

45

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

П.Б.Лысянский, М.А.Тиунов, Б.М.Фомель

РАСЧЁТ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В  
АМБИПОЛЯРНОЙ ЛОВУШКЕ МЕТОДОМ  
ПРЯМОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ

ПРЕПРИНТ 81 - 65





РАСЧЕТ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В АМБИПОЛЯРНОЙ  
ЛОВУШКЕ МЕТОДОМ ПРЯМОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО  
МОДЕЛИРОВАНИЯ

П.Б.Лысянский, М.А.Тиунов, Б.М.Фомель

А Н Н О Т А Ц И Я

Плазма открытой магнитной ловушки моделируется ансамблем пробных частиц. Поперечное дрейфовое движение частиц в аксиально-несимметричных магнитных полях описывается методом конечных преобразований. Эффекты столкновений моделируются случайными изменениями векторов скоростей пробных частиц, что соответствует их рассеянию на "фоновой" плазме. В модели учитываются продольные и поперечные потери и инжекция атомарных пучков. В результате моделирования получены величины и характеристики потоков продольных и поперечных потерь, температура ионов и радиальный профиль плотности плазмы в центральной части амбиполярной ловушки АМБАЛ.

PLASMA TRANSPORT CALCULATIONS IN AMBIPOLAR TRAP  
BY THE DIRECT MONTE CARLO SIMULATIONS

P.B.Lysyansky, M.A.Tiunov, B.M.Fomel

A B S T R A C T

The open magnetic trap plasma is simulated by the ensemble of test particles. A method of mapping was developed to calculate the drift motion in the real non-axisymmetric magnetic field. The collisions are simulated by random-changes of the test particles' velocities in accordance with their scattering on the background plasma. The radial and axial losses and neutral injection are taken into account. The values and characteristics of the axial and radial losses, the ions temperature and the radial profile of plasma density are the results of the calculations.



## 1. Введение

При проектировании в Институте ядерной физики СО АН СССР магнитной ловушки с амбиполярными пробками "АМБАЛ" [1,2] рассматривался вопрос о влиянии на время жизни плазмы поперечного переноса, теория которого дана в работах [3,4]. Проведенные в работах [5,6] оценки величины поперечного переноса в амбиполярных ловушках указывают на возможность недопустимо больших потерь плазмы и сильную зависимость их величины от конфигурации магнитного поля ловушки. В работах [5-7] была показана возможность исследования поперечной диффузии плазмы методами моделирования движения отдельных частиц. В настоящей работе для изучения и расчета процессов переноса в плазме реальных ловушек используется разработанный авторами метод прямого статистического моделирования.

Поперечный перенос в плазме определяется дрейфовым движением заряженных частиц в стационарном электромагнитном поле ловушки и столкновениями частиц. Для расчета дрейфового движения частиц в реальном аксиально-несимметричном электромагнитном поле разработан метод конечных преобразований, позволяющий находить поперечные сдвиги частиц без расчета их продольного движения. Применение конечных преобразований существенно сокращает время численного расчета траекторий движения частицы по сравнению с решением дрейфовых уравнений движения.

Эффекты столкновения частиц в плазме моделируются случайными изменениями вектора скорости заряженной частицы, что соответствует её рассеянию на "фоновой" плазме.

Объединение метода конечных преобразований с моделью рассеяния частицы и включение потерь и инжекции частиц позволило создать адекватную поставленной задаче модель плазмы реальной ловушки. С помощью программы, реализующей эту модель, вычислены потоки частиц и энергии в аксиальном и поперечном направлении, а также ионная температура и поперечный профиль плотности основной плазмы.

Следует отметить, что полученные результаты являются фактически решением четырехмерного кинетического уравнения методом статистического моделирования. Поэтому описанная методика может представить самостоятельный интерес и дать возможность решать



широкий класс задач кинетики плазмы, решение которых традиционными разностными методами вызывает определенные трудности.

## 2. Конечные преобразования для моделирования поперечного движения частиц

За предполагаемое время жизни плазмы в ловушке АМБАЛ ионы центрального пробкотрона совершают до  $10^4$ - $10^5$  пролетов между магнитными пробками. Численное интегрирование полных или дрейфовых уравнений движения заряженной частицы в реальных полях не представляется возможным по времени счета.

В настоящей работе предлагается метод определения поперечных по отношению к оси магнитной системы дрейфовых смещений ведущего центра частицы при пролете вдоль ловушки между точками отражения без вычисления её продольного движения. При этом используется то обстоятельство, что длина свободного пробега ионов основной плазмы амбиполярной ловушки много больше расстояния между пробками и, следовательно, параметры частицы мало меняются при пролете ловушки.

Для пояснения метода рассмотрим адиабатическое движение заряженной частицы в стационарных полях ловушки. При пролете между точками отражения частица пересекает медианную плоскость, ортогональную оси ловушки. Отметим последовательные положения точки пересечения этой плоскости ведущим центром частицы (изображающей точки) (см. Рис.1). Упоминаемые ниже величины ларморовского радиуса  $\rho$  и питч-угла  $\theta$  частицы относятся к этой плоскости. Если смещение изображающей точки после отражения мало по сравнению с радиусом плазмы, т.е. при движении вдоль ловушки ведущий центр частицы мало отклоняется от магнитной силовой линии, величину смещения в декартовой системе координат  $(x, y)$  медианной плоскости, следуя [8], можно найти из соотношений

$$\begin{aligned} \Delta x &= \rho \frac{\partial I}{\partial y} \\ \Delta y &= -\rho \frac{\partial I}{\partial x} \end{aligned} \quad (1)$$

где функция  $I$  находится интегрированием вдоль силовой линии магнитного поля от точки  $(x, y)$  медианной плоскости до точки отражения

$$I(x, y, \theta, \varphi) = \frac{1}{|v|} \int_0^{l_{отр}} v_{||} dl = \quad (2)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \int_0^{l_{отр}} \sqrt{\epsilon - \mu B - e\varphi} dl = \int_0^{l_{отр}} \sqrt{1 - \frac{B(l)}{B_0} \sin^2 \theta - \frac{e\varphi}{\epsilon}} dl$$

Здесь  $\epsilon = const$  - кинетическая энергия частицы;  $\mu = const$  - магнитный момент;  $B(l)$  - магнитное поле;  $B_0$  - магнитное поле на медианной плоскости;  $\varphi$  - потенциал электрического поля. Для простоты положим  $\varphi = 0$ .

Таким образом, если известна функция  $I(x, y, \theta)$ , с помощью преобразований (1) можно найти смещение изображающей точки без расчета продольного движения частицы. Значения функции  $I$  определяются численно в конечном количестве точек  $(x_n, y_m)$  для различных значений  $\theta_i$ . Существенно, что при нахождении интеграла (2) можно использовать запоминаемые вначале значения поля  $B(l)$  вдоль силовой линии и сократить время численного интегрирования по формуле (2) для магнитных полей сложной конфигурации. Функция  $I(x, y, \theta)$  аппроксимируется полиномом  $P_4(x, y, \theta)$  по методу наименьших квадратов:

$$I(x, y, \theta) \approx a_0(\theta) + \frac{a_1(\theta)}{2} x^2 + \frac{a_2(\theta)}{2} y^2 + \frac{a_3(\theta)}{4} x^4 + \frac{a_4(\theta)}{4} y^4 + \frac{a_5(\theta)}{2} x^2 y^2 \quad (3)$$

Нечетные степени исчезают из-за симметрии магнитного поля ловушки АМБАЛ. Более высокие степени опущены ввиду их малости в области существования плазмы  $x^2 + y^2 \leq r_{пл}^2$ . Коэффициенты  $a_i(\theta)$ ,  $i=1, 2, \dots, 5$  находятся для значений  $\theta$  в области  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  и линейно интерполируются. Подставляя (3) в (1) можно получить формулы конечного преобразования координат изображающей точки после пролета частицы между медианной плоскостью и точкой отражения:

$$\begin{aligned} x' &= x + \rho \cdot [a_2(\theta) y + a_4(\theta) y^3 + a_5(\theta) x^2 y] \\ y' &= y - \rho \cdot [a_1(\theta) x + a_3(\theta) x^3 + a_5(\theta) x y^2] \end{aligned} \quad (4)$$

где  $(x, y)$  - координаты старта,  $(x', y')$  - координаты после отражения. Конечное преобразование, соответствующее отражению от противоположной пробки ловушки, находится из условий симметрии



системы.

В некоторых режимах поперечного переноса плазмы в амбиполярных ловушках [3-6] необходимо учитывать проворот ведущего центра частицы вокруг оси ловушки, соответствующий дрейфу в скрещенных радиальном электрическом и продольном магнитном полях, а также градиентному дрейфу в магнитном поле из-за конечного  $\beta$ . Если этот дрейф происходит в длинной аксиально-симметричной средней части ловушки, его можно учесть с помощью конечного проворота изображающей точки:

$$\begin{aligned} x' &= x \cdot \cos(\Delta\psi) - y \sin(\Delta\psi) \\ y' &= x \sin(\Delta\psi) + y \cos(\Delta\psi) \end{aligned} \quad (5)$$

где угол проворота  $\Delta\psi$  является заданной функцией параметров частицы и модельного распределения полей в средней части ловушки.

Использование преобразований (4) и (5) позволило сократить время счета поперечного движения частиц минимум на 3 порядка по сравнению с временем счета полных или дрейфовых уравнений движения.

Для иллюстрации метода конечных преобразований на рис. 2 приведены сечения дрейфовых поверхностей частиц медианной плоскостью в реальном магнитном поле ловушки АМБАЛ, полученные с помощью конечных преобразований (4). Разные варианты по горизонтали соответствуют частицам с различнымpitch-углом или различным расстоянием от медианной плоскости ловушки до точки отражения.

### 3. Модель рассеяния частицы на фоновой плазме

Для учета рассеяния иона при движении в плазме разработана модель случайного изменения координат частицы в пространстве скоростей на малую величину. Аналогичное моделирование рассеяния независимо предложено в работе [9] для решения других задач.

Рассмотрим пробную заряженную частицу, движущуюся со скоростью  $\vec{v}$  в стационарной фоновой плазме с фиксированной функцией распределения  $f(\vec{v})$ . Для простоты рассматривается однородная по пространству плазма. Как показано в [10], процесс рассеяния частицы сорта  $\alpha$  в кулоновской плазме частиц

сорта  $\beta$  полностью определяется скоростями изменения во времени моментов:

$$\frac{d}{dt} \langle \Delta v_i \rangle^{ab} \equiv [\Delta v_i]^{ab} = - \left( 1 + \frac{m_\alpha}{m_\beta} \right) L^{ab} \frac{\partial \varphi_\beta}{\partial v_i} \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} \langle \Delta v_i \Delta v_j \rangle^{ab} \equiv [\Delta v_i \Delta v_j]^{ab} = - 2 L^{ab} \frac{\partial^2 \varphi_\beta}{\partial v_i \partial v_j}$$

где  $i, j$  - индексы компонент скорости частицы  $x, y, z$ ,  $L^{ab} = \Lambda \cdot \left( \frac{4\pi e_\alpha e_\beta}{m_\alpha} \right)^2$ ,  $\Lambda$  - кулоновский логарифм,  $m$  и  $e$  - массы и заряды частиц. Потенциальные функции  $\varphi_\beta(\vec{v})$  и  $\psi_\beta(\vec{v})$  определяются функцией распределения частиц фоновой плазмы:

$$\varphi_\beta(\vec{v}) = - \frac{1}{4\pi} \int \frac{f_\beta(\vec{v}')}{|\vec{v} - \vec{v}'|} d\vec{v}' \quad (7)$$

$$\psi_\beta(\vec{v}) = - \frac{1}{8\pi} \int |\vec{v} - \vec{v}'| \cdot f_\beta(\vec{v}') d\vec{v}'$$

В силу известной электростатической аналогии нахождение функций  $\varphi_\beta(\vec{v})$  и  $\psi_\beta(\vec{v})$  связано с решением уравнения Пуассона и не представляет принципиальных трудностей. В задаче о процессах переноса в амбиполярной ловушке плазма столкновительная, т.к. время жизни ее много больше электрон-электронных и ион-ионных времен рассеяния. В результате ионная и электронная компоненты плазмы имеют почти максвелловские распределения с различной температурой  $T_e > T_i$  [1,2]. В случае максвелловской функции распределения  $f_\beta(\vec{v})$  формулы (6) значительно упрощаются. Функция  $f_\beta(\vec{v})$  слабо искажается в узких областях фазового пространства из-за неклассического поперечного переноса [4] и в высокоэнергетичной части в областях конусов продольных потерь [11]. В этих условиях замена реальной функции распределения фоновых частиц максвелловской не вносит больших ошибок в результаты расчетов. Введем локальную систему координат, в которой скорость частицы в данный момент времени направлена вдоль оси  $Z$ . Тогда формулы (6) принимают вид:

$$\begin{aligned} [\Delta v_{||}]^{ab} &= - 2 \left( 1 + \frac{m_\alpha}{m_\beta} \right) G(x_\beta) \frac{v_{T\beta}}{v_0^{ab}} \\ [(\Delta v_{||})^2]^{ab} &= \frac{2 G(x_\beta)}{x_\beta} \frac{v_{T\beta}^2}{v_0^{ab}} \end{aligned} \quad (8)$$



$$[(\Delta v_{\perp})^2]^{ab} = \frac{2\{\Phi(x_{\varepsilon}) - G(x_{\varepsilon})\}}{x_{\varepsilon}} \frac{v_{Te}^2}{\tau_0^{ab}}$$

Здесь  $v_{\parallel}$  и  $v_{\perp}$  — параллельная и перпендикулярная вектору  $\vec{v}_a$  компоненты скорости частицы в локальной системе координат;

$v_{Te} = \sqrt{2T_e/m_e}$  — тепловая скорость фоновых частиц,  $x_{\varepsilon} = v_a/v_{Te}$  — относительная скорость пробных частиц;  $\tau_0^{ab} = \frac{m_a^2 T_e^{3/2}}{\sqrt{2} e_a^2 e_e^2 m_e^{3/2} n_e \Lambda}$  — характерное время столкновений. Функция Чандрасекара  $G(x)$  и интеграл ошибок  $\Phi(x)$  вычисляются интерполированием по таблице. Приращения компонент скорости за малое время  $\Delta t \ll \tau_0^{ab}$  при сохранении статистических характеристик (8) можно представить следующим образом:

$$\Delta v_z = [\Delta v_{\parallel}]^{ab} \Delta t + \xi_1 \sqrt{[(\Delta v_{\parallel})^2]^{ab} \Delta t} \quad (9)$$

$$\Delta v_{x,y} = \xi_{2,3} \sqrt{\frac{1}{2} [(\Delta v_{\perp})^2]^{ab} \Delta t}$$

где  $\xi_1, \xi_{2,3}$  — случайные числа со средним значением  $\langle \xi \rangle = 0$  и дисперсией  $\langle \xi^2 \rangle = 1$ . При численном моделировании используется датчик случайных чисел с однородным распределением. Зная направление вектора скорости  $\vec{v}_a$  пробной частицы до рассеяния, с помощью соотношений (9) легко находятся приращения компонент скорости частицы в лабораторной системе координат.

Используя аддитивность рассеяния, можно таким образом моделировать изменение со временем направления и величины скорости заряженной частицы сорта  $a$ , движущейся в многокомпонентной плазме.

#### 4. Статистическая модель для расчета процессов переноса в основной плазме амбиполярной ловушки

В расчетной программе модель поперечного движения частиц объединена с моделью рассеяния частиц на фоновой плазме. Для моделирования переноса в основной плазме ловушки АМБАЛ в качестве пробных частиц берутся ионы  $H^+$ . Фоновая плазма состоит из ионов  $H^+$  и электронов.

Для решения задачи запрограммирован следующий алгоритм. Одновременно стартуют  $N$  пробных частиц, распределенных по Максвеллу. За время  $\Delta t \ll \tau_0^{ii}$  изображающая точка каждой частицы совершает несколько перемещений в медианной плоскости ловушки, соответствующих пролетам частицы вдоль ловушки. Между пролета-

ми скорость частицы изменяется небольшими скачками, что соответствует рассеянию иона на малые углы на ионной и электронной компонентах фоновой плазмы с температурами  $T_i$  и  $T_e$ . После каждого сдвига изображающей точки проверяются параметры частицы. Если поперечные координаты частицы выходят за условный радиус плазмы  $r_{\text{п}}$  или энергия иpitch-угол ее при отражении от пробки попадают в зону аксиальных потерь, частица "теряется", а ее параметры запоминаются. Одновременно "инжектируется" новая частица с параметрами, соответствующими параметрам инжекции. Через время  $\Delta t$  производится статистическая обработка параметров вылетевших и оставшихся пробных частиц. В соответствии с условием самосогласования температура фоновой плазмы принимается равной  $\frac{2}{3} \langle \varepsilon \rangle$  ( $\langle \varepsilon \rangle$  — средняя энергия пробных частиц). После нескольких итераций устанавливается квазистационарное состояние. В результате расчета получаются температура ионов  $T_i$ , распределение плотности плазмы по радиусу  $n(r)$  и потоки потерь ионов вдоль и поперек магнитных силовых линий ловушки при заданной температуре электронов  $T_e$  и средней плотности плазмы  $\langle n \rangle$ .

Следует отметить, что в случае сильного отличия функции распределения от Максвелловской также можно решать самосогласованную задачу. При этом необходимо по функции распределения пробных частиц в процессе итераций находить функции (7). Как отмечалось выше, эта задача может быть сведена к решению уравнения Пуассона.

#### 5. Тестирование модели

Тестирование статистической модели плазмы амбиполярной ловушки состояло из двух частей:

1) Сравнение дрейфового движения заряженной частицы с конечными преобразованиями в модельном аксиально-несимметричном поле.

2) Проверка правильного описания столкновительных процессов в максвелловской плазме.

Для тестирования метода конечных преобразований была рассмотрена простейшая модельная геометрия аксиально-несимметричной магнитной ловушки (рис.3). Магнитное поле ловушки формируется двумя парами линейных проводников с током, которые помещены в однородное магнитное поле и расположены взаимно перпендикулярно. Смещение изображающей точки в медианной плоскости такой



ловушки после отражения заряженной частицы от магнитной пробки может быть записано следующим образом:

$$\Delta x_i = \rho F(\psi, \theta)$$

$$\Delta \psi = 0.$$

Численно исследовалась зависимость величины  $F(\psi, \theta)$  от питч-угла частицы и координаты  $\psi$ . На рис.4 приведены эти зависимости для ловушки длиной 300 см, расстоянием между проводниками 20 см и пробочным отношением  $R = 10$ , полученные численным интегрированием дрейфовых уравнений движения (точки) и методом конечных преобразований (непрерывные кривые).

Для тестирования модели рассеяния была решена задача о скорости выравнивания температур двух максвелловских групп ионов водорода при условии, что температура  $T_{i0}$  фоновых ионов поддерживается постоянной, а электрон - ионными столкновениями можно пренебречь ( $T_i \sim T_e$ ). Результаты расчетов сравнивались с аналитическим решением [10]:

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{T_{i0} - T_i}{\tau_T} \quad (10)$$

где  $T_i$  - температура пробных ионов, а  $\tau_T = \frac{3\sqrt{\pi}}{8} \tau_{oi}^{ii} (T_{i0} + T_i)$  релаксационное время выравнивания температур ( $\tau_{oi}^{ii}$  - характерное время ион-ионных столкновений). При расчетах были фиксированы следующие параметры плазмы:  $T_e = T_{i0} = 0,5 \text{ keV}$ ,  $T_i|_{t=0} = 0,2$ . На рис.5 приведены результаты расчетов (точки) и расчет по формуле (10) (непрерывные линии) при различных плотностях плазмы.

Дополнительным тестом модели столкновений послужили расчеты аксиальных потерь ионов основной плазмы ловушки АМБАЛ. Центральный пробкотрон ловушки моделировался прямоугольной магнитной и электростатической ямой. Продольные потери в такой ловушке описываются формулой Пастухова [11]:

$$\left\langle \frac{dn}{dt} \right\rangle = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{n}{\tau_{oi}^{ii}} \frac{R}{R+1} \frac{T_i}{e\varphi} \frac{\exp(-e\varphi/T_i)}{\ln(2R+2)} \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{T_i}{e\varphi} - \frac{1}{4} \left( \frac{T_i}{e\varphi} \right)^2 \right] \quad (11)$$

$$\langle \epsilon_{esc} \rangle = T_i + e\varphi$$

$\langle \epsilon_{esc} \rangle$  - средняя энергия вылетающих частиц, где  $\varphi$  - удерживающий потенциал,  $T_i$  - температура ионов. Все расчеты производились при  $T_e = 0,5 \text{ keV}$ ,  $e\varphi = 0,55 \text{ keV}$  и плотности плазмы  $n = 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . При этом исследовались зависимости аксиальных

потерь от параметра  $e\varphi/T_i$  при пробочном отношении  $R = 5$ . На рис.6 приведены полученные при численных расчетах (точки) и по формулам (11) (непрерывные кривые) значения  $(\frac{dn}{dt}) / (\frac{n}{\tau_{oi}^{ii}})$

Проведенные тесты показывают, что статистическая модель процессов переноса в амбиполярной ловушке хорошо описывает как радиальное движение, так и столкновения ионов основной плазмы.

#### Моделирование плазмы центрального пробкотрона ловушки

##### АМБАЛ

Магнитная система установки АМБАЛ функционально состоит из трех соосных пробкотронов. На рис.7 показана магнитная поверхность ловушки, соответствующая максимальному радиусу плазмы в центре и распределение магнитного поля вдоль оси. Ионы центральной плазмы удерживаются внутренними магнитными пробками концевых пробкотронов и амбиполярным потенциалом, максимумы которого находятся в их центрах [1,2]. Аксиальная несимметрия магнитных полей концевых пробкотронов (типа ИНЬ-ЯНЬ) приводит к искажениям формы дрейфовых поверхностей частиц в центральном пробкотроне. На рис.2 приведены сечения медианной плоскостью дрейфовых поверхностей частиц в вакуумном магнитном поле в порядке убывания величины питч-угла. Искажения формы дрейфовых поверхностей в концевых пробкотронах удалось устранить, изменив геометрию токовых шин.

Основной целью наших расчетов было изучение поперечного переноса ионов центральной плазмы, возникающего из-за искажений формы дрейфовых поверхностей [4].

Следует отметить, что слабая нелинейность градиента магнитного поля по радиусу приводит к очень большому радиальному "размаху" дрейфовых поверхностей (Рис.2) при движении частиц в магнитном поле установки без учета конечного давления плазмы и радиального электрического поля. В этом случае при малых частотах столкновений следует, скорее, говорить не о поперечной диффузии, а о дополнительных конусах потерь частиц в пространстве скоростей. Большая часть ионов в этих областях, не успевая рассеиваться, будет быстро покидать область удержания плазмы поперек магнитного поля. Радиальное электрическое поле симметризует дрейфовые поверхности и уменьшает поперечный перенос. Поэтому приводимые ниже результаты моделирования соответствуют максимальному поперечному переносу в случае неоклассической диффузии.



Оценки поперечных потерь в режиме плато, ожидаемому в центральном пробкотроне ловушки АМБАЛ показывают, что по порядку величины они сравнимы с продольными потерями. Поэтому поперечный перенос в неоклассическом режиме был исследован с помощью описанного выше прямого статистического моделирования.

Центральный пробкотрон моделируется прямоугольной магнитной и электростатической ямой. Пробные частицы — ионы  $H^+$  — рассеиваются на фоновой Максвелловской плазме, состоящей из  $H^+$  с температурой  $T_i$  и электронов с температурой  $T_e$ , и совершают поперечные перемещения согласно преобразованиям (4). Материальный баланс (полное количество пробных частиц) поддерживается инъекцией, и вместо вылетевшей в конус потерь или по радиусу частицы немедленно появляется новая с энергией и пичч-углом, соответствующими характеристикам инжектируемых в центральный пробкотрон атомарных пучков. Стартовый радиус инжектированной частицы определяется статистически с заданной функцией распределения плотности тока по радиусу. В данном случае ионизационная длина пробега инжектируемых атомов  $H^0$  больше поперечных размеров плазмы (случай "прозрачной" плазмы). Поэтому при моделировании принято, что вероятность инъекции на данном радиусе пропорциональна плотности плазмы в этой точке. Азимутально инъекция равновероятна.

В процессе итераций самосогласование происходит по температуре ионов  $T_i$  и радиальному распределению плотности (считается, что дрейфовое перемешивание приводит к азимутальной однородности) плазмы. При самосогласовании  $T_i$  заменяется "температурой" ансамбля пробных частиц, а ток инъекции и частота рассеяния частиц зависят от плотности плазмы на данном радиусе.

В проведенной серии расчетов были приняты следующие параметры ловушки:

Длина  $L = 400$  см;

Объем  $V = 376$  л;

Радиус в медианной плоскости  $r_0 = 30$  см;

Магнитное поле в центре  $B_0 = 2.1$  кгс;

Магнитное поле в области максимума амбиполярного

потенциала (в центрах концевых пробкотронов)  $B_k = 15$  кгс;

Максимальное магнитное поле  $B_{max} = 30$  кгс;

Отношение плотностей в концевом и центральном

пробкотронах  $n_k/n_0 = 3$ ;

Энергия инъекции  $H^0$   $\epsilon_{inj} = 200$  эВ.

Кроме того, для конечных преобразований (4) с помощью отдельных программ вычисляются функции  $Q_i(\theta)$  в вакуумном магнитном поле установки АМБАЛ.

Температура электронов  $T_e$  в амбиполярной ловушке определяется энергобалансом, условиями удержания и устойчивостью плазмы как в центральном, так и в концевых пробкотронах. В связи с невозможностью точного учета этих условий расчеты производились для нескольких значений  $T_e$  из возможного для АМБАЛ'а диапазона  $0,3 \leq T_e \leq 1$  кэВ. Средняя плотность плазмы задавалась в диапазоне  $0,3 \cdot 10^{13} \leq \langle n \rangle \leq 3 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup> при сохранении отношения  $n_k/n_0$ . Плотность плазмы на оси пробкотрона изменялась при этом от  $6 \cdot 10^{12}$  до  $10^{14}$  см<sup>-3</sup>.

В результате одного варианта расчета получаются:

Температура ионов  $T_i$ ;

Величины аксиальных и радиальных потерь ионов;

Энергетический спектр радиальных потерь;

Радиальный профиль плотности плазмы;

Средние энергии потоков.

На Рис.8+II приведены полученные зависимости. Поперечные потери, как видно на Рис.8 а,б, всюду меньше продольных, хотя и сравнимы по величине. При этом время жизни плазмы с учетом продольных и поперечных потерь в исследованной области колеблется от 7 до 35 мсек и больше соответствующих времен ион-ионного рассеяния минимум в 70 раз, что позволит с запасом продемонстрировать в эксперименте амбиполярное удержание.

Радиальные профили плотности плазмы для нескольких значений  $T_e$  показаны на Рис.9. Температура ионов  $T_i$  почти линейно зависит от  $T_e$ :  $T_i \approx 0,29 T_e + 0,05$  кэВ, и практически не зависит от плотности в исследованной области параметров плазмы.

Изменения параметров удержания  $\langle n \rangle \tau$  при изменении  $T_e$  и  $\langle n \rangle$  показаны на Рис.10, а,б. При увеличении температуры плазмы ( $T_e$  и  $T_i$ ), доля поперечных потерь возрастает (Рис.10, а), но полный ток потерь (Рис.8,а) падает в связи с уменьшением частоты столкновений.

Во всех проведенных расчетах исследовалась также зависимость  $T_i(r)$ . С точностью до нескольких процентов оказалось, что  $T_i$  практически не зависит от радиуса, что объясняется сильным радиальным перемешиванием ионов.



Отметим также эффект влияния конечной длины ловушки  $L$  на время продольного удержания плазмы, исследованный подробно в работе [9]. В наших расчетах вылет частицы в конус возможен только на торце ловушки. При этом время удержания увеличивается по сравнению со случаем, когда частица считается вылетевшей сразу по попадании ее параметров в конус потерь в координатах  $(v_{\parallel}, v_{\perp})$  независимо от ее пространственного положения. При большой длине свободного пробега  $\lambda_i > L$  этот эффект проявляется лишь для ловушек с большим пробочным отношением  $R \gg 1$ , так как при этом в  $R$  раз возрастает эффективная частота столкновений ионов (обратное время рассеяния иона на угол конуса потерь  $\Delta\theta_{LC} \propto 1/\sqrt{R}$ ). Для описания продольных потерь обычно используют формулы Пастухова (II), в которых не учитывается длина ловушки. Как показано в [9], границей применимости этих формул является условие на длину свободного пробега ионов с энергией, близкой к величине амбиполярного удерживающего потенциала:  $\lambda = RL$ . На Рис. II показано отношение продольного времени удержания  $\tau_{\parallel}$ , полученного с помощью моделирования, к продольному времени удержания  $\tau_{past}$ , полученного из формул (II) для ловушки АМБАЛ в указанной выше области параметров (отношение  $RL/\lambda$  изменяется при этом от 0.2 до 1.8).

#### Заключение

Прямое моделирование плазмы с помощью движения и рассеяния ансамбля пробных частиц является эффективным методом решения широкого круга кинетических задач. Разработанная модель плазмы центрального пробкотрона амбиполярной ловушки позволяет находить потоки аксиальных и радиальных потерь, радиальные распределения плотности и температуры ионов и энергетические спектры радиальных потерь в различных режимах работы ловушки. С помощью этой модели исследована область возможных параметров плазмы ловушки АМБАЛ. При необходимости, может быть учтен ряд дополнительных факторов: эффекты перезарядки, влияние радиального электрического поля, радиальную зависимость отношения  $n_k/n_0$  и, следовательно, амбиполярного потенциала, взаимодействие с ВЧ полями и т.д.

Созданная методика расчетов позволяет оценивать варианты магнитных систем плазменных ловушек с точки зрения величины поперечных потерь. Кроме того, в рамках модели можно находить раз-

личные характеристики плазмы и потоков частиц, что необходимо при интерпретации результатов измерений во время проведения экспериментов.

Авторы выражают благодарность Г.И.Димову за инициирование, поддержку и интерес к работе. Д.Д.Рятову и Г.В.Ступакову за очень полезные обсуждения и плодотворную критику.



Л и т е р а т у р а :

1. Г.И.Димов, В.В.Закайдаков, М.Е.Кишиневский. Физика плазмы, 2, 597, 1976.
2. Г.И.Димов, Г.В.Росляков. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 80-152, 1980.
3. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. Письма в ЖЭТФ, т.26, вып.2, 186, 1977.
4. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков, Физика плазмы, т.4, в.3, 501, 1978.
5. Б.В.Чириков. Физика плазмы, т.5, вып.4, 1979.  
М.Е.Кишиневский, П.Б.Лысянский, Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков, Б.М.Фомель, Б.В.Чириков, Г.И.Шульженко. Труды конференции по физике плазмы и УТС; 1978, 4II, IAEA, Vienna, 1979.
6. Ronald H.Cohen, Nuclear Fusion, 19, 1979, 1579.
7. О.М.Белоцерковский и др. ЖВМ и МФ, т.20, № 5, 1174, 1980.
8. А.И.Морозов, Л.С.Соловьев. В сб., Вопросы теории плазмы, вып.2, 177, 1963.
9. T.D.Rognlien, T.A.Cutler, Nuclear Fusion, 20, 1980, 1003.
10. Б.А.Трубников. В сб. Вопросы теории плазмы, вып.1, 98, 1963.  
Л.Спитцер. Физика полностью ионизованного газа, изд-во Мир, Москва, 1965.
- II. V.P.Pastukhov, Nuclear Fusion, 14, 1974, 3.

Подпись к рисункам:

- Рис.1. Медианная плоскость ловушки со следами пересечения ее ведущим центром частицы. Знаки + и • соответствуют разным направлениям продольной скорости.
- Рис.2. Сечения медианной плоскостью дрейфовых поверхностей частиц в центральном пробкотроне. Варианты пронумерованы в порядке убывания питч-угла.
- Рис.3. Модельная аксиально-несимметричная открытая магнитная ловушка.
- Рис.4. Зависимость смещения изображающей точки при отражении в модельной ловушке от стартового радиуса при разных питч-углах частицы. Непрерывные кривые соответствуют вычислениям с помощью конечных преобразований, точки - решениям дрейфовых уравнений движения.
- Рис.5. Релаксация "температуры" ансамбля пробных частиц, рассеиваемых на фоновой плазме с температурой 0,5 кев при разных плотностях. Непрерывные кривые получены по аналитическим формулам. Точки - результаты численного моделирования.
- Рис.6. Зависимость удержания ионов в амбиполярной ловушке от величины  $e\varphi/\tau_i$  при пробочном отношении  $R=5$ . Непрерывные кривые - расчет по формулам Пастухова. Точки - результаты численного моделирования.
- Рис.7. Распределение магнитного поля вдоль оси ловушки АМБАЛ. Магнитная поверхность, пересекающая медианную плоскость по окружности радиуса 30 см.
- Рис.8. Зависимость тока потерь в амперах от температуры электронов (а) и средней плотности плазмы (б).
- Рис.9. Радиальные профили плазмы при разных температурах электронов.
- Рис.10. Зависимость удержания от температуры электронов (а) и средней плотности плазмы (б).
- Рис.11. Зависимость относительного времени продольного удержания  $\tau_{||}/\tau_{past}$  от величины  $RL/\lambda$ .



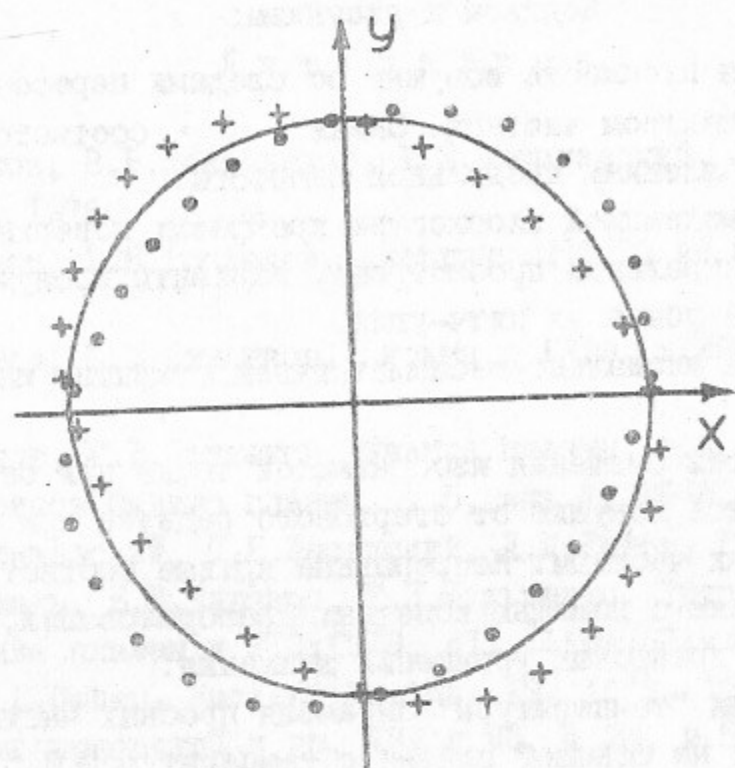


Рис.1

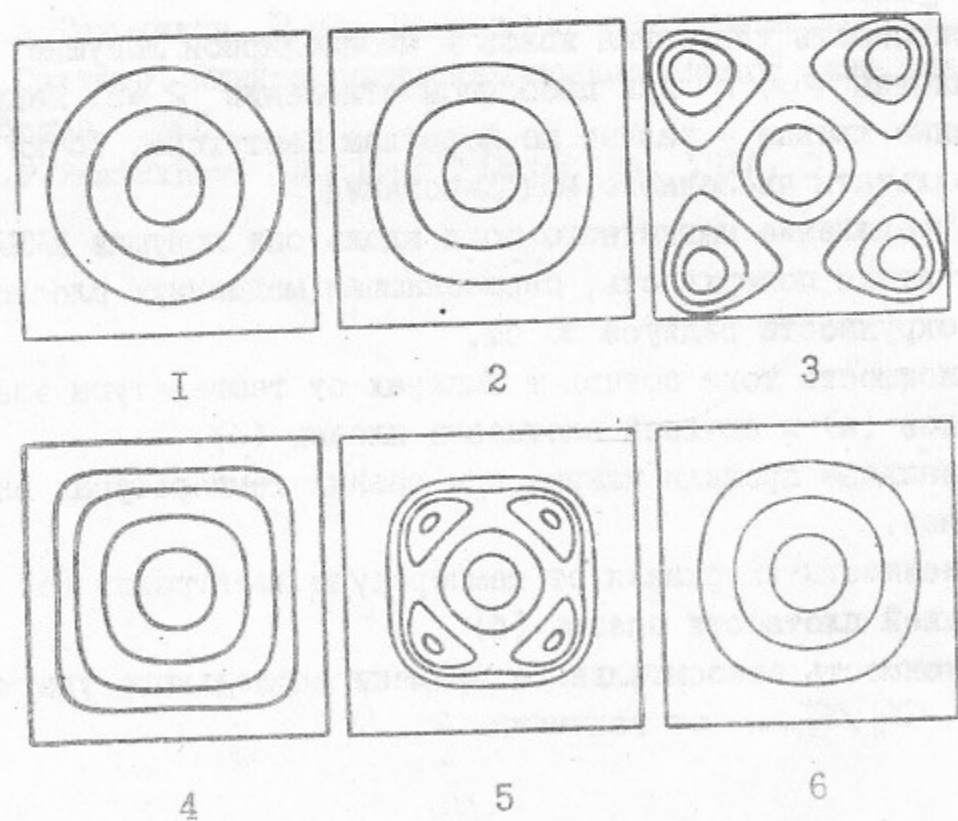


Рис.2

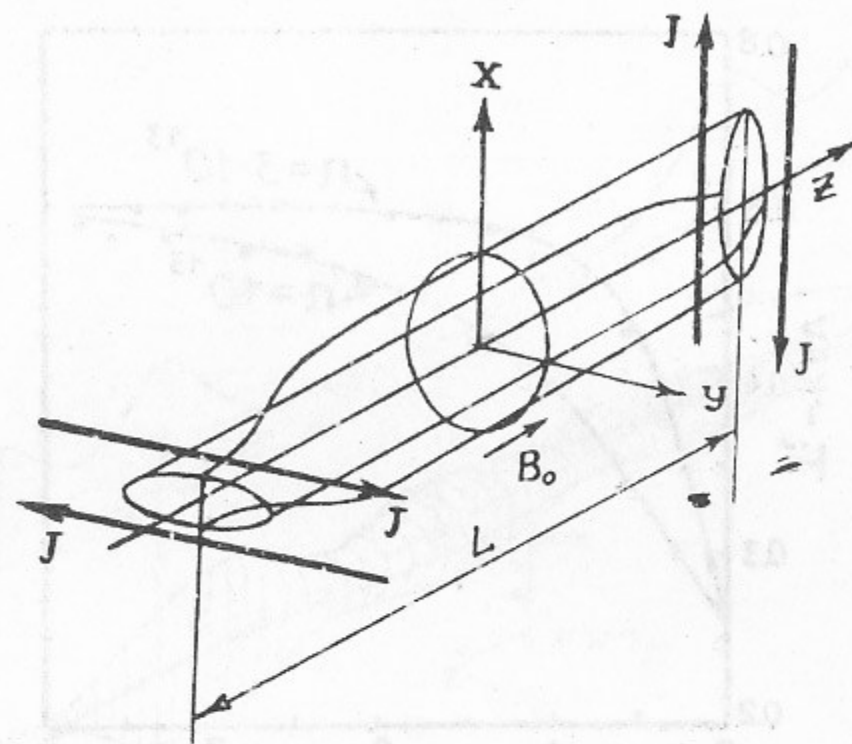


Рис.3

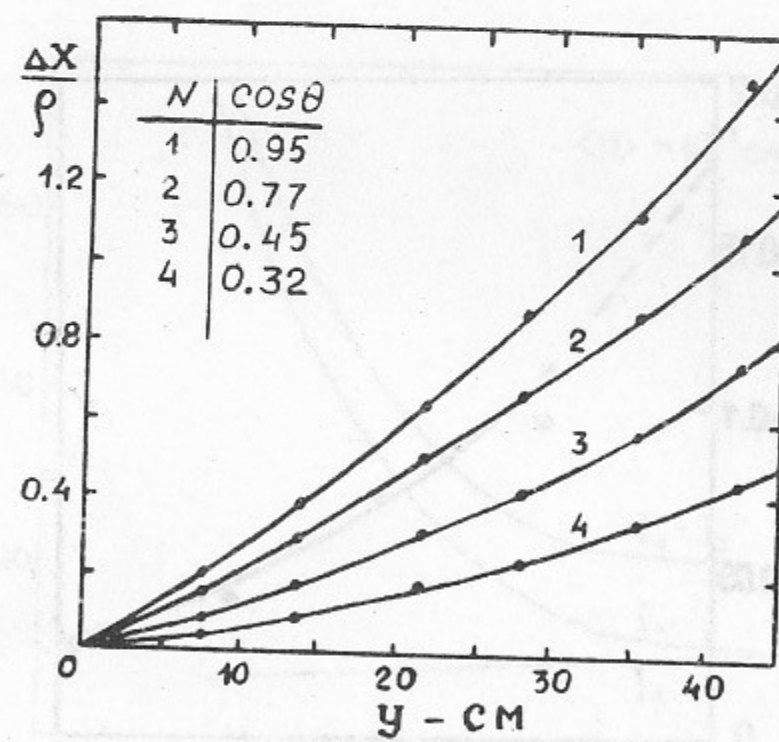


Рис.4



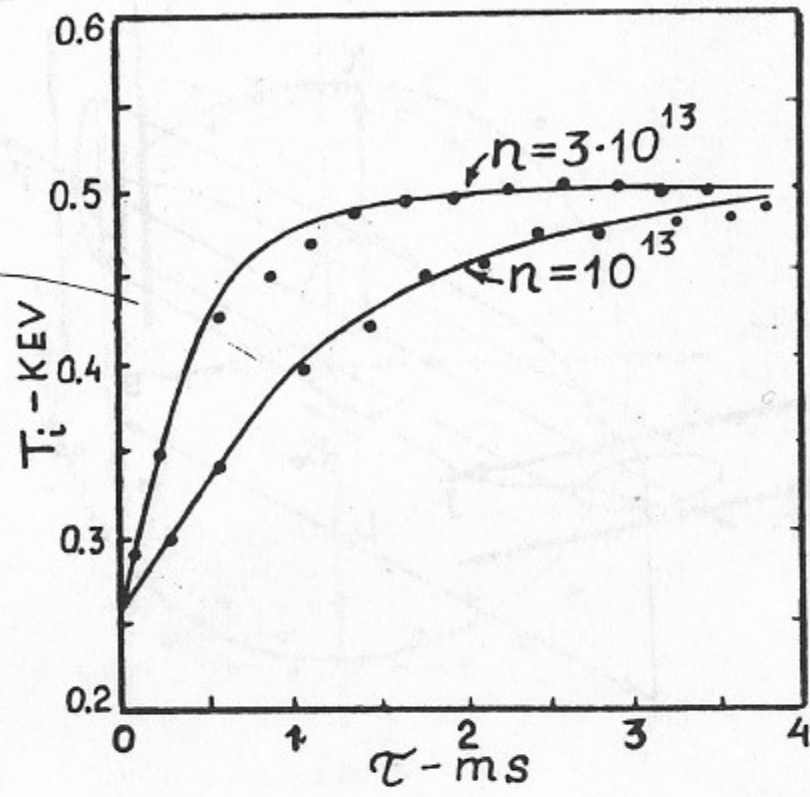


Рис.5

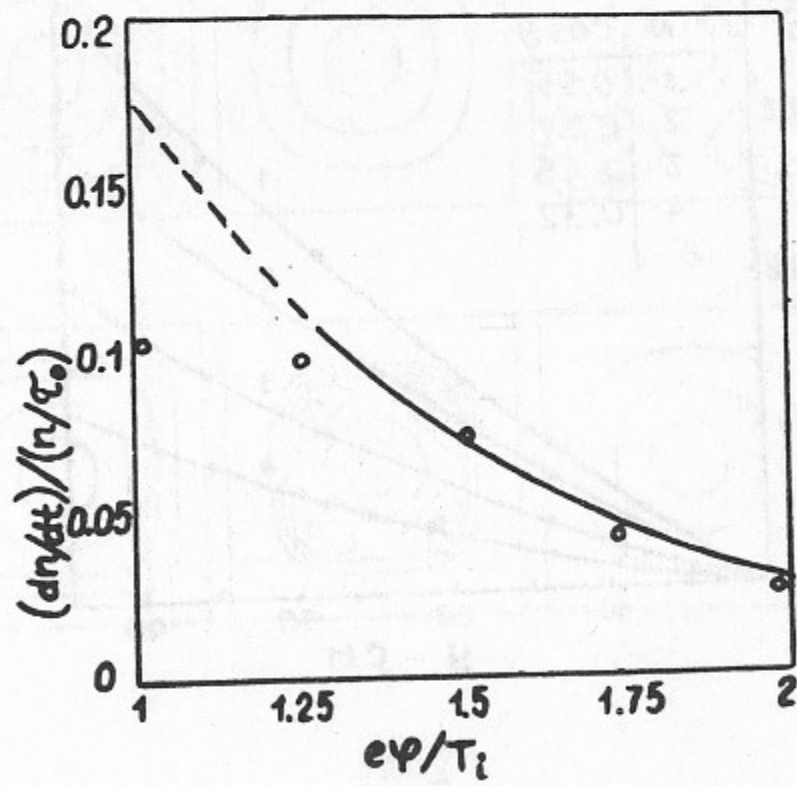


Рис.6

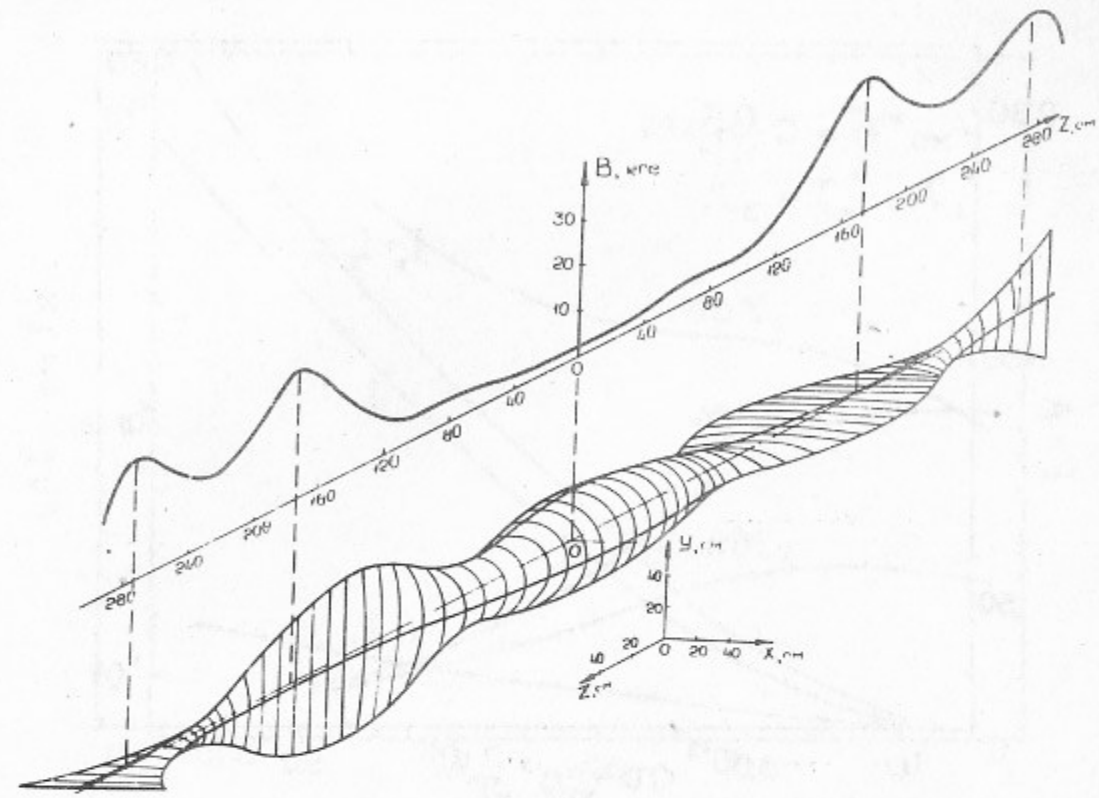


Рис.7

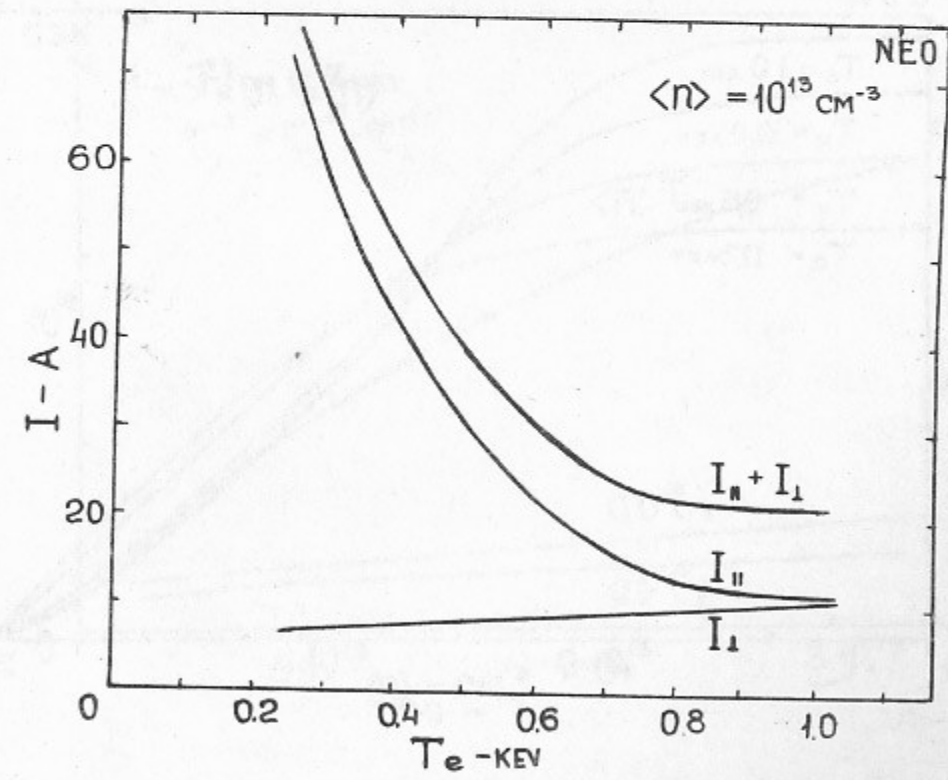


Рис.8a



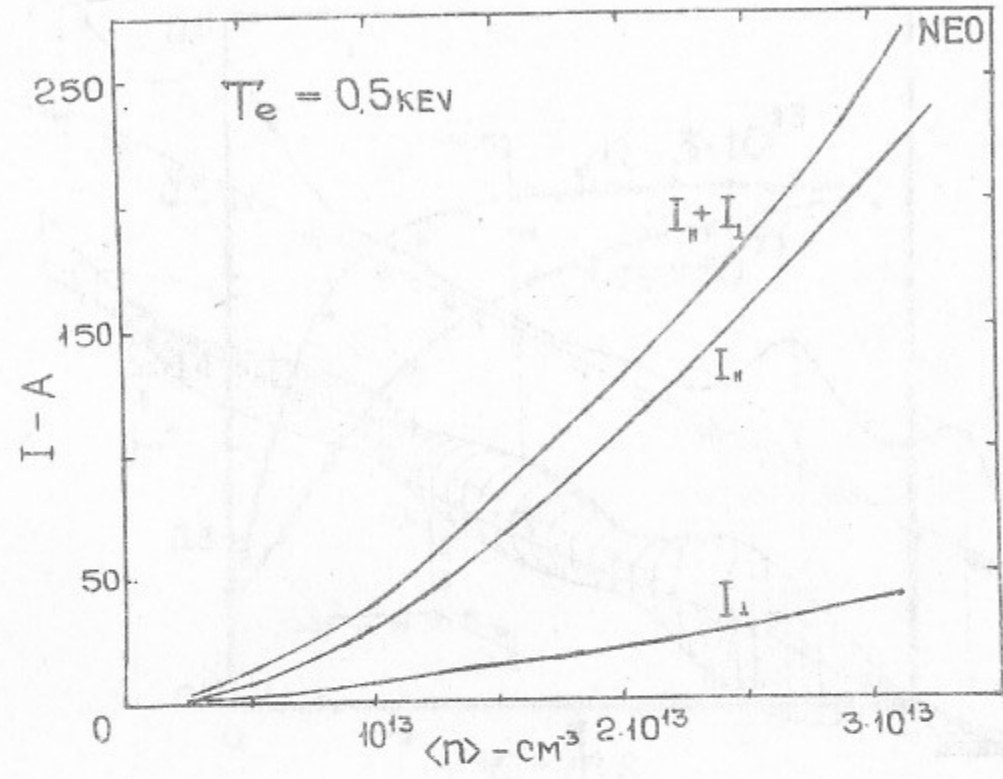


Рис. 86

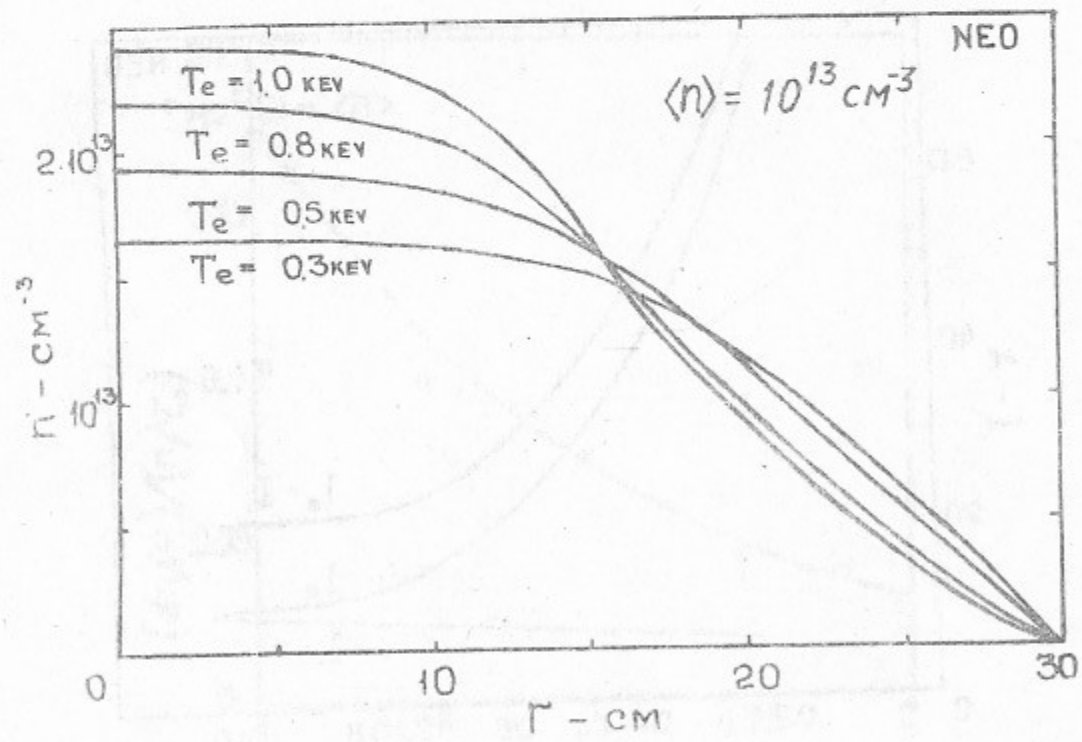
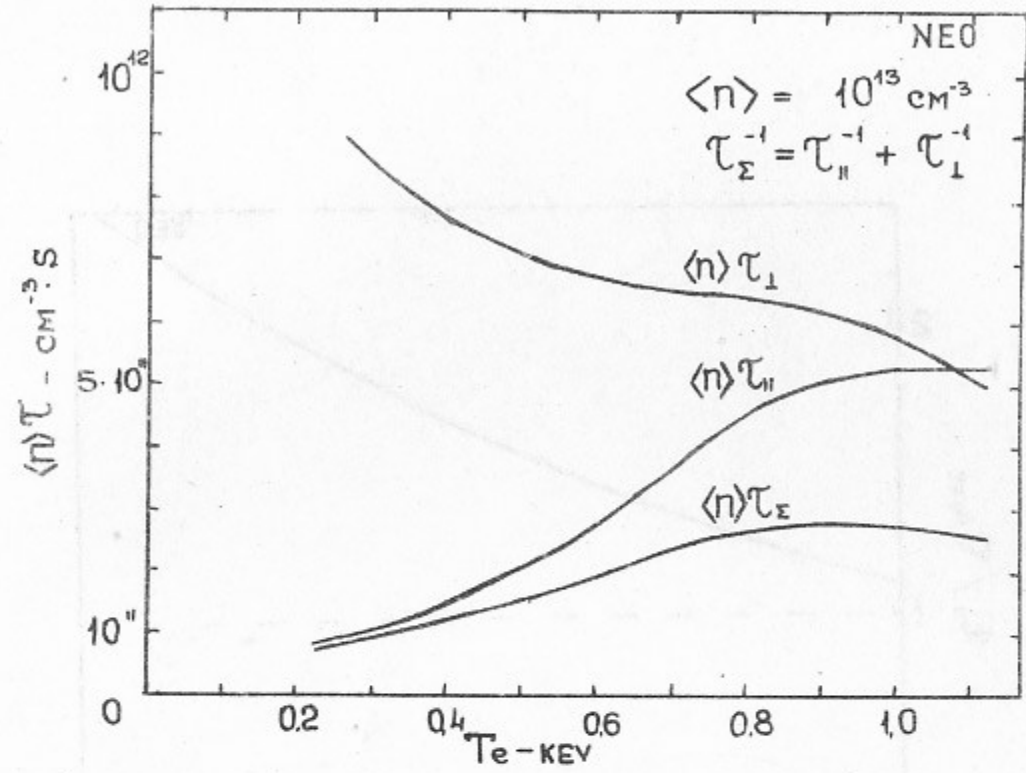
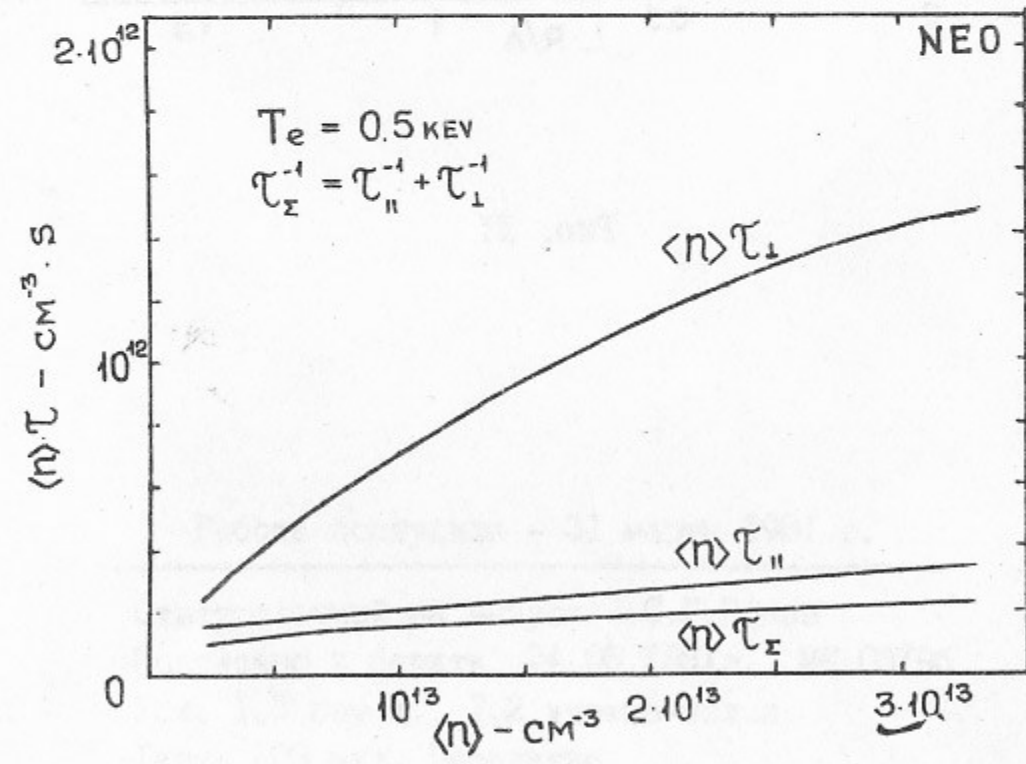


Рис. 9



a)



б)

Рис. 10



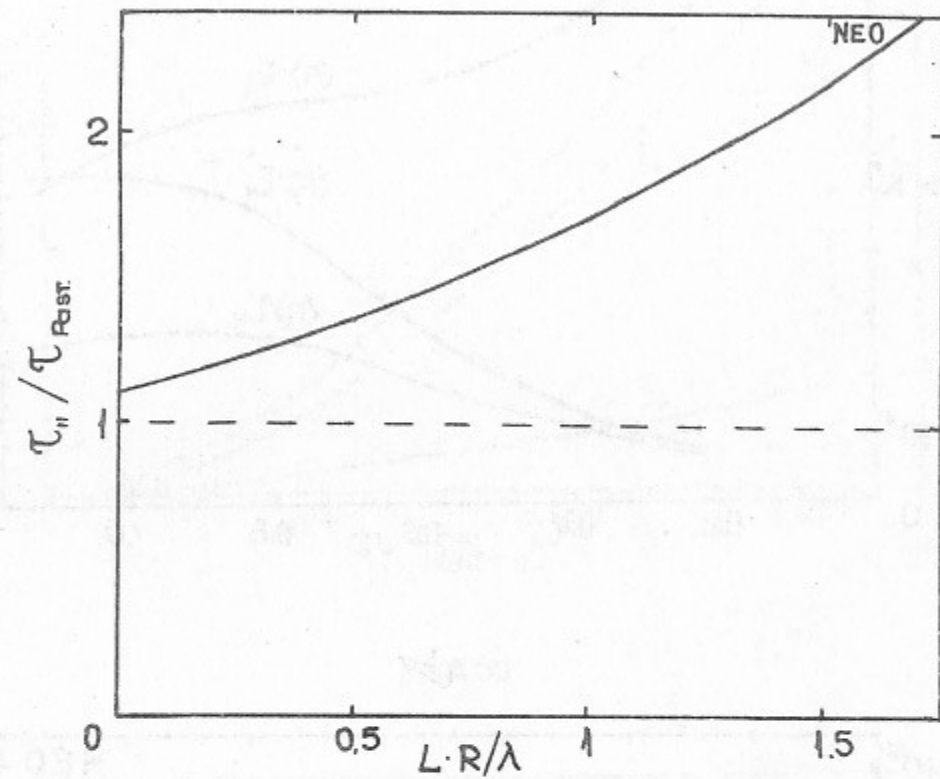


Рис. II

Работа поступила - 31 марта 1981 г.

Ответственный за выпуск - С.Г. Попов  
 Подписано к печати 24.06.1981г. МН 03195  
 Усл. 1,5 печ.л., 1,2 учетно-изд.л.  
 Тираж 200 экз. Бесплатно  
 Заказ № 65

Отпечатано на ротапинтере ИЯФ СО АН СССР