

17

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

О ВЛИЯНИИ МАКРОСКОПИЧЕСКИХ ФАК-
ТОРОВ НА ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ
ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЭЛЕКТРОНА С
ПОЗИТРОНОМ

ПРЕПРИНТ 81 - 23



О ВЛИЯНИИ МАКРОСКОПИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ НА ТОРМОЗНОЕ
ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ЭЛЕКТРОНА С ПОЗИТРОНОМ

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

А Н Н О Т А Ц И Я

Анализируется процесс тормозного излучения при столкновении электрона и позитрона (электрона) высокой энергии, изучаемый в экспериментах на встречных пучках. Поскольку существенны малые передачи импульса (от одной заряженной частицы к другой), соответствующие большим (макроскопическим) расстояниям, то на процесс могут влиять внешние факторы, приводящие к уменьшению вклада минимальных передач импульса. В результате сечение оказывается заметно меньше, чем вычисленное согласно стандартным правилам квантовой электродинамики. Рассмотрены следующие факторы: наличие внешнего поля в месте взаимодействия частиц, ограниченные размеры прямолинейных промежутков, в которых сталкиваются частицы, конечность поперечных размеров встречных пучков, упругое рассеяние на частицах встречного пучка в течение процесса излучения, влияние встречного пучка как среды. С логарифмической точностью найдено сечение процесса с учетом всех этих факторов. Для всех современных накопителей доминирующую роль играет упругое рассеяние на частицах встречного пучка, причем в типичных условиях эксперимента при отношении энергий фотона и электрона $\omega/\epsilon \approx 10^{-4}$ эффект превышает 30%.

ON THE INFLUENCE OF MACROSCOPIC FACTORS ON
BREMSSTRAHLUNG IN ELECTRON-POSITRON COLLISIONS

V.N.Baier, V.M.Katkov, V.M.Strakhovenko

Institute of Nuclear Physics,
630090, Novosibirsk, USSR

A b s t r a c t

The bremsstrahlung process in high energy electron-positron (electron) collisions for colliding beam experiments is analysed. Small momentum transfers from one charged particle to the other are significant, which correspond to long (macroscopic) distances, and as a consequence, the process may be affected by external factors. This leads to a decrease of the contribution from minimal momentum transfers. The resulting cross section turns out to be much smaller than that calculated according to the standard rules of QED. The factors under consideration are: the presence of an external field at the point of particle interaction, limited sizes of rectangular straight sections in which the particles collide, the finiteness of the transverse dimensions of colliding beams, elastic scattering on the colliding beam particles during the radiation process, the influence of a colliding beam as medium. The cross section of the process under study is found within logarithmic accuracy with due regard for all these factors (see Eqs.(2),(9)). For all present-day storage rings, it is the elastic scattering on the colliding beam particles that plays a dominate role. Under typical experimental conditions, if the ratio of photon and electron energies is $\omega/\varepsilon = 10^{-4}$, the effect is larger than 30%. Curve 2 in Figure presents this effect for $\varepsilon = 1.84$ GeV and particle density is $n = 5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$; curve 1 is the standard QED cross section, both cross sections are presented in units of the standard one at $\omega/\varepsilon = 10^{-4}$.

I. Как известно, в формирование основной части тормозного излучения при столкновении релятивистских частиц доминирующий вклад дают малые передачи импульса (от одной заряженной частицы к другой) $|q^2| \ll m^2$. Сечение тормозного излучения при столкновении электрона с позитроном (электроном), для излучения каждой из частиц, с логарифмической точностью можно представить в виде:

$$(I) \quad d\sigma = \frac{2\alpha^3}{m^2} \left(1 - \frac{\omega}{\varepsilon}\right) \frac{d\omega}{\omega} \left(\nu - \frac{2}{3}\right) \int_{q_m^2}^{m^2} \frac{d|q^2|}{|q^2|}$$

где $\varepsilon(m)$ - энергия (масса) сталкивающихся частиц,

$\nu = \left(1 - \frac{\omega}{\varepsilon}\right) + \left(1 - \frac{\omega}{\varepsilon}\right)^{-1}$, $q_m = \frac{\omega m^3}{4\varepsilon^2(\varepsilon - \omega)}$ - минимальное значение переданного импульса при излучении фотона с частотой ω .

В эксперименте по изучению тормозного излучения, проведенном на электрон-позитронном накопителе ВЭПП-4 в Институте ядерной физики СО АН СССР в Новосибирске, наблюдалось отклонение формы спектра от полученного в стандартном квантовоэлектродинамическом расчете. Этот результат стимулировал рассмотрение влияния различных факторов на сечение тормозного излучения.

В типичных условиях эксперимента на встречных электрон-позитронных пучках характерные длины, соответствующие q_m могут быть достаточно велики, так что обсуждаемый процесс может быть использован для проверки применимости квантовой электродинамики на больших расстояниях. Например, при энергии $\varepsilon = 2$ ГэВ и $\omega/\varepsilon = 10^{-4}$ имеем $l_1 \sim q_m^{-1} \sim 25$ см, $l_2 \sim \frac{\varepsilon}{m} l_1 \sim 10^5$ см. В такой ситуации на процесс могут оказывать влияние различные факторы, приводящие к уменьшению вклада минимальных передач импульса. К ним относятся: наличие внешнего поля в месте взаимодействия частиц, ограниченные размеры прямолинейных промежутков, в которых сталкиваются частицы, конечность поперечных размеров встречных пучков, упругое рассеяние на частицах встречного пучка, влияние встречного пучка как среды. Обратим внимание, что указанные факторы влияют прежде всего на излучение виртуального фотона, которым обмениваются заряженные частицы, где они в ε^2/m^2 раз усилены, по сравнению с влиянием их непосредственно на излучающий электрон ^{1/1}.

Эти факторы могут быть учтены в сечении тормозного излучения, если в формуле (1) заменить q_m^2 на некоторое q_{ef}^2 , соответствующее низким значениям переданного импульса, для которых дифференциальное по переданному импульсу сечение имеет вид $d\sigma \sim \frac{d^2 q_{ef}}{q_{ef}^2}$. Тогда интересующее нас сечение можно с логарифмической точностью представить в виде:

$$(2) \quad d\sigma = \frac{2\alpha^3}{m^2} \left(1 - \frac{\omega}{\epsilon}\right) \frac{d\omega}{\omega} \left(\nu - \frac{2}{3}\right) \epsilon_n \frac{m^2}{q_{ef}^2}$$

Сечение в форме (2) для случая, когда электрон и позитрон сталкиваются во внешнем магнитном поле, было получено ранее в работах [1, 2]. Итак, дальнейшая задача сводится к вычислению q_{ef}^2 в разных ситуациях.

2. Рассмотрим случай, когда процесс происходит во внешнем (для определенности, магнитном) поле. Пусть q — 4-импульс виртуального фотона, q_H — импульс, переданный частице полем H за время формирования виртуального фотона, T, P — 4-импульсы частицы, излучающей виртуальный фотон. Поскольку излучение виртуальной частицы не влияет на движение частицы в поле, то используя законы сохранения $(P + q_H)^2 = m^2$, $(P + q + q_H)^2 = m^2$, имеем следующее уравнение на q_{ef}^2 ($q_{ef}^2 > 0$):

$$(3) \quad -q_{ef}^2 + \frac{m^2 q_0^2}{\epsilon^2} + \frac{q_0^2 q_H^2}{\epsilon^2} = 0$$

Учитывая, что время формирования $T \approx \frac{2q_0}{q_{ef}^2}$, $q_0 = \frac{\omega m^2}{4\epsilon(\epsilon - \omega)}$ — характерная частота виртуального фотона, $q_H \sim eHT$ и вводя параметр $a = \frac{eH\epsilon^2}{m^2 q_0} = \frac{\chi \epsilon}{q_0}$ ($\chi = \frac{H\epsilon}{H_0 m}$, $H_0 = m^2/e = 4.4 \cdot 10^{13}$ э) представим (3) в виде:

$$(4) \quad -z + 1 + \frac{4a^2}{z^2} = 0$$

где $z = \frac{q_{ef}^2}{q_m^2}$. При $a \ll 1$ имеем $z \approx 1$, т.е. $q_{ef}^2 \approx q_m^2$ и влиянием магнитного поля на процесс излучения можно пренебречь. В обратном случае $a \gg 1$ имеем из (4) $z \sim a^{2/3}$, при этом $q_{ef}^2 = (4a^2)^{3/2} q_m^2 \gg q_m^2$, наличие магнитного поля существенно уменьшает сечение тормозного излучения. Этот круг вопросов детально рассмотрен в работах [1-3].

3. В работе [4] было отмечено, что если длина формирования виртуального фотона $\ell_{||}$ превосходит размер прямолинейного промежутка и копительного кольца, в котором ставится эксперимент, то, даже в отсутствие поля в этом промежутке, будет происходить эффективное увеличение минимальной передачи импульса, что, в свою очередь, приведет к уменьшению сечения тормозного излучения. В этой задаче необходимо также учитывать характер движения вне прямолинейного промежутка.

Рассмотрим случай, когда прямолинейный промежуток имеет длину L , а вне его движение происходит по траектории с радиусом кривизны R . Тогда полная длина ℓ , на которой электрон может взаимодействовать с виртуальным фотоном определяется соотношением

$$\ell = L + R q_{ef} / q_0$$

С другой стороны из выражения для времени формирования виртуального фотона имеем

$$q_{ef}^2 = q_m^2 + q_0 / \ell$$

Из этих двух соотношений получаем следующее уравнение для $z = \frac{q_{ef}^2}{q_m^2}$

$$(5) \quad (z - 1) \left(\frac{L}{\ell_{||}} + \frac{\sqrt{z}}{A} \right) = 1$$

где $\ell_{||} = \frac{\epsilon^2}{m^2 q_0} = \frac{\epsilon}{m q_m}$, $A = \frac{\epsilon^3}{m^3 R q_0}$. С нужной нам точностью решение уравнения (5) можно записать в форме

$$(6) \quad z \approx 1 + A^{2/3} \left(1 + A^{2/3} L / \ell_{||} \right)^{-1}$$

Из формулы (6) видно, что в случае $A^{2/3} L / \ell_{||} \gg 1$, $z = 1 + \frac{\ell_{||}}{L}$ и эффект исчезает при $\ell_{||} \ll L$ и проявляется при $\ell_{||} \gg L$ (в этом случае длина прямолинейного промежутка большая, а дополнительные вклады участков траектории в поворачивающих магнитах малы и несущественны). В обратном случае, $A^{2/3} L / \ell_{||} \leq 1$, $z \approx 1 + A^{2/3}$, при $A^{2/3} \ll 1$ эффект исчезает, а при $A^{2/3} \gg 1$ совпадает с рассмотренным в пункте 2 (в этом случае определяющую роль играют участки траектории в магнитном поле).

4. К уменьшению сечения тормозного излучения приводит также ограниченность поперечных размеров встречных пучков (на возможность влияния поперечных размеров пучков обратил наше внимание

Ю.А.Тихонов). Пусть поперечные размеры сталкивающихся пучков есть $\vec{\sigma}_1(\sigma_{1x}, \sigma_{1z})$ и $\vec{\sigma}_2(\sigma_{2x}, \sigma_{2z})$. Тогда характерные относительные расстояния между сталкивающимися частицами будут $\vec{\rho}_1 \ll \vec{\Sigma}$, $\Sigma_z^2 = \sigma_{1z}^2 + \sigma_{2z}^2$, $\Sigma_x^2 = \sigma_{1x}^2 + \sigma_{2x}^2$. Из соотношения неопределенности находим

$$(\Delta \vec{q}_1)^2 \geq \frac{1}{\Sigma_z^2} + \frac{1}{\Sigma_x^2}$$

Отсюда имеем для

$$(7) \quad q_{ef}^2 = q_m^2 + \left(\frac{1}{\Sigma_z^2} + \frac{1}{\Sigma_x^2} \right)$$

Из формулы (7) следует, что q_{ef}^2 определяется наименьшим из размеров Σ_z, Σ_x . Пусть, например, $\Sigma_z \ll \Sigma_x$, тогда при столкновении пучков с существенно отличающимися размерами $\vec{\sigma}_{(1,2)z}$, эффект определяется наибольшим из $\vec{\sigma}_{(1,2)z}$.

5. Еще одним важным фактором, приводящим к уменьшению сечения тормозного излучения является взаимодействие излучающего виртуальный фотон электрона с частицами встречного пучка. За время формирования виртуального фотона этот электрон испытывает упругое рассеяние. С принятой точностью можно ограничиться следующими оценками. Вероятность того, что в единицу времени передача импульса будет больше чем $1/q^2$ дается величиной $4\pi\alpha^2 n / q^2$, где n — плотность частиц во встречном пучке. Тогда q_{ef}^2 определяется из условия, что полная вероятность за время $\tau \approx 2q_0/q_{ef}^2$ будет порядка единицы:

$$8\pi\alpha^2 n q_0 / q_{ef}^4 \sim 1$$

Отсюда

$$(8) \quad q_{ef}^2 \approx Q^2 \equiv \sqrt{8\pi\alpha^2 n q_0}$$

Очевидно, что величина Q^2 растет с ростом частоты фотона и плотности n .

6. Для виртуального фотона встречный пучок можно рассматривать как среду с диэлектрической постоянной $\epsilon(\omega) = 1 + \omega_0^2/\omega^2$, где $\omega_0^2 = 4\pi\alpha n/m$, при распространении в которой могут нарушаться фазовые соотношения, определяющие излучение виртуального фотона.

Если $\omega_0^2 \gg q_m^2$, то эффект можно характеризовать $q_{ef}^2 \sim \omega_0^2$ и он также приводит к уменьшению сечения тормозного излучения.

7. При одновременном учете всех рассмотренных выше факторов можно воспользоваться выражением для сечения тормозного излучения (2), куда в качестве q_{ef}^2 надо подставить величину

$$(9) \quad q_{ef}^2 = q_m^2 \left[1 + \frac{A^{2/3} (1 + a^{2/3} L / e_{II})}{(1 + A^{2/3} L / e_{II})} + \frac{1}{q_m^2} \left(\frac{1}{\Sigma_z^2} + \frac{1}{\Sigma_x^2} \right) + \frac{Q^2 + \omega_0^2}{q_m^2} \right]$$

где все входящие величины определены выше, причем в a надо подставлять величину магнитного поля в прямолинейном промежутке

L .

В упомянутом в начале работы эксперименте на ВЭШ-4 из рассмотренных выше факторов доминирующим является упругое рассеяние на частицах встречного пучка, рассмотренное в пункте 5. Аналогичная ситуация имеет место для всех современных накопителей электронов и позитронов (для частот $\frac{\omega}{\epsilon} > 10^{-6}$). На рис. I приведено стандартное сечение квантовой электродинамики (кривая 1) для энергии $\epsilon = 1,84$ ГэВ и сечение, рассчитанное по формуле (2), куда в качестве q_{ef}^2 подставлено Q^2 (8) для той же энергии и для плотности электронов $n = 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-3}$ (кривая 2). Обе кривые нормированы на стандартное сечение при $\omega/\epsilon = 10^{-4}$, принятые параметры соответствуют экспериментальным. Кривая 2 находится в удовлетворительном согласии с экспериментом.

Полный анализ основных эффектов (со степенной точностью) будет опубликован в другом месте.

Л и т е р а т у р а

1. В.Н.Байер, В.М.Катков. ДАН СССР, т.207, 68 (1972).
2. В.М.Катков, В.М.Страховенко. Ядерная физика т.25, 1245 (1977).
3. В.М.Катков, В.М.Страховенко. Ядерная физика, т.32, 1067, (1980).
4. В.М.Катков, В.М.Страховенко. ДАН СССР т.231, 582 (1976).

