

13

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

Н.С.Диканский, Д.В.Пестриков

УСТОЙЧИВОСТЬ КОГЕРЕНТНЫХ
КОЛЕБАНИЙ ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКОВ

ПРЕПРИНТ 81 - 92



Новосибирск

УСТОЙЧИВОСТЬ КОГЕРЕНТНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКОВ

Н.С. Диканский, Д.В. Пестриков

А Н Н О Т А Ц И Я

Электромагнитное взаимодействие пучков в месте встречи может приводить к неустойчивости их когерентных колебаний. Неустойчивость имеет резонансный характер, а её инкременты зависят от положения частот в рабочей клетке ν_z , ν_x . При этом инкременты степенным образом убывают при увеличении номеров мультипольности. Обсуждаются методы уменьшения инкрементов неустойчивости встречных пучков.

Введение

Практически на всех экспериментальных установках со встречными пучками светимость ограничивалась взаимодействием частиц с электромагнитным полем встречного сгустка. Исследование механизма ограничения светимости ведется уже более 15 лет. И тем не менее в настоящее время не существует удовлетворительной теории, описывающей взаимное влияние пучков при встрече. Трудности решения самосогласованной задачи о взаимном влиянии пучков предопределили то, что теоретическое исследование этого вопроса первоначально проводилось в рамках "слабосильного" приближения. В этом приближении исследуется движение отдельных частиц в заданном поле встречного сгустка. Как правило, для получения конкретных результатов в этом приближении используется моделирование на ЭВМ. Однако даже этот простой вариант расчета ограничен возможностями современных ЭВМ. Для упрощения расчета используются модельные выражения для полей пучка. При большом количестве итераций это может привести к накоплению ошибок и искажению физической картины. Исследования последних лет в рамках этой модели были направлены на изучение стохастических процессов при встрече.

Моделирование на ЭВМ взаимного влияния пучков при встрече является еще более трудной задачей, так как требует точного вычисления полей, отвечающих мгновенным распределениям частиц в пучках. В качестве первого приближения решения самосогласованной задачи можно рассматривать задачу о коллективной устойчивости некоторой конфигурации пучков, которая была бы равновесной в отсутствии встреч. Очевидным преимуществом этого подхода является явная самосогласованность взаимодействия, позволяющая рассчитать спектр коллективных колебаний пучков и тем самым дать определенные указания для выбора рабочей точки накопителя. Кроме того, результаты расчетов в рамках линейной теории коллективных колебаний могут быть использованы при построении нелинейной теории (при получении кинетических уравнений, и численном моделировании сильно-сильного взаимодействия пучков). Общеизвестным недостатком линейного приближения теории является то, что она дает только условия устойчивости системы и величины инкрементов.

По-видимому, впервые вопрос о коллективной устойчивости встречных пучков изучался в работе ^I в связи с задачей об устой-

чивости компенсированных встречных пучков². В работе³ была предпринята попытка описать неустойчивость встречных пучков, как двухпотокую неустойчивость плазмы. При этом, однако, не были учтены особенности движения частиц в накопителе, существенные для определения коллективных мод колебаний пучка.

Существенным моментом здесь является то, что в накопителе частицы движутся вдоль замкнутой траектории (с частотой обращения ω_0) и совершают колебания относительно этой траектории с частотами $\omega_0 \nu_x$, $\omega_0 \nu_z$, $\omega_0 \nu_c$. Поэтому в отсутствии возмущений нормальными координатами коллективных колебаний будут гармоники функции распределения по фазам колебаний частиц

$$f_m \exp(i m_x \psi_x + i m_z \psi_z + i m_c \psi_c) \quad (I)$$

причем целые числа m_x , m_z и m_c определяют мультипольность когерентного движения и классифицируют нормальные моды.

Возмущение движения частиц коллективными полями приводит к сдвигу частот в невозмущенном спектре $\omega \approx \omega_0 (m_x \nu_x + m_z \nu_z + m_c \nu_c)$ на величину когерентного сдвига частоты. Если это смещение мало по сравнению с расстоянием между частотами в невозмущенном спектре, колебания (I) остаются нормальными⁴.

Целью настоящей работы является исследование когерентной устойчивости встречных пучков. Используемый аппарат линейной теории коллективных колебаний^{4,5} позволяет единым образом исследовать устойчивость мод произвольной мультипольности (бетатронных, синхробетатронных и т.д.). Поскольку взаимодействие пучков при встрече является консервативным, оно может привести к неустойчивостям лишь динамического типа⁴, когда для частот колебаний выполняются резонансные соотношения:

Как показывает исследование, для встречных пучков имеется два типа резонансов. В первом случае одна из мод колебаний первого пучка попадает в резонанс с какой-либо модой второго пучка:

$$(m_x \nu_x + m_z \nu_z + m_c \nu_c)_1 - (m_x \nu_x + m_z \nu_z + m_c \nu_c)_2 = \Delta n. \quad (2)$$

Качественно картина взаимодействия здесь такая же, как при взаимодействии пучка с высокочастотной внешней системой⁶: величина когерентного сдвига частоты определяет ширину области расстройек от резонанса, внутри которой колебания неустойчивы.

При этом критерий устойчивости не зависит от знака расстройки. Сама величина когерентного сдвига пропорциональна величине линейного сдвига частоты отдельной частицы, вносимого полем встречного сгустка.

Другому типу резонансов отвечает ситуация, когда какие-либо моды сталкивающихся пучков сами по себе оказываются резонансными:

$$m_x \nu_x + m_z \nu_z + m_c \nu_c = n. \quad (3)$$

Именно эти резонансы обсуждались в работе¹. Характерной особенностью таких резонансов является зависимость условия устойчивости от знака расстройки. Конкретно, для противоположно заряженных пучков когерентные колебания будут устойчивы, если частоты частиц расположены чуть выше резонансных. Зависимость критерия устойчивости от знака расстройки характерна для двухпотокую неустойчивости плазмы⁷. В этом плане резонанс (3) также отвечает наличию двух встречных потоков со скоростями ε ($\varepsilon = m\nu - n$) и $-\varepsilon$ в пространстве фаз. Поэтому в работе эта неустойчивость называется резонансной двухпотокую неустойчивостью.

I. Основные уравнения

Расчет спектра когерентных колебаний встречных пучков может быть проведен в рамках линейной теории коллективных колебаний^{4,5}. Мы рассмотрим наиболее простую ситуацию, когда в накопителе движется два сгустка, которые встречаются в двух местах встречи.

Если описывать движение отдельных частиц около равновесной орбиты переменными действие $I_\alpha = I_\alpha(\vec{z}, \vec{p}, t)$ фаза $\psi_\alpha = \psi_\alpha(\vec{z}, \vec{p}, t)$ $\alpha = x, z, c$, то стационарное состояние невзаимодействующих пучков описывается функциями распределения, не зависящими от фаз колебаний:

$$f_0^{1,2} = f_0^{1,2}(I), \quad (I.1)$$

индексы 1,2 нумеруют пучки, I для краткости означает (I_x, I_z, I_c) . При этом каноническое преобразование от переменных (\vec{z}, \vec{p}) к переменным действие-фаза (I, ψ) осуществляется формулами:

$$(x, z) = a_{x,z} \cdot \cos \psi_{x,z}, \quad \theta_{1,2} = \pm \omega_s t + \varphi \sin \psi_c,$$

$$\vec{p}_\perp = \frac{p_s}{R_0} \frac{d\vec{z}_\perp}{d\theta}, \quad \Delta p = p - p_s = -p_s \frac{v_c}{\alpha} \varphi \cos \psi_c,$$

$$\dot{\psi}_{x,z} = \omega_s(\rho) v_{x,z}(\rho), \quad \dot{\psi}_c = \omega_s v_c,$$

$$I_{x,z} = \frac{p_s}{2R_0} (v\alpha^2)_{x,z}, \quad I_c = R_0 p_s \frac{v_c \varphi^2}{2\alpha}. \quad (I.2)$$

Здесь $p = \gamma M v$ — импульс частицы, θ — азимут, индекс s относится к величинам на равновесной орбите; v_x, v_z, v_c — безразмерные частоты колебаний частицы, $2\pi R_0$ — периметр орбиты, α — коэффициент пространственного уплотнения орбиты.

В настоящей работе для упрощения вычислений мы полагаем значения дисперсионной функции накопителя в местах встречи равным нулю. Ненулевое значение дисперсионной функции в местах встречи может привести к усилению неустойчивостей определенных синхротронных мод. К такому же усилению неустойчивостей бетатронных мод может привести небольшое разведение пучков в местах в встречи. Исследование этих эффектов будет проведено в отдельной работе.

При возбуждении в пучке когерентных колебаний распределения (I.1) получают малые нестационарные добавки:

$$f^{1,2} = f_0^{1,2} + \delta f^{1,2}(I, \varphi, t).$$

Задача определения спектра малых когерентных колебаний сводится к решению системы линеаризованных уравнений Власова для функций $\delta f^{(1,2)}$. В переменных действие-фаза эти уравнения могут быть записаны в виде:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \theta_s} + \vec{v} \frac{\partial}{\partial \vec{\varphi}} \right) \delta f^{(1)} + \frac{\partial \mathcal{L}_{1,2}}{\partial \vec{\varphi}} \cdot \frac{\partial f_0^{(1)}}{\partial \vec{I}} = 0, \quad (I.3)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \theta_s} + \vec{v} \frac{\partial}{\partial \vec{\varphi}} \right) \delta f^{(2)} + \frac{\partial \mathcal{L}_{2,1}}{\partial \vec{\varphi}} \cdot \frac{\partial f_0^{(2)}}{\partial \vec{I}} = 0,$$

$\vec{v} \frac{\partial}{\partial \vec{\varphi}} = v_x \frac{\partial}{\partial \varphi_x} + v_z \frac{\partial}{\partial \varphi_z} + v_c \frac{\partial}{\partial \varphi_c}$, $\theta_s = \omega_s t$, $\mathcal{L}_{1,2}$ (соответственно $\mathcal{L}_{2,1}$) — лагранжиан взаимодействия частиц с полем встречного сгустка. В отсутствии когерентного излучения

$$l_b \gg \frac{l_1}{\min\{\gamma; \frac{R_0}{v l_1}\}}$$

величина $\mathcal{L}_{1,2}$ с ультрарелятивистской точностью ($\gamma \gg 1$) может быть записана в виде:

$$\mathcal{L}_{1,2} = - \frac{2e_1 e_2}{\hbar v_s} \int \frac{d^2 k}{k^2} e^{i \vec{k} \vec{z}^{(1)}} \int d\Gamma_2 \delta(\theta_1 - \theta_2) * \quad (I.4)$$

$$* e^{-i \vec{k} \vec{z}^{(2)}} \delta f^{(2)},$$

$\vec{k} \vec{z} = k_x x + k_z z$, $d\Gamma$ — элемент фазового объема, l_b — длина пучка, l_1 — характерный размер вакуумной камеры. Разлагая

$\delta f^{(1,2)}$ в ряд Фурье по фазам колебаний,

$$\delta f^{(1)} = \sum_m f_m^{(1)}(I, \theta_s) \exp(i \vec{m} \vec{\varphi})$$

перепишем (I.3) в виде:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \theta_s} + i \vec{m} \vec{v} \right) f_m^{(1)} = \frac{2ie_1 e_2}{\hbar v_s} \left(\vec{m} \frac{\partial f_0^{(1)}}{\partial \vec{I}} \right) \sum_n \frac{e^{-2in\theta_s}}{2\pi} J_{m_c}(z_1 \varphi_1) * \quad (I.5)$$

$$* \int d\Gamma_2 \exp(-i z_2 \varphi_2 \sin \psi_{c2}) \mathcal{K}_m(1/2) \delta f^{(2)}$$

и аналогичное уравнение для $\delta f^{(2)}$. Здесь

$$\mathcal{K}_m(1/2) = \int \frac{d^2 k}{k^2} \exp(i \vec{k} \vec{z}^{(1)})_{m_1} \exp(-i \vec{k} \vec{z}^{(2)}), \quad (I.6)$$

$$z = \vec{m}_1 \vec{v}_1 + n + \vec{m}_1 \frac{d\vec{v}_1}{d\ln \omega_0}.$$

Из уравнения (I.5) видно, что скорость изменения гармоники f_m пропорциональна величине линейного сдвига частоты, вносимого полем встречного сгустка

$$\Delta \nu_0 = \frac{N e_1 e_2 R_0}{2\pi p v \sigma^2 \gamma}$$

N — число частиц в пучке, σ — размер по соответствующей координате.

Для обеспечения устойчивости движения отдельных частиц должно быть $\Delta \nu_0 \ll 1$. Кроме того в I было показано, что $\Delta \nu_0 \gg 1$

заведомо отвечает коллективной динамической неустойчивости пучков. Поэтому ниже мы будем считать $\Delta \nu_0$ малой величиной ($\Delta \nu_0 \ll 1$). В этих условиях, поскольку рассматриваемое взаимодействие пучков не является диссипативным, неустойчивость колебаний возможна лишь при выполнении резонансных соотношений между частотами отдельных мод. В отсутствие взаимодействия ($\Delta \nu_0 \rightarrow 0$) частоты коллективных колебаний $f_m \sim e^{-i \theta_s \Delta}$ равны

$$\begin{aligned} \text{для сгустка 1} \quad \Delta &= \bar{m}_1 \bar{\nu}_1 \\ \text{для сгустка 2} \quad \Delta &= \bar{m}_2 \bar{\nu}_2 \end{aligned} \quad (\text{I.7})$$

Сравнивая (I.7), (I.5) видим, что условие резонанса мод колебаний встречных пучков есть

$$\bar{m}_1 \bar{\nu}_1 - \bar{m}_2 \bar{\nu}_2 = 2n \quad (\text{I.8})$$

Особым случаем является приближение частот $\{\nu\}_1$ и $\{\nu\}_2$ к машинным резонансам

$$\bar{m}_1 \bar{\nu}_1 = n_1 \quad \text{и} \quad \bar{m}_2 \bar{\nu}_2 = n_2$$

так как при этом взаимодействие связывает моды с мультипольностью $\{m\}$ и $\{-m\}$. Этот случай рассмотрен в разделе 5. Здесь же мы предполагаем удаленность частот $\{\nu\}_1$ и $\{\nu\}_2$ от машинных резонансов.

Если принять (для простоты), что длина пучка не слишком мала

$$l_b \gg 5 \nu_1 / \nu_c$$

а распределения f_0 факторизуются

$$f_0(I_1, I_2) = f_0(I_1) \rho(I_2) \quad (\text{I.9})$$

то для резонансных мод (I.8) уравнение (I.5) можно переписать в виде

$$f_m^{1,2} = \Phi_m(I_1) \rho(I_2) \mathcal{Y}_{m_c}(z\varphi) \Big|_{1,2} \cdot \exp(-i \theta_s \Delta),$$

$$\Delta_m \Phi_{m_1} = - \frac{2e e_2 q_{m_c}^{(2)} (\bar{m}_1 \frac{\partial f_0}{\partial I_1})}{\pi \nu_s} \int dI_2 \mathcal{X}(1/2) \Phi_{m_2} \quad (\text{I.10})$$

$$(\Delta_m - \varepsilon) \Phi_{m_2} = - \frac{2e e_1 q_{m_c}^{(1)} (\bar{m}_2 \frac{\partial f_0}{\partial I_2})}{\pi \nu_s} \int dI_1 \mathcal{X}(2/1) \Phi_{m_1}$$

где

$$q_{m_c} = \int_0^\infty dI_c \rho(I_c) \mathcal{Y}_{m_c}^2(z\varphi),$$

$$\mathcal{X}(1/2) = \int \frac{d^2k}{k^2} \exp(i \vec{k} \vec{z}(1)) \Big|_{m_1} \exp(i \vec{k} \vec{z}(2)) \Big|_{m_2}^* \quad (\text{I.11})$$

$$\Delta_m = \Delta - \bar{m}_1 \bar{\nu}_1, \quad \varepsilon = \bar{m}_2 \bar{\nu}_2 - \bar{m}_1 \bar{\nu}_1 - 2n.$$

Система уравнений (I.10) определяет спектр как бетатронных ($m_c = 0$), так и синхробетатронных ($m_c \neq 0$) колебаний. Если взаимодействие пучков приводит к неустойчивости, то очевидным требованием справедливости (I.10) является малость величины инкремента неустойчивости ($\sim \Delta \nu_0$) по сравнению с частотой синхротронных колебаний ν_c . Если это не так ($\mathcal{Y}_{m_c} \gg \nu_c$), то за время развития неустойчивости частицы не успевают заметно сместиться по фазе φ_c . Тогда, как видно из (I.3), (I.4) справедлива модель с "жестким" продольным распределением. В этой модели интегралами продольного движения частиц в стационарном состоянии являются отклонения импульса Δp и фазы $\theta \mp \omega_s t$ от равновесных значений, а продольным числом нормальных мод является номер азимутальной гармоники

$$\delta f_m \rightarrow \sum_n \Phi_{m_1, n} e^{in(\theta \mp \omega_s t)}$$

Интегральное уравнение для резонансных мод $\Phi_{m_1, n}$, $\Phi_{m_2, n}$ как видно из (I.5) совпадает с (I.10), если положить факторы $q^{1,2}$ равными единице. Этот результат вполне очевиден. Для $\nu_c \ll \mathcal{Y}_{m_c}$ можно пренебречь членом $m_c \nu_c$ в левой части (I.10). Суммирование по m_c в правой части (I.10) дает $\sum_{m_c} q_{m_c}^{1,2} = 1$.

Уравнения для функций $\Phi_{m_1, n}$ несколько проще (I.10) поэтому мы рассмотрим сначала случай, когда $\mathcal{Y}_{m_c} \gg \nu_c$.

2. Одномерные бетатронные колебания

Основные особенности спектра резонансных мод (I.8) можно проследить на простой модели, когда:

1) частицы в пучках совершают колебания с одинаковыми частотами $\{\nu\}_1 = \{\nu\}_2$;

2) стационарное состояние пучков описывается одинаковыми функциями распределения:

$$f_0(I_x, I_z) = \frac{N \delta(I_z)}{I_0 \exp(I_x/I_0)}, \quad (2.1)$$

$I_0 = \rho v_x \sigma^2 / R_0$, σ - среднеквадратичный размер пучка по координате x ;

3) резонанс является одномерным:

$$(m_2 - m_1) v_x = 2n.$$

В такой модели уравнения для функций Φ_m запишутся в виде:

$$\Delta_m \Phi_{m_1} = 2m_1 \delta e^{-I/I_0} \int \frac{dk}{|k|} J_{m_1}(ka) \int \frac{dI_1}{I_1} J_{m_1}(kI_1) \Phi_{m_1}(I_1) \quad (2.2)$$

$$(\Delta_m - \varepsilon) \Phi_{m_2} = 2m_2 \delta e^{-I/I_0} \int \frac{dk}{|k|} J_{m_2}(ka) \int \frac{dI_1}{I_1} J_{m_2}(kI_1) \Phi_{m_2}(I_1),$$

$$\delta = \frac{N e e_2 R_0}{2 \mu \rho v \sigma^2 v_x} \quad (2.2a)$$

Видно, что если $|m_1| + |m_2|$ нечетное число, ядра уравнений (2.2) обращаются в нуль. Такие колебания не возможны и потому устойчивы. Этот отбор связан с ортогональностью моментов

$$X_m(k) = \frac{1}{\sqrt{|k|}} \int \frac{dI}{I} J_m(ka) \Phi_m(I) \quad (2.3)$$

с различной четностью ($X_m(-k) = (-1)^m X_m(k)$).

Пусть $|m_1| + |m_2|$ четное число. Перейдем в (2.2) к уравнению для моментов (2.3):

$$\Delta_m X_{m_1} = 2m_1 \delta \int \frac{dk_1}{\sqrt{k k_1}} \exp\left(-\frac{k^2 + k_1^2}{2}\right) I_{m_1}(k k_1) X_{m_1}(k_1), \quad (2.4)$$

$$(\Delta_m - \varepsilon) X_{m_2} = 2m_2 \delta \int \frac{dk_1}{\sqrt{k k_1}} \exp\left(-\frac{k^2 + k_1^2}{2}\right) I_{m_2}(k k_1) X_{m_2}(k_1),$$

$I_m(k)$ - функция Бесселя мнимого аргумента.

Условия устойчивости колебаний можно получить воспользовавшись общими свойствами уравнений (2.4). Заметим, что корни дисперсионного уравнения

$$\Delta_m (\Delta_m - \varepsilon) - m_1 m_2 (2\delta \Lambda_{m_1, m_2})^2 = 0 \quad (2.5)$$

выражаются через квадрат собственных чисел системы:

$$\Lambda_{m_1, m_2} X_{m_1} = \hat{K}_{m_1} X_{m_2}$$

$$\Lambda_{m_1, m_2} X_{m_2} = \hat{K}_{m_2} X_{m_1},$$

где для краткости введены операторные обозначения

$$\hat{K} X = \int \frac{dk}{\sqrt{k k_1}} \exp\left(-\frac{k^2 + k_1^2}{2}\right) I_m(k k_1) X(k_1)$$

и

$$X \cdot X = \int dk X(k) \cdot X(k).$$

В этих обозначениях для Λ_{m_1, m_2}^2 получим

$$\Lambda_{m_1, m_2}^2 = \frac{(X_{m_1} \cdot \hat{K}_{m_2}^2 X_{m_1}) + (X_{m_2} \cdot \hat{K}_{m_1}^2 X_{m_2})}{(X_{m_1} \cdot X_{m_1}) + (X_{m_2} \cdot X_{m_2})}.$$

Поскольку \hat{K}_{m_1} и \hat{K}_{m_2} являются положительно определенными операторами, числа Λ_{m_1, m_2}^2 положительны.

Для Δ_m из (2.5) получим

$$(\Delta_m)_{1,2} = \frac{\varepsilon}{2} \pm \sqrt{\frac{\varepsilon^2}{4} + m_1 m_2 (2\delta \Lambda_{m_1, m_2})^2} \quad (2.6)$$

Неустойчивы колебания с $m_1 m_2 < 0$ - суммовый резонанс и

$$\frac{\varepsilon^2}{4} < -m_1 m_2 (2\delta \Lambda_{m_1, m_2})^2 \quad (2.7)$$

Аналогичные дисперсионные уравнения и условия неустойчивости были получены в работе ⁶, где исследовалась коллективная устойчивость пучка, взаимодействующего с высокочастотным элементом вакуумной камеры. Поэтому ряд результатов работы ⁶ справедлив и для резонансных неустойчивостей встречных пучков. Так, затухание колебаний частиц может привести к появлению диссипативной неустойчивости, если:

$$\frac{\varepsilon^2}{4} + m_1 m_2 (2\delta \Lambda_{m_1, m_2})^2 + \lambda_1 \lambda_2 < \frac{\varepsilon^2}{4} \left(\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right)^2 \quad (2.8)$$

где $\lambda_1 = |m_1| \lambda$, $\lambda_2 = |m_2| \lambda$, λ - декремент затухания колебаний частиц. В частности, для установок со встречными e^-p пучками $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ и условие (2.8) будет выполнено для всех суммовых мод $m_1 m_2 < 0$. В установках со встречными пучками

легких частиц (e^-e^- , e^+e^-) трение может привести к стабилизации суммовых мод с большими номерами мультипольности

$$\lambda > 2|\delta \cdot \Lambda_{m_1, m_2}| \quad (2.9)$$

Отличие неустойчивости встречных пучков от неустойчивости, обусловленной резонансным взаимодействием пучка с внешней системой заключается в том, что инкремент в (2.6) линейно растет с увеличением числа частиц в пучке N :

$$\mathcal{I}_m \Delta \approx 2|\delta \cdot \Lambda_{m_1, m_2}| \sqrt{|m_1, m_2|}, \quad |\delta| \gg |\varepsilon| \quad (2.10)$$

Для оценки зависимости Λ_{m_1, m_2} от номера мультипольности рассмотрим решение (2.4) в коротковолновой области $k \gg m = \max(|m_1|,$

$|m_2|)$ в асимптотической области

$$I_m(k, k_1) \approx \left(\frac{2}{\sqrt{k k_1}}\right)^{1/2} \exp(k k_1), \quad k, k_1 > m$$

можем написать

$$\Lambda X_1(k) \approx \frac{1}{k^2} X_2(k)$$

При этом $\Lambda = \Lambda(k^2) \approx 1/k^2$. Экстраполируя $\Lambda(k)$ в область $k \sim m$, получим оценку:

$$\Lambda_m \approx \frac{1}{m^2}, \quad m > 1. \quad (2.11)$$

Выпишем еще значение максимального инкремента. Из (2.6) с учетом (2.2a) и (2.11) получим:

$$\mathcal{I}_m \Delta = \frac{N e_1 e_2 \beta}{\sqrt{\gamma} M c^2 \sigma^2} \frac{1}{|m_1|} \sqrt{\left|\frac{m_2}{m_1}\right|}, \quad |m_2| < |m_1| \quad (2.12)$$

Наименьшие m_1 и m_2 , обладающие одинаковой четностью, есть $m_2 = 1, m_1 = -3$. Для таких мод (2.12) дает

$$\mathcal{I}_m \Delta = \frac{N e_1 e_2}{\sqrt{\gamma} M c^2 \sigma^2} \cdot \frac{\beta}{3\sqrt{3}} \quad (2.13)$$

Здесь β — значение бета-функции в месте встречи.

3. Одномерные возбуждения, пучки разных размеров

В практическом отношении более важным оказывается случай, когда сгустки с примерно одинаковой плотностью имеют различные

размеры. Пусть функции распределения все еще определяются (2.1), однако, числа частиц и размеры сгустков соответственно равны $N_1, N_2, \sigma_1, \sigma_2$. Для определенности положим $\sigma_1 \ll \sigma_2$. При этом уравнения (2.4) примут вид

$$\Delta_m X_{m_1} = 2 m_1 \delta_1 \int_0^\infty \frac{dk_1}{k_1} e^{-k_1^2 \sigma_1^2} I_{m_1}(k k_1, \sigma_1^2) X_{m_2}(k_1) \quad (3.1)$$

$$(\Delta_m - \varepsilon) X_{m_2} = 2 m_2 \delta_2 \int_0^\infty \frac{dk_1}{k_1} e^{-k_1^2 \sigma_2^2} I_{m_2}(k k_1, \sigma_2^2) X_{m_1}(k_1),$$

где $\delta_{1,2}$ получаются из δ заменой $(N/\sigma^2) \rightarrow (N/\sigma^2)_{1,2}$. Масштаб изменения функций X_{m_1} и X_{m_2} существенно отличается. Если $\sigma_1 \ll \sigma_2$, то в области $\frac{|m_1|}{\sigma_1} \gg k > \frac{|m_2|}{\sigma_2}$ функция X_{m_1} во втором уравнении (3.1) медленно меняется и её можно вынести за знак интеграла:

$$X_{m_2} \approx \frac{2 m_2 \delta_2}{\Delta_m - \varepsilon} \cdot \frac{X_{m_1}(k)}{k^2 \sigma_2^2}, \quad k \sigma_2 > |m_2| \quad (3.2)$$

Тогда первое уравнение в (3.1) переходит в

$$\Delta_m (\Delta_m - \varepsilon) X_{m_1} = 4 (m_1 \delta_1) (m_2 \delta_2) \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^2 \int_0^\infty \frac{dk_1}{k_1^3} e^{-k_1^2} I_{m_1}(k k_1) X_{m_1} \quad (3.3)$$

Отсюда видно, что при взаимодействии пучков разных размеров величина пороговой плотности пучков может быть увеличена в σ_2/σ_1 раз. Этот результат обусловлен тем, что поля, действующие на частицы сгустка 1 формируются частицами сгустка 2, находящимися внутри линейного размера σ_1 .

Значение максимального инкремента неустойчивости можно оценить по формуле, аналогичной (2.12).

$$\mathcal{I}_m \Delta = \frac{e_1 e_2 \beta}{\sqrt{\gamma} M c^2 \sigma_2^2} \frac{1}{|m_1|} \sqrt{\left|\frac{m_2}{m_1}\right|} N_1 N_2 \quad (3.4)$$

или для основных мод

$$\mathcal{I}_m \Delta = \frac{\sqrt{N_1 N_2} e_1 e_2 \beta}{\sqrt{\gamma} M c^2 \sigma_2^2 3\sqrt{3}} \quad (3.5)$$

Для пучков одинаковой плотности $\frac{N_1}{\sigma_1} = \frac{N_2}{\sigma_2}$ формула (3.5) дает

$$\mathcal{I}_m \Delta = \frac{N_1 e_1 e_2}{\sqrt{\gamma} M c^2 \sigma_1^2} \frac{\beta}{3\sqrt{3}} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^{3/2} = \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^{3/2} \mathcal{I}_m \Delta(\sigma_1 = \sigma_2), \quad (3.6)$$

где $\mathcal{I}_m \Delta(\sigma_1 = \sigma_2)$ определено (2.13).

4. Двумерные бетатронные возбуждения

Оценим теперь спектр колебаний для двумерного резонанса

$$(m_{x2} - m_{x1})v_x + (m_{z2} - m_{z1})v_z - 2n = \varepsilon < \delta. \quad (4.1)$$

Стационарное распределение по амплитудам колебаний будем считать гауссовым с одинаковой шириной по координатам x и z .

Повторив вычисления предыдущего раздела с моментами

$$X_m(\vec{R}) = \frac{1}{K} \int d\Gamma f_m \exp(i\vec{K}\vec{z})_m^*$$

легко установить, что собственные частоты определяются дисперсионным уравнением ($\sigma_1 \ll \sigma_2$):

$$\Delta_m(\Delta_m - \varepsilon) - \frac{4}{\pi} (\vec{m}_1 \vec{\delta}_1) (\vec{m}_2 \vec{\delta}_2) \Lambda_{m_1, m_2}^2 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^4 = 0, \quad (4.2)$$

в котором $\vec{m}_1 \vec{\delta}_1 = m_{x1} \delta_{x1} + m_{z1} \delta_{z1}$, а положительные величины Λ_{m_1, m_2}^2 являются собственными числами интегрального уравнения:

$$\Lambda^2 X_m = \frac{2}{\pi} \int \frac{d^2 K_1}{K^2 K_1^2} \frac{I_{m_{x1}}(K_x K_{x1}) I_{m_{z1}}(K_z K_{z1})}{\sqrt{|K_x K_{x1}| |K_z K_{z1}|}} e^{-\frac{K^2 + K_1^2}{2}} X_{m_1}. \quad (4.3)$$

Как видно из (4.2) неустойчивым колебаниям отвечает

$$(\vec{m}_1 \vec{\delta}_1) (\vec{m}_2 \vec{\delta}_2) < 0 \quad (4.4)$$

и

$$\frac{\varepsilon^2}{4} < \frac{4}{\pi} \Lambda_{m_1, m_2}^2 \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)^4 |(\vec{m}_1 \vec{\delta}_1) (\vec{m}_2 \vec{\delta}_2)|. \quad (4.5)$$

Для одномерных колебаний условие (4.4) есть условие суммового резонанса для мод m_1 и m_2 . Для двумерных колебаний неустойчивость может быть обусловлена суммовым резонансом с колебанием по одной из степеней свободы встречного пучка. Например, для

$m_{x1} > 0$, $m_{z1} = 0$, $m_{x2} > 0$, $m_{z2} < 0$ условие (4.4) дает

$m_{x1} \delta_{x1} > 0$, $m_{x2} \delta_{x2} - |m_{z2}| \delta_{z2} < 0$. Зависимость величин Λ_m в (4.3) от номеров мультипольности можно оценить экстраполяцией решения (4.3) из коротковолновой области ($K > m$):

$$\Lambda \approx \frac{1}{|m_x m_z| (m_x^2 + m_z^2)}, \quad |m_x|, |m_z| > 1. \quad (4.6)$$

Следует обратить внимание на характерную особенность неустойчивостей пучков при встрече. Величины инкрементов степенным образом спадают с увеличением номеров мультипольности (m_x, m_z) и определяются плотностью пучка (N/σ^2). Такое поведение инкрементов обусловлено тем, что поля, ответственные за неустойчивость формируются на размере пучка $1,8$. Напомним, что в задачах об устойчивости пучка, взаимодействующего с внешней системой инкременты уменьшаются с номером мультипольности по экспоненциальному закону ^{4,5}:

$$J_{m, \Delta} \sim N \cdot \frac{\sigma^{2m-2}}{[(m-1)!]^2}$$

Отметим, что величина когерентного сдвига частоты в (4.2) подавлена в $(\sigma_1/\sigma_2)^2 \ll 1$ раз. Отличие от формулы (3.3) связано с тем, что поля, отвечающие за неустойчивость с распределением (2.1) формируются зарядом, распределенным на оси.

5. Резонансная двухпоточковая неустойчивость

Еще один тип коллективных неустойчивостей пучков может быть обусловлен наличием мод, которые сами по себе являются резонансными:

$$\vec{m} \vec{v} \approx n \quad (5.1)$$

В этом случае, даже если величина когерентного сдвига частоты мала по сравнению с расстоянием в невозмущенном спектре, взаимодействие связывает моды с номерами (m, n) и $(-m, -n)$. В силу условия (5.1) для таких мод оказывается выполненным условие суммового резонанса, что и вызывает возможность появления неустойчивых решений. В другой интерпретации эта неустойчивость обусловлена взаимодействием двух встречных потоков в пространстве бетатронных фаз, движущихся с относительной скоростью 2ε ($\varepsilon = \vec{m} \vec{v} - n$). Поэтому такая неустойчивость может быть названа резонансной двухпоточковой неустойчивостью.

Заметим, что обсуждаемая неустойчивость вообще говоря не является специфической для встречных пучков. При выполнении условия (5.1) взаимодействие сгустка с любой внешней системой может вызывать двухпоточковую неустойчивость пучка.

Получим интегральное уравнение для коллективных мод, отвечающих двухпоточковой неустойчивости встречных пучков. Учтем:

(I.5), (I.6) для гармоник $f_{m,n}$ имеем

$$f_{m,n}^{(1)} = -\frac{2e_1 e_2}{\pi v} \cdot \frac{\bar{m}_1 \frac{\partial f_0^{(1)}}{\partial \bar{I}}}{\Delta - (\bar{m} \bar{v} + n)} \int d\Gamma_2 e^{-in\varphi_2} \rho(\varphi_2) f^{(2)} X_m(1|2), \quad (5.2)$$

$$f_{m,n}^{(2)} = -\frac{2e_1 e_2}{\pi v} \cdot \frac{(\bar{m}_1 \frac{\partial f_0^{(2)})}{\partial \bar{I}}}{\Delta - (\bar{m} \bar{v} - n)} \int d\Gamma_1 e^{-in\varphi_1} \rho(\varphi_1) f^{(1)} X_m(2|1).$$

Мы по-прежнему считаем $\bar{m} \Delta \gg v_c$, $\rho(\varphi)$ - продольное распределение в пучках $\varphi_{1,2} = \theta \mp \theta_s$.

Если перейти в (5.2) к уравнению для моментов

$$X_{1,2} = \frac{1}{K} \sum_m \int d\Gamma f_m^{(1,2)} \rho(\varphi) e^{-in\varphi} (e^{i\vec{K}\vec{z}})_{m_1}^*$$

то для достаточно коротких пучков ($n \ll 1/\varphi_0$, $\rho(\varphi) \rightarrow \delta(\varphi)$) и гауссова распределения частиц по амплитудам поперечных колебаний получим систему уравнений для $X_{1,2}(k)$:

$$X_1 = \frac{2}{\pi} \sum_{m_1, m_2} \frac{(\bar{m} \bar{\delta})}{\Delta - (\bar{m} \bar{v} + n)} \int \frac{d^2 k_1}{K k_1} g_{m_x}(k_x | k_{x1}) g_{m_z}(k_z | k_{z1}) X_2(k_1) \quad (5.3)$$

$$X_2 = \frac{2}{\pi} \sum_{m_1, m_2} \frac{\bar{m} \bar{\delta}}{\Delta - (\bar{m} \bar{v} - n)} \int \frac{d^2 k_1}{K k_1} g_{m_x}(k_x | k_{x1}) g_{m_z}(k_z | k_{z1}) X_1(k_1).$$

Для простоты параметры пучков в стационарном состоянии считаем одинаковыми. Ядра $g_m(k|k')$ соответственно равны

$$g_m(k|k') = \exp\left(-\frac{k^2 + k'^2}{2}\right) J_{m_1}(k k').$$

При выполнении резонансного условия (5.1) частоты колебаний определяются дисперсионным уравнением

$$1 = \Lambda_m(\bar{m} \bar{\delta}) \left[\frac{1}{\Delta - \varepsilon} - \frac{1}{\Delta + \varepsilon} \right] \quad (5.4)$$

где $\varepsilon = \bar{m} \bar{v} + n$, Λ_m - собственные числа интегрального уравнения

$$\Lambda_m X(k) = \frac{2}{\pi} \int \frac{d^2 k_1}{K k_1} g_{m_x}(k_x | k_{x1}) g_{m_z}(k_z | k_{z1}) X(k_1) \quad (5.5)$$

положительные числа в силу положительной определенности ядра. Уравнения (5.4), (5.5) фактически совпадают с соответствующими

уравнениями работы I и были там подробно исследованы.

Любопытно отметить, что уравнение (5.4) формально совпадает с дисперсионным уравнением двухпотоковой неустойчивости в физике плазмы, что и оправдывает используемое здесь название.

Для получения условий устойчивости выпишем корни уравнения (5.4):

$$\Delta = \pm \sqrt{\varepsilon^2 + 2\Lambda_m \varepsilon (\bar{m} \bar{\delta})}. \quad (5.6)$$

Неустойчивым решениям отвечает

$$\varepsilon \cdot (\bar{m} \bar{\delta}) < 0 \quad (5.7)$$

и

$$|\varepsilon| < 2\Lambda_m |(\bar{m} \bar{\delta})|. \quad (5.8)$$

Отметим, что в точном резонансе $\varepsilon = 0$ колебания устойчивы (отсутствует модуляция относительной фазы мод $\pm m$).

Проанализируем условия устойчивости (5.7), (5.8) для основных (низших по m) мод колебаний. Будем считать, что величины δ_x, δ_z положительны, как это имеет место для установок со встречными e^+e^- , $p\bar{p}$, e^-p пучками, а частоты ν_x, ν_z будем считать расположенными в области

$$0 < \nu_x, \nu_z < 1$$

Для величин Λ_m можно получить оценку, аналогичную (4.6):

$$\Lambda_m \approx \frac{1}{|m_x m_z|} \cdot \frac{1}{m_x^2 \frac{\sigma_z}{\sigma_x} + m_z^2 \frac{\sigma_x}{\sigma_z}}, \quad |m_1|, |m_2| > 1 \quad (5.9)$$

σ_x, σ_z соответственно радиальный и вертикальный размеры пучков.

Уравнения (5.7), (5.8) определяют на плоскости (ν_x, ν_z) полосы, в которых колебания неустойчивы. Как видно из (5.7) при $\delta_x, \delta_z > 0$ полосы неустойчивостей расположены ниже линий машинных резонансов.

Ширины одномерных резонансов убывают как m^{-2} . Так для $m_x = 1$ ширина $\varepsilon_0 = 2\delta_x$, для $m_x = 2$, $\varepsilon_0 = \delta_x/2$, $m_x = 3$, $\varepsilon_0 = 2\delta_x/9$ и т.д.

Относительная важность двумерных резонансов ($m_x \cdot m_z \neq 0$) зависит от параметров пучка. Если пучок плоский $\sigma_x \gg \sigma_z$, $\delta_z \gg \delta_x$, то ширины резонансов равны

$$\varepsilon_0 \approx 2\delta_z \cdot \frac{\sigma_z}{\sigma_x} \cdot \frac{1}{m_z^2 |m_x|}$$

Наиболее широкими являются суммовый $\nu_z + \nu_x = 1$ и разностный $\nu_z = \nu_x$ резонансы

$$\varepsilon_0 = 2\delta_z \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_x} \right)$$

На Рис. I схематически изображены области неустойчивостей для плоского пучка для резонансов с мультипольностью не выше 2.

Для круглых пучков $\sigma_x = \sigma_z$, $\delta_x = \delta_z$ как следует из (5.4) или (5.6) вообще отсутствует неустойчивость вблизи разностного резонанса $\nu_z = \nu_x$ (см. Рис. 2), а наиболее сильным двумерным резонансом является суммовый $\nu_z + \nu_x = 1$.

С увеличением токов пучков нижние границы полос неустойчивости на Рис. I, 2 смещаются вниз от линий машинных резонансов. Для круглых пучков при одинаковых значениях бета-функций в месте встречи рабочая точка смещается параллельно линии разностного резонанса $\nu_z = \nu_x$. В этом смысле область вблизи разностного резонанса связи может оказаться более предпочтительной для расположения рабочей точки.

Для плоских пучков $\sigma_x \gg \sigma_z$ и $\beta_x \approx \beta_z$ рабочая точка в основном смещается вдоль оси ν_z . Приближение рабочей точки накопителя к оси ν_z позволяет в этом случае уйти от мощных резонансов $\nu_z = \nu_x$ и $\nu_z = 2\nu_x$ (см. Рис. I).

Наличие у частиц диссипации может привести к стабилизации двухпоточковой неустойчивости при

$$|\vec{m} \vec{\lambda}| > \Lambda_m |(\vec{m} \vec{\delta})| \quad (5.10)$$

Реально, условие (5.10) может, по-видимому, выполняться для колебаний с большими m .

К ослаблению влияния этой неустойчивости может также привести различие параметров встречных пучков. Одна из возможностей уже обсуждалась в разделах 3 и 4 и связана с использованием пучков с отличающимися размерами. В принципе, отстройкой частот од-

ного из сгустков от основных машинных резонансов можно добиться увеличения порогов (5.8) в $\nu/\delta \gg 1$ раз. При этом, однако, более мощными могут стать резонансы первого типа (см. раздел 2).

6. Синхротронные моды

Спектр синхротронных мод определяется уравнениями (I.10). При нулевой дисперсионной функции в местах встречи отличие (I.10) от уравнений, исследовавшихся в разделах 2+5 заключается в наличии в правых частях множителей (I.11):

$$q_{1,2} = \int_0^\infty dI_c \rho(I_c) J_{m_c}^2(z\varphi) |_{1,2}$$

Поэтому инкременты и критерии устойчивости синхротронных мод могут быть получены из соответствующих формул разделов 2-5, если в них произвести замену:

$$\delta_1 \rightarrow q_2 \delta_1, \quad \delta_2 \rightarrow q_1 \delta_2 \quad (6.1)$$

Для сгустков одинаковой длины с гауссовым распределением по амплитудам синхронных колебаний

$$\rho = \frac{1}{2\pi \varphi_b^2} \exp\left(-\frac{\varphi^2}{2\varphi_b^2}\right)$$

где $\varphi_b = l_b/2R_0$, l_b - длина пучка, величины q_1 и q_2 равны, соответственно

$$q = e^{-\left(\frac{z\varphi_b}{2}\right)^2} I_{m_c}^2(z^2\varphi_b^2) \approx \begin{cases} \left(\frac{z\varphi_b}{2}\right)^{2m_c} \frac{1}{m_c!}, & \left|\frac{z\varphi_b}{m_c}\right| < 1 \\ \frac{1}{|z\varphi_b|}, & \left|\frac{z\varphi_b}{m_c}\right| > 1 \end{cases} \quad (6.2)$$

$z = \varepsilon_\perp + \vec{m}_\perp d\vec{v}/d\omega R_0$, $\varepsilon_\perp = \vec{m}_\perp \vec{v}_\perp + \kappa$. Видно, что для резонансов с небольшими κ и m_\perp ($|z\varphi_b| < m_c$) наиболее существенны низшие по m_c возбуждения. Для больших κ и m_\perp ($|z\varphi_b| > m_c$) подавление мощностей резонансов не такое резкое.

Из формулы (6.2) видно, что мощности синхротронных резонансов зависят от хроматизма машины. Если длина пучка невелика ($|z\varphi_b| < m_c$), то при заданной расстройке ε_\perp изменение знака хроматизма ($d\nu/d\omega R_0$) может привести к стабилизации моды за счет уменьшения мощности резонанса.

Отметим, что при компенсации хроматизма ($\bar{z} \rightarrow 0$) мощности бетатронных мод ($m_c = 0$) увеличиваются, а мощности синхробетатронных мод ($m_c \neq 0$) уменьшаются. Это характерное для *head-tail* эффекта поведение мощностей резонансов связано с перераспределением частот между бетатронной и синхробетатронными модами, обязанном модуляции бетатронных фаз продольными колебаниями δ .

В качестве примера приведем величины максимальных инкрементов для основных типов колебаний. Для круглых пучков с одинаковыми размерами $b_1 = b_2$ формулы (4.2), (4.5), (4.6) и (6.2) дают:

$$\gamma_{m\Delta} = \frac{\delta}{g} \frac{\ell_b}{2\pi R_0} \left| \varepsilon_1^{(1)} - \frac{d\nu}{d\ln R_0} \right| \quad (6.3)$$

для резонансных мод (1.8) с $m_{b1} = 1$, $|m_{b2}| = 3$, $m_{c1} = 1$, $m_{c2} = 0$ и $|\bar{z}\varphi_b| < 1$. Для резонансной двухпотоковой неустойчивости комбинации (5.6) и (6.2) дает:

$$\gamma_{m\Delta} \approx \delta \cdot \frac{\ell_b}{2\pi R_0} \left| \varepsilon_1 - \frac{d\nu}{d\ln R_0} \right|, \quad m_3 = 1, m_4 = 0 \quad (6.4)$$

З а к л ю ч е н и е

Как видно из результатов работы, когерентное взаимодействие встречных пучков приводит к появлению в рабочей клетке частот вблизи линий машинных резонансов зон, в которых когерентные колебания пучков неустойчивы. Ширины этих зон пропорциональны величине линейного сдвига частот колебаний $\Delta\nu_0$ и зависят от мультипольности мод. При этом ширины бетатронных резонансов степенным образом спадают при увеличении номеров мультипольности. Ширины синхробетатронных резонансов коротких сгустков (см. (6.1)) могут спасть по экспоненциальному закону при увеличении m_c . Поскольку разброс частот в пучке $\sim \frac{3}{8} m_1 \Delta\nu_0$ растет с увеличением m_1 колебания с большими номерами мультипольности могут стабилизироваться затуханием Ландау. Устойчивость основных типов колебаний должна обеспечиваться подходящим выбором рабочей точки.

В практическом отношении может оказаться интересным случай, когда сталкиваются сгустки с примерно одинаковой плотностью и

сильно отличающимися поперечными размерами. При этом, как показано в разделе 4 величины пороговых токов увеличиваются в $(\sigma_2/\sigma_1)^2 \gg 1$ раз. Светимость установки с такими пучками

$$L \approx \omega_0 \frac{N_1 N_2}{(2\pi)^2 \sigma_2^2}$$

С учетом (4.5) может быть записана в виде:

$$L \approx \omega_0 \frac{N_2 \varepsilon_0 \gamma}{2\pi r_0 \beta}$$

где ε_0 - расстояние до опасного резонанса, $\gamma_0 = e^2/Mc^2$, γ - релятивистский фактор, β - значение бета-функции в месте встречи. Для параметров УНК g и $N_2 = 10^{12}$, $\varepsilon_0 = 10^{-2}$ получим

$$L \approx 3 \cdot 10^{31} \text{ см}^{-2} \text{ сек}^{-1},$$

что примерно на порядок выше светимости при встрече одинаковых пучков.

Авторы благодарны Я.С.Дербенёву и А.Жижичу за обсуждение затронутых в работе вопросов.

Л и т е р а т у р а

1. Я.С.Дербенёв. Труды III Всесоюзного совещания по ускорит. заряжен. частиц. т.П, стр.382, Москва 1972, Наука, 1973.
2. *The Orsay Storage Ring Group, VIII Intern. Conf. on High Energy Accel, CERN, Geneva, p127, 1971.*
3. H.S. Uhm, C.S. Liu. Proc. of the Beam-Beam Interaction Seminar, 114, SLAC, 1980.
4. Я.С.Дербенёв, Н.С.Диканский. Препринт № 315, ИЯФ СО АН СССР, 1969.
5. Я.С.Дербенёв, Н.С.Диканский, Д.В.Пестриков. Препринт 7-72, ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1972.
6. Я.С.Дербенёв, Н.С.Диканский. Труды Всесоюзного совещания по уск. заряжен. частиц, II. стр.391, Москва, 1970.
7. Ю.Л.Климонтович. Статистическая теория неравновесных процессов в плазме. Издательство МГУ, 1964.
8. Н.С.Диканский, В.В.Пархомчук, Д.В.Пестриков, ЖТФ, 46, № 12, 2551, 1976.
9. Т.А.Всеволожская и др. Источник антипротонов для ускорительно-накопительного комплекса ИФВЭ. Препринт ИЯФ 80-182, СО АН СССР, Новосибирск, 1980.

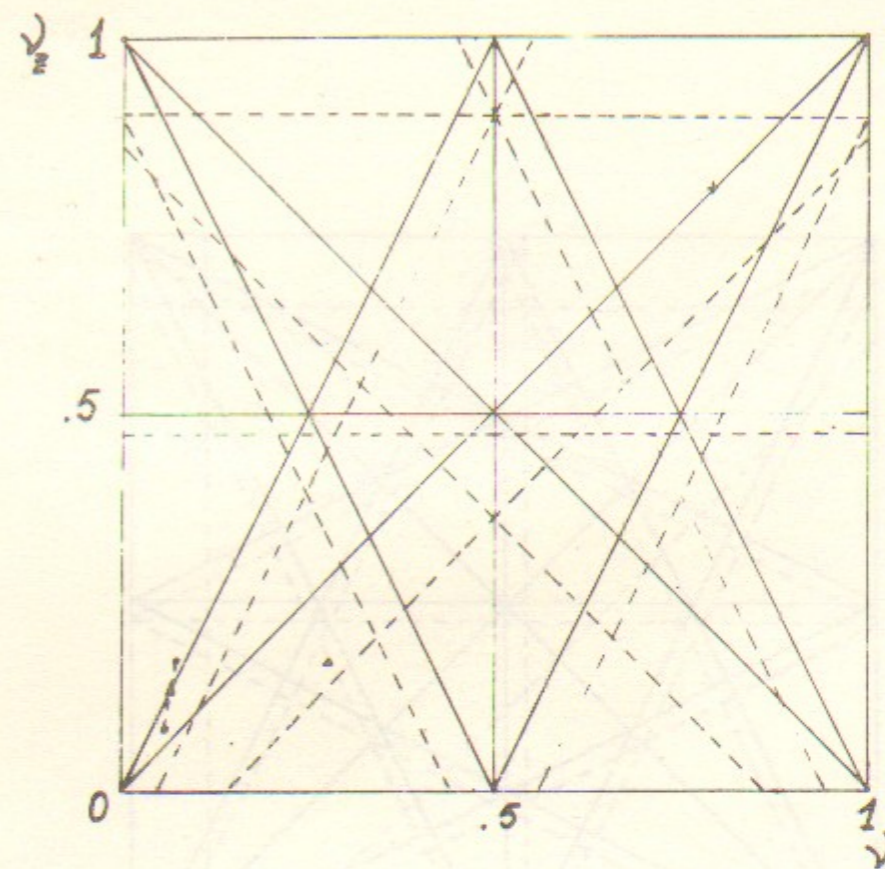


Рис. I. Положение полос неустойчивости для резонансов с номерами мультипольности не выше 2 для плоского пучка ($\sigma_x \gg \sigma_z$). Величина $\Delta \nu_z \sim N/\sigma_x \sigma_z$ равна 0,05.

- рабочая точка ВЭПП-2М,
- ▲ рабочая точка SPEAR,
- + рабочая точка DCI,

стрелкой показано перемещение рабочей точки при увеличении тока пучков.

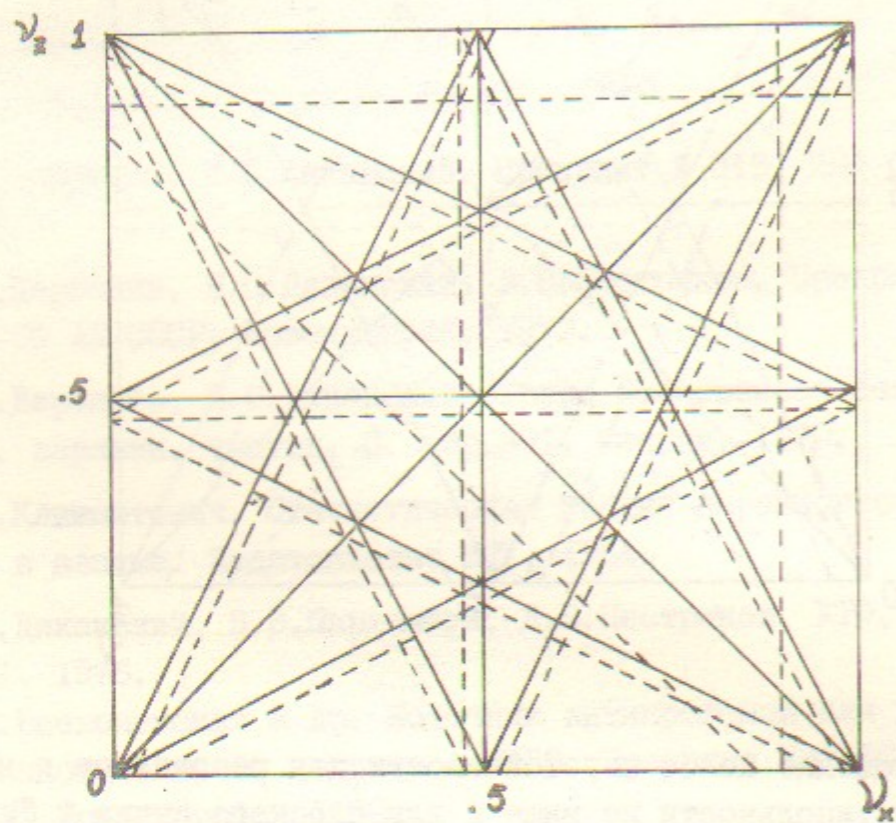


Рис.2. То же для круглого пучка $\Delta v_x = \Delta v_z = 0.05$.

Работа поступила - 3 августа 1981 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
 Подписано к печати 19.08-1981 г. МН 03379
 Усл. 1,5 печ.л., 1,2 учетно-изд.л.
 Тираж 200 экз. Бесплатно
 Заказ № 92.

Отпечатано на роталпринте ИЯФ СО АН СССР