  $\frac{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}}{A} \ln(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ , который и определяет указанный дефицит теоретической оценки (28) в интерпретации дисперсий зарядовых распределений.

Таким образом, квантовые флуктуации продольных изовекторных мод позволяют объяснить только часть (хотя и заметную) наблюдаемых величин дисперсий  $\sigma_z^2$  зарядовых распределений. В следующих разделах мы рассмотрим вклад в  $\sigma_z^2$ , обусловленный неколлективными изовекторными частично-досрочными возбуждениями.

#### 4. ВКЛАД ЧАСТИЧНО-ДОСРОЧНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ ПРИ T=0

Как видно из предыдущего рассмотрения (раздел 2, см. также /15/) дисперсия  $\sigma_z^2$  обусловлена корреляцией в произведении изовекторных плотностей

$$g_3(\vec{r}, \vec{r}') = \langle \hat{\rho}_3(\vec{r}) \hat{\rho}_3(\vec{r}') \rangle - \langle \hat{\rho}_3(\vec{r}) \rangle \langle \hat{\rho}_3(\vec{r}') \rangle \quad (31)$$

где усреднение ведется по состоянию двойной системы перед ее распадом. Корреляция в произведении изоскалярных плотностей влияет главным образом на дисперсию массовых  $\Sigma_A^2$  и зарядовых  $\Sigma_Z^2$  распределений. Выделенная роль изовекторных корреляций объясняется изовекторным характером нейтроно-избыточной степени свободы (в каналах с фиксированной массовой асимметрией флуктуирует только разность N-Z фрагментов двойной системы). До сих пор мы рассматривали корреляции, обусловленные виртуальными переходами в коллективные изовекторные состояния. Наряду с этим представляет интерес изучение вкладов неколлективных изовекторных возбуждений (типа частица-дырка) в дисперсию  $\sigma_z^2$ . Чтобы получить количественное представление о величине таких вкладов, мы рассмотрим модель идеального ферми-газа применительно к двойной системе, учитывая тем самым корреляции  $g_3(\vec{r}, \vec{r}')$  за счет принципа Паули и опуская эффекты, обусловленные остаточным взаимодействием.

Для простоты мы сформулируем задачу для одного сорта частиц, а затем обобщим ее на наш случай. Пусть в системе объемом V выделена область  $\Omega$ . Для нахождения дисперсии  $\sigma_\Omega^2$  числа частиц  $N_\Omega$  в области  $\Omega$  построим оператор  $\hat{N}_\Omega$

$$\hat{N}_\Omega = \sum_{12} N_{12}^{\Omega} a_1^+ a_2 \quad (32)$$

где

$$N_{12}^{\Omega} = \int_{\Omega} d^3r \varphi_1^+(\vec{r}) \varphi_2(\vec{r}) \quad (33)$$

$\varphi_i(\vec{r})$  — волновая функция одночастичного состояния  $|i\rangle$ ,  $a_i^+$ ,  $a_i$  — ферми-операторы рождения и уничтожения. Для дисперсии  $\sigma_\Omega^2$  находим

$$\sigma_\Omega^2 = \langle \hat{N}_\Omega^2 \rangle - \langle N_\Omega \rangle^2 = \sum_{12} |N_{12}^{\Omega}|^2 n_1 (1 - n_2) \quad (34)$$

Здесь  $n_i$  — числа заполнения. Введем одночастичную матрицу плотности

$$\hat{\rho} = \sum_i |i\rangle n_i \langle i| \quad (35)$$

После перехода к координатному представлению из (34) получим

$$\sigma_\Omega^2 = \sum_{\sigma} \int_{\Omega} d^3r \langle \vec{r}\sigma | \hat{\rho} - \hat{\rho}^2 | \vec{r}\sigma \rangle + \sum_{\sigma\sigma'} \int_{\Omega} d^3r \int_{\Omega'} d^3r' \langle \vec{r}\sigma | \hat{\rho} | \vec{r}'\sigma' \rangle \langle \vec{r}'\sigma' | \hat{\rho} | \vec{r}\sigma \rangle \quad (36)$$

где суммирование ведется по спиновым переменным,  $\Omega'$  — область, дополняющая область  $\Omega$  до объема всей системы.

В этом разделе мы ограничимся случаем T=0. Поскольку  $\hat{\rho}^2 = \hat{\rho}$  первое слагаемое в (36) исчезает и в результате получим

$$\sigma_\Omega^2 = \frac{1}{2} \int_{\Omega} d^3r \int_{\Omega'} d^3r' g^2(r, r') \quad (37)$$

где введено

$$g(\vec{r}, \vec{r}') = \sum_{\sigma} \langle \vec{r}\sigma | \hat{\rho} | \vec{r}'\sigma \rangle \quad (37')$$

причем  $g(\vec{r}, \vec{r}) = \rho_0(\vec{r})$  — плотность системы. Функция  $g(\vec{r}, \vec{r}')$  такова, что она быстро исчезает, если один из векторов  $\vec{r}$  или  $\vec{r}'$  оказывается вне объема системы. В частности, если  $\Omega = V$  ( $\Omega' = \emptyset$ )  $\sigma_V^2 = 0$ , что соответствует сохранению числа частиц в системе.

Мы будем предполагать, что вся система и выделенные в ней подсистемы  $\Omega$  и  $\Omega'$  содержат большое число частиц, так что радиус корреляций  $r_c \approx \frac{1}{p_F} \ll L$ , где  $L$  — характерный размер подсистем  $\Omega$  и  $\Omega'$ . Для оценки мы подставим в (37) выражение

$$g_0(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{p_F^2}{\pi^2 |\vec{r} - \vec{r}'|} j_1(p_F |\vec{r} - \vec{r}'|) \quad (38)$$



для идеального ферми-газа, предполагая тем самым, что основной вклад в  $\sigma_{\Omega}^2$  (37) дает объемное интегрирование по внутренним областям  $\Omega$  и  $\Omega'$ , т.е. определяется универсальной асимптотикой  $g(\vec{r}, \vec{r}')$  при  $|\vec{r} - \vec{r}'| \gg r_c$ . Вклад поверхностных областей, особенно в окрестности пересечения внешней поверхности системы и поверхности контакта подсистем  $\Omega$  и  $\Omega'$ , будет незначителен, если поверхность контакта "макроскопична", т.е.  $S \rho_F \gg 1$  (или  $L_3 \gg r_c$ , где  $L_3$  - размер поверхности контакта).

В этих предположениях рассмотрим случай, когда подсистемы  $\Omega$  и  $\Omega'$  представляют собой два слоя толщиной  $L_1$  и  $L_2$ , наложенные друг на друга. Продольные размеры слоев будем считать значительно больше их толщины. В этой геометрии интеграл (37) с учетом (38) можно представить в виде

$$\sigma_{\Omega}^2 = \pi S \left\{ \frac{1}{2} \int_0^{L_1} dx x G_0(x) + \frac{1}{2} \int_0^{L_2} dx x G_0(x) - \frac{1}{2} \int_0^{L_1+L_2} dx x G_0(x) + \right. \\ \left. + L_1 \int_0^{L_1+L_2} dx G_0(x) + L_2 \int_0^{L_1+L_2} dx G_0(x) + \right. \\ \left. + \frac{(L_1+L_2)^2}{2} \int_{L_1+L_2}^{\infty} \frac{dx}{x} G_0(x) - \frac{L_1^2}{2} \int_{L_1}^{\infty} \frac{dx}{x} G_0(x) - \frac{L_2^2}{2} \int_{L_2}^{\infty} \frac{dx}{x} G_0(x) \right\} \quad (39)$$

Здесь  $G_0(x) = x^2 g_0^2(x) \equiv |\vec{r} - \vec{r}'|^2 g_0^2(|\vec{r} - \vec{r}'|)$ ,  $S$  - площадь контакта областей  $\Omega$  и  $\Omega'$ . Подставляя сюда (38) убеждаемся, что  $\sigma_{\Omega}^2$  определяется асимптотикой функции  $g_0(r)$ . Главные члены в пределе  $\rho_F L_1 \gg 1$ ,  $\rho_F L_2 \gg 1$  дают первые три слагаемых в (39). В результате получим

$$\sigma_{\Omega}^2 = \frac{3}{4} \frac{S \rho_0}{\pi \rho_F} \ln \left( \rho_F \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \right) \quad (40)$$

Из формулы (40) видно, что  $\sigma_{\Omega}^2$  равна числу частиц в слое толщиной  $L_1$  в окрестности поверхности контакта  $\Omega$  и  $\Omega'$  с логарифмическим фактором, зависящим от характерных размеров подсистем.

Можно думать, что зависимость  $\sigma_{\Omega}^2$  от геометрических факторов носит универсальный характер. Чтобы убедиться в этом рассмот-

рим случай, когда область  $\Omega$  представляет собой шар радиуса  $R$ , выделенный внутри однородного ферми-газа. В этом случае расчет удобно проводить с помощью структурного фактора /23/

$$S(q) = \frac{1}{V} \sum_{\vec{p}\sigma} n_{\vec{p}\sigma} (1 - n_{\vec{p}\sigma}) = \rho_0 \begin{cases} \frac{3}{4} \frac{q}{\rho_F} - \frac{1}{16} \frac{q^3}{\rho_F^3} & q \leq 2\rho_F \\ 1 & q > 2\rho_F \end{cases} \quad (41)$$

Формула (34) в этом случае дает

$$\sigma_{\Omega}^2 = \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \left( \frac{4\pi R^2}{q} \right)^2 j_1^2(qR) S(q) \quad (42)$$

Главные члены в этом интеграле  $\rho_F R \gg 1$  дают

$$\sigma_{\Omega}^2 = \frac{3}{4} \frac{S \rho_0}{\pi \rho_F} \ln(2\rho_F R), \quad S = 4\pi R^2 \quad (43)$$

что совпадает с формулой (40) в пределе  $L_2 \gg L_1 = 2R$

В случае двух сортов частиц изовекторная корреляционная функция (31) равна

$$g_s(\vec{r}, \vec{r}') = g_n(\vec{r}, \vec{r}') + g_p(\vec{r}, \vec{r}') \quad (44)$$

где индексы  $n$  и  $p$  относятся к нейтронам и протонам. С точностью до членов, пропорциональных  $((N_D - Z_D)/A_D)^2$  для  $\sigma_Z^2$  находим

$$\sigma_Z^2 = \frac{1}{4} (\sigma_n^2 + \sigma_p^2) = \frac{3}{16} \frac{S \rho_0}{\pi \rho_F} \ln \left( \rho_F r_0 \frac{A_1^{1/3} A_2^{1/3}}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \right) \quad (45)$$

где  $\rho_0 = \rho_n + \rho_p$  - плотность ядерной материи. Подставляя сюда значения параметров  $\rho_0 = 0.17 \text{ фм}^{-3}$ ,  $\rho_F r_0 = \left( \frac{g_F}{8} \right)^{1/3}$  получим

$$\sigma_Z^2 \approx 0.04 \left( \frac{c}{r_0} \right)^2 \ln \left( 1.5 \frac{A_1^{1/3} A_2^{1/3}}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \right) \quad (46)$$

Используя формулы (46) и (29) получим оценку радиуса шейки в точке разрыва при делении слабозбужденных ядер. Экспериментально известно /24,25/, что дисперсия распределения легких изобар при делении урана-235 тепловыми нейтронами равна  $\sigma_Z^2 \approx 0.35$ . Полагая  $A_1 = 95$ ,  $A_2 = 140$  (каналы с максимальным выходом продуктов деления) из (46) и (29) находим  $c \approx 2.3 r_0$ . При этом вклад продольных изовекторных мод в величину дисперсии  $\sigma_Z^2$  составляет около 30%. Полученное значение радиуса шейки кажется вполне разумным.

В следующем разделе мы рассмотрим температурные поправки к формуле (46), обусловленные статистическими флуктуациями неколлективных изовекторных возбуждений.

### 5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ФЛУКТУАЦИИ ПРИ $T \neq 0$ . СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ.

Вследствие значительной диссипации энергии глобального движения двойная система к моменту распада будет находиться в возбужденном состоянии. Мы предположим, что по внутренним одночастичным степеням свободы двойной системы успевает установиться состояние статистического равновесия при некоторой температуре  $T \approx 2 \text{ МэВ} \ll \epsilon_F$ . Поскольку температура невелика, присутствием реальных высоколежащих изовекторных фононов можно пренебречь, так что их вклад в корреляционную функцию  $g_s(\vec{r}, \vec{r}')$  (31) будет таким же как и при  $T=0$ . Вклад неколлективных изовекторных возбуждений заметным образом изменится: наряду с квантовыми флуктуациями числа частиц, обусловленными корреляциями между частицами в областях  $\Omega$  и  $\Omega'$  (второй член в формуле (36)) появятся статистические флуктуации, определяемые первым слагаемым в (36) (при  $T \neq 0$   $\hat{\rho}^2 \neq \rho$ ). Действительно, первое слагаемое в (36) можно представить в виде

$$(\sigma_{\Omega}^2)_{cm.} = \sum_1 N_{11}^{\Omega} n_1(1-n_1) = \sum_1 w_1^{\Omega} \delta n_1^2 \quad (47)$$

где  $w_1^{\Omega}$  - вероятность найти частицу в области  $\Omega$ , если она находится в одночастичном состоянии  $|1\rangle$ .

$$\overline{\delta n_1^2} = n_1(1-n_1) = T \frac{\partial n_1}{\partial \mu} \quad (48)$$

- дисперсия статистических флуктуаций чисел заполнения  $n_1$  в ансамбле Гиббса с фермиевской функцией распределения

$$n_1 = \left( e^{\frac{\epsilon_1 - \mu}{T}} + 1 \right)^{-1} \quad (49)$$

Заметим, что формула (36) с числами заполнения (49) даст заведомо ошибочное значение  $\sigma_{\Omega}^2$ . В этом легко убедиться в случае, когда область  $\Omega$  совпадает с полным объемом  $V$  системы:

$$\sigma_V^2 = (\sigma_V^2)_{cm.} = T \frac{\partial N}{\partial \mu} \neq 0 \quad (50)$$

Эти флуктуации числа частиц в системе (а, следовательно, и в любой выделенной подсистеме) обусловлены тем, что мы имеем дело с ансамблем Гиббса, в котором химпотенциал  $\mu$  фиксирует лишь среднее число

частиц  $N = N(\mu)$ . Поскольку вклад нефизических флуктуаций в дисперсию  $\sigma_{\Omega}^2$  оказывается порядка ожидаемого эффекта, необходимо учесть сохранение числа частиц с относительной точностью не хуже  $\sim 1/N$ . В приложении показано, как в рамках стандартной процедуры приближенного проектирования ансамбля Гиббса на состояние с определенным числом частиц можно учесть при расчете  $\sigma_{\Omega}^2$  сохранение числа частиц с любой степенью точности. Здесь же мы воспользуемся простым и наглядным способом расчета вклада  $(\sigma_{\Omega}^2)_{cm.}$  статистических флуктуаций с учетом сохранения числа частиц, не перегружая изложения громоздкими формулами.

Рассмотрим ансамбль систем, состоящих из двух подсистем I и 2, при температуре  $T$ , между которыми отсутствует обмен частицами (волновые функции частиц локализованы в объеме  $V_i$  соответствующей подсистемы). Пусть  $H_1$  и  $H_2$  - гамильтонианы подсистем. Полное число частиц  $N$  в системе фиксировано, но распределение числа частиц по подсистемам произвольно ( $N_1 + N_2 = N$ ). Стационарное состояние системы  $|\Psi\rangle_N$  можно представить в виде

$$|\Psi\rangle_N = |N_1 d_1\rangle |N_2 d_2\rangle$$

где  $d_1, d_2$  - дополнительные квантовые числа состояний подсистем I и 2. Функцию распределения  $w(N_1)$  по числу частиц в подсистеме I можно представить в виде, аналогичном (2)

$$w(N_1) = \langle \delta_{N_1, \hat{N}_1} \rangle = C \frac{N!}{N_1! N_2!} \sum_{d_1 d_2} \langle d_1 N_1 | e^{-\frac{H_1}{T}} | d_1 N_1 \rangle \langle d_2 N_2 | e^{-\frac{H_2}{T}} | d_2 N_2 \rangle \quad (51)$$

$$= C \frac{N!}{N_1! N_2!} \exp\left(-\frac{F_1(N_1, T) + F_2(N_2, T)}{T}\right)$$

где  $F_i$  - по определению свободная энергия  $i$ -ой подсистемы как функция температуры, объема и числа частиц,  $C$  - нормировочная константа,  $N!/(N_1! N_2!)$  - комбинаторный множитель (число способов разбиения  $N$  тождественных частиц на две группы по  $N_1$  и  $N_2 = N - N_1$  частиц в каждой). В общем случае гамильтониан  $H_i$  может содержать взаимодействие между частицами  $i$ -ой подсистемы. Легко учесть эффекты взаимодействия между подсистемами, если гамильтониан взаимодействия  $V_{12}$  зависит только от числа частиц в подсистемах  $V_{12} = U(N_1, N_2)$ . В этом случае

$$w(N_1) = c \frac{N!}{N_1! N_2!} \exp\left(-\frac{F_1(N_1, T) + F_2(N_2, T) + U(N_1, N_2)}{T}\right) \quad (52)$$

Для идеального газа при малых температурах ( $T \ll \varepsilon_F$ ) с точностью до членов  $\sim T^2$  свободная энергия  $F_i$  совпадает с внутренней энергией

$$F_i(N_i, T) \approx E_i(N_i, 0) = \frac{3}{5} a_i N_i^{5/3}, \quad a_i = \frac{1}{2m} \left(\frac{3\pi^2}{V_i}\right)^{2/3} \quad (53)$$

Считая  $N_i \gg 1$  из (51) получим гауссовское распределение

$$w(N_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \exp\left(-\frac{(N_1 - \bar{N}_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) \quad (54)$$

где

$$\bar{N}_1/V_1 = \bar{N}_2/V_2 = N/V \quad (55)$$

$$\sigma_1^2 = \frac{\bar{N}_1 \bar{N}_2}{N} \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \frac{\varepsilon_F}{T}} \approx \frac{\bar{N}_1 \bar{N}_2}{N} \frac{3}{2} \frac{T}{\varepsilon_F} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{T}{\varepsilon_F}\right) \quad (56)$$

с точностью до членов  $(T/\varepsilon_F)^3$ . При  $T=0$  дисперсия  $\sigma_1^2$  исчезает, поскольку в исходном ансамбле отсутствует взаимный обмен частицами между подсистемами (волновые функции частиц из разных подсистем не перекрываются). Поэтому формула (56) воспроизводит лишь вклад статистических флуктуаций в дисперсию числа частиц и совпадает с результатом, полученным в приложении методом приближенного проектирования. Температурные поправки к вкладу квантовых флуктуаций, рассмотренные в приложении, при температурах  $T \approx 2$  МэВ и для не слишком тяжелых систем оказываются незначительными (не превышающим нескольких процентов от значения  $(\sigma_1^2)_{кв}$  при  $T=0$ ), и в дальнейшем мы не будем их учитывать.

Вклад статистических флуктуаций в дисперсию  $\sigma_Z^2$  заряда при фиксированной массе  $A$  легкого фрагмента вычисляется аналогично. При малых температурах в показателе экспоненты свободную энергию можно заменить энергиями основных состояний фрагментов (массовой формулой), а в качестве гамильтониана взаимодействия взять энергию кулоновского отталкивания касающихся заряженных сфер. В результате получим:

$$w(A_1, Z_1) = c \frac{Z_D}{Z_1 Z_2} \frac{N_D}{N_1 N_2} \exp\left(-\frac{U_0(A_1 Z_1) + U_0(A_2 Z_2) + \frac{e^2 Z_1 Z_2}{R_{12}}}{T}\right) \quad (57)$$

где  $Z_1 + Z_2 = Z_D$ ,  $N_1 + N_2 = N_D$  — число протонов и нейтронов в двойной системе. Разлагая  $\ln w(A_1, Z_1)$  по степеням  $Z_1 - \langle Z_1 \rangle_{A_1}$  при фиксированном  $A_1$  в окрестности точки  $\langle Z_1 \rangle_{A_1}$ , определяемой условием  $\frac{\partial}{\partial Z_1} \ln w(Z_1, A_1) = 0$ , получим

$$w(A_1, Z_1) \sim \exp\left(-\frac{(Z_1 - \langle Z_1 \rangle_{A_1})^2}{2(\sigma_Z^2)_{см.}}\right) \quad (58)$$

где дисперсия  $(\sigma_Z^2)_{см.}$  зарядовых распределений, обусловленная статистическими флуктуациями определяется формулой, аналогичной (56)

$$(\sigma_Z^2)_{см.} = \frac{T}{c_Z} - \alpha T^2 \quad (59)$$

с точностью до членов  $\sim T^3$ . Здесь обозначено

$$c_Z = \frac{\partial^2}{\partial Z_1^2} U_D(A_1, Z_1) \Big|_{Z_1 = \langle Z_1 \rangle_{A_1}} \quad (60)$$

$$\alpha = \frac{1}{c_Z^2} \left[ \frac{Z_D}{\langle Z_1 \rangle_{A_1} (Z_D - \langle Z_1 \rangle_{A_1})} + \frac{N_D}{\langle N_1 \rangle_{A_1} (N_D - \langle N_1 \rangle_{A_1})} \right] \quad (61)$$

$$U_D(A_1, Z_1) = U_0(A_1, Z_1) + U_0(A_2, Z_2) + \frac{e^2 Z_1 Z_2}{r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})} \quad (62)$$

Используя массовую формулу модели жидкой капли [27] получим

$$c_Z = 4b_{см} \frac{A_D}{A_1 A_2} + 2a_c \left( \frac{1}{A_1^{1/3}} + \frac{1}{A_2^{1/3}} \right) - 2 \frac{e^2}{r_0} \frac{1}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \quad (63)$$

где  $b_{см} = 46.7$  МэВ,  $a_c = 0.7$  МэВ,  $r_0 = 1.2$  фм. Для простоты будем считать, что равновесные значения нейтронной и протонной плотности фрагментов совпадают с равновесным значением нейтронной и протонной плотности двойной системы. В этом случае

$$\frac{\langle Z_1 \rangle_{A_1}}{A_1} = \frac{Z_D}{A_D}, \quad \frac{\langle N_1 \rangle_{A_1}}{A_1} = \frac{N_D}{A_D} \quad (64)$$

$$\alpha = \frac{1}{c_z^2} \frac{A_D}{A_1 A_2} \frac{A_D^2}{Z_D N_D} \quad (55)$$

Отличие формулы (59) от обычно используемой (см. например, /6/) обусловлено присутствием комбинаторного множителя в распределении (57). При температурах  $T \lesssim 2$  МэВ второй член в формуле (58) мал (он имеет относительный порядок  $T/\Delta_{\text{сум}} \ll 1$ ) и в количественных оценках мы будем пренебрегать им, оценивая вклад статистических флуктуаций в дисперсию зарядовых распределений первым слагаемым в формуле (58).

Итак, учитывая вклады продольных изовекторных коллективных мод (формула (29)), квантовых флуктуаций за счет неколективного (частично-дырочных) возбуждений (формула (46)) и статистических флуктуаций (59), получим окончательную оценку дисперсии  $\sigma_z^2$  зарядовых распределений легкого продукта при фиксированной массовой асимметрии каналов распада двойной системы

$$\sigma_z^2 \approx 0.04 \left(\frac{c}{r_0}\right)^4 \frac{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}}{A} \ln(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + 0.04 \left(\frac{c}{r_0}\right)^2 \ln\left(1.5 \frac{A_1^{1/3} A_2^{1/3}}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}}\right) + \frac{T}{c_z} - \alpha T^2 \quad (66)$$

Эта оценка содержит два неизвестных параметра  $c$  и  $T$ . Для количественного сравнения с экспериментом мы воспользуемся значением параметра  $c \approx 2.3 r_0$ , полученным из подгонки дисперсии  $\sigma_z^2$  зарядовых распределений легкого продукта деления  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами (раздел 4). Применительно к реакциям глубокоинэупругих передач в качестве равновесной температуры двойной системы мы возьмем характерное значение  $T = 2$  МэВ. Ниже приведена зависимость  $\sigma_z^2$  от параметров  $c$  и  $T$ , численные значения вклада каждого члена в формуле (66) и суммарное значение  $\sigma_z^2$ . В скобках для сравнения даются экспериментальные значения  $\sigma_z^2$

$$E_{\text{lab}} = 430 \text{ МэВ} \quad ^{86}\text{Kr} + ^{92,98}\text{Mo} \quad /8/$$

$$\sigma_z^2 \approx 0.0044 \left(\frac{c}{r_0}\right)^4 + 0.048 \left(\frac{c}{r_0}\right)^2 + 0.22 T = 0.12 + 0.25 + 0.44 = 0.81 (\approx 0.9)$$

$$E_{\text{lab}} = 464 \text{ МэВ} \quad ^{56}\text{Fe} + ^{56}\text{Fe} \quad /8/$$

$$\sigma_z^2 \approx 0.0056 \left(\frac{c}{r_0}\right)^4 + 0.042 \left(\frac{c}{r_0}\right)^2 + 0.14 T = 0.16 + 0.22 + 0.28 = 0.66 (\approx 0.7)$$

$$E_{\text{lab}} = 464 \text{ МэВ} \quad ^{56}\text{Fe} + ^{165}\text{Ho} \quad /8/$$

$$\sigma_z^2 \approx 0.0038 \left(\frac{c}{r_0}\right)^4 + 0.049 \left(\frac{c}{r_0}\right)^2 + 0.21 T = 0.11 + 0.26 + 0.42 = 0.79 (\approx 0.8-0.9)$$

$$E_{\text{lab}} = 464 \text{ МэВ} \quad ^{56}\text{Fe} + ^{238}\text{U} \quad /8/$$

$$\sigma_z^2 \approx 0.0033 \left(\frac{c}{r_0}\right)^4 + 0.051 \left(\frac{c}{r_0}\right)^2 + 0.22 T = 0.03 + 0.27 + 0.44 = 0.80 (\approx 0.6-0.8)$$

$$E_{\text{lab}} = 890 \text{ МэВ} \quad ^{132}\text{Xe} + ^{197}\text{Au} \quad /7/$$

$$\sigma_z^2 \approx 0.0032 \left(\frac{c}{r_0}\right)^4 + 0.056 \left(\frac{c}{r_0}\right)^2 + 0.38 T = 0.09 + 0.30 + 0.76 = 1.15 (\approx 0.8)$$

Отметим характерные особенности полученных выше оценок. Хорошо видно, что вклады квантовых флуктуаций, даваемые первыми двумя членами в формуле (66), сравнимы по величине с вкладом статистических флуктуаций. Каждое слагаемое в (66), взятое отдельно, не может объяснить наблюдаемого значения  $(\sigma_z^2)_{\text{эксп}}$ . Исключение составляет последняя, самая "тяжелая" система  $^{132}\text{Xe} + ^{197}\text{Au}$  где вклад статистических флуктуаций при  $T=2$  МэВ вдвое больше вклада квантовых флуктуаций. В этом случае заметное расхождение теоретической оценки и экспериментального значения  $\sigma_z^2 \approx 0.8$  можно объяснить меньшей, чем во всех предыдущих случаях, эффективной температурой. Действительно, при одинаковом масштабе изменения потерь  $E_{\text{loss}}$  кинетической энергии продуктов (как и во всех предыдущих случаях здесь  $E_{\text{loss}}$  изменялась в интервале от нуля до 150-170 МэВ) и, следовательно, энергии возбуждения двойной системы, в данном случае мы будем иметь наибольшую плотность уровней на поверхности Ферми и, следовательно, меньшую температу-

ру. Кроме того, на эффективную температуру оказывают значительное влияние эффекты испарения частиц из двойной системы. Наконец, следует отметить, что в отличие от всех предыдущих систем, в реакции  $^{132}\text{Xe} + ^{197}\text{Au}$  /7/ использовался радиохимический метод анализа продуктов, что приводит к дополнительным неопределенностям в интерпретации экспериментальных данных по сравнению с техникой измерения "в пучке" /6,8/.

В целом, согласно теоретических оценок и экспериментальных величин  $\sigma_z^2$  дисперсий зарядовых распределений при фиксированной массе легкого продукта распада двойной системы можно признать удовлетворительным.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели влияние квантовых флуктуаций (виртуальных переходов) высоколежащих изоскалярных и изовекторных коллективных мод на функцию распределения  $W_A(A, Z)$  по массам и зарядам первичного легкого продукта распада двойной системы. Показано, что дисперсия распределений  $W_{ZA}(Z)$  по зарядам при фиксированной массе и  $W_{AZ}(A)$  по массам при фиксированном заряде легкого продукта в конечном итоге определяется изовекторной корреляционной функцией  $g_3(\vec{r}, \vec{r}') = \langle \hat{\rho}_3(\vec{r}) \hat{\rho}_3(\vec{r}') \rangle - \langle \hat{\rho}_3(\vec{r}) \rangle \langle \hat{\rho}_3(\vec{r}') \rangle$ , т.е. флуктуациями изовекторных степеней свободы.

Получена количественная оценка вклада продольных изовекторных мод в дисперсию  $\sigma_z^2$  зарядовых распределений при фиксированной массе легкого продукта. Величина вклада существенным образом зависит от формы двойной системы и радиуса шейки  $c$  в момент распада. Полученные оценки показывают, что продольные изовекторные коллективные моды могут объяснить не более 30% экспериментально наблюдаемой величины  $\sigma_z^2$ .

В модели идеального ферми-газа был рассмотрен вклад неколлективных изовекторных возбуждений (типа частица-дырка) в дисперсию  $\sigma_z^2$ . При нулевой температуре этот вклад обусловлен корреляцией между частицами фрагментов за счет принципа Паули (квантовые флуктуации неколлективных изовекторных мод). Вместе с квантовыми флуктуациями продольных изовекторных мод этот вклад позволяет объяснить экспериментально наблюдаемую величину дисперсии  $\sigma_z^2$  распределений изобар в делении  $^{235}\text{U}$  тепловыми нейтронами. Отсюда была получена разумная по величине оценка радиуса шейки в мо-

мент распада  $c \approx 2.3 \text{ Г}$ .

Были рассмотрены вклады статистических флуктуаций в дисперсию  $\sigma_z^2$ , а так же температурные поправки к вкладам квантовых флуктуаций (последние оказались незначительными при температурах  $T \lesssim 2 \text{ МэВ}$ ).

Используя полученное значение радиуса шейки и полагая  $T = 2 \text{ МэВ}$  получены оценки величин дисперсии  $\sigma_z^2$  зарядовых распределений продуктов с фиксированной массой, которые неплохо согласуются с экспериментально наблюдаемыми величинами  $\sigma_z^2$ . Небольшое расхождение теоретических оценок и экспериментального значения  $\sigma_z^2$  для "тяжелой" системы  $^{132}\text{Xe} + ^{197}\text{Au}$  обусловлено, по-видимому, меньшей эффективной температурой, либо температурными поправками к квантовым флуктуациям неколлективных возбуждений.

Автор глубоко признателен В.Г.Зелевинскому за стимулирующий интерес к работе и критические замечания, а также Р.В.Джолосу, В.Ф.Дмитриеву, В.В.Мазепусу, В.М.Струтинскому, В.Б.Телицыну за полезные обсуждения затронутых здесь вопросов.

Введем оператор проектирования  $\hat{P}_A$  на состояния с  $A$  частицами

$$\hat{P}_A = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{i\varphi A - i\varphi \hat{N}} \quad (\text{П1})$$

где  $\hat{N}$  — оператор числа частиц. Среднее значение любой физической величины  $F$  по состоянию статистического равновесия системы с  $A$  частицами и гамильтонианом  $\hat{H}$  при температуре  $T$  определяется выражением

$$\langle\langle F \rangle\rangle = \frac{\langle \hat{P}_A \hat{F} \rangle}{\langle \hat{P}_A \rangle} = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{i\varphi A} \text{Sp} \left( e^{-i\varphi \hat{N}} \hat{F} e^{\frac{\mu \hat{N} - \hat{H}}{T}} \right)}{\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{i\varphi A} \text{Sp} \left( e^{-i\varphi \hat{N}} e^{\frac{\mu \hat{N} - \hat{H}}{T}} \right)} \quad (\text{П2})$$

где

$$\langle \dots \rangle = \frac{1}{Z(\mu)} \text{Sp} \left( e^{\frac{\mu \hat{N} - \hat{H}}{T}} \dots \right), \quad Z(\mu) = \text{Sp} \left( e^{\frac{\mu \hat{N} - \hat{H}}{T}} \right) \quad (\text{П3})$$

означает обычное усреднение по ансамблю Гиббса. Поскольку  $\hat{N}$  коммутирует с  $\hat{H}$  формулу (П2) можно представить в виде

$$\langle\langle F \rangle\rangle = \{F(\mu)\} = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{i\varphi A} Z(\mu - i\varphi T) F(\mu - i\varphi T)}{\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} e^{i\varphi A} Z(\mu - i\varphi T)} \quad (\text{П4})$$

где  $F(\mu - i\varphi T)$  означает гиббсовское среднее величины  $F$ , вычисленное со сдвинутым химпотенциалом. По своему определению  $F(\mu - i\varphi T)$ ,  $Z(\mu - i\varphi T)$  являются периодическими функциями  $\varphi$  с периодом  $2\pi$ . Используя тождество

$$\ln Z(\mu - i\varphi T) = \ln Z(\mu) - i \int_0^{\varphi} d\xi N(\mu - i\xi T) \quad (\text{П5})$$

формулу (П4) можно представить в виде

$$\langle\langle F \rangle\rangle = \frac{\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} F(\mu - i\varphi T) \exp \left( -i \int_0^{\varphi} d\xi [N(\mu - i\xi T) - A] \right)}{\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \exp \left( -i \int_0^{\varphi} d\xi [N(\mu - i\xi T) - A] \right)} \quad (\text{П6})$$

Положим  $A = N(\mu)$ . В показателе экспонент стоит функция вида  $N(\mu) f(\varphi)$ , где их функция  $f(\varphi)$  зависит только от экстенсивных параметров  $\mu$  и  $T$ . Предполагая, что  $F(\mu - i\varphi T)$  медленно меняется в окрестности точки  $\varphi = 0$ , вычислим интегралы в (П6) методом перевала. В результате получим

$$\begin{aligned} \langle\langle F \rangle\rangle &\approx F(\mu) - \frac{1}{2} \frac{T}{\frac{\partial N}{\partial \mu}} \frac{\partial^2 F(\mu)}{\partial \mu^2} + \frac{1}{2} \frac{T \frac{\partial^2 N}{\partial \mu^2}}{\left( \frac{\partial N}{\partial \mu} \right)^2} \frac{\partial F(\mu)}{\partial \mu} = \\ &= F(\mu) - \frac{1}{2} \sigma_N^2 \frac{\partial^2 F}{\partial N^2} \end{aligned} \quad (\text{П7})$$

где  $\sigma_N^2 = T \frac{\partial^2 N}{\partial \mu^2}$  — дисперсия числа частиц в ансамбле Гиббса. В частности, полагая  $\hat{F} = \hat{N}^2$ , получим

$$\langle\langle \hat{N}^2 \rangle\rangle = \{N^2(\mu)\} + \left\{ T \frac{\partial N}{\partial \mu} \right\} \approx N^2(\mu) - T \frac{\partial N}{\partial \mu} + \left\{ T \frac{\partial N}{\partial \mu} \right\} = N^2(\mu)$$

с точностью до членов  $\sim 1$ , так что для дисперсии числа частиц с этой же степенью точности получим

$$\langle\langle \hat{N}^2 \rangle\rangle - \langle\langle \hat{N} \rangle\rangle^2 = 0$$

Для дисперсии  $\sigma_{N\Omega}^2$  числа частиц  $N_{\Omega}$  в выделенном внутри системы объеме  $\Omega$  будем иметь

$$\sigma_{N\Omega}^2 = \langle\langle \hat{N}_{\Omega}^2 \rangle\rangle - \langle\langle \hat{N}_{\Omega} \rangle\rangle^2 = \{N_{\Omega}^2(\mu)\} + \left\{ T \frac{\partial N_{\Omega}}{\partial \mu} \right\} - \{N_{\Omega}(\mu)\}^2 + \{\sigma_{N\Omega}^2(\mu)\} \quad (\text{П8})$$

где  $\sigma_{N\Omega}^2(\mu)$  соответствует второму слагаемому в формуле (36), вычисленному с фермиевской функцией распределения (49). Вторым

член в формуле (П8) после несложных преобразований можно представить в виде

$$\left\{ T \frac{\partial N_{\Omega}}{\partial \mu} \right\} = N(\mu) \{ N_{\Omega}(\mu) \} - \{ N(\mu) N_{\Omega}(\mu) \} \quad (\text{П9})$$

Воспользовавшись формулой (П7) и учитывая, что  $\frac{\partial N_{\Omega}}{\partial N} = x = \frac{\Omega}{V}$  получим

$$\sigma_{\Omega}^2 = \sigma_N^2 x(1-x) + \{ \sigma_{\kappa\epsilon}^2(\mu) \} \quad (\text{П10})$$

В классическом пределе  $T \gg \epsilon_F$  квантовые флуктуации исчезают ( $\sigma_{\kappa\epsilon}^2(\mu) = 0$ ) и из (П10) получим известное выражение для дисперсии числа частиц в выделенном объеме идеального газа [28/

$$\sigma_{\Omega}^2 = N x(1-x) = \frac{\bar{N}_{\Omega} \bar{N}_{\Omega'}}{N}, \quad T \gg \epsilon_F$$

При малых температурах  $\sigma_N = T \frac{\partial N}{\partial \mu} = \frac{3}{2} N \frac{T}{\epsilon_F}$ , так что первое слагаемое (П10) воспроизводит ранее полученный вклад статистических флуктуаций (см. формулу (56)).

Рассмотрим температурную зависимость  $\{ \sigma_{\kappa\epsilon}^2(\mu) \}$ . Сразу же заметим, что учет поправок  $\sim 1/N$  здесь не обязателен, поэтому можно считать, что

$$\{ \sigma_{\kappa\epsilon}^2(\mu) \} = \sigma_{\kappa\epsilon}^2(\mu)$$

Для однородного идеального газа функция  $g_0(r)$  с точностью до членов, пропорциональных  $\sim T^3$ , при любых  $r$  имеет вид

$$g_0(r) = -\frac{\lambda}{\pi r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\sin p_{\mu} r}{\hbar(\pi \lambda r)} \right) + \frac{(mT)^2}{2\pi^2 p_{\mu}} \frac{\sin p_{\mu} r}{p_{\mu} r} \frac{\partial^2}{\partial d^2} \left( \frac{\pi d}{\hbar \pi d} \right) \quad (\text{П11})$$

где  $d = \lambda r$ ,  $\lambda = \frac{\pi T}{v_F}$ ,  $p_{\mu} = \sqrt{2m\mu}$ . При  $r > r_T = \frac{v_F}{\pi T}$  функция  $g_0(r)$  экспоненциально мала (корреляции за счет принципа Паули разрушаются тепловыми флуктуациями), при  $r \lesssim r_T$  с этой же степенью точности имеем

$$g_0(r) = \frac{p_F^2}{\pi^2 r} j_2(p_F r) - \frac{1}{6} (mT)^2 r j_1(p_F r) \quad (\text{П12})$$

Здесь учтена зависимость  $p_{\mu}$  от температуры ( $p_{\mu} = p_F - \frac{\pi^2 (mT)^2}{6 p_F^3}$ ). Применительно к двойной системе, разложение (П12) справедливо, если температура  $T$  не слишком превышает значения

$$T_0 = \frac{v_F}{\pi^2 r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})} = \frac{17}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \text{ МэВ}$$

При характерных для глубоко-неупругих столкновений значений температур ( $T \lesssim 2$  МэВ) формула (П12) справедлива практически для всех ядер. Подставляя (П12) в (38) для геометрии слоя в пределе  $p_F L_1 \gg 1$ ,  $p_F L_2 \gg 1$  получим поправку к формуле (40)

$$\delta \sigma_{\Omega}^2 = -\frac{3}{4} \frac{S \rho_0}{\pi p_F} \left( \frac{L}{r_T} \right)^2 \left[ x(1-x) + \frac{1}{3} x^2 \ln x + \frac{1}{3} (1-x)^2 \ln(1-x) \right]$$

где  $x = \frac{L_1}{L} = \frac{L_1}{L_1 + L_2}$ . Относительный вклад этой поправки к значению  $\sigma_{\kappa\epsilon}^2$  при  $T=0$  не превышает величины

$$0.13 \left( \frac{L}{r_T} \right)^2 \frac{1}{\ln \left( p_F \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \right)}$$

что составляет не более 5-10%.

Л и т е р а т у р а :

1. Volkov V.V., Phys. Rep., 1978, 44, 93.
2. Gatty B., Guerreau D., Lefort M., et. al., Z. Phys., 1975, A273, 65.
3. Shhröder W.U., Huizenga J.R., Ann. Rev. Nucl. Sci., 1977, 27, 465.
4. Breuer H., Glagola B.G., Viola V.E., et. al., Phys. Rev. Lett., 1979, 43, 191.
5. Riedel C., Wolschin G., Nörenberg W., Z. Phys., 1979, A290, 47.
6. Berlabger M., Gobbi A., Hanappe F., et. al., Z. Phys., 1979, A291, 133.
7. Wirth G., Brüchle W., Gäggeler H., et. al., Proc. Intern. Workshop on Gross Properties of Nuclei and Nuclear Excitations, VII, Hirschegg, Austria, Jan. 1979, INKA-Conf.-79-001-003. Poitou J., Lucas R., Kratz J.V., et. al., Phys. Lett., 1979, B88, 69.
8. Magnerey A.C., Viola V.E., Breuer H., et. al., Preprint, ORO-5172-16, April 1980.
9. Brosa U., Krappe H.J., Z. Phys., 1978, A284, 65.
10. П.Н.Исаев, препринт ИЯФ 80-178, Новосибирск, 1980.
11. Moretto L.G., Sventek J., Mantzouranis G., Phys. Rev. Lett., 1979, 42, 563.
12. Samaddar S.K., Sobel M.I., Phys. Lett., 1979, B82, 191.
13. Chiang T.H., Guerreau D., Anger P., et. al., Phys. Rev., 1979, C20, 1408.
14. Moretto L.G., Albiston C.R., Mantzouranis G., Phys. Rev. Lett., 1980, 44, 924.
15. П.Н.Исаев, препринт ИЯФ 80-177, Новосибирск, 1980.
16. С.Т.Беляев, В.Г.Зелевинский, ЯФ, 1972, 16, 1195.
17. Zelevinsky V.G., Nucl. Phys., 1980, A333, 40.
18. В.Г.Зелевинский, Материалы XII зимней школы ЛИЯФ, Ленинград, 1977, с.53.
19. Nörenberg W., Phys. Lett., 1974, B52, 289.
20. Н.А.Черданцев, В.Е.Маршалкин. Изв.АН СССР, сер.физ., 1966, 30.  
Fink H.J., Greiner W., Gupta R.K., et. al., Proc. of the Intern. School on Nucl. Phys., Predeal, Romania, Sept. 1974, Bucharest, 1976.
21. П.Н.Исаев, препринт ИЯФ 80-176, Новосибирск, 1980.

22. Б.А.Румянцев, Материалы XII зимней школы ЛИЯФ, Ленинград, 1977, с.97.
23. Д.Пайнс, Ф.Нозкер. Теория квантовых жидкостей, "Мир", 1967.
24. Vandenbosch R., Huizenga J., Nuclear Fission, Acad. Press, New-York & London, 1973.
25. Clerc H.G., Lang W., Wohlfarth H., et. al., Proc. 4-th Symp. on Physics and Chemistry of Fission, Jülich, 1979, ( IAEA, Vienna), in press.
26. Asghar M., Z. Phys., 1980, A269, 79.
27. Green A.E.S., Engler N.A., Phys. Rev., 1953, 91, 40.
28. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Статистическая физика, "Наука", 1964.