

321  
П.27

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
им. Г.И. Будкера СО РАН

Б.З. Персов

УЧЕТ ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗОК  
ПРИ КОНСТРУИРОВАНИИ

ИЯФ 82-116



НОВОСИБИРСК

## Учет тепловых нагрузок при конструировании

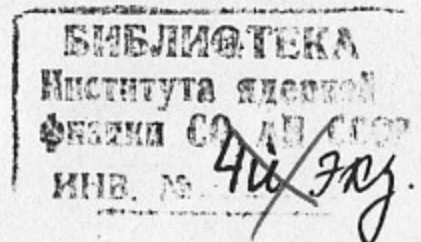
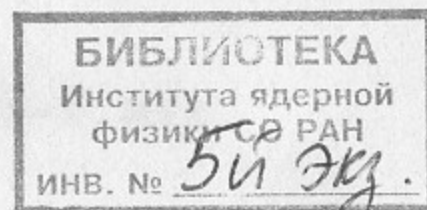
Б.З. Персов

Институт ядерной физики им. Г.И.Будкера  
630090, Новосибирск 90, Россия

### АННОТАЦИЯ

Настоящий тираж есть переиздание работы, открывавшей в 1982 г. серию "Рекомендации для конструкторов" (препринт ИЯФ СО РАН 82-116).

В работе содержатся основные сведения по расчету элементов конструкций, работающих в условиях тепловых нагрузок. Приведены методы расчета тепловыделения при различных видах источников тепла и теплоотвода при разных условиях охлаждения. Рассмотрены особенности расчета при импульсных тепловых воздействиях, а также расчет элементов, работающих в нестационарном тепловом режиме. Все расчетные формулы приведены в виде, удобном для конструкторских расчетов, а их использование проиллюстрировано подробным примером расчета.



### ВВЕДЕНИЕ

Работоспособность любого устройства, т. е. выполнение устройством возложенных на него функций определяется, в первую очередь, правильно выполненным конструкторским расчетом. В процессе этого расчета анализируются прочность деталей устройства, точность выполнения заданных перемещений или сохранения заданной геометрии, способность устройства выполнять заданные функции в течение требуемого времени и т. д.

Однако, даже совершенно правильно выполненный расчет всех этих параметров для нормальных условий еще не обеспечивает работоспособности устройства, если в нем при работе происходит выделение того или иного количества тепла.

Дело в том, что в процессе нагрева деталей снижаются пределы прочности и текучести и модуль упругости материалов. Следовательно, величины запасов по напряжениям уменьшаются по сравнению с рассчитанными для нормальных условий, а деформации деталей — увеличиваются. Кроме того, за счет температурного изменения размеров деталей меняются зазоры в соединениях, что может вызвать, например, заклинивание подвижных деталей.

Если же нагрев отдельных деталей является неравномерным по сечению, то в этих деталях возникают дополнительные температурные напряжения и деформации.

Многие электрофизические устройства предъявляют и специфические требования к нагреву деталей при работе. Так, детали, находящиеся в вакууме, не должны нагреваться выше определенной температуры, если



такой нагрев недопустимо увеличивает газоотделение. Чрезмерный нагрев деталей в высоковольтном устройстве может приводить к электрическому пробою.

Совершенно очевидно, что для обеспечения работоспособности устройства все эти факторы должны быть учтены конструктором при проектировании устройства.

Необходимыми условиями для решения этой задачи являются:

- 1) умение находить реальные источники тепла в конструкции и оценивать количества выделяющегося тепла;
- 2) умение рассчитывать процесс теплоотвода, чтобы по результатам расчета обеспечить рабочие температуры на допустимом уровне.

В этом руководстве и рассмотрены основные вопросы, связанные с учетом тепловыделения и теплоотвода в элементах конструкций.

## 1. ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЕ В ДЕТАЛЯХ

Источниками выделения тепла могут быть самые различные факторы: прохождение по деталям электрического тока, излучение со стороны какого-то нагретого тела, бомбардировка заряженными частицами и т. д. Рассмотрим главные из этих источников, чтобы понять основные принципы учета этих факторов.

### 1.1. ПРОХОЖДЕНИЕ ТОКА ПО ПРОВОДНИКУ

#### 1.1.1. Непрерывный режим

Известно, что мощность, выделяющаяся в проводнике при прохождении по нему постоянного электрического тока, равна

$$P = J^2 R$$

или  $P = U^2 / R,$  (1)

где:  $J$  — ток, текущий по проводнику, А;  
 $U$  — напряжение на концах проводника, В;  
 $R$  — сопротивление проводника, Ом;  
 $P$  — мощность, выделяющаяся в проводнике, Вт.

Однако так просто обстоит дело лишь в случае, когда по проводнику течет постоянный ток. Если же ток переменный, выражения (1) принимают вид:

$$P = J_{\text{эфф}}^2 R$$

или  $P = U_{\text{эфф}}^2 / R,$  (2)

где:  $J_{\text{эфф}}$  — эффективное значение тока, т. е. такое значение постоянного тока, который, протекая по проводнику, приведет к выделению такой же мощности  $P$ , которая выделяется при прохождении данного переменного тока;  
 $U_{\text{эфф}}$  — эффективное значение напряжения, т. е. такое значение постоянного напряжения, которое будучи приложено к проводнику, приведет к выделению такой же мощности  $P$ , которая выделяется при приложении данного переменного напряжения.

Эффективные значения токов и напряжений для случая периодически изменяющихся тока  $J(\tau)$  и напряжения  $U(\tau)$  определяются выражениями:



$$J_{\text{эфф}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T J^2(\tau) d\tau}$$

$$U_{\text{эфф}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T U^2(\tau) d\tau} \quad (3)$$

где:  $J(\tau)$  — зависимость изменения тока от времени;  
 $U(\tau)$  — зависимость изменения напряжения от времени;  
 $T$  — период изменения тока и напряжения (рис. 1).

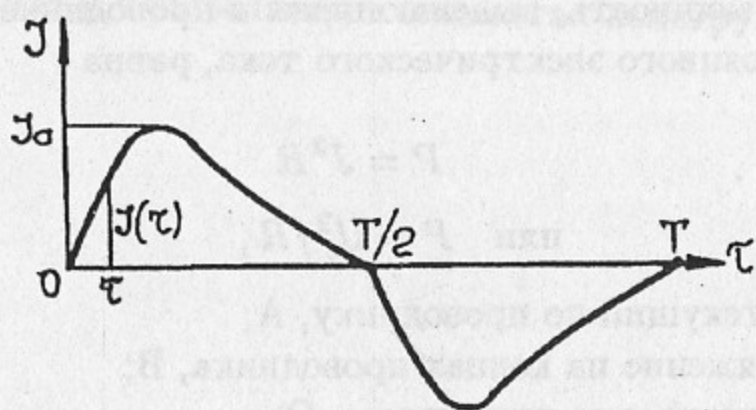


Рис. 1.

Для синусоидально меняющегося тока легко получить, что

$$J_{\text{эфф}} = \frac{J_a}{\sqrt{2}} \quad \text{и} \quad U_{\text{эфф}} = \frac{U_a}{\sqrt{2}},$$

откуда и происходят известные выражения:

$$P_{\text{син}} = \frac{J_a^2 R}{2}$$

$$P_{\text{син}} = \frac{U_a^2}{2R} \quad (4)$$

При переменном токе иной подход нужен и к сопротивлению проводника.

Взаимодействие переменного тока, текущего по проводнику, с магнитным полем, создаваемым этим током, приводит к так называемому

скин-эффекту, состоящему в вытеснении тока на поверхность проводника. В результате с удалением от поверхности проводника вглубь материала ток экспоненциально уменьшается. Для расчета же выделяющейся в проводнике мощности можно использовать выражения (2), если условно считать, что постоянный ток с величиной  $J_{\text{эфф}}$  течет по некоторому поверхностному слою проводника, называемому скин-слоем.

Величина скин-слоя определяется выражением:

$$\delta_{\text{ск}} = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \mu_0 \mu' f}}, \quad \text{м}, \quad (5)$$

где:  $\rho$  — удельное электросопротивление материала, Ом·м;  
 $\mu_0 = 0.4\pi \cdot 10^{-6}$  Гн/м — магнитная постоянная;  
 $\mu'$  — относительная магнитная проницаемость материала проводника;  
 $f$  — частота изменения тока, Гц.

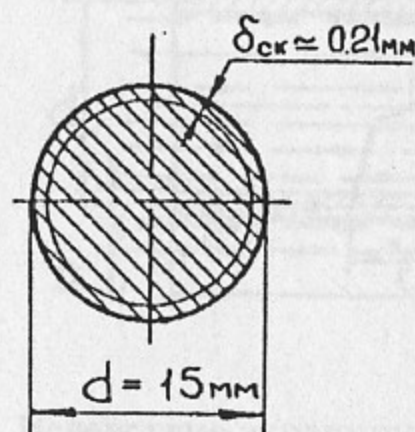


Рис. 2.

Естественно, что скин-эффект приводит к увеличению сопротивления проводника и к увеличению выделяющейся в проводнике мощности.

Так, для меди при  $f = 50$  Гц  $\delta_{\text{ск}} \approx 9.4$  мм, а при  $f = 100000$  Гц — лишь 0.21 мм. Таким образом, если диаметр проводника равен 15 мм (рис. 2), то при частоте 50 Гц можно считать, что ток идет по всему сечению проводника, и тогда сопротивление проводника длиной 1 м составит

$$R_{50} = \rho \frac{L}{S} = 1.75 \cdot 10^{-8} \frac{1}{176 \cdot 10^{-6}} = 10^{-4} \text{ Ом}.$$

При частоте же 100000 Гц ток течет лишь в поверхностном слое толщиной 0.21 мм, т. е. по площади  $S \approx 10^{-5}$  м<sup>2</sup> (10 мм<sup>2</sup>). При этом сопротивление проводника, а, следовательно, и выделяющаяся в нем мощность при частоте 100000 Гц будут в ~ 18 раз больше, чем при частоте 50 Гц.

Необходимо остановиться еще на одной особенности.

На рис. 1 показана зависимость тока от времени, где процессы нарастания и уменьшения тока имеют разную крутизну. В этом случае расчет мощности в проводнике нельзя вести по величине скин-слоя, соответствующего частоте нарастания или частоте спада тока. Следует разложить функцию  $J(\tau)$  в ряд Фурье, определить величину скин-слоя и мощность по частоте и амплитуде отдельных гармоник и полученные



мощности сложить. В некоторых конкретных случаях этот трудоемкий, хотя и дающий наиболее правильный результат, путь может быть заменен рассмотрением вместо реальной функции  $J(\tau)$  некоторой близкой к ней синусоиды.

### 1.1.2. Импульсный режим

Все, что мы рассмотрели, относится к непрерывно протекающим по проводникам токам. Однако, в большом количестве задач мы имеем дело с импульсными процессами, когда ток по проводнику идет импульсами длительностью  $\tau_{и}$ , следующими с определенной частотой  $f_{и}$  (рис. 3). Если известен закон изменения тока в течение времени  $\tau_{и} — J(\tau)$ , то мощность, выделяющаяся в проводнике в течение этого времени, находится по выражению (2).

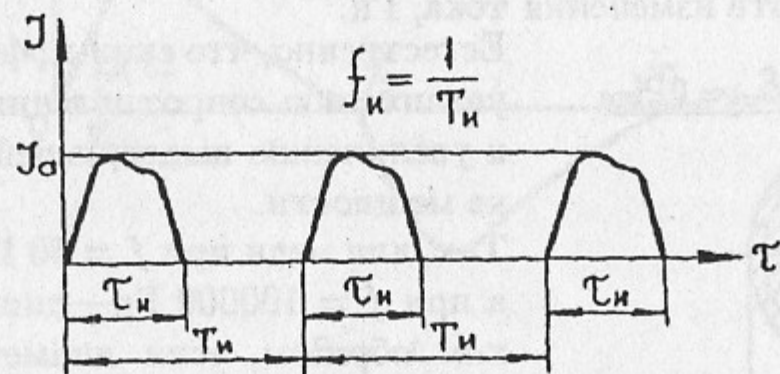


Рис. 3

Теплоотвод же должен рассчитываться по средней мощности, равной

$$P_f = \frac{P}{\nu} \quad (6)$$

где  $\nu = (T_{и})/(\tau_{и})$  — скважность.

Существенными здесь являются два момента.

Во-первых, глубина скин-слоя рассчитывается в этом случае не по частоте  $f_{и}$ , а по частоте, соответствующей изменению тока в течение времени  $\tau_{и}$ .

Во-вторых, при одиночных импульсах тока (т. е., когда  $\tau_{и} \ll T_{и}$ ) энергия, выделяющаяся в проводнике за время  $\tau_{и}$ , оказывается меньшей, чем за то же время при непрерывно следующих друг за другом импульсах. В частности, для синусоидальных импульсов это уменьшение составляет около 1.5 (Е.А. Абрамян, С.Б. Вассерман "Магнит безжелезного

ускорителя со встречными пучками", Отчет ИЯФ СО АН СССР №250, 1963 г.). Следовательно, при нахождении мощности в проводнике по  $J_{эфф}$  и  $\delta_{ск}$  условно можно считать, что в случае одиночных синусоидальных импульсов глубина скин-слоя  $\delta_{ск}$  примерно в 1.5 раза больше, чем при непрерывном следовании импульсов.

### 1.2. ПРОВОДНИК В ПЕРЕМЕННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Рассмотрим выделение тепла в трубке из проводящего материала, помещенной в магнитное поле, меняющееся по закону

$$H = H_0 \sin \omega \tau$$

и направленное вдоль оси трубки (рис. 4).

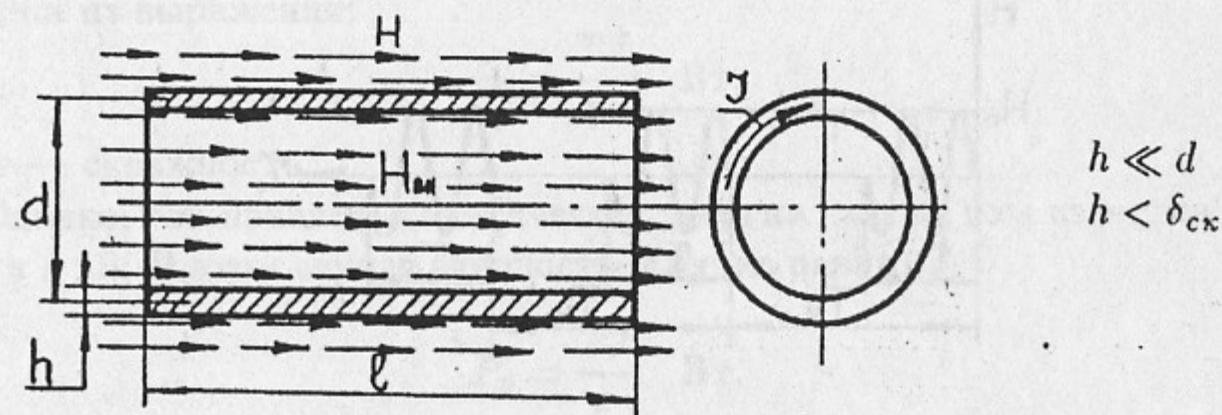


Рис. 4

Вследствие экранирующего действия трубки напряженность магнитного поля внутри нее будет несколько ниже, чем снаружи:

$$H_{вн} = \frac{H}{\kappa_э}$$

где  $\kappa_э$  — коэффициент экранирования.

Как в любом витке, пронизываемом переменным полем, в трубке будет наводиться ЭДС, равная

$$U = -\frac{d\varphi}{d\tau}$$

Магнитный поток

$$\varphi = BS = \mu H_{вн} S = \frac{\pi d^2}{4\kappa_э} \mu H_0 \sin \omega \tau \quad (\text{здесь } \mu = \mu_0 \mu')$$

Тогда

$$U = -\frac{d\varphi}{d\tau} = -\frac{\pi d^2 \mu H_0 \omega}{4\kappa_э} \cos \omega \tau.$$



В соответствии с выражением (4) — так как поле меняется синусоидально — имеем:

$$P = \frac{U_a^2}{2R}, \quad \text{где } U_a = -\frac{\pi d^2 \mu H_0 \omega}{4\kappa_3} \quad \text{и } R = \rho \frac{L}{S} = \frac{\pi \rho d}{4h}.$$

Окончательно получаем мощность в трубке, находящейся в осевом синусоидально меняющемся магнитном поле, в виде:

$$P \simeq 0.1 \frac{\mu^2 H_0^2 \omega^2 d^3 l h}{\rho \kappa_3^2}. \quad (7)$$

Если это поле  $H$  еще и импульсное, т. е. меняется в соответствии с рис. 5, то в знаменателе выражения (7) должна появиться еще величина скважности  $\nu = T_H / \tau_H$ .

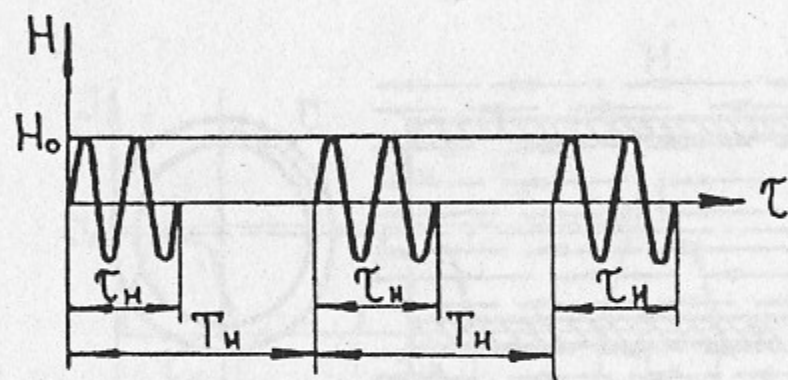


Рис. 5

Коэффициент экранирования  $\kappa_3$  может быть определен по формуле:

$$\kappa_3 = \sqrt{1 + \left(\frac{\omega \mathcal{L}}{R}\right)^2},$$

где  $R$  — омическое сопротивление трубки, определенное выше, а  $\mathcal{L}$  — ее индуктивность. При направлении тока, показанном на рис. 4,

$$\mathcal{L} = \mu \frac{\pi d^2}{4l},$$

а для коэффициента экранирования окончательно получаем:

$$\kappa_3 = \sqrt{1 + \frac{\mu^2 \omega^2 d^2 h^2}{16\rho^2}}.$$

Мы рассмотрели случай, когда поле меняется синусоидально. Если же зависимость иная, то мощность должна определяться по выражению (2), а  $U_{эфф}$  — по выражению (3).

### 1.3. БОМБАРДИРОВКА ТЕЛА ЗАРЯЖЕННЫМИ ЧАСТИЦАМИ [1, 2, 3]

При бомбардировке тела пучком заряженных частиц в виде тепла выделяется кинетическая энергия пучка частиц или доля этой энергии. Как оценить количество тепла, которое при этом выделяется в бомбардируемом теле? Здесь два вопроса:

- 1) какова мощность в пучке частиц?
- 2) какая часть этой мощности нагревает бомбардируемое тело?

#### 1.3.1. Мощность в пучке заряженных частиц

Если каждая частица в пучке имеет заряд  $q$  К и кинетическую энергию  $T$  Дж, то при токе в пучке  $J$  А мощность этого пучка может быть найдена из выражения:

$$P_n = \frac{TJ}{qv} \quad \text{Вт}, \quad (8)$$

где  $\nu$  — скважность.

Однако, как правило, кинетическая энергия частиц нам известна не в Дж, а в эВ. В этом случае мощность в пучке равна

$$P_n = \frac{TJ}{\nu} \quad \text{Вт}. \quad (8')$$

#### 1.3.2. Мощность, идущая на нагрев тела

Почему возникает вопрос о том, что мощность, нагревающая бомбардируемое тело, не всегда равна мощности пучка?

Дело в том, что частицы, попадая на твердое тело, не сразу отдают свою энергию этому телу, а теряют ее постепенно, продвигаясь на определенную глубину внутрь тела и сталкиваясь на этом пути с частицами вещества. Зависимости потери энергии от пути, проходимого частицей в теле, для разных частиц различны, и характер их связан с природой и параметрами частиц.

В частности, для электронов с кинетическими энергиями выше нескольких сотен кэВ с точностью, достаточной для тепловых конструкторских расчетов, можно считать, что электрон, проходя сквозь вещество, теряет энергию равномерно на всем пути.

Отдав в столкновениях всю кинетическую энергию, электрон останавливается и “застревает” в теле. Однако, если бомбардируемое тело представляет собой некую стенку конечной толщины, то возможен случай, когда электрон достигает второй поверхности этой стенки, еще не



израсходовав весь запас кинетической энергии, и с оставшейся энергией покидает тело. В этом случае энергия, отданная частицей телу ( и идущая на его нагрев), оказывается меньше кинетической энергии частицы, т. е.

$$Q = Q_{\text{п}} \cdot \kappa, \quad \text{где } \kappa \leq 1. \quad (9)$$

Путь, на котором частица, проникая в вещество, отдает ему всю свою кинетическую энергию называют *глубиной проникновения*.

Величина глубины проникновения зависит от вида частицы, ее кинетической энергии и от материала тела.

Здесь следует иметь в виду, что частица движется в теле не прямолинейно, а по сложной траектории, определяемой ее случайными столкновениями с частицами вещества (рис. 6).

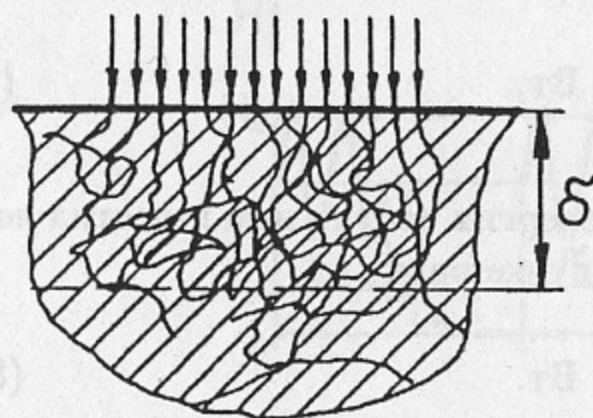


Рис. 6.

В связи с этим под глубиной проникновения понимается некая среднестатистическая величина  $\delta$ , на которую проникает в вещество достаточно большое число частиц.

Естественно, что формулы, описывающие эти процессы, являются приближенными. Однако, для конструкторских расчетов их точность вполне достаточна.

Возвращаясь снова к электронам, для которых, как уже сказано, потери энергии пропорциональны пути, пройденному в веществе, можем сказать, что коэффициент в выражении (9)

$$\kappa = \frac{h}{\delta}, \quad (10)$$

где  $h$  — толщина детали, пронизываемой пучком, в направлении полета частиц;

$\delta$  — глубина проникновения электронов с данной кинетической энергией в данное вещество.

(Выражение (10) справедливо при  $h \leq \delta$ , при  $h > \delta$  всегда  $\kappa = 1$ ).

Если толщина  $h$  — параметр конструктивный, в каждом конкретном случае известный, то глубина проникновения электронов в вещество должна для каждого случая определяться.

Так, для электронов с кинетической энергией от 0.5 до 3000 кэВ глубина проникновения хорошо описывается выражением:

$$\delta = \frac{10^{-4} T^{1.5}}{\gamma} \quad (11)$$

где  $\gamma$  — плотность вещества, кг/м<sup>3</sup>;

$T$  — кинетическая энергия, кэВ;

$\delta$  — глубина проникновения, м.

Здесь сделаем одно замечание.

Для электронов с  $T = 2 \text{ МэВ} = 2000 \text{ кэВ}$  и меди с  $\gamma = 8.9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  получаем

$$\delta = \frac{10^{-4} \cdot 2000^{1.5}}{8.9 \cdot 10^3} = 10^{-3} \text{ м} = 1 \text{ мм}.$$

“Таблетка” меди площадью 1 см<sup>2</sup> при толщине 1 мм (рис. 7) имеет массу 0.89 г. В этой толщине, как мы видели, и “оседает” весь электронный пучок при  $T = 2 \text{ МэВ}$ . Но электроны отдают свою энергию пропорционально пути, пройденному в веществе. Следовательно, если измерять этот путь в массе вещества, “пройденной” электроном, при площади 1 см<sup>2</sup>, то получим скорость потери энергии электронами в данном случае

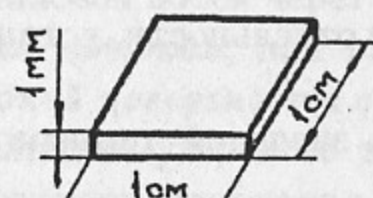


Рис. 7

$$\frac{\Delta T}{\Delta M} = \frac{2 \text{ МэВ}}{0.89 \text{ г}} = 2.24 \text{ МэВ/г}.$$

Оказывается, что при энергиях выше 500 кэВ электроны во всех веществах отдают энергию со скоростью, приблизительно равной 2 МэВ/г.

Этой цифрой и можно пользоваться при ориентировочных оценках.

Например, если есть стенка из нержавеющей стали 12Х18Н10Т ( $\gamma = 7.85 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 = 7.85 \text{ г/см}^3$ ) толщиной 2 мм, то в ней при бомбардировке электронами “останется” энергия

$$\Delta T = 7.85 \cdot 0.2 \cdot 2 \cdot 1 = 3.14 \text{ МэВ}.$$

Таким образом, частицы с энергией примерно 3 МэВ отдадут телу всю энергию, нагревая его по всей толщине. Частицы с энергией выше 3 МэВ пройдут сквозь стенку, “оставив” в ней мощность, пропорциональную энергии в 3 МэВ. Частицы же с энергией ниже 3 МэВ “застрянут” в стенке, не дойдя до противоположной поверхности, и нагреют лишь часть толщины стенки, равную  $\delta$ .



## 2. ТЕПЛОТВОД И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУР

Итак, мы выяснили, в основном, что является источниками тепла в конструкциях, и как оценить в том или ином случае выделяющуюся тепловую мощность.

Что происходит с этой мощностью дальше?

Дальше это тепло самопроизвольно переносится в сторону убывания температуры. Перенос этот осуществляется в соответствии с законами теплопередачи, являющейся, вообще говоря, очень сложным процессом.

При изучении этот процесс расчлняют на три элементарных способа переноса тепла — теплопроводность, конвекцию и тепловое излучение.

**ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬЮ** называется перенос тепла при непосредственном соприкосновении тел (или частей одного тела), имеющих различную температуру.

Явление **КОНВЕКЦИИ** наблюдается в движущихся жидкостях или газах. Перенос тепла здесь происходит просто за счет перемещения вещества в пространстве.

**ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ** — это явление переноса тепла в виде электромагнитных волн с превращением сначала тепловой энергии в лучистую, а затем обратно — из лучистой в тепловую.

И хотя каждый из этих видов теплообмена в чистом виде встречается редко, рассматривать их при изучении удобно по отдельности, установив предварительно ряд необходимых понятий.

**ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ** — совокупность значений температуры всех точек тела в данный момент времени.

Математически температурное поле описывается уравнением

$$t = t(x, y, z, \tau). \quad (12)$$

Если температура зависит от времени  $\tau$  — температурное поле является нестационарным, если не зависит — стационарным. В пространстве температурное поле может быть одно-, двух-, или трехмерным. Уравнение (12) — уравнение трехмерного нестационарного поля. Наиболее простым является одномерное стационарное температурное поле, описываемое выражением

$$t = t(x). \quad (12')$$

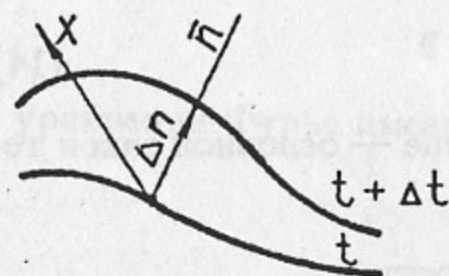


Рис. 8

**ГРАДИЕНТ ТЕМПЕРАТУРЫ.** В теле при любом температурном поле есть точки с одинаковой температурой. Их геометрическое место называется изотермической поверхностью. Изменение температуры в теле наблюдается лишь в направлениях, пересекающих изотермические поверхности (например,  $x$  на рис. 8). Наиболее резко меняется температура в направлении нормали к изотермической поверхности

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta t}{\Delta n} = \frac{dt}{dn} = \text{grad } t. \quad (13)$$

**Градиент температуры** — вектор, направленный по нормали к изотермической поверхности в сторону возрастания температуры.

**ТЕПЛОВОЙ ПОТОК.** В сторону убывания температуры тепло переносится самопроизвольно. Количество тепла, переносимого через какую-то поверхность в единицу времени, называется *тепловым потоком*  $P$  Вт.

Тепловой поток через единицу поверхности называется *удельным тепловым потоком*, или *плотностью теплового потока*, или *тепловой нагрузкой поверхности*  $q$  Вт/м<sup>2</sup>.

Величина удельного теплового потока является вектором, направление которого совпадает с направлением распространения тепла в данной точке и противоположно вектору градиента температуры.

### 2.1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ [4, 5]

Это перенос тепла внутри твердого тела от мест с более высокой температурой к местам с более низкой температурой. Механизм теплопроводности состоит в переносе энергии вследствие теплового движения и энергетического взаимодействия между молекулами, атомами, электронами, из которых состоит тело.

#### Закон Фурье

Изучая процесс теплопроводности в твердых телах, Фурье установил, что количество переданного тепла пропорционально падению температуры, времени и площади сечения, перпендикулярного к направлению распространения тепла.



Математически это выглядит так:

$$\bar{q} = -\lambda \text{grad } t. \quad (14)$$

Это уравнение представляет собой закон Фурье — основной закон теплопроводности.

Коэффициент теплопроводности

Коэффициент пропорциональности в уравнении (14) называется *коэффициентом теплопроводности*. Это физическое свойство материала, смысл которого можно понять из уравнения:

$$\lambda = \left| -\frac{q}{\text{grad } t} \right| = \frac{Q}{F \tau \Delta t} \approx \frac{P}{F \Delta t} \left| \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}} \right|. \quad (15)$$

Величина коэффициента теплопроводности — это количество тепла, передаваемое через единицу площади за единицу времени при температурном градиенте, равном единице.

Решение всех конкретных задач теплопроводности состоит в написании и решении для данного случая уравнения Фурье. Рассмотрим как это делается на нескольких примерах.

### 2.1.1. Теплопроводность плоской стенки

#### 2.1.1.1. Сосредоточенная мощность (рис. 9)

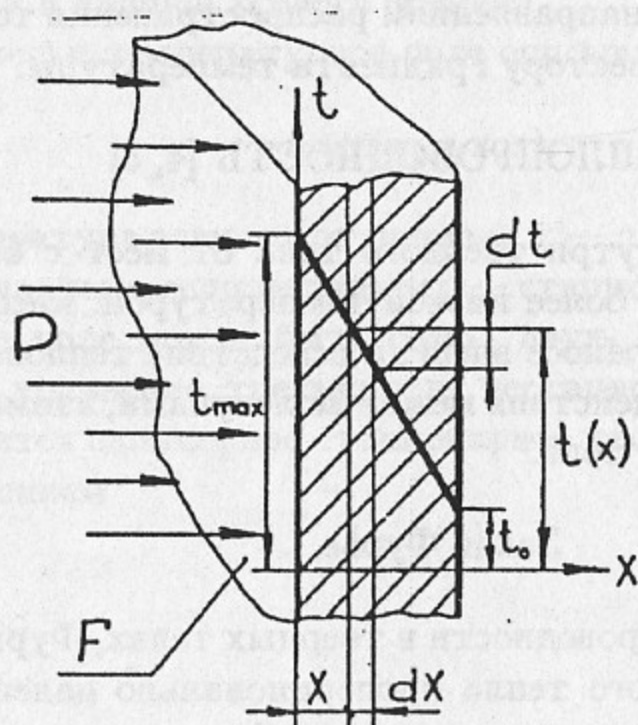


Рис. 9.

$$q = \frac{P}{F}; \quad \text{grad } t = \frac{dt(x)}{dx}.$$

Из уравнения Фурье имеем:

$$\frac{P}{F} = -\lambda \frac{dt(x)}{dx}$$

$$dt(x) = -\frac{P}{\lambda F} dx$$

$$t(x) = -\frac{P}{\lambda F} x + C.$$

При  $x = h$   $t = t_0$ , откуда

$$C = t_0 + \frac{Ph}{\lambda F}.$$

$$t(x) = t_0 + \frac{P}{\lambda F}(h - x) = t_0 + \frac{Ph}{\lambda F} \left(1 - \frac{x}{h}\right);$$

$$\Delta t(x) = t(x) - t_0 = \frac{Ph}{\lambda F} \left(1 - \frac{x}{h}\right);$$

$$t_{\text{max}} = t(0) = t_0 + \frac{Ph}{\lambda F}$$

$$\Delta t_{\text{max}} = t(0) - t_0 = \frac{Ph}{\lambda F}. \quad (16)$$

Для практических расчетов очень удобным является понятие *теплового сопротивления*, проиллюстрировать которое можно на примере электротепловой аналогии (рис. 10).

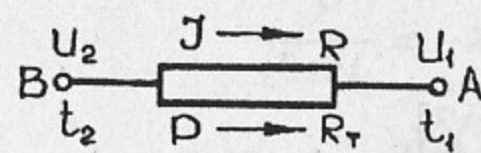


Рис. 10.

При прохождении тока  $J$  по участку цепи с сопротивлением  $R$  на этом участке создается падение напряжения  $\Delta U = J \cdot R$ . Если потенциал точки А —  $U_1$ , то потенциал точки В —  $U_2$ .

$$U_2 = U_1 + J \cdot R.$$

Это известный всем закон Ома для электрической цепи. По аналогии можно записать этот же закон для тепловой цепи, произведя замены:

БИБЛИОТЕКА  
Института ядерной  
физики СО РАН  
ИНВ. № 5н 7кз.

$U \rightarrow t$   
 $J \rightarrow P$   
 $R \rightarrow R_T$

БИБЛИОТЕКА  
Института ядерной  
физики СО РАН СССР  
ИНВ. № 4У 7кз.



Получим:

$$t_2 = t_1 + PR_T$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = PR_T. \quad (18)$$

Сравнивая (18) и (16), видим, что тепловое сопротивление плоской стенки при сосредоточенной тепловой мощности  $P$  равно:

$$R_T = \frac{h}{\lambda F} \quad \frac{\text{К}}{\text{Вт}}. \quad (19)$$

Зная тепловое сопротивление  $R_T$ , всегда легко получить перепад температуры по стенке, умножив проходящую через нее мощность на  $R_T$ .

### 2.1.1.2. Распределенная мощность

Возможен случай, когда тепло не поступает к пластине извне с одной ее стороны, а выделяется в самой пластине. Например, при прохождении по пластине постоянного тока в ней выделяется тепло равномерно по объему с интенсивностью  $q_v$  Вт/м<sup>3</sup>.

В соответствии с рис. 9 тепловая мощность, выделяющаяся в слое толщиной  $x$ , равна:

$$P(x) = q_v F \cdot x$$

$$q = \frac{P(x)}{F} = q_v x; \quad \text{grad } t = \frac{dt(x)}{dx}.$$

Из уравнения Фурье:  $q_v x = -\lambda \frac{dt(x)}{dx}$

$$dt(x) = -\frac{q_v}{\lambda} x dx; \quad t(x) = -\frac{q_v x^2}{2\lambda} + C.$$

При  $x = h$   $t = t_0$ , откуда  $C = t_0 + \frac{q_v h^2}{2\lambda}$

$$t(x) = t_0 + \frac{q_v h^2}{2\lambda} \left[ 1 - \left( \frac{x}{h} \right)^2 \right];$$

$$\Delta t(x) = t(x) - t_0 = \frac{q_v h^2}{2\lambda} \left[ 1 - \left( \frac{x}{h} \right)^2 \right];$$

$$t_{\max} = t_0 + \frac{q_v h^2}{2\lambda}$$

$$\Delta t_{\max} = \frac{q_v h^2}{2\lambda}. \quad (20)$$

Преобразуем несколько последнее выражение:

$$\Delta t_{\max} = \frac{q_v h^2}{2\lambda} \cdot \frac{F}{F} = \frac{q_v h F \cdot h}{2\lambda F} = \frac{Ph}{2\lambda F}.$$

В соответствии с (18) видим, что тепловое сопротивление пластины при распределенной мощности равно

$$R_T = \frac{h}{2\lambda F}, \quad (21)$$

т. е. вдвое меньше, чем при сосредоточенной мощности.

### 2.1.2. Теплопроводность цилиндрической стенки (рис. 11)

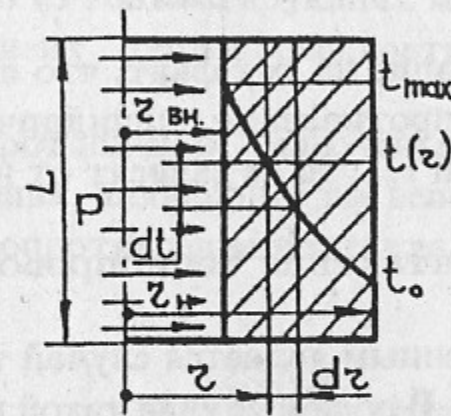


Рис. 11.

$$q = \frac{P}{2\pi r L}; \quad \text{grad } t = \frac{dt(r)}{dr}$$

$$\frac{P}{2\pi r L} = -\lambda \frac{dt(r)}{dr}; \quad dt(r) = -\frac{P dr}{2\pi \lambda L r}$$

$$t(r) = -\frac{P}{2\pi \lambda L} \ln r + C.$$

При  $r = r_n$   $t = t_0$ , откуда

$$C = t_0 + \frac{P \ln r_n}{2\pi \lambda L}.$$

Подставляя, имеем:



$$t(r) = t_0 + \frac{P}{2\pi\lambda L} \ln \frac{r_H}{r}$$

$$t_{\max} = t_0 + \frac{P}{2\pi\lambda L} \ln \frac{r_H}{r_{BH}}$$

$$\Delta t(r) = \frac{P}{2\pi\lambda L} \ln \frac{r_H}{r}$$

$$\Delta t_{\max} = \frac{P}{2\pi\lambda L} \ln \frac{r_H}{r_{BH}} \quad (22)$$

В соответствии с (18) найдем тепловое сопротивление цилиндрической стенки при сосредоточенной мощности:

$$R_T = \frac{\ln r_H/r_{BH}}{2\pi\lambda L} \quad (22')$$

Следует обратить внимание на тот факт, что и температурные параметры (22), и тепловое сопротивление цилиндрической стенки зависят от отношения радиусов  $r_H$  и  $r_{BH}$ , но не зависят от их абсолютных значений.

### 2.1.3. Контактная теплопроводность [5]

Весьма распространенным является случай теплопередачи через контакт двух поверхностей. В общем случае такой контакт имеет вид, представленный на рис. 12. В соответствии с этим передача тепла осуществляется как через неровности, так и через среду между неровностями.

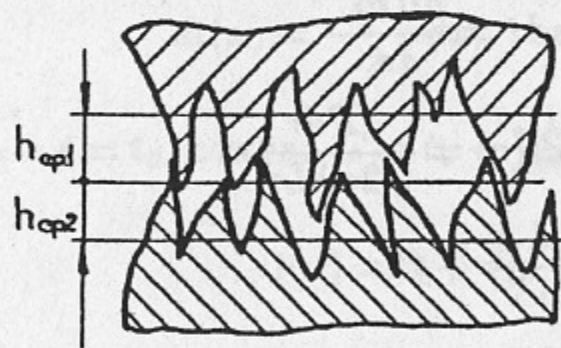


Рис. 12

Вопрос о контактном теплообмене является очень сложным, ему посвящено большое количество исследований, и имеется много разных рекомендаций по расчету этого процесса.

Одним из удобных методов расчета является следующий. Рассчитываются отдельно тепловые сопротивления контакта и прослойки ("среды") по формулам:

$$R_{TK} = \frac{3\sigma_B \cdot 10^{-4}}{2.1N\bar{\lambda}}; \quad R_{TC} = \frac{h_{cp1} + h_{cp2}}{2\lambda_c S_H} \quad (23)$$

где:  $R_{TK}$  — тепловое сопротивление контакта, К/Вт;  
 $R_{TC}$  — тепловое сопротивление прослойки между поверхностями, К/Вт;  
 $h_{cp1}$  и  $h_{cp2}$  — средние значения высот микронеровностей на контактирующих поверхностях, определяемые классом шероховатости поверхностей, м;  
 $S_H$  — номинальная поверхность контакта, м<sup>2</sup>;  
 $\sigma_B$  — предел прочности менее пластичного материала контактирующих деталей, кг/м<sup>2</sup> (можно применять  $\sigma_B$  в кг/см<sup>2</sup>, но тогда надо опустить множитель  $10^{-4}$ );  
 $N$  — полное усилие в контакте, кг;  
 $\bar{\lambda} = (2\lambda_1\lambda_2)/(\lambda_1 + \lambda_2)$  — приведенный коэффициент теплопроводности контакта, Вт/(м·К) ( $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  — коэффициенты теплопроводности каждого из контактирующих материалов);  
 $\lambda_c$  — коэффициент теплопроводности среды в прослойке, Вт/(м·К).

Так как оба эти сопротивления "включены" параллельно, то складываются не сопротивления, а обратные им величины — проводимости. Тогда полное тепловое сопротивление контакта  $R_T$  может быть найдено из выражения:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_{TK}} + \frac{1}{R_{TC}} = \frac{2.1N\bar{\lambda}}{3\sigma_B \cdot 10^{-4}} + \frac{2\lambda_c S_H}{h_{cp1} + h_{cp2}} \quad (24)$$

Этот метод дает несколько заниженные значения  $R_T$  в случае контактирования больших поверхностей, имеющих большую волнистость. "Виноват" в этом второй член выражения (24), так как у волнистых деталей величина прослойки оказывается фактически больше, чем  $(h_{cp1} + h_{cp2})/2$ . Выход здесь — или учитывать реальную волнистость в расчете, или обеспечивать неплоскостность деталей, не превышающую  $h_{cp}$ .

Необходимо отметить, что первый член формулы дает и в этом случае вполне достоверный результат, несмотря на волнистость. Дело в том, что контакт поверхностей реально осуществляется по отдельным точкам — контактными пятнам, образующимся при смятии гребешков микронеровностей под действием силы  $N$ . При этом фактическая площадь контакта, которая и определяет его сопротивление, всегда определяется соотношением

$$S_{\text{факт}} = \frac{N}{\sigma_{см}}$$

где  $\sigma_{см}$  — предел прочности материала при смятии. Если деталь волнистая, точек контакта оказывается меньше, но тогда каждая из них



“раздавливается” до большей площади, а суммарная фактическая площадь контакта снова оказывается равной  $N/\sigma_{см}$ . Между прочим, тем же объясняется и тот факт, что величина теплового сопротивления металлической части контакта не зависит, как видно из (23) и (24), от номинальной поверхности контакта  $S_n$ .

Очень часто нужно организовать тепловой контакт деталей в вакууме, где  $\lambda_c = 0$ . В этом случае остается лишь первый член выражения (24) и

$$R_T = R_{Тк} = \frac{3\sigma_B \cdot 10^{-4}}{2.1N\lambda} \frac{K}{Вт} \quad (25)$$

Заканчивая этот раздел, необходимо сделать ряд замечаний.

Во-первых, в книгах, посвященных контактному теплообмену, размерность  $R_T$  не К/Вт, а  $(м^2К)/Вт$ . В соответствии с этим в числителе первого из выражений (23) появляется, а в знаменателе второго — пропадает величина номинальной поверхности контакта  $S_n$ . Дело здесь в том, что в литературе речь идет об удельном тепловом сопротивлении контакта (т. е. о тепловом сопротивлении единицы площади контакта). Здесь же приводятся выражения для полного теплового сопротивления контакта, которое более удобно в использовании на практике. Вернувшись к электротепловой аналогии, видим, что по закону Ома

$$U = J \cdot R$$

где  $R$  — полное электрическое сопротивление.

Используя понятие полного теплового сопротивления, можно пользоваться совершенно аналогичным законом Ома для тепловой цепи (с заменой по (17)):

$$\Delta t = PR_T$$

Применяя же понятие удельного теплового сопротивления, в последнее выражение нужно было бы вводить еще  $S_n$ , что представляется менее удобным.

Во-вторых, выражением (25) можно пользоваться и для оценки величины электрического сопротивления плоского контакта. Для этого нужно лишь заменить в нем величину  $\lambda$  на

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2}{\rho_1 + \rho_2}$$

где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — удельные электросопротивления материалов контактирующих деталей, Ом·м.

## 2.2. КОНВЕКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН [4, 6]

Это перенос тепла между поверхностью твердого тела и жидкой или газообразной средой.

Количество передаваемого тепла  $P$  пропорционально поверхности теплообмена  $F$  и разности температур стенки и жидкости ( $t_c - t_{ж}$ ) в соответствии с законом Ньютона:

$$P = \alpha F(t_c - t_{ж}) \quad (26)$$

Коэффициентом пропорциональности является величина  $\alpha$ , называемая *коэффициентом теплоотдачи* и равная количеству тепла, передаваемому за единицу времени через единицу поверхности при разности температур между поверхностью и жидкостью в один градус:

$$\alpha = \frac{P}{F(t_c - t_{ж})} \frac{Вт}{м^2 \cdot К} \quad (27)$$

Тепловое сопротивление в процессе конвективного теплообмена определяется выражением

$$R_T = \frac{1}{\alpha F} \quad (28)$$

Процесс конвективной теплоотдачи связан с условиями движения жидкости. Как известно, существуют два основных вида движения жидкости: ламинарное (струйчатое, спокойное движение) и турбулентное (вихревое, неупорядоченное движение). Процессы теплосъема при этих видах течения происходят по-разному, и, естественно, сразу возникает вопрос: а когда какое течение?

В результате специальных исследований Рейнольдс установил, что показателем того или иного режима течения является особый безразмерный комплекс

$$\frac{wl}{\nu}$$

где  $w$  — скорость движения жидкости, м/с,  $\nu$  — кинематическая вязкость жидкости,  $м^2/с$ ,  $l$  — характерный линейный размер омываемого тела, м. Этот комплекс впоследствии был назван *критерием* или *числом Рейнольдса*

$$Re = \frac{wl}{\nu} \quad (29)$$

Переход ламинарного течения в турбулентное происходит при некотором значении  $Re$ , называемом критическим ( $Re_{кр}$ ). При  $Re < Re_{кр}$



течение ламинарное, при  $Re > Re_{кр}$  — турбулентное. Величина  $Re_{кр}$  зависит от конкретных условий. Так, для движения жидкости или газа в трубах и каналах

$$Re_{кр} \approx 2300.$$

От конкретных условий процесса зависит и характерный размер омываемого тела  $l$ . Например, для движения жидкости в трубах и каналах этим размером является так называемый гидравлический диаметр, определяемый выражением:

$$d_r = \frac{4F}{U},$$

где  $F$  — площадь сечения канала,  $m^2$ ;  
 $U$  — периметр канала,  $m$ .

Легко видеть, что для круглой трубы  $d_r = d$ .

Вторым серьезным вопросом, возникающим при пользовании выражением (26), является вопрос о нахождении коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ .

Процесс конвективной теплоотдачи — очень сложный процесс, и  $\alpha$  является функцией очень большого числа величин, характеризующих этот процесс: формы и размеров омываемого тела, температуры его поверхности, температуры жидкости, скорости движения и физических свойств жидкости и т. д. Строгое математическое описание этого процесса весьма сложно. В связи с этим для определения коэффициента теплоотдачи пользуются теорией подобия.

Суть этой теории состоит в том, что в подобных условиях подобные процессы протекают подобным образом. Это значит, что для определения некой величины  $\varphi_A$  в процессе  $A$  достаточно взять ту же величину в процессе  $B$  —  $\varphi_B$  и умножить ее на «коэффициент подобия»  $C$ :

$$\varphi_A = \varphi_B \cdot C.$$

Коэффициенты подобия для различных величин в подобных процессах не могут назначаться произвольно, а должны быть вполне определенными. Представляют они собой комплексы определенных конкретных физических величин и называются критериями подобия. Называют их обычно по именам ученых, плодотворно работающих в этой области: Рейнольдса ( $Re$ ), Нуссельта ( $Nu$ ), Фурье ( $Fo$ ) и т. д. Характерным свойством критериев подобия является их безразмерность.

Наличие критериев подобия позволяет значительно упростить расчет тепловых процессов. Так, интенсивность конвективного теплообмена

всегда характеризуется критерием Нуссельта:

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}, \quad (30)$$

где  $l$  — характерный линейный размер,  $m$ ;  
 $\lambda$  — коэффициент теплопроводности теплоносителя,  $Вт/(м \cdot К)$ ;  
 $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи,  $Вт/(м^2 \cdot К)$ .

Выражение (30) является основным для определения коэффициента теплоотдачи  $\alpha$ :

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{l}. \quad (30')$$

Значение же критерия  $Nu$  определяется в зависимости от конкретного рассматриваемого процесса теплообмена. Так, при движении жидкости в трубах и каналах для турбулентного режима рекомендуется для определения  $Nu$  следующее критериальное уравнение:

$$Nu_{ж} \approx 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \epsilon_R, \quad (31)$$

где:  $Nu_{ж}$  — критерий Нуссельта для определения среднего по длине коэффициента теплоотдачи; переменен же коэффициент теплоотдачи по длине потому, что жидкость постепенно, двигаясь вдоль охлаждаемого тела, нагревается, ее свойства меняются и меняется  $\alpha$ ;  
 $Re_{ж}$  и  $Pr_{ж}$  — критерии Рейнольдса и Прандтля для средней температуры жидкости (об этом говорит индекс «ж»);  
 $\epsilon_R$  — коэффициент, учитывающий кривизну трубы, равный

$$\epsilon_R = 1 + 1.77d/R, \quad (32)$$

где  $d$  — диаметр трубы,  $R$  — средний радиус закругления.

Формулы для расчета критериев подобия и коэффициентов теплоотдачи в различных условиях конвективного теплообмена приведены в таблице на стр. 26 — 27.

При сьеме тепла водой коэффициент теплоотдачи может быть определен по графикам на рис. 13.

### 2.3. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ [4, 7, 8]

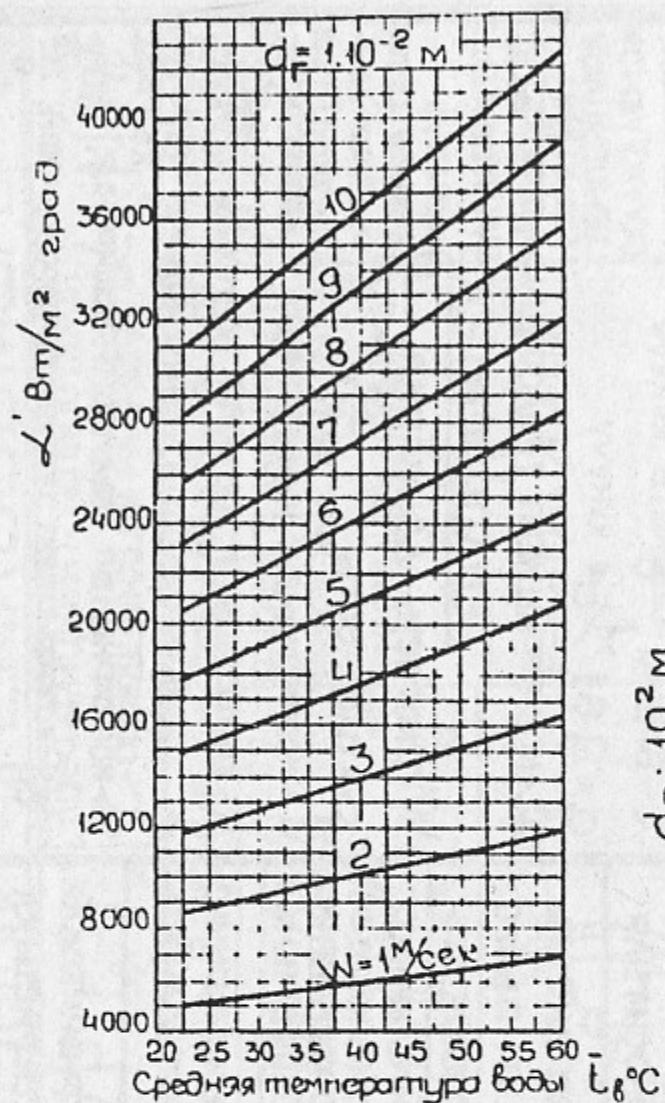
Носителями энергии излучения являются электромагнитные колебания в диапазоне длин волн от долей мкм до нескольких км. В процессах теплопередачи интересны те виды излучения, которые определяются



| КОНВЕКТИВНОЙ ТЕПЛОБМЕН                                       |  |  |   |                     |                    |                                      |                                       |                     |   |      |      |      |       |   |   |     |     |     |
|--|--|--|---|---------------------|--------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------|---|------|------|------|-------|---|---|-----|-----|-----|
| ПЕРЕДАВАЕМАЯ МОЩНОСТЬ $P = \alpha F (t_c - t_j)$             |  | КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОТДАЧИ $(\ell - \text{ОПРЕДЕЛЯЮЩИЙ РАЗМЕР}) \alpha = Nu \frac{\lambda}{\ell}$  |   |                     |                    |                                      |                                       |                     |   |      |      |      |       |   |   |     |     |     |
| ПРОЦЕСС  | ФОРМУЛА  | ОПРЕДЕЛЯЮЩИЙ РАЗМЕР  | ОПРЕДЕЛЯЮЩАЯ ТЕМПЕРАТУРА  |                     |                    |                                      |                                       |                     |   |      |      |      |       |   |   |     |     |     |
| ТЕЧЕНИЕ В ТРУБАХ И КАНАЛАХ<br>(D - ДИАМЕТР ТРУБЫ; L - ДЛИНА) | $\frac{\ell_{TR}}{d} > 0,067 Re_j Pr_j^{1/4} \quad Nu = 4 \left[ \frac{Pr_j}{Pr_c} \right]^{0,25}$   | КРУГЛЫЕ ТРУБЫ - ДИАМЕТР<br>НЕКРУГЛЫЕ КАНАЛЫ - ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ ДИАМЕТР<br><br>$d_r = \frac{4F}{U}$<br>F - ПЛОЩАДЬ СЕЧЕНИЯ КАНАЛА<br>U - ПЕРИМЕТР КАНАЛА  | ДЛЯ ПАРАМЕТРОВ СИДЕКСОМ „Ж“ (ЖИДКОСТЬ) - СРЕДНЯЯ ТЕМПЕРАТУРА ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ;<br>ДЛЯ ПАРАМЕТРОВ СИДЕКСОМ „С“ („СТЕНКА“) - ТЕМПЕРАТУРА ОХЛАЖДАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ |                     |                    |                                      |                                       |                     |   |      |      |      |       |   |   |     |     |     |
|  | $\frac{\ell_{TR}}{d} < 0,067 Re_j Pr_j^{1/4} \quad Nu = 1,4 \left[ Re_j \frac{d}{\ell_{TR}} \right]^{0,4} Pr_j^{0,33} \left[ \frac{Pr_j}{Pr_c} \right]^{0,25}$ |  |   |                     |                    |                                      |                                       |                     |   |      |      |      |       |   |   |     |     |     |
| ЕСТЕСТВЕННАЯ КОНВЕКЦИЯ                                       | ЖИДКОСТИ:<br>$Nu_j = 0,023 Re_j^{0,8} Pr_j^{0,4} \epsilon_r$<br>$\epsilon_r = 1 + 1,77 \frac{d}{\ell}$<br>ВОЗДУХ: $Nu_j = 0,018 Re_j^{0,8}$                    | ШАР И ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ТРУБА - ДИАМЕТР<br>ВЕРТИКАЛЬНАЯ ТРУБА И ВЕРТИКАЛЬНАЯ ПЛИТА -<br>- ВЫСОТА ОХЛАЖДАЕМОГО (НАГРЕВАЕМОГО) УЧАСТКА<br>ГОРИЗОНТАЛЬНАЯ ПЛИТА -<br>- МЕНЬШИЙ РАЗМЕР В ПЛАНЕ<br>(ГОРЯЧАЯ СТОРОНА СВЕРХУ - „С“ УВЕЛИЧИТЬ НА 30%<br>ГОРЯЧАЯ СТОРОНА СНИЗУ - „С“ УМЕНЬШИТЬ НА 30%)   | $\frac{1}{2} (t_j + t_c)$   |                     |                    |                                      |                                       |                     |   |      |      |      |       |   |   |     |     |     |
| $Nu = C [Pr \cdot Gr]^n$                                     |  | <table border="1"> <tr> <td>[Pr·Gr]</td> <td>&lt; 10<sup>-3</sup></td> <td>10<sup>-3</sup> - 5·10<sup>2</sup></td> <td>5·10<sup>2</sup> - 2·10<sup>7</sup></td> <td>&gt; 2·10<sup>7</sup></td> </tr> <tr> <td>C</td> <td>0,45</td> <td>1,18</td> <td>0,54</td> <td>0,135</td> </tr> <tr> <td>n</td> <td>0</td> <td>1/8</td> <td>1/4</td> <td>1/3</td> </tr> </table> |   | [Pr·Gr]             | < 10 <sup>-3</sup> | 10 <sup>-3</sup> - 5·10 <sup>2</sup> | 5·10 <sup>2</sup> - 2·10 <sup>7</sup> | > 2·10 <sup>7</sup> | C | 0,45 | 1,18 | 0,54 | 0,135 | n | 0 | 1/8 | 1/4 | 1/3 |
| [Pr·Gr]  | < 10 <sup>-3</sup>   | 10 <sup>-3</sup> - 5·10 <sup>2</sup>   | 5·10 <sup>2</sup> - 2·10 <sup>7</sup>   | > 2·10 <sup>7</sup> |                    |                                      |                                       |                     |   |      |      |      |       |   |   |     |     |     |
| C  | 0,45   | 1,18   | 0,54  | 0,135               |                    |                                      |                                       |                     |   |      |      |      |       |   |   |     |     |     |
| n  | 0  | 1/8  | 1/4   | 1/3                 |                    |                                      |                                       |                     |   |      |      |      |       |   |   |     |     |     |

|                        |   |   |   |
|------------------------|---|---|---|
| ТЕПЛОТВОД В ПРОСЛОЙКАХ | РАССЧИТЫВАЕТСЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ С ЭКВИВАЛЕНТНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ<br>$\lambda_{ЭК} = \epsilon_k \lambda$<br>$\epsilon_k = \begin{cases} 1 & \text{при } Pr \cdot Gr < 1000 \\ 0,18 [Pr \cdot Gr]^{0,25} & \text{при } Pr \cdot Gr > 1000 \end{cases}$<br>λ - КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ СРЕДЫ ПРИ ОПРЕДЕЛЯЮЩЕЙ ТЕМПЕРАТУРЕ | ТОЛЩИНА ПРОСЛОЙКИ   | СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ ТЕМПЕРАТУР СТЕНОК ПРОСЛОЙКИ<br>$\frac{1}{2} [t_{c1} + t_{c2}]$   |
| КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ       |   | УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ  |   |
| НАИМЕНОВАНИЕ           | ФОРМУЛА   | ЧТО ОПРЕДЕЛЯЕТ  | ℓ - ОПРЕДЕЛЯЮЩИЙ ЛИНЕЙНЫЙ РАЗМЕР, М<br>Δt - ХАРАКТЕРНЫЙ ПЕРЕПАД ТЕМПЕРАТУРЫ, ГРАД.<br>τ - ВРЕМЯ, С<br>g = 9,81 М/С <sup>2</sup><br>α - КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОТДАЧИ, $\frac{Вт}{М^2 \cdot ГРАД.}$ |
| РЕЙНОЛЬДСА             | $Re = \frac{W \ell}{\nu}$   | ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РЕЖИМ ТЕЧЕНИЯ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ                   | ТЕПЛОНОСИТЕЛЬ   |
| НУССЕЛЬТА              | $Nu = \frac{\alpha \ell}{\lambda}$  | ИНТЕНСИВНОСТЬ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОБМЕНА                          | W - СКОРОСТЬ ДВИЖЕНИЯ, $\frac{М}{С}$<br>ρ - ПЛОТНОСТЬ, $\frac{КГ}{М^3}$<br>ν - КОЭФФИЦИЕНТ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ, $\frac{М^2}{С}$   |
| ГРАСГОФА               | $Gr = g \beta \frac{\ell^3}{\nu^2} \Delta t$  | ОТНОСИТЕЛЬНУЮ ЭФФЕКТИВНОСТЬ СВОБОДНОГО КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛОБМЕНА | λ - КОЭФФИЦИЕНТ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ, $\frac{Вт}{М \cdot ГРАД.}$<br>C - МАССОВАЯ УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОЕМКОСТЬ, $\frac{Вт \cdot С}{КГ \cdot ГРАД.}$   |
| ФУРЬЕ                  | $Fo = \frac{\alpha \tau}{h^2}$  | НЕСТАЦИОНАРНУЮ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ                                 | β - КОЭФФИЦИЕНТ ОБЪЕМНОГО РАСШИРЕНИЯ, $\frac{1}{ГРАД.}$<br>α <sub>ср</sub> - КОЭФФИЦИЕНТ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ, $\frac{М^2}{С}$  |
| ПРАНДТЛЯ               | $Pr = \frac{\nu c_p}{\lambda}$  | ТЕПЛОФИЗИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ                    |   |





$$L = L' K_d$$

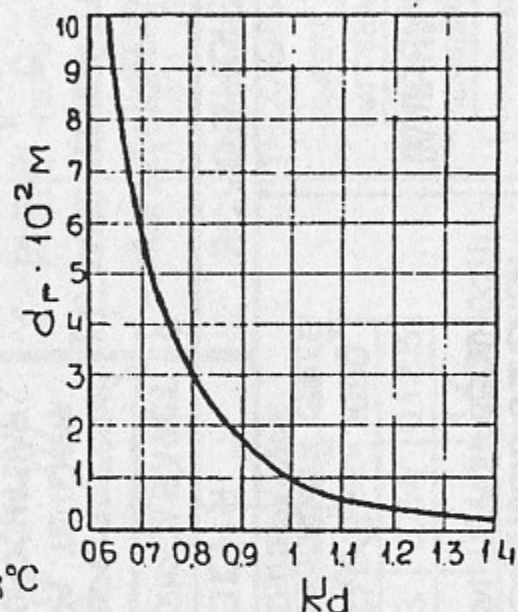


Рис. 13. Коэффициент теплоотдачи при съеме тепла водой  
(соответствует зависимости  $\alpha = 0.023 \frac{\lambda}{d^{0.2}} \left(\frac{w}{\nu}\right)^{0.8} Pr^{0.4}$ .)

температурой и оптическими свойствами тел, т. е. видимые (световые) и тепловые (инфракрасные) лучи с длинами волн от 0.4 до 800 мкм.

Природа световых и тепловых лучей одинакова, и, следовательно, одинаковы и законы их распространения (преломление, отражение и т. д.).

Каждое тело излучает энергию в пространство. Попадая на другое тело, эта энергия частично поглощается, частично отражается, частично проходит сквозь тело. Поглощенная часть энергии превращается в тепло, отраженная же и прошедшая сквозь тело энергия попадает на другие тела и все повторяется сначала.

Таким образом, каждое тело непрерывно излучает и поглощает энергию. Результат этих превращений тепловой энергии в лучистую и обратно и есть *теплообмен излучением*.

Количество отдаваемого или воспринимаемого телом тепла есть разность между поглощенным и излученным им теплом. Эта разность лишь тогда отлична от нуля, когда температуры тел, входящих в систему, различны. Тела с одинаковой температурой образуют систему, находящуюся в тепловом равновесии; при этом все тела излучают и поглощают энергию, но приход ее для каждого тела равен расходу.

### 2.3.1. Поток излучения

Полное излучение, проходящее за единицу времени через поверхность  $F$ , называется *поток излучения*  $P$  Вт. Плотность потока излучения есть

$$E = \frac{dP}{dF} \quad \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Если из всего потока излучения  $P$  часть  $P_A$  поглощается телом, часть  $P_R$  — отражается и часть  $P_D$  проходит сквозь тело, то

$$P_A + P_R + P_D = P,$$

откуда

$$\frac{P_A}{P} + \frac{P_R}{P} + \frac{P_D}{P} = 1,$$

или

$$A + R + D = 1, \quad (33)$$

где  $A$ ,  $R$  и  $D$  характеризуют, соответственно, поглощательную, отражательную и пропускательную способности тела.

При  $A = 1$   $R = D = 0$  — вся энергия поглощается телом. Такое тело — *абсолютно черное* (или *черное*).



При  $R = 1$   $A = D = 0$  — вся поступающая энергия отражается телом. Это абсолютно белое тело.

При  $D = 1$   $A = R = 0$  — вся поступающая энергия проходит сквозь тело. Это абсолютно прозрачное (диатермичное) тело.

Все твердые тела и некоторые жидкости (вода, спирты и т. д.) практически непрозрачны для тепловых лучей (атермичны), т. е.  $D = 0$ . Тогда для непрозрачных тел

$$A + R = 1. \quad (34)$$

Отсюда следует, что если тело хорошо поглощает энергию, то оно плохо ее отражает, и наоборот.

В природе абсолютно черных и абсолютно белых тел нет. Все тела и излучают и поглощают энергию, и в этом смысле они не совсем черные, а серые тела. Степень черноты тела  $\epsilon$  (иначе: "коэффициент черноты", "коэффициент серости") численно равна поглощательной способности тела  $A$ :

$$\epsilon = A. \quad (35)$$

Степень черноты — это характеристика материала, зависящая от температуры тела и состояния поверхности. Значения ее для различных условий и различных материалов даются в литературе.

### 2.3.2. Теплообмен излучением между телами

В соответствии с законом Стефана-Больцмана плотность потока излучения абсолютно черного тела равна

$$E_0 = C_0 \left[ \frac{T}{100} \right]^4 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}, \quad (36)$$

где  $T$  — температура тела, К.

$C_0$  — коэффициент излучения абсолютно черного тела, равный

$$C_0 = 5.67 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}. \quad (37)$$

Для не абсолютно черного тела поток излучения равен

$$P = \epsilon C_0 \left[ \frac{T}{100} \right]^4 \cdot F, \quad (38)$$

где  $\epsilon$  — степень черноты тела,

$F$  — поверхность излучения,  $\text{м}^2$ .

Поток излучения между двумя телами рассчитывается, как

$$P = \epsilon_{\text{пр}} C_0 H \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \text{ Вт} \quad (39)$$

где  $T_1$  и  $T_2$  — температуры тел, К;

$\epsilon_{\text{пр}} = 1 / (1 + (\frac{1}{\epsilon_1} - 1) \varphi_{12} + (\frac{1}{\epsilon_2} - 1) \varphi_{21})$  — приведенный коэффициент черноты системы, в котором  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  — степени черноты тел,  $\varphi_{12}$  и  $\varphi_{21}$  — средние по поверхности коэффициенты облученности тела 1 на тело 2 и тела 2 на тело 1;

$H = \varphi_{12} F_1 = \varphi_{21} F_2$  — взаимная поверхность облучения,  $\text{м}^2$  ( $F_1$  и  $F_2$  — поверхности излучения тел).

Коэффициенты облученности  $\varphi_{12}$  и  $\varphi_{21}$  зависят от формы, размеров и взаимного расположения тел и для разных случаев приводятся в литературе (например, [8, 15, 16]).

Рассмотрим отдельные простые, но типичные случаи.

#### 2.3.2.1. Две параллельные стенки на расстоянии, малом по сравнению с их размерами (рис. 14)

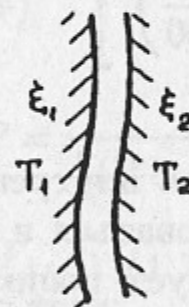


Рис. 14

$$\varphi_{12} = \varphi_{21} = 1;$$

$$H = F_1 = F_2;$$

$$\epsilon_{\text{пр}} = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1}$$

$$P = \epsilon_{\text{пр}} C_0 F_1 \left[ \left( \frac{T}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (40)$$



### 2.3.2.2. Две поверхности, образующие замкнутую систему (рис. 15)

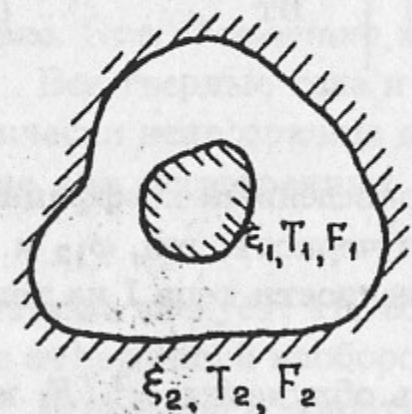


Рис. 15.

$$\varphi_{12} = 1; \varphi_{21} = \frac{F_1}{F_2}; H = F_1;$$

$$\varepsilon_{\text{пр}} = 1 / \left[ \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \right];$$

$$P = \varepsilon_{\text{пр}} C_0 F_1 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (41)$$

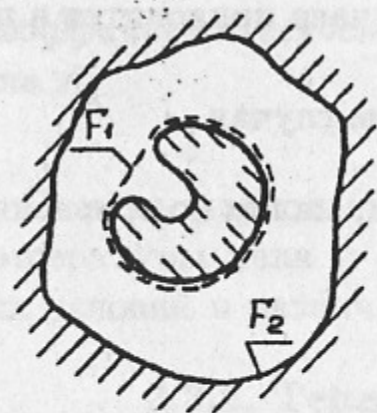


Рис. 16

При  $F_2 \gg F_1$

$$\varepsilon_{\text{пр}} \simeq \varepsilon_1$$

$$\text{и } P = \varepsilon_1 C_0 F_1 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (41')$$

Уравнения (41) и (41') справедливы для случая, когда внутренняя поверхность не имеет вогнутостей. Но ими можно пользоваться и при наличии вогнутостей, только под  $F_1$  в этом случае следует понимать поверхность не самого тела 1, а бесконечно тонкой обтягивающей тело пленки (рис. 16).

### 2.3.3. Тепловые экраны

Если между двумя телами поместить экран из непрозрачного для тепловых лучей материала, то тепловой поток между телами изменится.

Для простоты рассмотрим случай с абсолютно черными плоскими поверхностями, между которыми установлен плоский также абсолютно черный экран.

Без экрана плотность теплового потока между телами составляла

$$q_1 = C_0(v_1 - v_2),$$

где  $v_1 = (T_1/100)^4$  и  $v_2 = (T_2/100)^4$  — температурные факторы первого и второго тел. После установки экрана известно лишь, что тепловое излучение с первого тела на экран равно тепловому излучению с экрана на второе тело, т. е.

$$q_2 = C_0(v_1 - v_3) = C_0(v_3 - v_2),$$

откуда

$$v_3 = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad \text{и} \quad q_2 = C_0 \frac{v_1 - v_2}{2} = \frac{q_1}{2}.$$

Таким образом, установка одного абсолютно черного экрана уменьшает тепловой поток вдвое. Можно показать, что два экрана уменьшают его в три раза, три экрана — в четыре раза и вообще —  $n$  экранов уменьшают тепловое излучение в  $(n + 1)$  раз.

Если же экраны имеют высокую отражающую способность (т. е. низкую степень черноты), эффективность их существенно увеличивается, и экраны становятся радикальным средством уменьшения теплового потока.

Тепловой поток излучения через замкнутую систему из двух тел и  $n$  «серых» экранов составляет:

$$P = \frac{C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{n+2}}{100} \right)^4 \right]}{1/(\varepsilon_{12}H_{12}) + 1/(\varepsilon_{23}H_{23}) + \dots + 1/(\varepsilon_{(n+1)(n+2)}H_{(n+1)(n+2)}),} \quad (42)$$

где  $F_1, \varepsilon_1, T_1$  — поверхность, степень черноты и температура излучающего тела;

$F_2, \varepsilon_2$  — поверхность и степень черноты 1-го экрана;

$F_3, \varepsilon_3$  — поверхность и степень черноты 2-го экрана;

$F_{n+1}, \varepsilon_{n+1}$  — поверхность и степень черноты  $n$ -го экрана;

$F_{n+2}, \varepsilon_{n+2}, T_{n+2}$  — поверхность, степень черноты и температура тепловоспринимающего тела;

$\varepsilon_{12}, \varepsilon_{23} \dots \varepsilon_{(n+1)(n+2)}$  — приведенные степени черноты в системах 1-го и 2-го, 2-го и 3-го и т. д. — до  $(n + 1)$ -го и  $(n + 2)$ -го тел;

$H_{12}, H_{23} \dots H_{(n+1)(n+2)}$  — взаимные поверхности облучения в этих системах тел.



## 2.4. СЛОЖНАЯ ТЕПЛОПЕРЕДАЧА

В реальных условиях в процессе теплообмена участвуют всегда несколько видов теплопередачи — иногда последовательно, иногда параллельно.

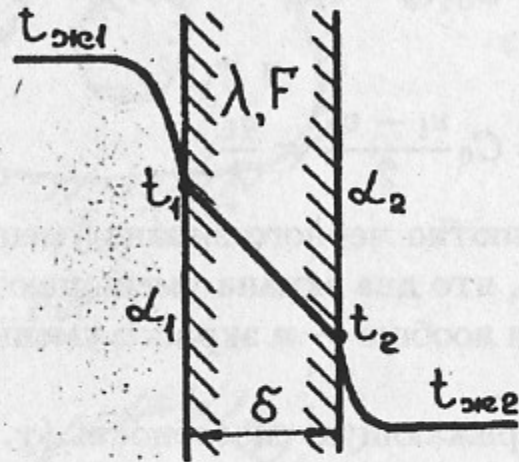


Рис. 17.

Так, например, в случае передачи тепла от одной жидкости к другой через стенку (рис.17) тепло сначала передается конвекцией к стенке с коэффициентом теплоотдачи  $\alpha_1$ , затем через стенку с коэффициентом теплопроводности  $\lambda$  и, наконец, от стенки к другой жидкости с коэффициентом теплоотдачи  $\alpha_2$ .

Так как тепловые потоки от первой жидкости к стенке и от стенки ко второй жидкости равны, то:

$$P = \alpha_1 F (t_{жк1} - t_1);$$

$$P = \lambda \frac{F}{\delta} (t_1 - t_2);$$

$$P = \alpha_2 F (t_2 - t_{жк2}).$$

Найдя из второго соотношения

$$t_2 = t_1 - \frac{P\delta}{\lambda F},$$

и подставив это в третье соотношение, получим:

$$t_{жк1} - t_1 = \frac{P}{\alpha_1 F};$$

$$t_1 - t_{жк2} = \frac{P}{\alpha_2 F} + \frac{P\delta}{\lambda F}.$$

Сложение последних выражений дает

$$t_{жк1} - t_{жк2} = P \left[ \frac{1}{\alpha_1 F} + \frac{1}{\alpha_2 F} + \frac{\delta}{\lambda F} \right],$$

откуда тепловой поток от одной жидкости к другой оказывается равным:

$$P = \frac{t_{жк1} - t_{жк2}}{\frac{1}{\alpha_1 F} + \frac{1}{\alpha_2 F} + \frac{\delta}{\lambda F}}.$$

В знаменателе стоит полное суммарное тепловое сопротивление системы, то есть последнее выражение может быть переписано в виде

$$P = \frac{t_{жк1} - t_{жк2}}{R_{T\Sigma}}. \quad (43)$$

Полученное выражение справедливо для любой системы, какие бы последовательно виды теплопередачи ни имели место "по дороге".

Это был случай последовательного действия различных видов теплопередачи. Примером их параллельного действия является, в частности, теплоотдача тела в окружающую среду в обычных условиях.

Как правило, тепло отдается параллельно конвекцией и излучением. Мощность, отводимая конвекцией:

$$P_k = \alpha F (t_1 - t_2),$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К);

$F$  — поверхность охлаждения, м<sup>2</sup>;

$t_1$  и  $t_2$  — температуры тела и окружающей среды, °С.

Мощность, отводимая излучением:

$$P_{и} = \epsilon_1 C_0 F \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$

где  $\epsilon_1$  — степень черноты тела;

$C_0 = 5.67$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>);

$F$  — поверхность излучения, м<sup>2</sup>;

$T_1$  и  $T_2$  — температуры тела и среды, К.

Полный тепловой поток от нагретого тела в окружающую среду составляет:

$$P = P_k + P_{и} = \alpha F (t_1 - t_2) + \epsilon_1 C_0 F \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (44)$$

Последнее выражение удобнее записать через суммарный коэффициент теплоотдачи  $\alpha_{\Sigma}$  в более простой форме:

$$P = \alpha_{\Sigma} F (t_1 - t_2), \quad (45)$$



где

$$\alpha_{\Sigma} = \alpha + \frac{\varepsilon_1 C_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{t_1 - t_2}$$

В литературе [7, 9] даются таблицы и кривые для определения  $\alpha_{\Sigma}$  в зависимости от  $t_1$  и  $t_2$ . Степень черноты тела при этом принимается  $\varepsilon_1 \simeq 0.8$ , что справедливо для нормальных открытых поверхностей при средней запыленности.

Ориентировочно, при первоначальных прикидках можно принимать (для тел с температурой не выше  $100^\circ\text{C}$ )

$$\alpha_{\Sigma} \simeq 10 \dots 20 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}).$$

### 3. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ

Мы рассмотрели все виды теплопередачи в стационарном режиме, т. е. когда температурное поле тела не меняется со временем. Однако на практике достаточно часто встречаются случаи, когда нужно рассмотреть работу детали или изделия в процессе нагрева или охлаждения, т. е. в нестационарном режиме.

Здесь обычно возможны два вопроса:

- 1) по какому закону растет или снижается температура тела?
- 2) какое время требуется для достижения стационарной температуры (каково время "выхода на режим")?

Рассмотрим на простых примерах, как выводится зависимость температуры  $t$  от времени  $\tau$ .

#### 3.1. НАГРЕВАНИЕ ТЕЛА

Пусть некое тело массой  $m$  кг в начальный момент времени ( $\tau = 0$ ) имеет температуру  $t_0$ , равную температуре окружающей среды. В этот момент в теле равномерно по объему начинает выделяться мощность  $P$  Вт. Удельная теплоемкость материала тела  $c$  (Вт·с)/(кг·К).

В момент времени  $\tau$  тело будет иметь температуру  $t$  и за промежуток времени  $d\tau$  изменит ее на  $dt$ . Составим для этого процесса уравнение теплового баланса.

На нагрев тела на  $dt$  затрачена энергия  $mc dt$  Вт·с.

Отводится от тела за время  $d\tau$  при температуре  $t$  энергия

$$\frac{t - t_0}{R_{\tau}} d\tau \quad \text{Вт} \cdot \text{с}$$

( $R_{\tau}$  — тепловое сопротивление, К/Вт, между телом и окружающей средой).

Выделяется же за время  $d\tau$  энергия  $P d\tau$  Вт·с, т. е.

$$P d\tau = mc dt + \frac{t - t_0}{R_{\tau}} d\tau.$$

Решая это уравнение, получаем:

$$\frac{d\tau}{mcR_{\tau}} = \frac{dt}{PR_{\tau} - (t - t_0)}; \quad \frac{\tau}{mcR_{\tau}} = -\ln[PR_{\tau} - (t - t_0)] + C.$$

При  $\tau=0$   $t = t_0$  и  $C = \ln(PR_{\tau})$ ;

$$\frac{\tau}{mcR_{\tau}} = \ln \frac{PR_{\tau}}{PR_{\tau} - (t - t_0)}; \quad \exp\left(\frac{\tau}{mcR_{\tau}}\right) = \frac{PR_{\tau}}{PR_{\tau} - (t - t_0)}$$



$$t = t_0 + PR_T \left( 1 - \exp \left( -\frac{\tau}{mcR_T} \right) \right). \quad (46)$$

Известно, что  $PR_T = t_{\max} - t_0$ ; откуда

$$t = t_0 + (t_{\max} - t_0) \left( 1 - \exp \left( -\frac{\tau}{mcR_T} \right) \right) \quad (46')$$

( $t_{\max}$  — температура тела в стационарном режиме).

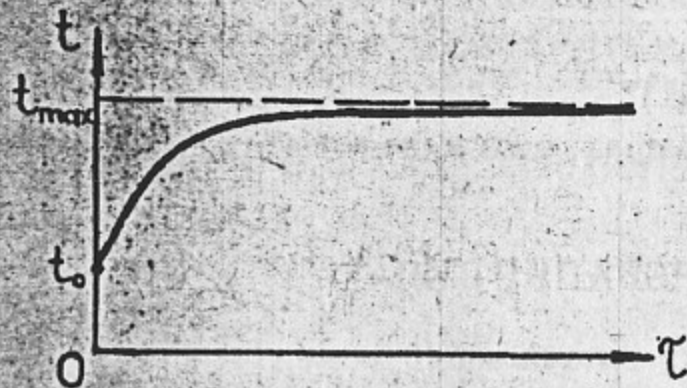


Рис. 18.

Кривая изменения температуры со временем имеет вид, показанный на рис. 18. Температура тела постоянно приближается к стационарной температуре  $t_{\max}$ , достигая этого значения при  $\tau = \infty$ .

### 3.2. ОХЛАЖДЕНИЕ ТЕЛА

Тело с массой  $m$  и удельной теплоемкостью  $c$  в начальный момент имеет температуру  $t_{\max}$  и начинает охлаждаться через тепловое сопротивление  $R_T$ .

В момент времени  $\tau$  тело имеет температуру  $t$  и за отрезок времени  $d\tau$  изменяет свою температуру на  $dt$ .

При этом запас энергии тела меняется на  $-mc dt$ , а отводится от тела энергии  $(t-t_0)/(R_T) \cdot d\tau$ , где  $t_0$  — температура окружающей среды. Таким образом, уравнение теплового баланса имеет вид:

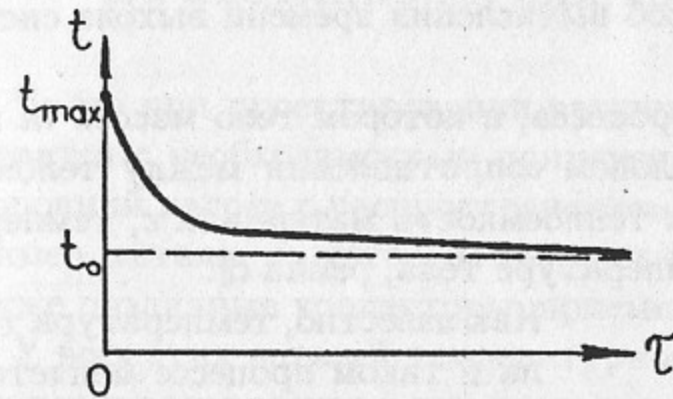
$$\frac{t-t_0}{R_T} d\tau = -mc dt.$$

$$-\frac{d\tau}{mcR_T} = \frac{dt}{t-t_0}; \quad -\frac{\tau}{mcR_T} = \ln(t-t_0) + C.$$

При  $\tau = 0$   $t = t_{\max}$  и  $C = -\ln(t_{\max} - t_0)$ .

$$-\frac{\tau}{mcR_T} = \ln \frac{t-t_0}{t_{\max}-t_0};$$

$$t = t_0 + (t_{\max} - t_0) \exp \left( -\frac{\tau}{mcR_T} \right). \quad (47)$$



Кривая, соответствующая уравнению (47), показана на рис. 19. При  $\tau = \infty$   $t = t_0$ .

Рис. 19.

### 3.3. ВРЕМЯ ВЫХОДА НА РЕЖИМ

Из уравнений (46') и (47) видно, что величина  $mcR_T$  должна иметь размерность времени. Это действительно так:

$$\frac{\text{кг} \cdot \text{Вт} \cdot \text{с} \cdot \text{К}}{\text{кг} \cdot \text{К} \cdot \text{Вт}} = \text{с}.$$

Отрезок времени, определяемый этой величиной, называется *постоянной времени* процесса, описываемого уравнениями (46') и (47).

Обозначим  $mcR_T = \tau_0$  и перепишем уравнения (46') и (47) в виде:

$$t - t_0 = (t_{\max} - t_0) \left( 1 - \exp \left( -\frac{\tau}{\tau_0} \right) \right)$$

$$t - t_0 = (t_{\max} - t_0) \exp \left( -\frac{\tau}{\tau_0} \right). \quad (48)$$

Из уравнений (48) и рисунков 18 и 19 видно, что при  $\tau = \tau_0$  величина  $t_{\max} - t(\tau)$  от величины  $(t_{\max} - t_0)$  при нагреве и величина  $t(\tau) - t_0$  от  $(t_{\max} - t_0)$  при охлаждении отличаются в  $e$  раз, при  $\tau = 2\tau_0$  — в  $e^2$  раз, при  $\tau = 3\tau_0$  — в  $e^3$  раз и т. д.

Однако  $e^3 \approx 20$  и отличие температуры при  $\tau = 3\tau_0$  от стационарной составляет лишь около 5%, чем в большинстве случаев можно пренебречь (во всяком случае, при  $\tau = 4\tau_0$  несовпадение составит около 1.8%, что всегда несущественно).

Таким образом, с достаточной для конструкторских расчетов точностью можно считать, что время выхода системы на режим равно

$$\tau_{\text{реж}} \approx (3 \dots 4)\tau_0 = (3 \dots 4)mcR_T. \quad (49)$$



Можно показать еще один способ вычисления времени выхода системы на стационарный режим.

Возьмем график какого-либо процесса, в котором тело массой  $m$  нагревается мощностью  $P$  при тепловом сопротивлении между телом и окружающей средой  $R_T$ . Удельная теплоемкость материала  $c$ , температура среды, равная начальной температуре тела, равна  $t_0$ .

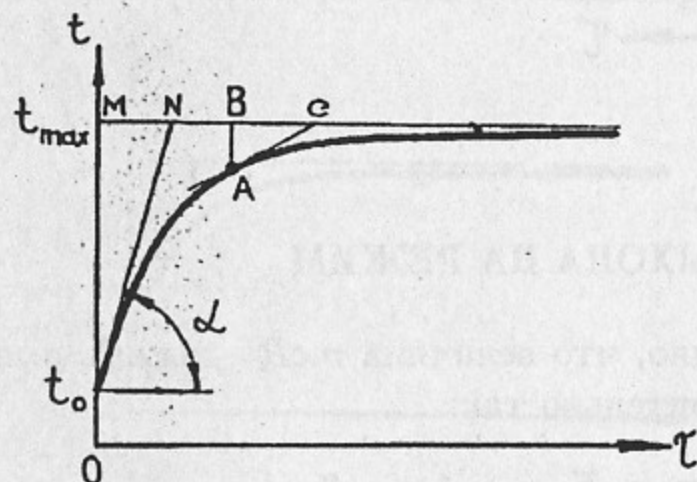


Рис. 20

Как известно, температура тела в таком процессе меняется по экспоненте (рис. 20), описываемой первым из уравнений (48). Если вычислить длину отрезка  $BC$  в масштабе времени  $\tau$ , окажется, что, во-первых,

$$BC = \tau_0$$

и, во-вторых, величина  $BC$  не

зависит от выбора точки  $A$  на кривой ( $BC$  — “подкасательная” экспоненты, постоянство которой есть одно из свойств экспоненты).

А раз величина  $BC$  не зависит от координаты точки  $A$ , то

$$MN = BC = \tau_0.$$

С другой стороны,

$$MN = \frac{t_{\max} - t_0}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{t_{\max} - t_0}{\left. \frac{dt}{d\tau} \right|_{\tau=0}} = \frac{t_{\max} - t_0}{P/mc}.$$

После этого можем записать, что

$$\tau_{\text{реж}} \simeq (3 \dots 4)\tau_0 = (3 \dots 4) \frac{t_{\max} - t_0}{P/mc}, \quad (50)$$

где  $t_{\max} - t_0$  — разница температур тела и окружающей среды в стационарном режиме.

### 3.4. НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ [10]

Часто при проектировании различных устройств конструктор сталкивается с необходимостью применения деталей, испытывающих односторонний нагрев с распространением тепла вглубь материала. Это, например, детали, по которым текут высокочастотные токи (в скинслое), а также различные коллекторы, приемники излучения и т. д.

У всех этих деталей температурное поле переменное во времени, а тепло распространяется в них посредством теплопроводности, т. е. они работают в условиях *нестационарной теплопроводности*.

Как рассчитать распределение температур в такой детали в заданный момент времени?

Строгое математическое решение таких задач весьма сложно и, как правило, приводит к решению в виде суммы членов бесконечного ряда, что не очень удобно для практики.

Для облегчения практических расчетов по этим формулам построены графики, позволяющие вести эти расчеты достаточно легко и просто. Решение нескольких десятков таких задач в графической форме приведено в [10].

Для ознакомления с методикой использования этих решений рассмотрим одну, но весьма типичную задачу — односторонний нагрев бесконечной плиты.

Плита толщиной  $h$  (бесконечная по площади) нагревается с одной стороны удельным тепловым потоком  $q$  Вт/м<sup>2</sup>, постоянным во времени. Начальная температура плиты  $t_0$ , теплоотвод с “холодной” стороны отсутствует (рис. 21).

В соответствии с рекомендациями [10] температура любой точки такой плиты может быть определена из выражения:

$$t = t_0 + \Theta \frac{qh}{\lambda}, \quad (51)$$

где:  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности материала, Вт/(м·К);  
 $\Theta$  — параметр, являющийся функцией координаты по толщине, на которой определяется температура, свойств материала пластины и времени нагрева.



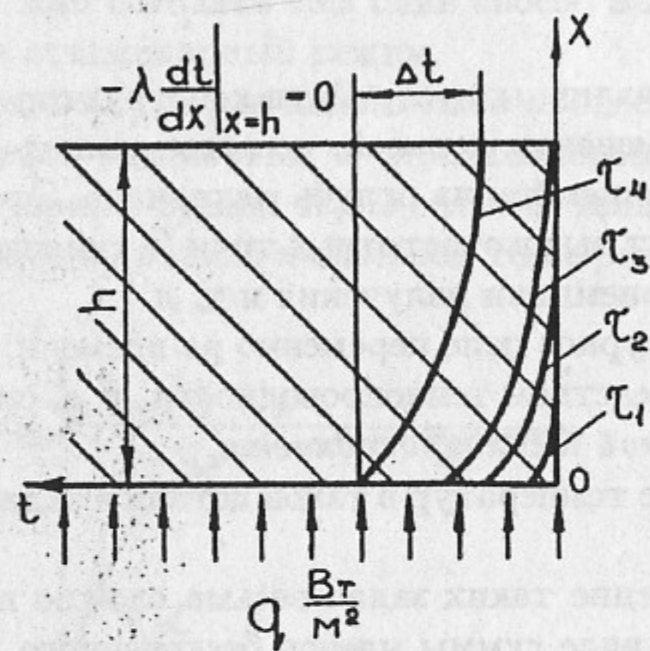


Рис. 21

Определяется параметр  $\Theta$  по графикам, приведенным, например, в [10]. Для нашей задачи график этот имеет вид, показанный на рис. 22. При этом:

$$\Theta = f(Fo, \eta); \quad Fo = \frac{a\tau}{h^2},$$

где  $a = \frac{\lambda}{c\gamma}$  — коэффициент температуропроводности материала,  $m^2/c$ .

По известным (заданным)  $\tau$  и  $x$  находятся  $Fo$  и  $\eta$ , а затем по ним —  $\Theta$ , после чего по уравнению (51) определяется температура в этом месте плиты в момент  $\tau$ .

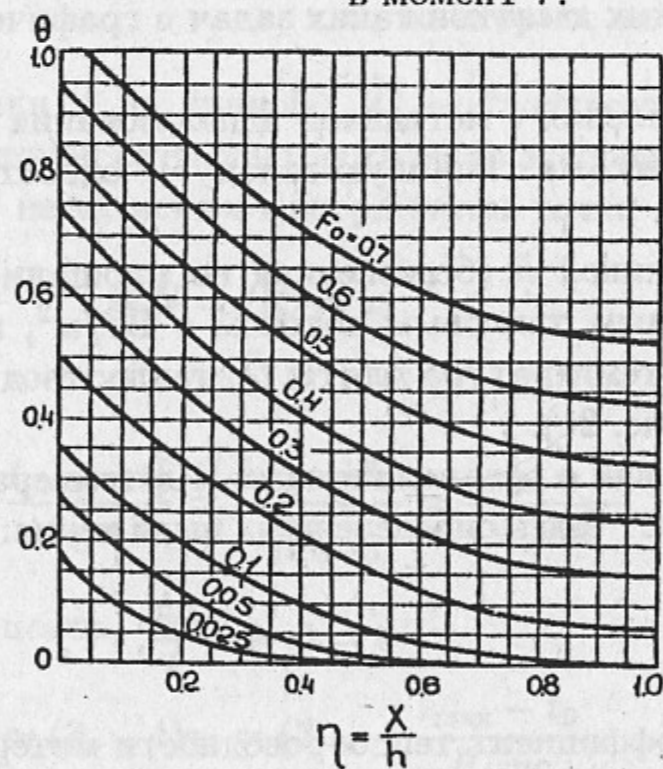


Рис. 22

Но, кроме решения вопроса о температуре заданной точки плиты в заданный момент времени, этот график позволяет ответить еще на ряд интересных вопросов.

**Первый вопрос:** за какое время плита толщиной  $h$  прогреется на всю толщину (т. е. за какое время тепловой фронт достигает “холодной”

поверхности)?

Из графика видно, что этому моменту соответствует значение

$$Fo = \frac{a\tau_{\text{пр}}}{h^2} = 0.1, \quad (52)$$

откуда время прогрева:

$$\tau_{\text{пр}} = 0.1 \frac{h^2}{a}. \quad (53)$$

**Второй вопрос:** на какую глубину  $h_{\text{пр}}$  проникает тепловой фронт в тело за время  $\tau$ ?

Из того же выражения (52) имеем:

$$h_{\text{пр}} = \sqrt{10a\tau}. \quad (54)$$

**Третий вопрос:** какова средняя температура плиты в момент времени  $\tau$ ?

Средняя температура определяется по параметру  $\bar{\Theta} = Fo$ , т. е. она равна

$$\bar{t} = t_0 + \bar{\Theta} \frac{qh}{\lambda} = t_0 + Fo \frac{qh}{\lambda}. \quad (55)$$

Если же мы хотим найти среднюю температуру плиты в момент  $\tau_{\text{пр}}$  (или среднюю температуру прогретого за время  $\tau$  слоя  $h_{\text{пр}}$  — естественно, при  $h_{\text{пр}} < h$ ), то для этого случая, как видно из графика,  $Fo = 0.1$  и

$$\bar{t}_{\text{пр}} = t_0 + 0.1 \frac{qh}{\lambda}. \quad (56)$$

И, наконец, **четвертый вопрос:** как отличается температура “горячей” поверхности плиты от средней температуры прогретого слоя?

Как мы уже знаем, для прогретого слоя

$$Fo = 0.1,$$

и средний нагрев прогретого слоя в этот момент равен

$$\bar{t} - t_0 = 0.1 \frac{qh_{\text{пр}}}{\lambda}. \quad (57)$$

Из графика же следует, что нагрев горячей поверхности плиты в этот момент составляет

$$t_{\text{гор}} - t_0 = 0.35 \frac{qh_{\text{пр}}}{\lambda}. \quad (58)$$



Таким образом, при равномерном по площади одностороннем нагреве плиты рост температуры ее "горячей" поверхности в 3.5 раза превышает рост средней температуры прогретого за то же время слоя (при  $h_{пр} \leq h$ ).

Этот простой пример наглядно показывает, какие широкие возможности предоставляют разработчику такие готовые общие решения задач в графической форме, содержащиеся в [10].

### 3.5. НАГРЕВ ТЕЛА ПУЧКОМ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ [3]

Рассмотрим нагрев пластины электронным пучком мощностью  $P_n$  Вт, падающим равномерно на площадь  $F$  м<sup>2</sup>.

Преобразуя выражение (58), можно получить рост температуры "горячей" поверхности за время, равное длительности импульса  $\tau_n$ :

$$\Delta t_{пов} = 0.35 \frac{P_n \sqrt{10a\tau_n}}{F \lambda} = 0.35 \frac{P_n}{F} \cdot 3.16 \frac{\sqrt{\lambda\tau_n}}{\sqrt{c\gamma \cdot \lambda}},$$

или

$$\Delta t_{пов} \approx 1.11 \frac{P_n \sqrt{\tau_n}}{F \sqrt{c\lambda\gamma}}. \quad (59)$$

Однако, как показывают эксперименты, реально температура нагрева поверхности тела при его бомбардировке электронами оказывается ниже рассчитанной по выражению (59). Объясняется это тем, что мощность электронного пучка выделяется не на самой поверхности пластины, а в некотором слое, равном по толщине глубине проникновения электронов в материал (выражение 11). Это снижение учитывается введением в выражение (59) в случае нагрева электронным пучком дополнительного множителя  $G(\delta/\sqrt{a\tau_n})$ :

$$\Delta t_{пов} \approx 1.11 \frac{P_n \sqrt{\tau_n}}{F \sqrt{c\lambda\gamma}} G(\delta/\sqrt{a\tau_n}). \quad (60)$$

Функция  $G(\delta/\sqrt{a\tau_n})$  описывается сложными выражениями, но при расчетах можно пользоваться следующими упрощенными формулами:

$$\begin{aligned} \text{при } \frac{\delta}{\sqrt{a\tau_n}} \leq 5 \quad G\left(\frac{\delta}{\sqrt{a\tau_n}}\right) &\approx 0.222 + 0.02 \left(5 - \frac{\delta}{\sqrt{a\tau_n}}\right)^{2.28} \\ \text{при } \frac{\delta}{\sqrt{a\tau_n}} \geq 5 \quad G\left(\frac{\delta}{\sqrt{a\tau_n}}\right) &\approx \frac{1.11}{\delta/\sqrt{a\tau_n}}. \end{aligned} \quad (61)$$

Подставив (61) в (60), можем получить:

$$\begin{aligned} \text{при } \frac{\delta}{\sqrt{a\tau_n}} \leq 5 \quad \Delta t_{пов} &\approx \frac{0.022 P_n \sqrt{\tau_n}}{F \sqrt{\lambda c \gamma}} \left[ 11.1 + \left(5 - \frac{\delta}{\sqrt{a\tau_n}}\right)^{2.28} \right] \\ \text{при } \frac{\delta}{\sqrt{a\tau_n}} \geq 5 \quad \Delta t_{пов} &\approx \frac{1.23 \cdot 10^4 P_n \tau_n}{c F T^{1.5}}. \end{aligned} \quad (62)$$

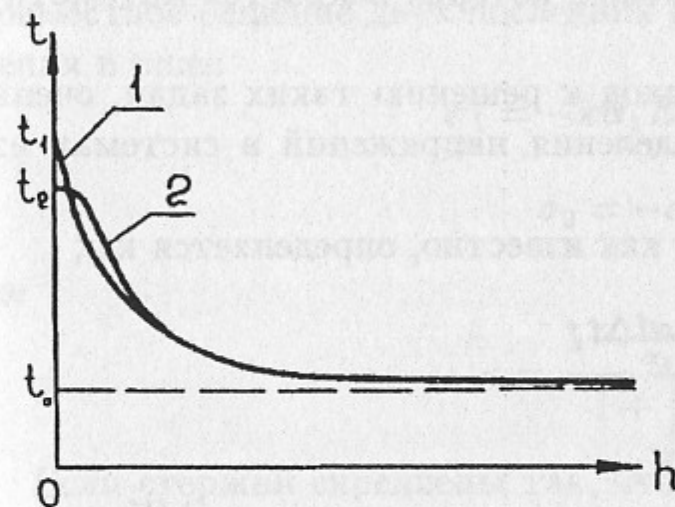


Рис. 23

Выражения (61) и (62) позволяют рассчитать температуру нагрева поверхности тела при бомбардировке электронами. В соответствии с этим, если кривая распределения температур при обычном поверхностном нагреве пластины имеет вид 1 (рис. 23), то при нагреве пучком электронов с той же величиной удельного теплового потока эта кривая будет иметь вид 2.

При этом будет иметь место соотношение:

$$\frac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0} = G\left(\frac{\delta}{\sqrt{a\tau_n}}\right).$$



#### 4. О ТЕРМОУПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЯХ В ЭЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦИЙ

Нагрев деталей конструкций, как правило, вызывает в них появление механических напряжений, которые в этом случае называют термоупругими. Точный расчет термоупругих напряжений представляет собой очень сложную задачу, и инженер в практической деятельности должен всегда искать разумные гипотезы, направленные на упрощение расчетной схемы с целью доведения ее до такой, которая поддается математическому исследованию.

Только чтобы почувствовать подход к решению таких задач, очень коротко рассмотрим методику определения напряжений в системах из равномерно нагретых стержней.

Удлинение стержня при нагреве, как известно, определяется как

$$\Delta l = \alpha l \Delta t,$$

где  $l$  — длина, м;

$\Delta t$  — температура нагрева, К;

$\alpha$  — коэффициент линейного расширения материала, 1/К.

Если стержень закреплен и не может выпучиваться, то в нем возникнет напряжение

$$\sigma = -\alpha E \Delta t, \quad (63)$$

где  $E$  — модуль упругости материала (знак “-” говорит о том, что при нагреве ( $\Delta t > 0$ ) возникают сжимающие напряжения).

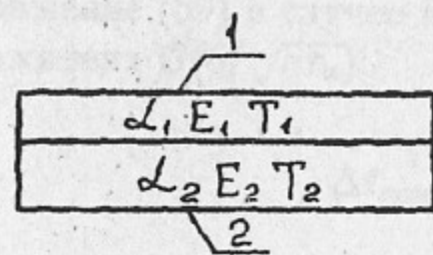


Рис. 24

Теперь рассмотрим два жестко скрепленных стержня одинаковой длины, выполненные из разных материалов (рис. 24). Пусть стержни скреплены при температуре  $T_0$ , а затем один из них нагрет до температуры  $T_1$ , другой — до  $T_2$ . При этом, естественно, начнет перераспределение тепла в сторону меньшей температуры, но при расчете

будем считать, что этого перераспределения нет. Это и есть то допущение, которое сразу делает задачу “считаемой”, причем ошибка идет в запас расчета.

Так как стержни по условию не изгибаются и не выпучиваются, то, будучи жестко скрепленными друг с другом, они получают одинаковые результирующие удлинения  $\Delta l_1$  и  $\Delta l_2$ , каждое из которых имеет тепловую

и силовую составляющие. Используя выражение (63), можем записать равенство этих удлинений в виде:

$$\alpha_1 l (T_1 - T_0) + \frac{\sigma_1 l}{E_1} = \alpha_2 l (T_2 - T_0) + \frac{\sigma_2 l}{E_2}.$$

Кроме того, из статического равновесия системы имеем:

$$\sigma_1 F_1 = -\sigma_2 F_2.$$

Совместное решение двух последних выражений позволяет найти напряжения в виде:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= -\kappa \alpha_1 E_1 (T_1 - T_0) \\ \sigma_2 &= -\sigma_1 \frac{F_1}{F_2}, \end{aligned}$$

где

$$\kappa = \frac{1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0}}{1 + \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{F_1}{F_2}}. \quad (64)$$

Если стержни скреплены так, что возможно некоторое осевое смещение  $\Delta$  одного относительно другого до начала взаимодействия, то

$$\kappa = \frac{1 - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \cdot \frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0} - \frac{\Delta}{\alpha_1 l (T_1 - T_0)}}{1 + \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{F_1}{F_2}}. \quad (65)$$

Эти и еще большое количество других случаев разбираются в соответствующей литературе [11, 12, 13, 14], но подход к решению всегда один и тот же, аналогичный рассмотренному.

Отдельно следует остановиться на напряжениях, возникающих при бомбардировке тел заряженными частицами. При обычной импульсной работе источника пучка деталь подвергается циклическому нагреву во время прохождения пучка. Такой нагрев вызывает в материале механические напряжения, величина которых тем больше, чем больше амплитуда импульсной температуры. При некоторой температуре эти напряжения становятся достаточными для создания в металле микроразрушений, которые, накапливаясь при увеличении числа циклов, приводят в конце концов к разрушению материала.

В то же время для каждого материала существует предельная температура, при которой возникающие в материале напряжения являются упругими и не приводят к разрушению при любом числе циклов. По данным [3], такими “безопасными” температурами, являются, например:



|               |                                       |
|---------------|---------------------------------------|
| для вольфрама | $\Delta T_{\text{сW}} = 843^\circ$ ;  |
| для молибдена | $\Delta T_{\text{сMo}} = 595^\circ$ ; |
| для меди      | $\Delta T_{\text{сCu}} = 110^\circ$ ; |
| для алюминия  | $\Delta T_{\text{сAl}} = 60^\circ$ ;  |
| для графита   | $\Delta T_{\text{сC}} = 270^\circ$ .  |

Если же температура нагрева превышает "безопасную", срок службы детали ограничен некоторым числом циклов  $N$  нагрева, которое может быть рассчитано по формуле [3]

$$N \simeq \frac{U - 50T_0}{16.7U} \exp\left(\frac{U}{6(T_0 + \Delta T)}\right), \quad (66)$$

где:  $N$  — допустимое число циклов работы устройства;  
 $U$  — теплота испарения материала, кал/моль;  
 $T_0$  — стационарная температура перед началом импульса, К;  
 $\Delta T$  — амплитуда импульсного нагрева, К.

Приведем трудно находимые в литературе данные по теплоте испарения для ряда часто встречающихся материалов (кал/моль):

|          |        |
|----------|--------|
| Вольфрам | 175270 |
| Молибден | 140460 |
| Алюминий | 60000  |
| Графит   | 120000 |
| Медь     | 76320  |

## 5. ПРИМЕР РАСЧЕТА

Медная пластина длиной 0.5 м, шириной 0.1 м и толщиной  $h=0.01$  м нагревается с одной стороны равномерно распределенным по площади импульсным электронным пучком с током  $J=12.5$  А при кинетической энергии электронов  $T = 10^6$  эВ. Длительность импульса тока  $\tau_{\text{и}} = 4 \cdot 10^{-3}$  с, период следования импульсов  $\tau_{\text{сл}} = 1$  с.

С противоположной стороны пластина имеет канал для охлаждения водой с размерами сечения  $0.1 \times 0.01$  м; скорость движения воды  $w=8$  м/с, температура воды на входе  $t_{\text{вх}} = 20^\circ\text{C}$ .

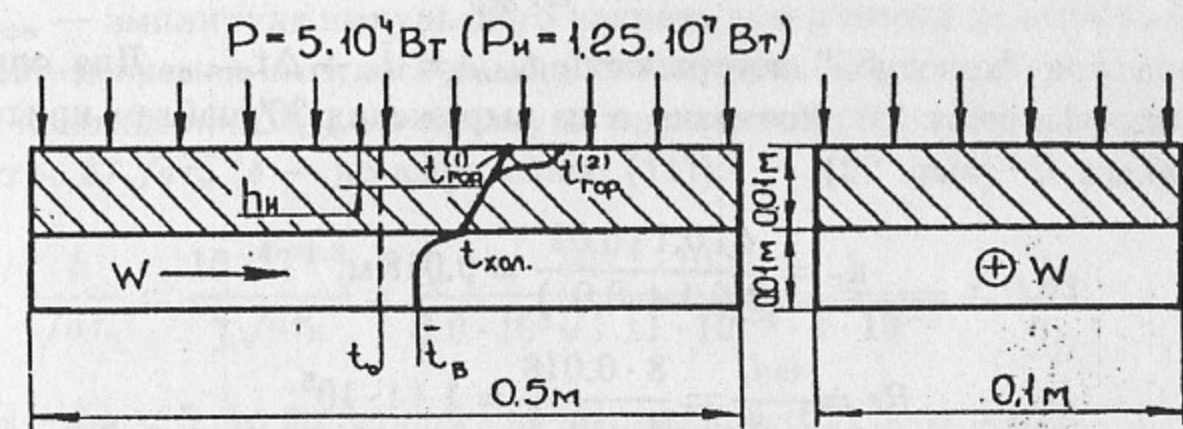
Найти распределение температур в пластине в установившемся режиме перед очередным импульсом и после него; определить время выхода системы на стационарный режим и оценить срок службы конструкции.

### 5.1. РАСЧЕТНАЯ СХЕМА И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Скважность  $\nu = (\tau_{\text{сл}})/(\tau_{\text{и}}) = 1/(4 \cdot 10^{-3}) = 250$ ;

Импульсная мощность  $P_{\text{и}} = T \cdot J = 1.25 \cdot 10^7$  Вт;

Средняя мощность (выр. 8')  $P = P_{\text{и}}/\nu = (1.25 \cdot 10^7)/250 = 5 \cdot 10^4$  Вт.



Необходимо пояснить, что означает "распределение температур в установившемся режиме перед очередным импульсом и после него".

Установившийся режим определяется средней мощностью  $P$  и распределение температур в пластине будет линейным по толщине с перепадом  $t_{\text{гор}}^{(1)} - t_{\text{хол}}$ , пропорциональным этой мощности. Однако в момент прохождения пучка тонкий поверхностный слой пластины (толщина его — сумма глубины проникновения электронов и глубины прогрева материала за  $\tau_{\text{и}}$ ), будет нагреваться до  $t_{\text{гор}}^{(2)}$ . Вот на этот "всплеск"  $t_{\text{гор}}^{(2)} - t_{\text{гор}}^{(1)}$  и будет температура поверхности после импульса превышать ее температуру перед импульсом. Эта же величина  $t_{\text{гор}}^{(2)} - t_{\text{гор}}^{(1)}$  будет и амплитудой



импульсной температуры, влияющей на срок службы изделия. При этом величина  $t_{гор}^{(2)} - t_{гор}^{(1)}$  определяется импульсной мощностью пучка  $P_{и}$ .

## 5.2. НАГРЕВ ВОДЫ ПРИ ОХЛАЖДЕНИИ ПЛАСТИНЫ

$$\Delta t_{в} = \frac{P}{cG} = \frac{5 \cdot 10^4}{4.18 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 0.01 \cdot 0.1 \cdot 10^3} \approx 1.5^\circ$$

(здесь  $G$  — расход воды, кг/с).

Средняя температура воды

$$\bar{t}_{в} = t_{ex} + 0.5\Delta t_{в} \approx 21^\circ\text{C}$$

Параметры воды при  $t = 21^\circ\text{C}$ :

$$\lambda = 0.6 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}; \quad \nu = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}; \quad Pr = 6.87.$$

## 5.3. ТЕМПЕРАТУРА “ХОЛОДНОЙ” ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИНЫ

Перепад температуры “стенка-вода” (выр. 27):

$$\Delta t_{ст-в} = \frac{P}{\alpha F_{охл}}$$

Температура “холодной” поверхности  $t_{хол} = \bar{t}_{в} + \Delta t_{ст-в}$ . Для определения коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  из выражения 30' найдем критерий Рейнольдса  $Re$  (выр. 29):

$$d_r = \frac{4 \cdot 0.1 \cdot 0.01}{2(0.1 + 0.01)} = 0.018 \text{ м};$$

$$Re = \frac{wd_r}{\nu} = \frac{8 \cdot 0.018}{1 \cdot 10^{-6}} = 1.44 \cdot 10^5;$$

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} \epsilon_R = 0.023 (1.44 \cdot 10^5)^{0.8} \cdot 6.87^{0.4} = 677;$$

$$\alpha = \frac{Nu \lambda}{d} = \frac{677 \cdot 0.6}{1.8 \cdot 10^{-2}} = 22570 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$$

(по графику на рис. 13  $\alpha \approx 23000$ ), после чего перепад температуры между стенкой и водой оказывается равным:

$$\Delta t_{ст-в} = \frac{5 \cdot 10^4}{2.257 \cdot 10^4 \cdot 0.5 \cdot 0.1} = 44^\circ,$$

а температура “холодной” поверхности пластины в установившемся режиме будет равна

$$t_{хол} = \bar{t}_{в} + \Delta t_{ст-в} = 21 + 44 = 65^\circ\text{C}.$$

## 5.4. ТЕМПЕРАТУРА “ГОРЯЧЕЙ” ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИНЫ ПЕРЕД ОЧЕРЕДНЫМ ИМПУЛЬСОМ

Эта температура, как уже говорилось, определяется перепадом температур по толщине пластины, соответствующим средней мощности  $P$

$$t_{гор}^{(1)} = t_{хол} + \Delta t_{пл}$$

Перепад температур по толщине в соответствии с (16), равен:

$$\Delta t_{пл} = \frac{Ph}{\lambda F} = \frac{5 \cdot 10^4 \cdot 10^{-2}}{400 \cdot 0.05} = 25^\circ,$$

после чего  $t_{гор}^{(1)} = 65 + 25 = 90^\circ\text{C}$ .

## 5.5. ТЕМПЕРАТУРА “ГОРЯЧЕЙ” ПОВЕРХНОСТИ ПЛАСТИНЫ ПОСЛЕ ОЧЕРЕДНОГО ИМПУЛЬСА

$$t_{гор}^{(2)} = t_{гор}^{(1)} + \Delta t_{пов},$$

где  $\Delta t_{пов}$  — амплитуда импульсного нагрева поверхности пучком за время  $\tau_{и}$ , определяемая импульсной мощностью пучка  $P_{и}$ .

Для нахождения  $\Delta t_{пов}$  по одному из выражений (62) найдем величину параметра  $\delta/\sqrt{a\tau_{и}}$  ( $\delta$  — по выражению (11)):

$$\frac{\delta}{\sqrt{a\tau_{и}}} = \frac{10^{-4} T^{1.5}}{\gamma \sqrt{a\tau_{и}}} = \frac{10^{-4} \cdot 1000^{1.5}}{8.9 \cdot 10^3 \sqrt{1.11 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{-3}}} = 0.53.$$

Так как  $\frac{\delta}{\sqrt{a\tau_{и}}} < 5$ , то по первому из выражений (62) получим:

$$\begin{aligned} \Delta t_{пов} &= \frac{0.022 P_{и} \sqrt{\tau_{и}}}{F \sqrt{\lambda c \gamma}} \left[ 11.1 + \left( 5 - \frac{\delta}{\sqrt{a\tau_{и}}} \right)^{2.28} \right] = \\ &= \frac{0.022 \cdot 1.25 \cdot 10^7 \sqrt{4 \cdot 10^{-3}} \cdot 41.6}{0.05 \sqrt{400 \cdot 389 \cdot 8.9 \cdot 10^3}} = 388^\circ. \end{aligned}$$

После этого:

$$t_{гор}^{(2)} = 90 + 388 = 478^\circ\text{C}.$$

В какой толщине материала будет ощущаться этот “всплеск” температуры?



Эта толщина равна сумме глубины проникновения электронов и глубины прогрева материала за время  $\tau_n$ :

$$h_n \approx \delta + h_{пр} = \frac{10^{-4} T^{1.5}}{\gamma} + \sqrt{10 a \tau_n} = \frac{10^{-4} \cdot 1000^{1.5}}{8.9 \cdot 10^3} + \sqrt{10 \cdot 1.11 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{-3}} = 3.55 \cdot 10^{-4} + 2.11 \cdot 10^{-3} \approx 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

### 5.6. ВРЕМЯ ВЫХОДА НА РЕЖИМ

В соответствии с выражениями (50) имеем:

$$\tau_{реж}^{5\%} = \frac{3(t_{max} - t_0)}{P/mc} = \frac{3[t_{гор}^{(1)} - t_0]}{P/mc} = \frac{3(90 - 20)}{\frac{5 \cdot 10^4}{0.5 \cdot 0.1 \cdot 0.01 \cdot 8.9 \cdot 10^3 \cdot 389}} = 7.3 \text{ с;}$$

$$\tau_{реж}^{2\%} = \frac{4[t_{гор}^{(1)} - t_0]}{P/mc} \approx 10 \text{ с.}$$

### 5.7. СРОК СЛУЖБЫ

Срок службы в числе циклов нагрева в соответствии с (66) равен:

$$N = \frac{U - 50T_0}{16.7U} \exp\left(\frac{U}{6(T_0 + \Delta T)}\right) = \frac{76320 - 50(90 + 273)}{16.7 \cdot 76320} \exp\left(\frac{76320}{6(90 + 273 + 388)}\right) = 1.04 \cdot 10^6 \text{ циклов.}$$

При  $\tau_{сл} = 1$  с время работы составит около 290 часов.

Интересно оценить, насколько существенным в данном случае является учет глубины проникновения электронов в пластину.

Величина импульсного нагрева поверхности  $\Delta t_{пов}$  без учета проникновения частиц в глубину определяется выражением (59) и в нашем случае составляет

$$\Delta t_{пов} = 1.11 \frac{P_n \sqrt{\tau_n}}{F \sqrt{\lambda c \gamma}} = 1.11 \frac{1.25 \cdot 10^7 \sqrt{4 \cdot 10^{-3}}}{0.05 \sqrt{400 \cdot 389 \cdot 8.9 \cdot 10^3}} = 472^\circ.$$

Полученная величина  $\Delta t_{пов}$  превышает фактическую (т. е. рассчитанную с учетом реального проникновения электронов в материал) лишь на ~20% (было  $\Delta t_{пов} = 388^\circ\text{C}$ ). Однако, уже в этом случае резко снижается срок службы конструкции, который при  $\Delta t_{пов} = 472^\circ\text{C}$  оказывается равным лишь

$$N = \frac{76320 - 50(90 + 273)}{16.7 \cdot 76320} \exp\left(\frac{76320}{6 \cdot (90 + 273 + 472)}\right) \approx 1.88 \cdot 10^5 \text{ циклов,}$$

то есть примерно в 5.5 раз меньше, чем при  $\Delta t_{пов} = 388^\circ\text{C}$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. Хайн Дж., Браунелл Г. Радиационная дозиметрия — М.: Иностранная лит., 1958.
2. Экспериментальная ядерная физика. — Под ред. Э. Сегре — М.: Иностранная лит., 1955.
3. Коваленко В.Ф. Теплофизические процессы и электровакуумные приборы — М.: Сов. радио, 1975.
4. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. — М.: Энергия, 1973.
5. Шлыков Ю.П., Ганин Е.А. Контактный теплообмен. М.:—Л.: Госэнергоиздат, 1963.
6. Кутателадзе С.С., Боришанский В.М. Справочник по теплопередаче. Л.—М.: Госэнергоиздат, 1959.
7. Кацевич Л.С. Теория теплопередачи и тепловые расчеты электрических печей. М.: Энергия, 1977.
8. Справочник машиностроителя в 6 томах, т.2. М.: Машгиз, 1954.
9. Свечанский А.Д. Электрические промышленные печи, ч.1, М.:—Л.: Госэнергоиздат, 1958.
10. Пехович А.И., Жидких В.М. Расчеты теплового режима твердых тел. Л.: Энергия, 1 изд.—1968 г., 2 изд.—1976 г.
11. Бажанов В.Л. и др. Расчет конструкций на тепловые воздействия. М.: Машиностроение, 1969.
12. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в 3 томах. М.: Машиностроение, 1968.
13. Биргер И.А. Круглые пластинки и оболочки вращения. М.: Оборонгиз, 1961.
14. Огибалов П.М., Грибанов В.Ф. Термоустойчивость пластин и оболочек. Изд. МГУ, 1968.



15. Блох А.Г., Журавлев Ю.А., Рыжков Л.И. Теплообмен излучением. Справочник. М.: Энергоатомиздат, 1991.

16. Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление. Справочное пособие. М.: Энергоатомиздат, 1990.

## СОДЕРЖАНИЕ

|   |    |
|---|----|
| Введение.....   | 3  |
| 1. Тепловыделение в деталях .....   | 5  |
| 1.1. Прохождение тока по проводнику .....   | 5  |
| 1.1.1. Непрерывный режим .....  | 5  |
| 1.1.2. Импульсный режим .....   | 8  |
| 1.2. Проводник в переменном магнитном поле .....  | 9  |
| 1.3. Бомбардировка тела заряженными частицами .....                                     | 11 |
| 1.3.1. Мощность в пучке заряженных частиц .....   | 11 |
| 1.3.2. Мощность, идущая на нагрев тела .....  | 11 |
| 2. Теплоотвод и распределение температур .....  | 14 |
| 2.1. Теплопроводность .....   | 15 |
| 2.1.1. Теплопроводность плоской стенки .....  | 16 |
| 2.1.1.1. Сосредоточенная мощность .....   | 16 |
| 2.1.1.2. Распределенная мощность .....  | 18 |
| 2.1.2. Теплопроводность цилиндрической стенки .....                                     | 19 |
| 2.1.3. Контактная теплопроводность .....  | 20 |
| 2.2. Конвективный теплообмен .....  | 23 |
| 2.3. Тепловое излучение .....   | 25 |
| 2.3.1. Потoki излучения .....   | 29 |
| 2.3.2. Теплообмен излучением между телами .....   | 30 |
| 2.3.2.1. Две параллельные стенки на расстоянии, малом по сравнению с их размерами ..... | 31 |
| 2.3.2.2. Две поверхности, образующие замкнутую систему .....                            | 32 |
| 2.3.3. Тепловые экраны .....  | 32 |
| 2.4. Сложная теплопередача .....  | 34 |
| 3. Нестационарные процессы .....  | 37 |
| 3.1. Нагревание тела .....  | 37 |
| 3.2. Охлаждение тела .....  | 38 |
| 3.3. Время выхода на режим .....  | 39 |



|   |    |
|---|----|
| 3.4. Нестационарная теплопроводность .....                                      | 41 |
| 3.5. Нагрев тела пучком заряженных частиц .....                                 | 44 |
| 4. О термоупругих напряжениях в элементах конструкции .....                     | 46 |
| 5. Пример расчета .....   | 49 |
| 5.1. Расчетная схема и дополнительные параметры .....                           | 49 |
| 5.2. Нагрев воды при охлаждении пластины .....                                  | 50 |
| 5.3. Температура "холодной" поверхности пластины .....                          | 50 |
| 5.4. Температура "горячей" поверхности пластины перед очередным импульсом ..... | 51 |
| 5.5. Температура "горячей" поверхности пластины после очередного импульса ..... | 51 |
| 5.6. Время выхода на режим .....  | 52 |
| 5.7. Срок службы .....  | 52 |
| Литература.....   | 53 |

*Б.З. Персов*

**Учет тепловых нагрузок при конструировании**

**ИЯФ 82-116**

Ответственный за выпуск С.Г. Попов

---

Работа поступила 11 декабря 1992 г.

Подписано в печать 14.09 1982 г.

Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 3,0 печ.л., 2,5 уч.-изд.л.

Тираж 200 экз. Бесплатно. Заказ № 84

---

Обработано на IBM PC и отпечатано на  
ротационной ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.