

Г. 49

60

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

И.Ф.Гинзбург, Г.Л.Коткин, С.Л.Панфиль,
В.Г.Сербо, В.И.Тельнов.

ВСТРЕЧНЫЕ γe и $\gamma \gamma$ - ПУЧКИ
НА ОСНОВЕ ОДНОПРОЛЕТНЫХ
 e^+e^- - УСКОРИТЕЛЕЙ

II. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ,
УЛУЧШЕНИЕ МОНОХРОМАТИЧНОСТИ

ПРЕПРИНТ 82-160



АННОТАЦИЯ

Рассматриваются поляризационные явления во встречных γe и $\gamma\gamma$ -пучках, которые предложено [1] получать на базе линейных ускорителей со встречными e^+e^- -пучками (при комптоновском рассеянии света лазера).

Показано, что использование электронов и лазерных фотонов с отличными от нуля и противоположными по знаку спиральностями λ и P_e приводит к существенному улучшению монохроматичности. Характерная энергия вспышки лазера A_0 , необходимая для получения коэффициента конверсии $K \sim 1$ и определенной степени монохроматичности, в случае $2\lambda P_e = -1$ оказывается существенно меньшей (иногда на порядок), а светимость $L_{\gamma e}$ и $L_{\gamma\gamma}$ существенно большей, чем для $\lambda P_e = 0$.

Получены формулы, позволяющие извлекать поляризационную информацию о реакциях $\gamma e \rightarrow X$ и $\gamma\gamma \rightarrow X$ при различных поляризациях лазерных и электронных пучков. Обсуждаются особенности, связанные со спецификой приготовления γ -пучков.

Обсуждаются вопросы калибровки γe и $\gamma\gamma$ -соударений для поляризованных пучков.

ВВЕДЕНИЕ

1. В работах [1], [2] показано, что на базе проектируемых линейных ускорителей со встречными e^+e^- - пучками ВЛЭПП [3] и SLC [4] можно реализовать встречные γe^- - и $\gamma\gamma$ - пучки примерно с теми же энергиями (≈ 100 ГэВ) и светимостями ($10^{30}-10^{32}$ см $^{-2}$ с $^{-1}$), что и для e^+e^- - соударений. Необходимые для этого интенсивные γ -пучки предложено получать при рассеянии света лазера на электронных пучках этих ускорителей (см.рис.1). Аналогичное предложение было сделано позднее также в работе [5] (содержащей, впрочем, некоторые неточности). В работе [6] для реализации предложенной в [1] схемы встречных γe^- - и $\gamma\gamma$ -соударений рассмотрена возможность использования лазера на свободных электронах того же пучка.

2. Данная работа является продолжением работы [2] и посвящена поляризационным явлениям. Она естественным образом делится на две части.

Наиболее важным представляется нам результат, содержащийся в разделе 3. При использовании левополяризованного света лазера и правополяризованного пучка электронов спектр получающихся фотонов становится более жестким. За счёт этого уже при сравнительно небольшой энергии лазерной вспышки (по сравнению со случаем, когда исходные пучки не поляризованы) получается довольно высокая степень монохроматичности γe^- - и $\gamma\gamma$ -соударений.

Варьируя поляризацию исходных пучков, можно получать высокоэнергичные фотоны с различными поляризациями и изучать поляризационные эффекты в реакциях $\gamma e^- \rightarrow X$ и $\gamma\gamma \rightarrow X$. Эти эффекты рассмотрены в разделах 4-7. В этих разделах внимание концентрируется на двух основных вопросах: 1) в каких условиях информация о зависимости сечений от поляризаций извлекается наиболее надежным образом, 2) когда можно пренебречь осложнениями, связанными с поляризацией (а они есть и для неполяризованных исходных пучков).

Вопросы калибровки для поляризованных пучков обсуждаются в приложении А.

2. ОБЩАЯ СХЕМА. ОСНОВНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

I. Напомним основные черты предложенной в [1] схемы, вводя попутно необходимые обозначения.

Высокоэнергичные фотоны предлагается получать при рассеянии назад лазерных фотонов с энергией $\omega_0 \sim 1$ эВ на электронах с энергией $E \sim 100$ ГэВ. Почти все высокоэнергичные фотоны под очень малыми углами $\theta \approx 10^{-5} - 10^{-4}$ рад к направлению движения первоначальных электронов. Мы будем считать соударение лазерных фотонов с электронами лобовым (при небольших углах встречи $\alpha_0 \ll 1$, см. рис.1, зависимость от α_0 можно пренебречь).

С ростом угла вылета фотона θ его энергия ω уменьшается:

$$\omega = \frac{\omega_m}{1 + (\theta/\theta_0)^2}; \quad \omega_m = \frac{x}{x+1} E; \quad \theta_0 = \frac{m_e}{E} \sqrt{x+1}, \quad x = \frac{4E\omega_0}{m_e^2}. \quad (I)$$

Здесь ω_m - максимальная энергия фотона (при $\theta = 0$).

2. В области встречи фотон отклоняется от первоначальной траектории электрона на расстояние $\sim b\theta_0$, где b - расстояние от точки конверсии С до точки встречи О (рис.1). В результате, площадь S - пучка в области встречи увеличивается по сравнению с площадью $S_0 = \pi a_e^2$, которую имел бы здесь электронный пучок, на величину ΔS :

$$\frac{\Delta S}{S} \sim \rho^2 = \left(\frac{b\theta_0}{a_e} \right)^2. \quad (2)$$

Пока $\rho^2 \ll 1$ ($b \leq 10$ см), в области встречи фотоны самых разных энергий пространственно перемешаны. С ростом ρ^2 в области встречи жесткие фотоны (имеющие самые малые углы вылета θ) займут меньший поперечный размер, чем более мягкие, и за счёт этого их относительный вклад в светимость увеличится. Соударения станут более монохроматическими. В частности улучшится распределение спектральной светимости dL/dW (W - инвариантная масса γe^- или $\gamma\gamma$ -системы, $W_{\gamma e}^2 = 4\omega E$, $W_{\gamma\gamma}^2 = 4\omega\tilde{\omega}$). Степень монохроматичности соударений η определяется (см. [2]) как отношение к верхней границе спектра W_m того интервала ΔW , в котором сосредоточена половина светимости:

$$\eta = \frac{\Delta W}{W_m}; \quad \int_{W_m - \Delta W}^{W_m} (dL/dW) dW = \frac{1}{2} L, \quad (W_m^{\gamma e} = \sqrt{4\omega E}, \quad W_m^{\gamma\gamma} = 2\omega_m). \quad (3)$$

Величина η зависит от ρ^2 .

3. Для лазера на неодимовом стекле или гранате ($\omega_0 \approx 1,17$ эВ) рассматриваемый интервал энергий ($E = 50-500$ ГэВ) со-

ответствует $x = 0,9-9$. Примеры, как правило, приведены для среднего $x = 2,69$, что соответствует указанному лазеру и $E = 150$ ГэВ или $E = 50$ ГэВ и $\omega_0 = 3.51$ эВ (тот же лазер с утроенной частоты).

3. УЛУЧШЕНИЕ МОНОХРОМАТИЧНОСТИ γe^- И $\gamma\gamma$ СОУДАРЕНИЙ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СВЕТА ЛАЗЕРА С КРУГОВОЙ И ЭЛЕКТРОНОВ С ПРОДОЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЯМИ

I. Энергетический спектр фотонов определяется величиной $(d\sigma_c/d\omega)/\sigma_c$, где σ_c - сечение эффекта Комптона. В случае неполяризованных пучков этот спектр довольно широкий - см. кривую a на рис.2. При произвольной поляризации пучков изменение спектра возникает только если одновременно отличны от нуля средние спиральности электронов λ и лазерных фотонов P_c (см. например [7]):

$$\frac{1}{\sigma_c} \frac{d\sigma_c}{dy} = f(x, y) = \frac{2\pi\alpha^2}{x m_e^2} \left[\frac{1}{1-y} + 1-y - 4\gamma(1-\gamma) + 2\lambda P_c \gamma x (1-2\gamma)(2-y) \right], \quad (4)$$

$$y = \frac{\omega}{E} \leq y_m = \frac{\omega_m}{E} = \frac{x}{x+1}, \quad \gamma = \frac{y}{x(1-y)} \leq 1.$$

Полное сечение:

$$\sigma_c = \sigma_c^{np} + 2\lambda P_c \sigma_1; \quad \sigma_c^{np} = \frac{2\pi\alpha^2}{x m_e^2} \left[\left(1 - \frac{y}{x} - \frac{y^2}{x^2}\right) \ln(x+1) + \frac{1}{2} + \frac{y}{x} - \frac{1}{2(x+1)^2} \right], \quad (5)$$

$$\sigma_1 = \frac{2\pi\alpha^2}{x m_e^2 \sigma_c} \left[\left(1 + \frac{y}{x}\right) \ln(x+1) - \frac{5}{2} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{2(x+1)^2} \right].$$

В интересующей нас области $0.9 \leq x < 9$ отношение $|\sigma_1/\sigma_c^{np}| < 0,12$, а при $x \approx 2,5$ величина $\sigma_1 = 0$. Таким образом, полное сечение σ_c слабо зависит от λP_c и мало отличается от сечения для неполяризованных пучков σ_c^{np} .

В отличие от полного сечения, энергетический спектр существенно зависит от λP_c . При $\lambda P_c < 0$ число наиболее жестких фотонов возрастает, а число мягких уменьшается. Иными словами, с ростом величины $(-\lambda P_c)$ происходит эффективная "перекачка" мягких фотонов в жесткие. В предельном случае $2\lambda P_c = -1$ число жестких фотонов почти удваивается (см. кривую b на рис.2). Это приводит к существенному улучшению монохроматичности γe^- и $\gamma\gamma$ -соударений.

Наоборот, при $\lambda P_c > 0$ число жестких фотонов уменьшается (кривая c на рис.2). Соответственно, монохроматичность соударений ухудшается.

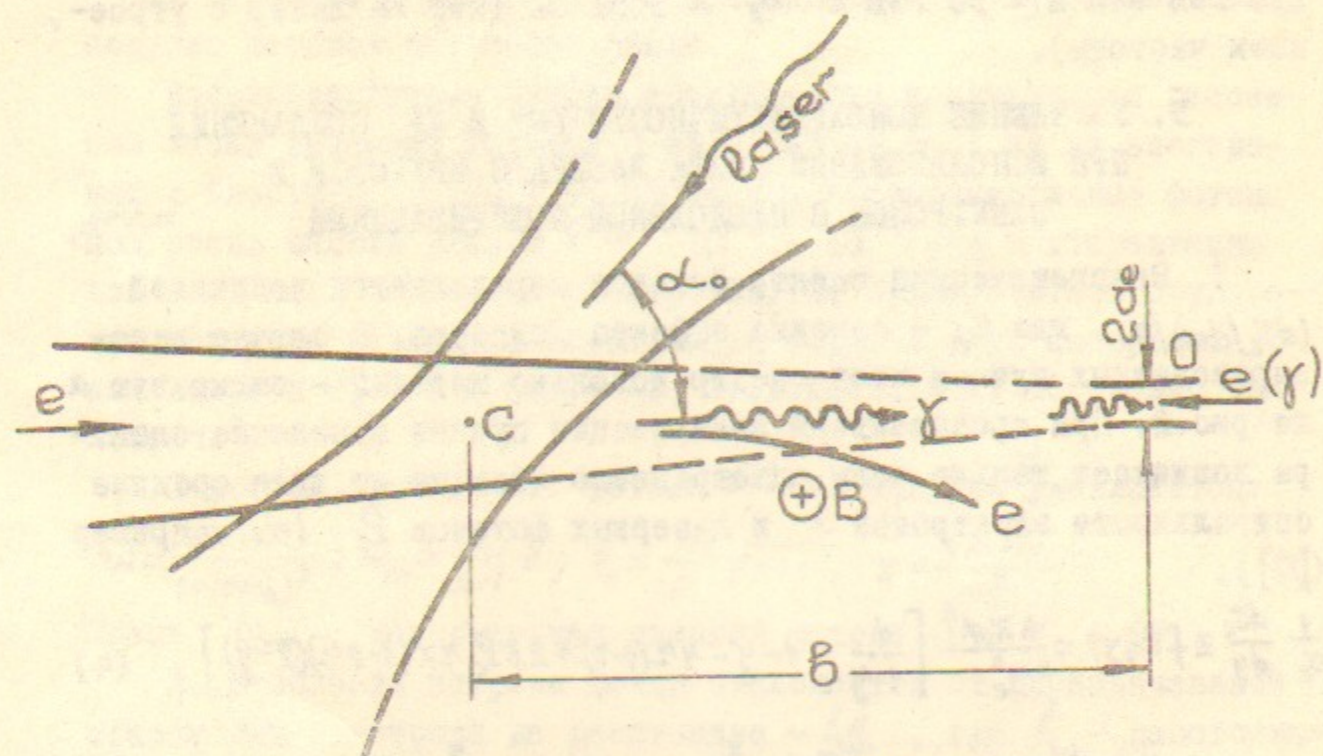


Рис.1. Схема получения встречных γe и $\gamma\gamma$ пучков.

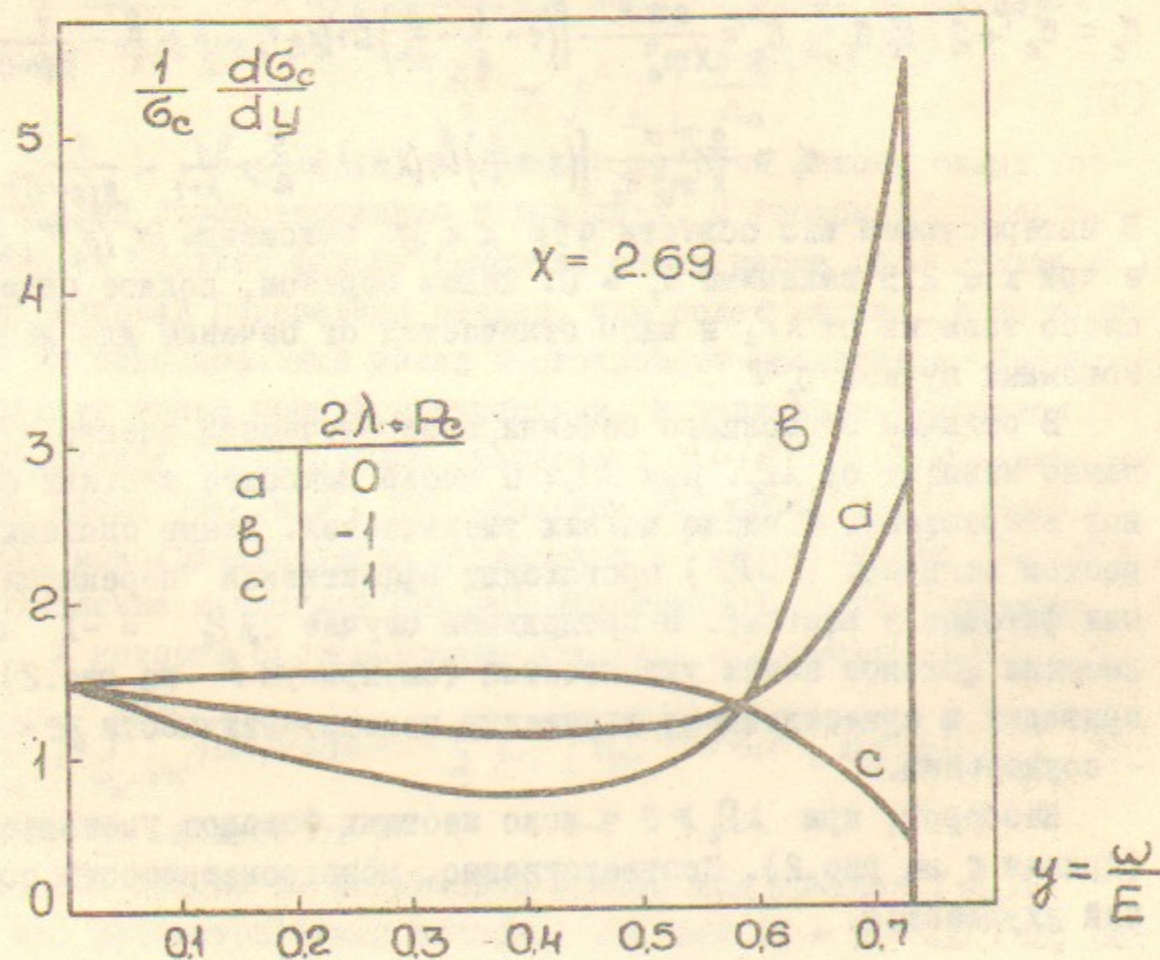


Рис.2. Энергетический спектр фотонов для различных значений средней спиральности электронов λ_e и лазерных фотонов P_c .

2. Рассмотрим теперь зависимость спектральных светимостей dL/dW и степеней монохроматичности η (3) от λP_c при различных ρ^2 (2).

При $\rho^2 \ll 1$ для γe -соударений $dL_{\gamma e}/dW \propto W f(x, W^2/4E^2)$ т.е. рис.2 демонстрирует также и улучшение распределения $dL_{\gamma e}/dW$ с ростом величины $(-\lambda P_c)$. Для $\gamma\gamma$ -соударений при $\rho^2 \ll 1$ соответствующие кривые приведены на рис.3. Видно, что при $2\lambda P_c = 2\tilde{\lambda} P_c = -1$ спектральная светимость $dL_{\gamma\gamma}/dW$ в жесткой части спектра заметно увеличивается.

Еще ярче этот эффект проявляется с ростом ρ^2 , т.к. при удалении точки конверсии от точки встречи в соударениях основную роль играют все более жесткие фотоны. Это демонстрирует рис.4, где изображена спектральная светимость $dL_{\gamma\gamma}/dW$ при различных ρ^2 . При заданном значении ρ^2 для $\lambda P_c < 0$ степень монохроматичности η лучше, а полная светимость больше, чем для неполяризованных пучков. Эти улучшения демонстрируют рис.5 и 6, где изображены как полные светимости, так и степени монохроматичности при $2\lambda P_c = -1$ и при $\lambda P_c = 0$ для γe - и для $\gamma\gamma$ -соударений. Все эти величины рассчитаны с использованием спектра (4), учитывающего поляризацию (см.далее (25), (33)) в предположении, что электронные пучки - круглого сечения с гауссовым распределением плотности. (Такое предположение использовалось и в [2]).

3. Повидимому, наиболее критичной характеристикой, определяющей реальность лазерной конверсии электронов в фотоны, является энергия лазерной вспышки A (при заданной частоте, повторения ν), т.к. коэффициент конверсии K (т.е. отношение числа высокоэнергичных фотонов к числу электронов) определяется соотношением:

$$k = A/A_0 \quad (\text{при } A < A_0). \quad (6)$$

Величина A_0 вычислена в [2] при различных предположениях о параметрах пучков.

На рис. 7,8 изображены зависимости характерной энергии A_0 *)

*) Энергия $A_0(\rho)$ вычислена по формулам (16), (22) из [2] в предположении, что радиус фокального пятна лазера a_γ равен радиусу электронного пучка в области конверсии γe при $\alpha_e > 20$ мкм, а при $\alpha_e < 20$ мкм радиус $a_\gamma = 20$ мкм. Отметим, что с ростом ρ растет и допустимая продолжительность вспышки $\tau \propto \rho^2$.

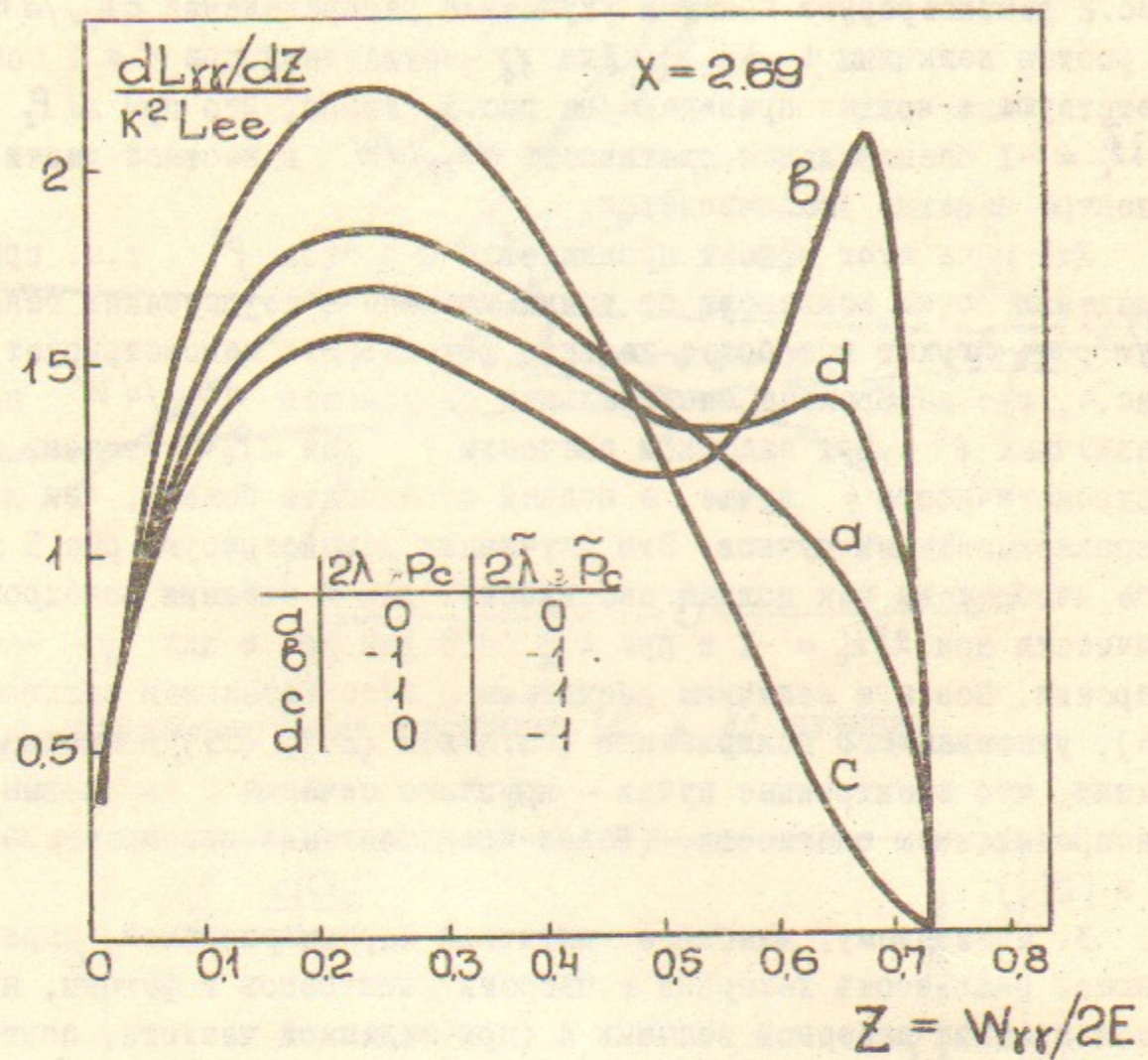


Рис.3. Спектральная светимость $\gamma\gamma$ -соударений для различных значений λ и P_c при $\beta^2 \ll 1$. (Тильдой отмечены параметры второго пучка).

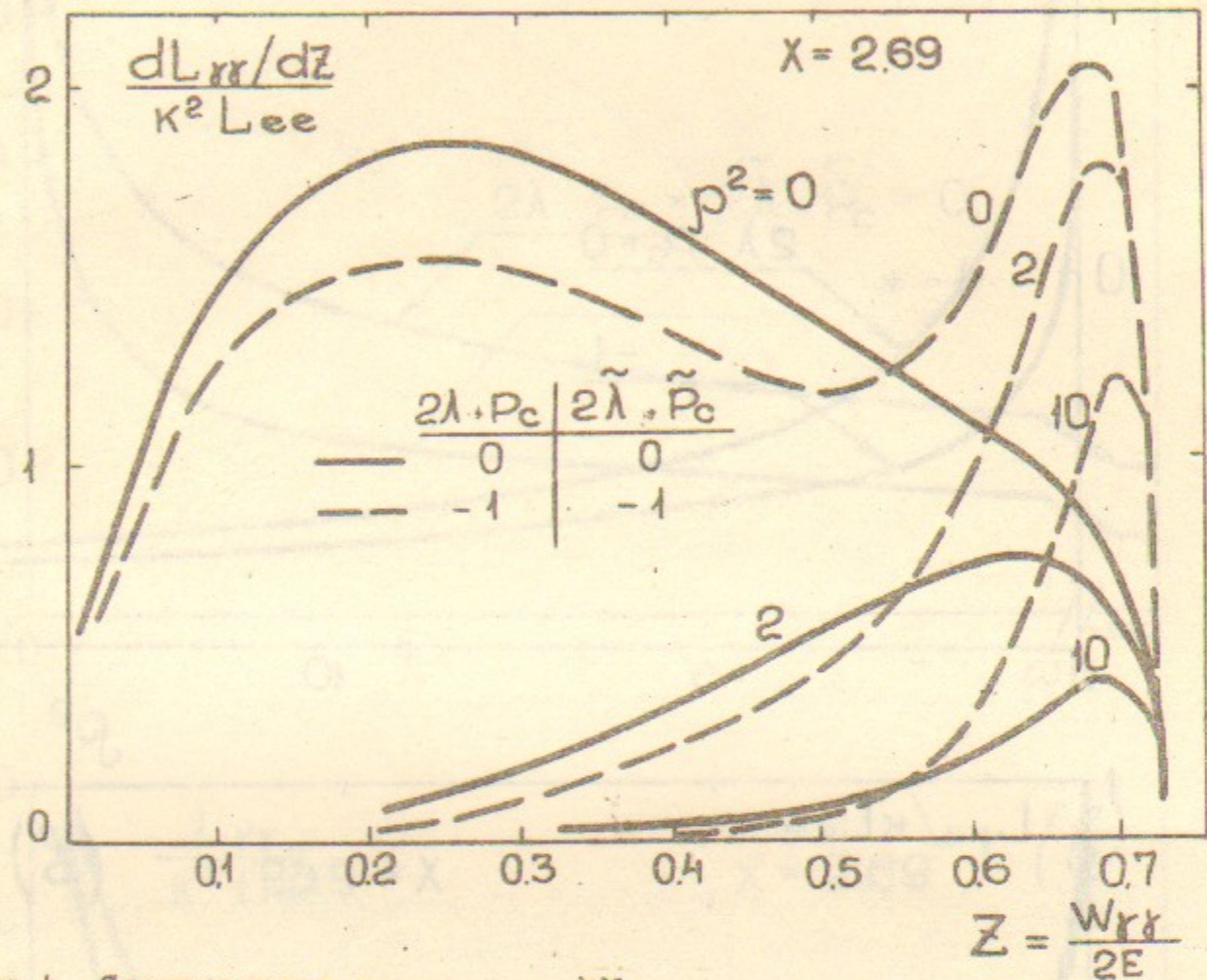


Рис.4. Спектральная светимость $\gamma\gamma$ -соударений при различных β^2 и $2\lambda P_c = 2\tilde{\lambda} \tilde{P}_c$.

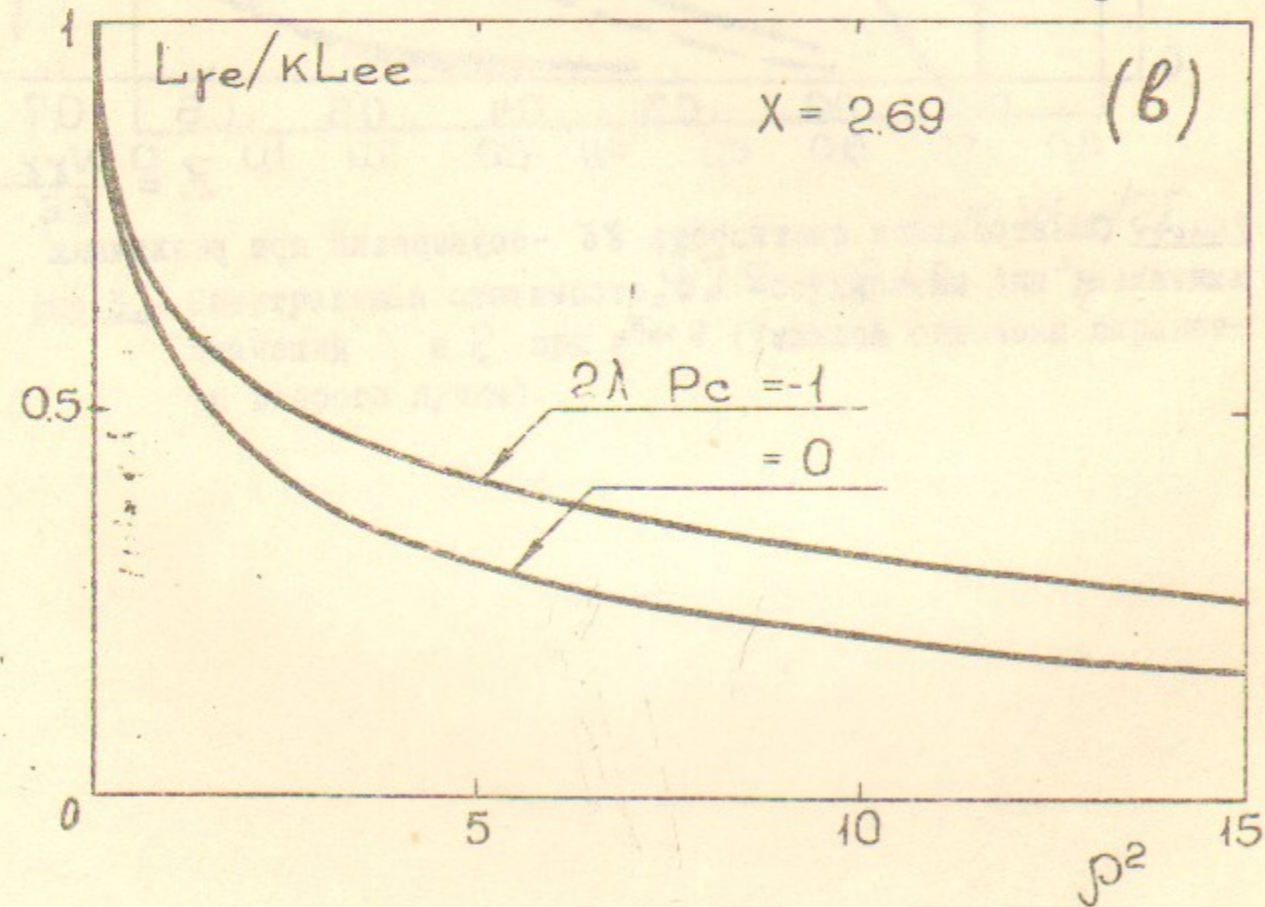
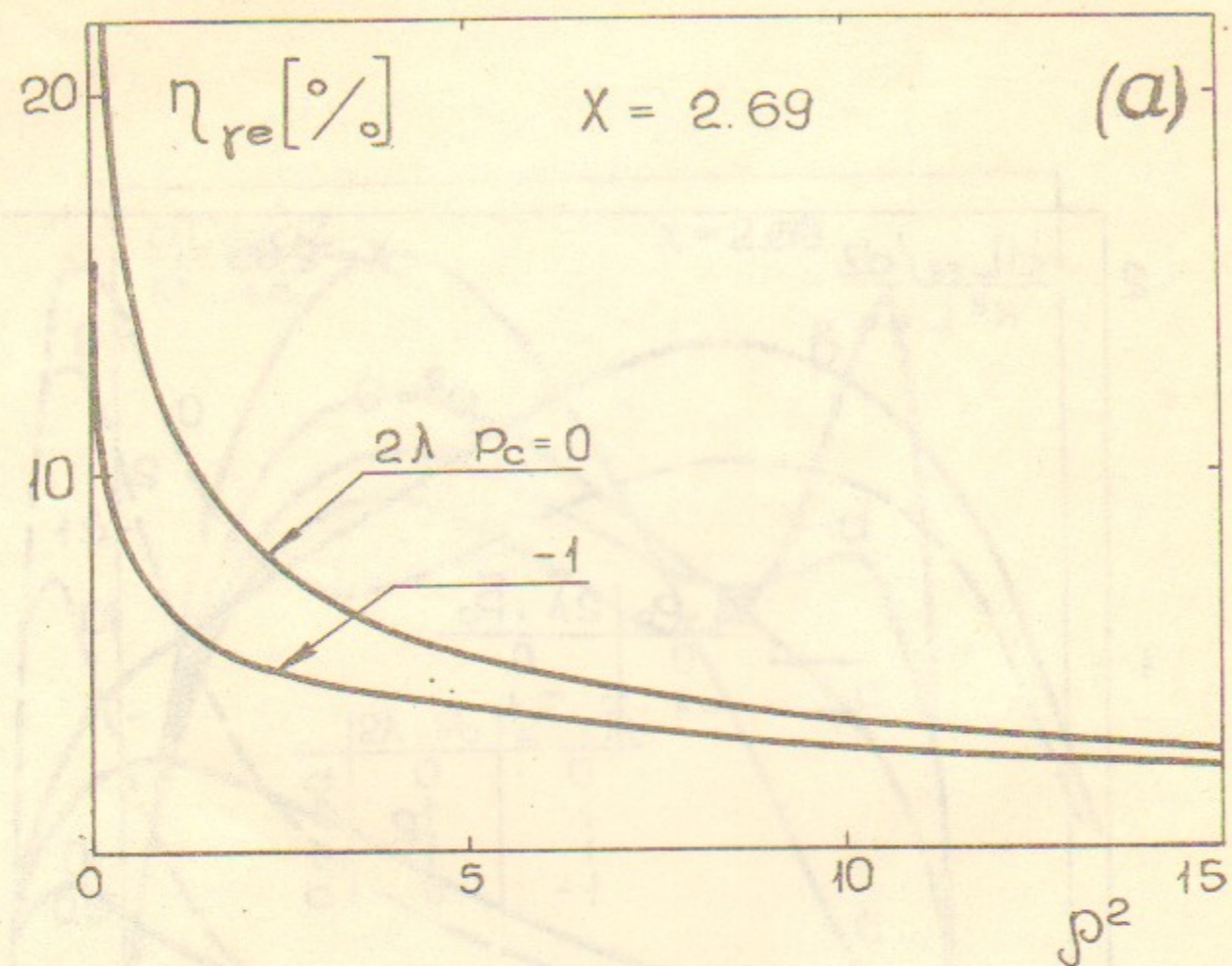


Рис.5. Зависимость степени монохроматичности (а) и полной светимости (в) Xe -соударений от ρ^2 для $2\lambda P_c = -1, 0$.

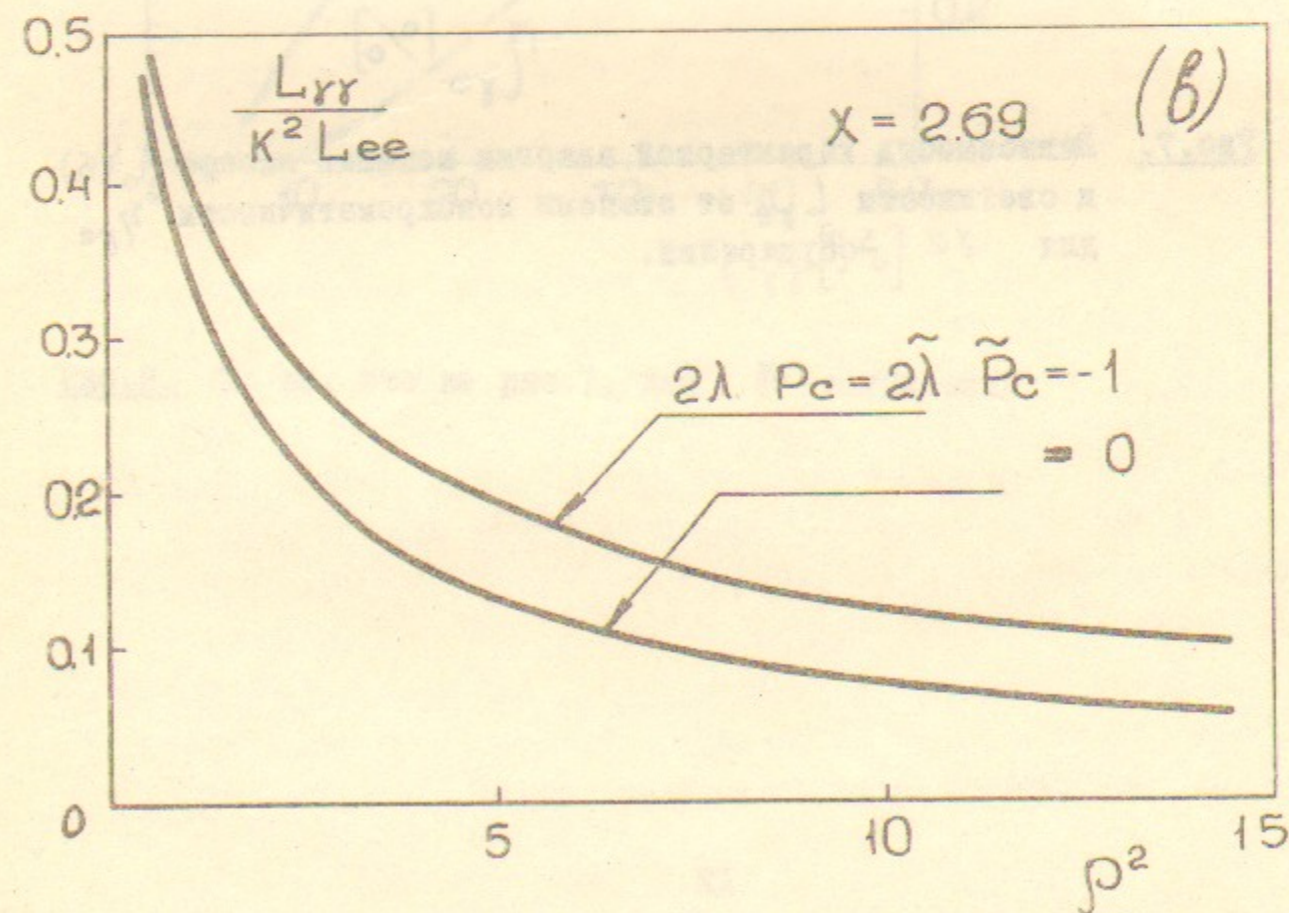
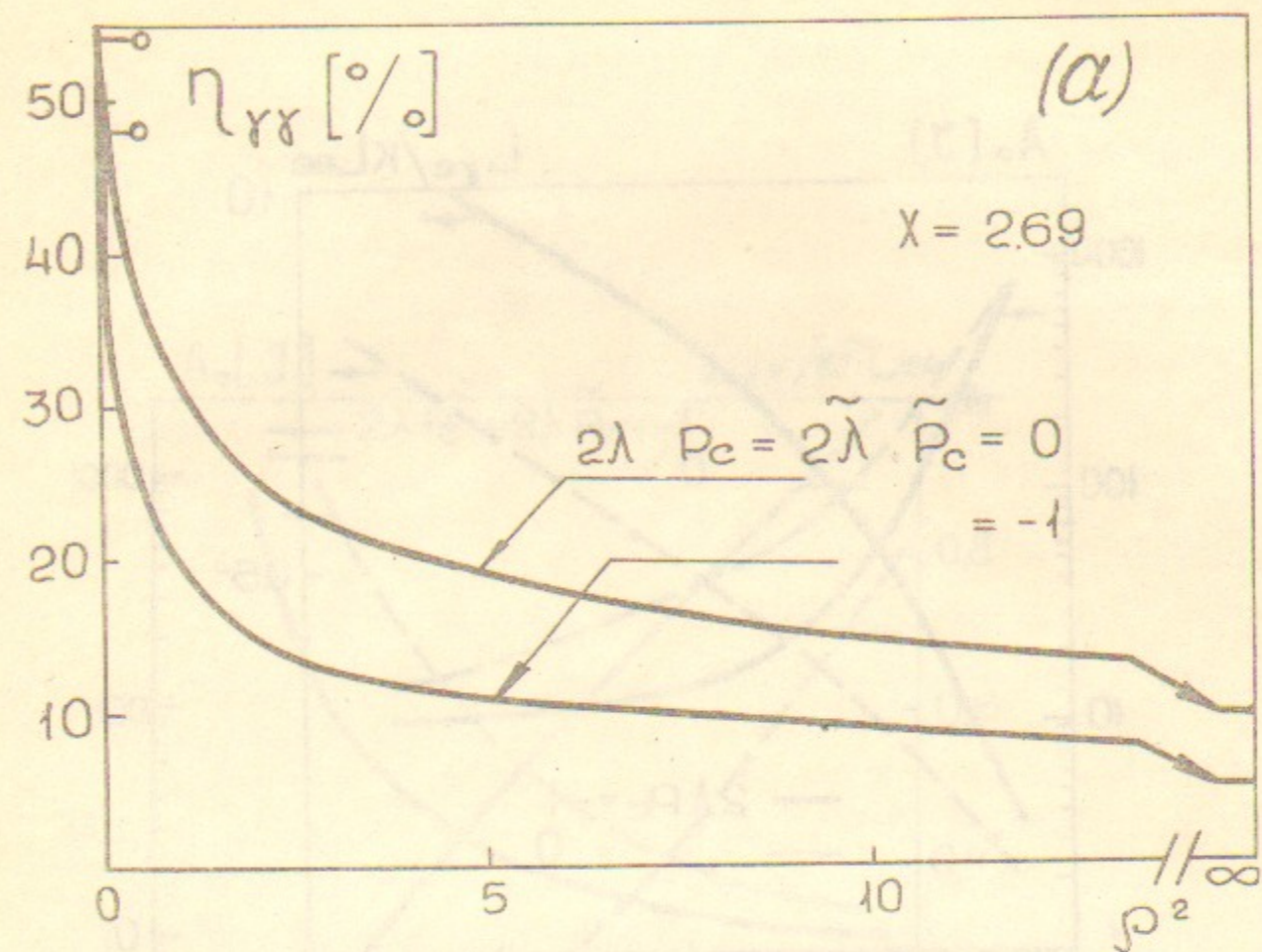


Рис.6. То же, что на рис.5, для $\gamma\gamma$ -соударений.

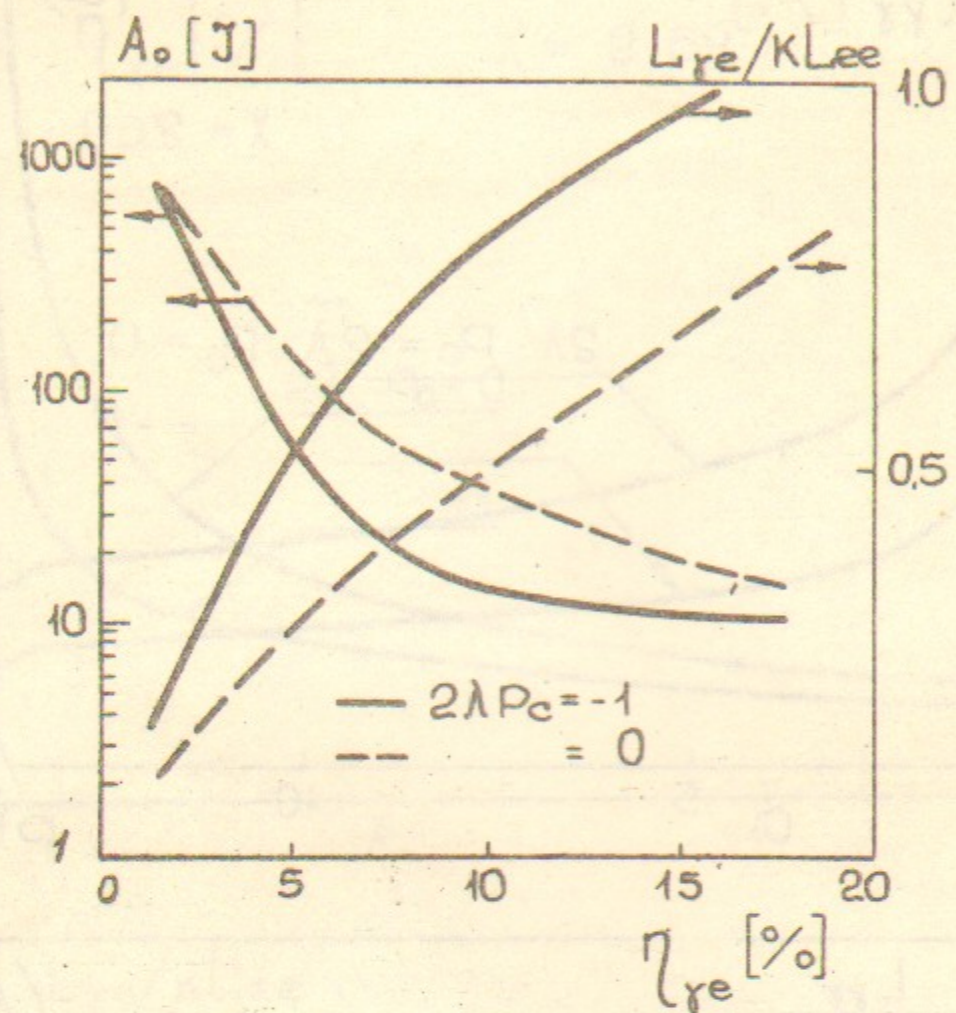


Рис.7. Зависимость характерной энергии вспышки лазера $A_0(6)$ и светимости $L_{\gamma e}$ от степени монохроматичности $\eta_{\gamma e}$ для γe -соударений.

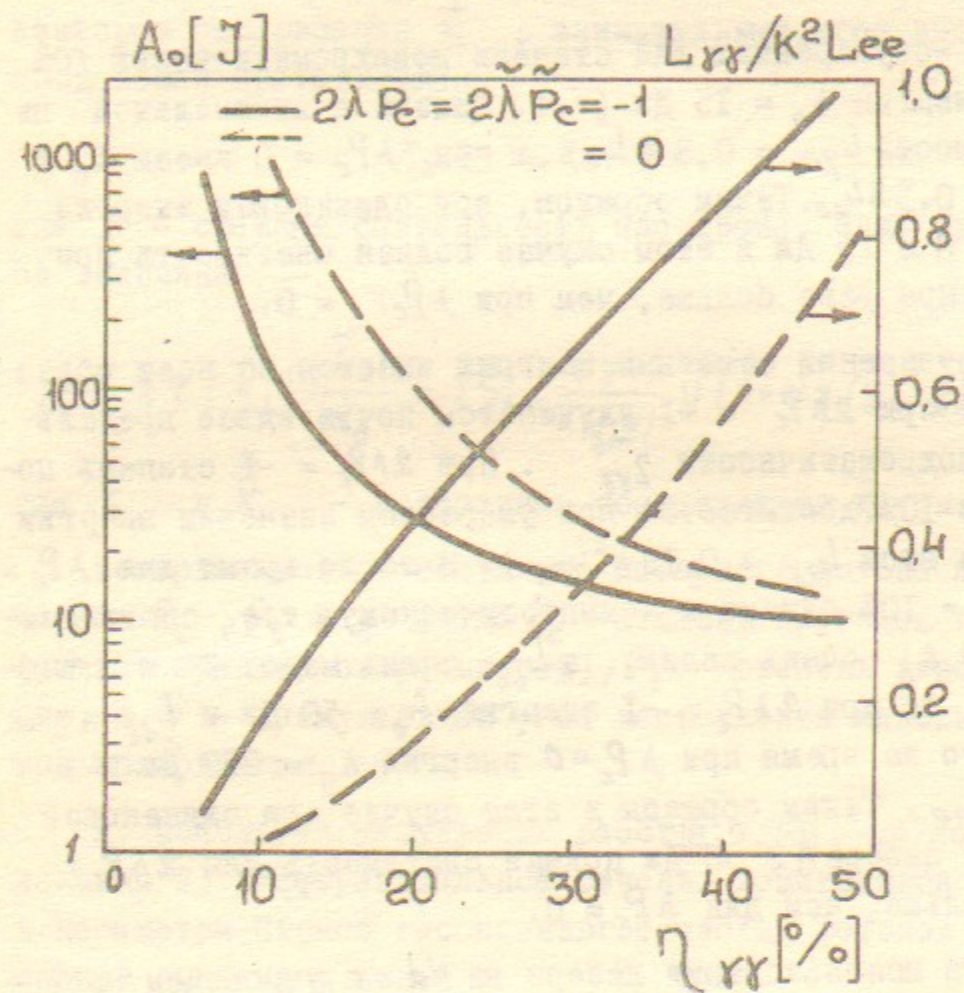


Рис.8. То же, что на рис.7, для $\gamma\gamma$ -соударений.

и светимости L от степени монохроматичности η для γe - и $\gamma\gamma$ -соударений при $2\lambda P_c = -1$ и 0 . Для определенности расчёт выполнен с использованием параметров ВЛЭПП (перечисленных в таблице 2 из [2]) для лазера на Nd и $E = 150$ ГэВ ($x = 2,69$). Видно, что использование поляризованных пучков с $\lambda P_c < 0$ даёт большой выигрыш.

Так, в γe -соударениях для степени монохроматичности 10% при $2\lambda P_c = -1$ энергия $A_0 = 15$ Дж (т.е. близка к минимальной на рис. 7) и светимость $L_{\gamma e} = 0,8 k L_{ee}$, а при $\lambda P_c = 0$ имеем $A_0 = 40$ Дж и $L_{\gamma e} = 0,5 k L_{ee}$. Таким образом, при одинаковой энергии вспышки лазера $A \leq 15$ Дж в этом случае полная светимость при $2\lambda P_c = -1$ в четыре раза больше, чем при $\lambda P_c = 0$.

Для $\gamma\gamma$ -соударений заметный выигрыш имеется во всей области, в том числе при $2\lambda P_c = -1$ улучшается почти вдвое предельная степень монохроматичности $\eta_{\gamma\gamma}^{as}$. При $2\lambda P_c = -1$ степень монохроматичности 10% достигается при умеренном значении энергии $A_0 \approx 160$ Дж (при этом $L_{\gamma\gamma} = 0,18 k^2 L_{ee}$). В то же время для $\lambda P_c = 0$ значение $\eta_{\gamma\gamma} = 10\%$ близко к асимптотическому, т.е. соответствующее значение A_0 очень велико, а $L_{\gamma\gamma}$ очень мало. Если выбрать $\eta_{\gamma\gamma} = 15\%$, то при $2\lambda P_c = -1$ энергия $A_0 = 50$ Дж и $L_{\gamma\gamma} = 0,3 k^2 L_{ee}$. В то же время при $\lambda P_c = 0$ энергия $A_0 = 250$ Дж и $L_{\gamma\gamma} = 0,08 k^2 L_{ee}$. Таким образом в этом случае при одинаковой энергии вспышки лазера $A \leq 50$ Дж полная светимость для $2\lambda P_c = -1$ в 100 раз больше, чем для $\lambda P_c = 0$.

Для SLC при использовании лазера на Nd с утроением частоты при $E=50$ ГэВ также $x=2,69$. Поэтому зависимости $L_{\gamma e}(\eta_{\gamma e})$ и $L_{\gamma\gamma}(\eta_{\gamma\gamma})$ точно те же, что и на рис. 7, 8. Однако, из-за того, что параметры системы другие, характерные энергии вспышек A_0 примерно в 5 раз больше, чем на рис. 7, 8. При использовании лазера на Nd без утроения частоты для $E=50$ ГэВ значение $\eta_{\gamma\gamma} = 20\%$ достигается при $A_0 = 120$ Дж ($L_{\gamma\gamma} = 0,26 k^2 L_{ee}$), если $2\lambda P_c = -1$, и при $A_0 \approx 400$ Дж ($L_{\gamma\gamma} = 0,1 k^2 L_{ee}$), если $2\lambda P_c = 0$.

В рассматриваемом случае наряду со светимостью соударения характеризуются также величинами, связанными с поляризацией пучков. Они рассматриваются в разделах 5-7.

4. γ -ПУЧОК В ОБЛАСТИ ВСТРЕЧИ.

I. Выберем систему отсчёта, в которой ось z направлена по импульсу начального электрона. Мы будем называть её лабораторной системой. Пусть θ и φ - полярный и азимутальный углы вылета конечного фотона с импульсом \vec{k} в этой системе.

Поляризационное состояние начального электрона задается вектором поляризации $\vec{\zeta}$, азимутальный угол этого вектора β , продольная составляющая

$$\zeta_{||} \equiv \zeta_2 = 2\lambda, \quad (7)$$

где λ - средняя спиральность электрона. Ниже будет встречаться величина

$$\mathcal{R} = 2\lambda |\vec{\zeta}_{\perp}| \frac{|\vec{k}_{\perp}|}{m_e} = |\vec{\zeta}_{\perp}| \frac{2y}{x(1-y)} \sqrt{(x+1)y(y_m-y)} \quad (8)$$

где $\vec{\zeta}_{\perp}$ и \vec{k}_{\perp} - поперечные составляющие $\vec{\zeta}$ и \vec{k} .

Поляризационное состояние лазерного фотона задается величинами P_c , P_t и γ , где P_c - степень круговой поляризации (равная средней спиральности), P_t - степень линейной поляризации, а γ - азимутальный угол направления максимальной линейной поляризации.

2. Используя результаты работ [8, 9, 10], мы получили (см. приложение В) дифференциальное сечение комптоновского рассеяния и параметры Стокса высокоэнергетических фотонов ξ_i в лабораторной системе в виде:

$$\frac{d\sigma_c}{dy d\varphi} = \frac{y m \theta_0^2}{2y^2} \frac{d\sigma_c}{d\Omega_\gamma} = \frac{\alpha^2}{x m_e^2} \Phi_0, \quad (9)$$

$$\xi_i = \frac{\Phi_i}{\Phi_0}; \quad i = 1, 2, 3; \quad (10)$$

$$\Phi_j = \sum_{n=0}^4 (C_{jn} \cos n\varphi + S_{jn} \sin n\varphi); \quad j = 0, 1, 2, 3. \quad (11)$$

Не зависящие от φ слагаемые Φ_j равны

$$C_{00} = \frac{1}{1-y} + 1-y - 4\tau(1-\tau) + 2\lambda P_c \tau \chi (1-2\tau)(2-y), \quad (I2)$$

$$C_{10} = 2\tau^2 P_t \sin 2\gamma, \quad C_{30} = 2\tau^2 P_t \cos 2\gamma,$$

$$C_{20} = 2\lambda\tau [1 + (1-y)(1-2\tau)^2] + P_c (1-2\tau) \left(\frac{1}{1-y} + 1-y \right).$$

Для сокращения записи остальных слагаемых мы вводим вместо действительных величин C_{jn} и S_{jn} комплексные

$$A_{jn} = C_{jn} + i S_{jn}; \quad j = 0, 1, 2, 3; \quad n = 1, 2, 3, 4. \quad (I3)$$

Тогда

$$A_{j1} = -\lambda \left[P_c e^{i\beta}; \frac{-i P_c}{1-y} e^{-i\beta}; (1-2\tau) e^{i\beta} - P_t \tau e^{i(2\gamma-\beta)}; \frac{-P_c}{1-y} e^{-i\beta} \right],$$

$$A_{j2} = -4\tau(1-\tau) \left[P_t e^{2i\gamma}; i; 2\lambda P_t y e^{2i\gamma}; 1 \right], \quad (I4a)$$

$$A_{j3} = -P_t \lambda (1-\tau) e^{i(2\gamma+\beta)} [0; 0; 1; 0],$$

$$A_{j4} = 2P_t (1-\tau)^2 e^{2i\gamma} [0; i; 0; 1].$$

Отметим полезное соотношение

$$A_{1n} = i A_{3n}. \quad (I4b)$$

Можно убедиться (см. приложение В), что из неравенства $\sum_{i=1}^3 \xi_i^2 \leq 1$ следует

$$|C_{i0}| \leq C_{00}, \quad |A_{jn}| \leq \sqrt{2} C_{00}. \quad (I4c)$$

При $y \rightarrow y_m$ коэффициенты C_{jn} , S_{jn} стремятся к нулю по закону

$$C_{jn}, S_{jn} \propto (y_m - y)^{n/2}, \quad y \rightarrow y_m. \quad (I5)$$

Энергетический спектр фотонов (4) получается из (9) после интегрирования по φ :

$$f(x, y) = \frac{2\pi \alpha^2}{\chi m_e^2 \sigma_c} C_{00}. \quad (9a)$$

Соответственно полное сечение σ_c определяется соотношением (5) при любых поляризациях электронов и фотонов.

3. Для исследования светимостей γe - и $\gamma\gamma$ -столкновений нужно знать распределение фотонов по расстояниям $\vec{r} = \vec{r}_1$ от оси пучка в области встречи. Поэтому необходимо рассмотреть движение фотона из области конверсии в область встречи (на расстоянии b). Фотон с энергией $\omega = \gamma E$ был излучен под углом $\theta = \theta_0 \sqrt{(y_m/y) - 1}$ к направлению движения электрона. Пусть φ - азимутальный угол вылета этого фотона. Тогда число фотонов $dN_\gamma(\vec{r}, \omega, \varphi)$, достигших точки \vec{r} в области встречи, можно выразить через число электронов, которые попали бы в эту точку, и сечение (9):

$$dN_\gamma(\vec{r}, \omega, \varphi) = dN_e(\vec{r} - b\vec{\theta}) \frac{k}{\sigma_c} \frac{d\sigma_c}{d\omega d\varphi} d\omega d\varphi, \quad (I6)$$

$$\vec{\theta} = \theta_0 (\cos \varphi, \sin \varphi) \sqrt{(y_m/y) - 1}$$

(здесь k - коэффициент конверсии).

Средняя поляризация фотонов γ -пучка получается из (10) после усреднения по азимуту φ с весом пропорциональным сечению (9) (ср. [9, II])

$$\langle \xi_i(y) \rangle = \frac{\langle P_i \rangle}{\langle P_0 \rangle} = \frac{C_{i0}}{C_{00}}. \quad (I7)$$

Эти функции не зависят от поперечной поляризации электронов.

Итак, все параметры Стокса фотонов, вообще говоря, отличны от нуля, т.е. в принципе, возможны полные поляризационные измерения. Величины $\langle \xi_i(y) \rangle$ пропорциональны поляризационным параметрам лазерного света и (или) электронов, т.е. зависимость наблюдаемых величин от ξ_i можно извлекать, в принципе, изменяя P_c , P_t , γ и λ .

На рис.9 приведены энергетические зависимости параметров

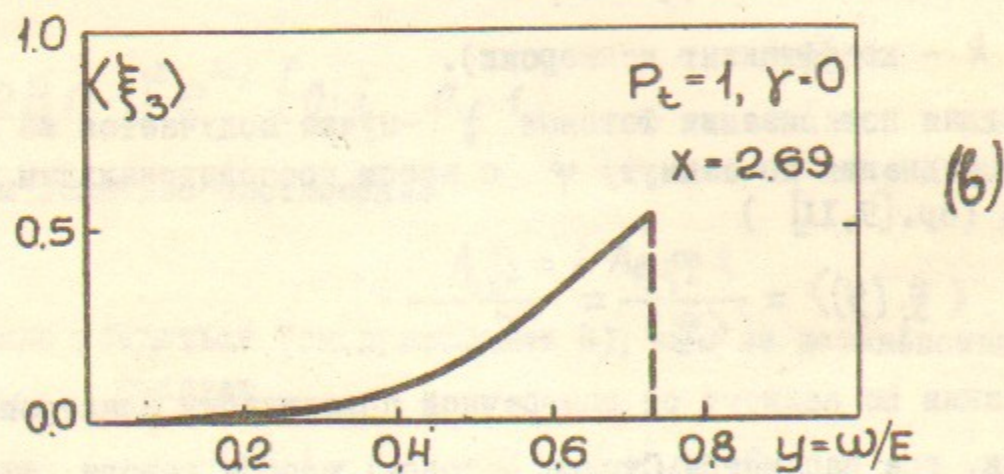
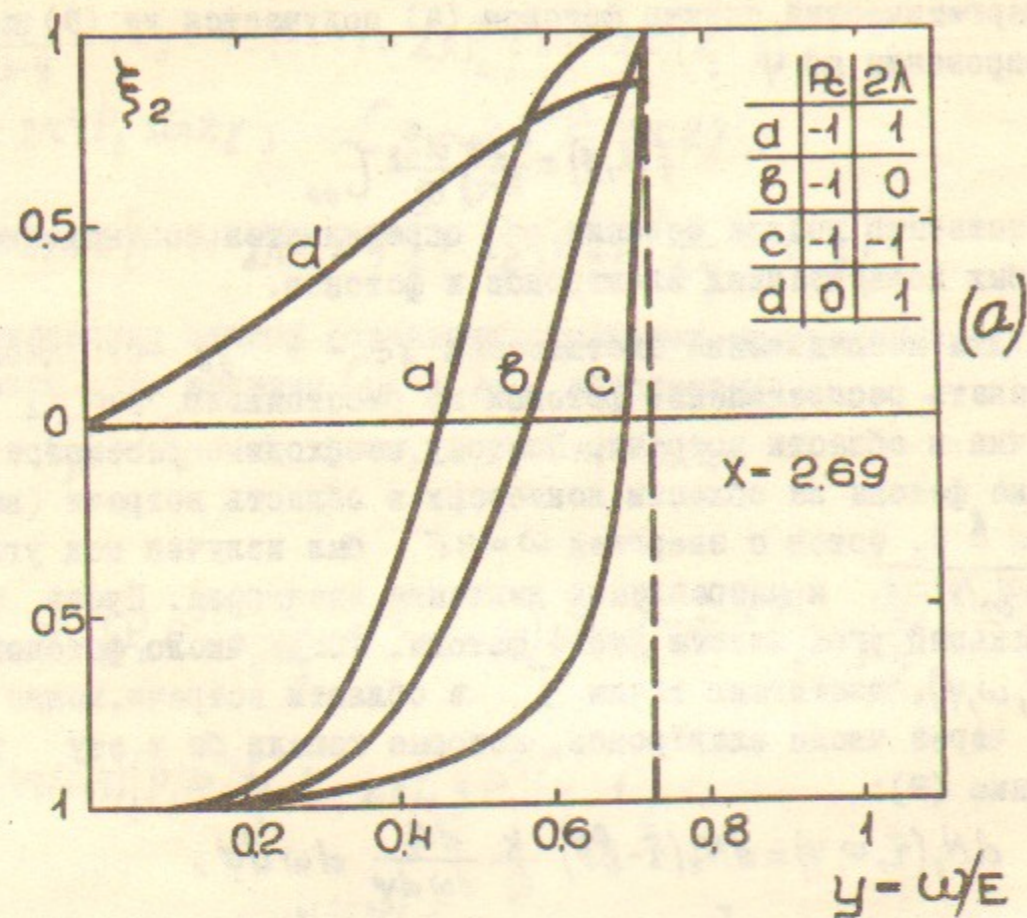


Рис. 9. а) Степень круговой поляризации фотонов в зависимости от ω/E для различных поляризаций лазерных фотонов и электронов;
 б) Среднее значение степени линейной поляризации фотонов в зависимости от ω/E для линейно поляризованных лазерных фотонов.

Стокса $\langle \xi_i(y) \rangle$ в некоторых интересных случаях.

Если свет лазера линейно поляризован, то линейно поляризованы в том же направлении и высокоэнергетические фотоны. Из рис. 9 видно, что степень их линейной поляризации падает с уменьшением их энергии (Если электроны продольно поляризованы, то фотоны приобретают дополнительную круговую поляризацию).

Если свет лазера циркулярно поляризован и (или) электроны продольно поляризованы, то γ - пучок имеет циркулярную поляризацию. При этом $\langle \xi_2(y=y_m) \rangle = -P_c$ для $\lambda = 0$ или $P_c = \pm 1$. Если электроны не поляризованы, то циркулярная поляризация фотона изменяет знак при $y = x/(x+2)$, т.е. вблизи $y_m = x/(x+1)$ (значение $y = x/(x+2)$ соответствует рассеянию на угол $\pi/2$ в системе покоя электрона). Из рис. 9 видно, что при $\lambda P_c < 0$ область, в которой $\langle \xi_2(y) \rangle$ имеет тот же знак, что и $\langle \xi_2(y_m) \rangle$, расширяется.

5. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В γe -СОУДАРЕНИЯХ.

1. γe - "сечения". Сечения соударения поляризованных фотонов с электронами с образованием произвольной системы частиц X можно записать в виде

$$d\sigma_{\gamma e \rightarrow X} = \sum_{i=0}^3 \xi_i d\sigma_i, \quad (18)$$

где для удобства введено $\xi_0 = 1$. Величины $d\sigma_i$ выражаются через амплитуды M_a процесса $\gamma e \rightarrow X$ со спиральностью фотона $a = \pm 1$. Действительно

$$d\sigma_{\gamma e \rightarrow X} = \sum_{a,b=\pm 1} \rho_{ab} M_a M_b^* d\Gamma, \quad (19a)$$

где $d\Gamma$ - элемент фазового объема, а ρ_{ab} - матрица плотности фотонов в спиральном базисе.

$$\rho_{++} = \frac{1}{2}(1+\xi_2), \quad \rho_{--} = \frac{1}{2}(1-\xi_2), \quad \rho_{+-} = \rho_{-+}^* = \frac{1}{2}(-\xi_3 + i\xi_1). \quad (19b)$$

Подставляя (19b) в (19a), получим искомую связь

$$d\sigma_0 = \frac{1}{2}(|M_+|^2 + |M_-|^2) d\Gamma, \quad d\sigma_2 = \frac{1}{2}(|M_+|^2 - |M_-|^2) d\Gamma, \quad (19c)$$

$$d\sigma_1 = -\text{Im}(M_+ M_-^*) d\Gamma, \quad d\sigma_3 = -\text{Re}(M_+ M_-^*) d\Gamma.$$

Отметим, что σ_0 — это сечение реакции $\gamma e \rightarrow \chi$ с неполяризованными фотонами. Если электроны не поляризованы, то вклад "сечений" $d\sigma_1, d\sigma_2, d\sigma_3$ в (18) исчезает при усреднении по азимутальным углам вылета образовавшихся частиц и по их поляризациям. Если же электроны продольно поляризованы, то при таком усреднении вклад $d\sigma_2$, вообще говоря, не исчезает.

2. Светимость и число событий. Спектральная светимость γe -соударений определяется как обычно (см. разд. 7.2 в [2]) соотношением (подразумевается интегрирование по \vec{r} и φ)

$$dL_{\gamma e}(y) = \nu \int \frac{dN_{\gamma}(\vec{r}, \omega, \varphi) \cdot dN_e(\vec{r})}{d^2\vec{r}}, \quad (20)$$

где ν — частота повторения соударений.

Усредненные "по соударениям" параметры Стокса $\langle \xi_i(y, \rho) \rangle$ определяются соотношениями (ср. (10))

$$\langle \xi_i(y, \rho) \rangle \cdot dL_{\gamma e}(y) = \nu \int \frac{dN_{\gamma}(\vec{r}, \omega, \varphi) \cdot \xi_i(y, \varphi) \cdot dN_e(\vec{r})}{d^2\vec{r}}. \quad (21)$$

В итоге, в соответствии с (18) полное число событий $\gamma e \rightarrow \chi$ в единицу времени определяется не только светимостью $dL_{\gamma e}$, но и величинами $\langle \xi_i(y, \rho) \rangle$

$$d\dot{N}_{\gamma e \rightarrow \chi} = dL_{\gamma e}(y) \sum_{i=0}^3 \langle \xi_i(y, \rho) \rangle \cdot d\sigma_i; \quad (\langle \xi_0 \rangle \equiv 1). \quad (22)$$

Вообще говоря, усредненные по соударениям параметры Стокса $\langle \xi_i(y, \rho) \rangle$ (21) не совпадают со средними по γ -пучку параметрами Стокса $\langle \xi_i(y) \rangle$ (17) (например за счёт возможной аксиальной асимметрии пучков). Однако, в некоторых важных случаях это различие исчезает. В частности,

$$\langle \xi_i(y, \rho) \rangle = \langle \xi_i(y) \rangle = C_{i0}/C_{00} \quad (23)$$

при $\rho^2 \ll 1$ или $\rho^2 \gg 1$ или при аксиальной симметрии пучков. Для случая аксиальной симметрии пучков результат (23) прямо следует из (20), (21) и (16). Предельные случаи $\rho^2 \ll 1$ и $\rho^2 \gg 1$ подробно разобраны в следующем разделе.

Полезно заметить также, что если оба электронных пучка до конверсии имели одинаковую форму и $dN_e(\vec{r}) = dN_e(-\vec{r})$, то светимость (20) и величины (21) не зависят от поперечной поляризации электронов.

3. Пусть распределение электронов в поперечной плоскости аксиально симметрично и гауссово, т.е. в области встречи

$$dN_e(\vec{r}) = \frac{N_e}{\pi a_e^2} e^{-r^2/a_e^2} d^2\vec{r}. \quad (24)$$

Подставляя (24) и (16) в (20), получим

$$dL_{\gamma e} = k L_{ee} f(x, y) \exp\left[-\frac{\rho^2}{2} \left(\frac{y_m}{y} - 1\right)\right] dy, \quad (25)$$

здесь k — коэффициент конверсии, а $L_{ee} = \nu N_e^2 / 2\pi a_e^2$ — полная светимость базовых ee -соударений без учета эффектов встречи. Подчеркнём, что единственное изменение по сравнению с [2] состоит в изменении вида функции $f(x, y)$. Именно эта формула использовалась в разделе 3.

6. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В $\gamma\gamma$ -СОУДАРЕНИЯХ.

I. $\gamma\gamma$ — сечения. Как и в γe -соударениях, сечение взаимодействия поляризованных фотонов можно записать в виде

$$d\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \chi} = \sum_{i,j=0}^3 \xi_i \tilde{\xi}_j d\sigma_{ij}, \quad (26)$$

где ξ_i и $\tilde{\xi}_j$ — параметры Стокса первого и второго фотона ($\xi_0 = \tilde{\xi}_0 = 1$). Выражения для "сечений" $d\sigma_{ij}$ через спиральные амплитуды процесса $\gamma\gamma \rightarrow \chi$ выписаны в Приложении С.

При усреднении по поляризациям и азимутальным углам вылета родившихся частиц только три из 16 величин $d\sigma_{ij}$ дают ненулевой вклад в (26). Это сечение реакции с неполяризованными фотонами $\sigma = \sigma_{00}$ и величины $\tau^2 \equiv \sigma_{22}$ и $\tau \equiv \sigma_{33} - \sigma_{11}$ (здесь использованы обозначения из [12]). Они выражаются через сечения

образования системы X двумя фотонами с параллельными σ_{11} или взаимно перпендикулярными σ_{12} линейными поляризациями и через сечение образования X двумя фотонами с полной спиральностью в их с.ц.и., равной нулю σ_0 или двум σ_2 :

$$\sigma \equiv \sigma_{00} = \frac{1}{2}(\sigma_{11} + \sigma_{12}) = \frac{1}{2}(\sigma_0 + \sigma_2); \quad \tau_0 \equiv \sigma_{22} = \frac{1}{2}(\sigma_0 - \sigma_2); \quad \tau \equiv \sigma_{33} - \sigma_{11} = \sigma_1 - \sigma_2. \quad (27)$$

Для всех известных нам процессов при рассматриваемых высоких энергиях τ мало по сравнению с σ :

$$|\tau| \ll \sigma, \quad |\tau^2| \ll \sigma. \quad (27a)$$

2. Светимость и число событий. Спектральная светимость $\gamma\gamma$ -соударений определяется (как и для γe -соударений) соотношением

$$dL_{\gamma\gamma}(\gamma, \tilde{\gamma}) = \nu \int \frac{dN_e(\vec{r}, \varphi) d\tilde{N}_e(\vec{r}, \tilde{\varphi})}{d^2\vec{r}} \quad (28)$$

(знак тильда употребляется для характеристик второго пучка, при этом в формулах, аналогичных (16), (9-14) следует заменить φ, γ и β на $-\tilde{\varphi}, -\tilde{\gamma}$ и $-\tilde{\beta}$ из-за другого направления оси z для встречного пучка).

Усредненные "по соударениям" произведения параметров Стокса $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle$ определяются соотношениями^{x)}

$$\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle dL_{\gamma\gamma} = \nu \int \frac{dN_e(\vec{r}, \varphi) \cdot \xi_i(\varphi) \cdot \tilde{\xi}_j(\tilde{\varphi}) \cdot d\tilde{N}_e(\vec{r}, \tilde{\varphi})}{d^2\vec{r}} \quad (29)$$

В итоге, в соответствии с (26) полное число событий $\gamma\gamma \rightarrow X$ в единицу времени определяется не только светимостью $dL_{\gamma\gamma}$ и сечением $d\sigma_{00}$, но и величинами $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle d\sigma_{ij}$:

$$d\dot{N}_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_{\gamma\gamma} \cdot \sum_{ij=0}^3 \langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle d\sigma_{ij}. \quad (31)$$

x) Можно проверить с учетом (14в), что в случае аксиальной симметрии пучков существует соотношение

$$-\langle \xi_3 \tilde{\xi}_1 - \xi_1 \tilde{\xi}_3 \rangle = \langle \xi_3 \tilde{\xi}_3 + \xi_1 \tilde{\xi}_1 \rangle \operatorname{ctg} 2(\gamma + \tilde{\gamma}). \quad (30)$$

С учетом (27) удобно ввести линейную комбинацию

$$\Lambda = \frac{1}{2} \langle \xi_3 \tilde{\xi}_3 - \xi_1 \tilde{\xi}_1 \rangle. \quad (29a)$$

При этом (31) принимает вид

$$d\dot{N}_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_{\gamma\gamma} (d\sigma + \langle \xi_2 \tilde{\xi}_2 \rangle d\tau^2 + \Lambda d\tau + \dots) \quad (31a)$$

3. Предельные случаи. В общем случае средние произведения параметров Стокса $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle$ не факторизуются из параметров Стокса отдельных пучков, т.е. $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle \neq \langle \xi_i \rangle \langle \tilde{\xi}_j \rangle$.

Однако, в предельных случаях малых и больших значений параметра β^2 (2) такая факторизация имеет место $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle \approx \langle \xi_i(\gamma) \rangle \langle \tilde{\xi}_j(\tilde{\gamma}) \rangle$. При этом средние поляризации γ -пучка $\langle \xi_i(\gamma) \rangle$ определяются простыми соотношениями (17), (12) и не зависят от формы пучков. Поэтому в таких условиях для определения $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle$ не нужны новые измерения или вычисления с использованием характеристик пучков.

Покажем, откуда следует факторизация и оценим ее погрешность, не делая предположений о распределении электронов в поперечной плоскости.

Пока точка конверсии расположена вблизи от точки встречи, уширение γ -пучка $\sim b\theta_0$ мало по сравнению с наименьшими поперечным размером a_m , который имел бы электронный пучок. При этом в каждую точку области встречи могут приходить фотоны, вылетевшие под самыми разными углами, т.е. углы φ и $\tilde{\varphi}$ не скоррелированы (на языке (16), (29) это означает, что отличия $\vec{r} - b\vec{\theta}$ и $\vec{r} - b\tilde{\theta}$ от \vec{r} можно пренебречь). Поэтому интегрирования по φ и $\tilde{\varphi}$ в (28), (29) становятся независимыми и сводятся к усреднению по φ величин ξ_i с весом, пропорциональным $d\sigma_c/d\gamma d\varphi$, т.е. к указанной факторизации.

Для оценки точности факторизации в этом случае разложим в (28), (29) величину $dN_e(\vec{r} - b\vec{\theta})$ по $b\vec{\theta}$. После интегрирования по \vec{r} параметром этого разложения становится величина $b\theta/a_m \sim b\theta_0/a_m$, которая и определяет поправки к факторизации. Однако, в отсутствие поперечной поляризации электронов в (12) входят лишь слагаемые с $\cos n\varphi, \sin n\varphi$ при $n = 0, 2, 4,$

а первый член разложения по $\beta\bar{\theta}$ дает вклады пропорциональные $\cos\varphi$ и $\sin\varphi$. Поэтому эти вклады исчезают при усреднении по φ , и разложение начинается со слагаемых второго порядка малости по $\beta_m^2 = (\beta\theta_0/a_m)^2$. В итоге при $dN_e(-\vec{r}) = dN_e(\vec{r})$ имеем

$$\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle = \langle \tilde{\xi}_i(y) \rangle \langle \tilde{\xi}_j(\tilde{y}) \rangle + \tau_{\perp} \tilde{\tau}_{\perp} O(\beta_m^2) + O(\beta_m^4), \quad (32a)$$

$$\beta_m = \beta\theta_0/a_m \ll 1; \quad \langle \tilde{\xi}_i(y) \rangle = C_{i0}/C_{00}.$$

Если $dN_e(-\vec{r}) \neq dN_e(\vec{r})$, то появляются ещё поправки $\sim \tau_{\perp} \beta_m$ и $\sim \tilde{\tau}_{\perp} \beta_m$

Когда расстояние β от точки конверсии до точки встречи возрастает настолько, что собственный размер χ -пучка $\sim \beta\theta_0$ станет велик по сравнению с наибольшим поперечным размером электронного пучка a_m , тогда основную часть $\chi\chi$ -соударений составят соударения друг с другом наиболее энергичных фотонов (с y и \tilde{y} близкими к y_m). Но при этом коэффициенты C_{in}, S_{in} с $n \geq 1$ малы (I5). Поэтому здесь основную роль играют слагаемые C_{i0}, C_{j0} в Φ_i (II), не зависящие от φ и $\tilde{\varphi}$, и факторизация вновь имеет место с небольшой погрешностью.

Для оценки погрешности отметим, что средний разброс $y_m - y$ в этих условиях - порядка степени монохроматичности η , т.е. согласно (I5) $C_{in}, S_{in} \sim \eta^{n/2}$. Каждый χ -пучок при взгляде из точки встречи выглядит выходящим из точки и таким образом оказывается аксиально симметричным (даже для аксиально несимметричных электронных пучков). Поэтому с точностью $\sim (a_m/\beta a_0)^2$ после азимутального усреднения в $\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle$ в первом приближении войдут лишь комбинации $C_{in} \tilde{C}_{jn}$ и $S_{in} \tilde{S}_{jn}$ (ср. ниже (34)). Кроме того, коэффициенты C_{i1}, S_{i1} (I4) при наименьшей степени разложения по η пропорциональны τ_{\perp} -степени поперечной поляризации электронов. В итоге

$$\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle = \langle \tilde{\xi}_i(y) \rangle \langle \tilde{\xi}_j(\tilde{y}) \rangle + \tau_{\perp} \tilde{\tau}_{\perp} O(\eta) + O(\eta^2); \quad (\beta\theta_0/a_m)^2 \gg 1 \quad (32b)$$

(наибольшие из отброшенных слагаемых $\sim \tau_{\perp} \eta^{1/2} (a_m/\beta\theta_0)$). Они не существенны, поскольку в рассматриваемых условиях $\eta > a_m/\beta\theta_0$.

4. Зависимость от β^2 . Гауссовы пучки. Предполагая, что электронные пучки аксиально симметричны и гауссовы (24), можно более детально вычислить зависимости от параметра β^2 (2). Подставим (I6) и (24) в (28), (29) и выполним интегрирование по

$\tilde{\varphi}$ и φ , а затем по $\psi = \varphi - \tilde{\varphi}$. При интегрировании по ψ появляются функции Бесселя мнимого аргумента

$$I_n(\nu) = \int_0^{2\pi} e^{-\nu \cos \psi} \cos n\psi \frac{d\psi}{2\pi}, \quad \nu = \beta^2 \sqrt{\left(\frac{y_m}{y} - 1\right)\left(\frac{y_m}{\tilde{y}} - 1\right)}.$$

В итоге получаем

$$dL_{\beta\beta} = k^2 L_{ee} dy d\tilde{y} f(x, y) \tilde{f}(x, \tilde{y}) \exp\left[-\frac{\beta^2}{2} \left(\frac{y_m}{y} + \frac{y_m}{\tilde{y}} - 2\right)\right] I_0(\nu) \cdot M; \quad (33)$$

$$M = 1 + \frac{1}{2} (\tilde{\tau}_{\perp} \tau_{\perp}) P_c \tilde{P}_c B(y) \tilde{B}(\tilde{y}) \frac{I_1(\nu)}{I_0(\nu)} + \frac{1}{2} P_{\perp} \tilde{P}_{\perp} A(y) \tilde{A}(\tilde{y}) \frac{I_2(\nu)}{I_0(\nu)} \cos 2(\beta - \tilde{\beta});$$

$$A(y) = \frac{4\tau(1-\tau)}{C_{00}}; \quad B(y) = \frac{2\tau \sqrt{(x+1)y(y_m-y)}}{C_{00}}.$$

Отличие этого выражения от соответствующей формулы для неполяризованных пучков (см. (40) в [2]) сводится к изменению спектра $f(x, y)$ (4) и появлению дополнительного множителя M . Если поперечная поляризация электронов и линейная поляризация лазерных фотонов отсутствуют, то $M = 1$; именно такой случай рассматривался в [2] и в разделе 3.

Средние значения $\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle$ определяются из полученных таким же образом, как и (33), соотношений

$$\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle = \frac{1}{M C_{00} \tilde{C}_{00}} \left[C_{i0} \tilde{C}_{j0} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (C_{in} \tilde{C}_{jn} - S_{in} \tilde{S}_{jn}) \frac{I_n(\nu)}{I_0(\nu)} \right]. \quad (34)$$

Полезно заметить, что (ср. (I3)) $C_{in} \tilde{C}_{jn} - S_{in} \tilde{S}_{jn} = \text{Re}(A_{in} \tilde{A}_{jn})$

Именно из-за наличия членов с $I_n(\nu)/I_0(\nu)$ в (33), (34) при промежуточных значениях β^2 нарушаются соотношения факторизации (32). С учётом (I4c) величина нарушения определяется отношениями $I_n(\nu)/I_0(\nu)$ для $n = 1-4$. (Характерные значения $\nu \lesssim \beta^2$). При всех ν величина $I_n(\nu)/I_0(\nu) < 1$, а при $\nu < 1$ для $n \geq 2$ отношение $I_n(\nu)/I_0(\nu) < 0,11$. Таким образом, в отсутствие поперечной поляризации электронов (когда нет членов с $I_1(\nu)$) роль этих слагаемых при $\beta^2 < 1$ невелика, и соотношения факторизации (32a) выполняются с точностью $\lesssim 10\%$. С той же точностью и $M \approx 1$. При больших β^2 , когда $I_n(\nu)/I_0(\nu) \sim 1$ в основной области значений y (вблизи y_m) в силу (I5) малы

величины $C_{in} \tilde{C}_{jn} - S_{in} \tilde{S}_{jn}$, что и приводит к (32в) и к $M=1$.

5. Отметим два неожиданных эффекта, подробно разобранных в приложении D.

Согласно (33), (34) в случае, если электронные пучки поперечно поляризованы, а лазерный свет не поляризован, то $\langle \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_2 \rangle \neq 0$, т.е. поперечная поляризация электронов "перерабатывается" в круговую поляризацию фотонов.

Другой интересный эффект, состоящий в значительном изменении светимости $\gamma\gamma$ -соударений, возникает в случае, если оба лазерных пучка одинаково поляризованы в каждой вспышке (например, это один лазерный луч, разделенный пополам), но в среднем за много вспышек свет лазера неполяризован.

7. $\gamma\gamma$ -СОУДАРЕНИЯ. ВАЖНЫЙ ПРИМЕР.

Настоящий раздел является естественным дополнением к [2] и к разделу 3. Мы рассмотрим здесь случай, когда электроны имеют продольную, а свет лазера круговую поляризацию. Тогда степень круговой поляризации высокоэнергетического фотона не зависит от его азимутального угла вылета

$$\langle \tilde{\xi}_2(y) \rangle = \tilde{\xi}_2 = \frac{C_{20}}{C_{00}} = \frac{2\lambda\alpha\chi[1+(1-y)(1-2z)^2] + P_c(1-2z)(\frac{1}{1-y} + 1-y)}{\frac{1}{1-y} + 1-y - 4z(1-z) + 2\lambda P_c\alpha\chi(1-2z)(2-y)}. \quad (35)$$

При этом соотношения (31) приобретают вид*

$$d\dot{N}_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_{\gamma\gamma} [d\sigma + \tilde{\xi}_2 \tilde{\xi}_2 d\sigma_{22} + \Lambda d\tau + \tilde{\xi}_2 d\sigma_{20} + \tilde{\xi}_2 d\sigma_{02}]. \quad (36)$$

В случае гауссовых пучков (24) светимость $dL_{\gamma\gamma}$ определяется соотношением (33) с $M=1$, а

$$\Lambda = \frac{1}{2} (\tilde{\xi}_3 \tilde{\xi}_3 - \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_1) = \frac{1}{2} A(y) \tilde{A}(\tilde{y}) \frac{I_2(\nu)}{I_0(\nu)}. \quad (36a)$$

Не исчезающее при $\lambda = P_c = 0$ слагаемое $\Lambda d\tau$ в (36) показывает (со (27)), какую роль в наблюдаемых событиях играет раз-

* В силу независимости $\tilde{\xi}_2$ от φ и $\tilde{\xi}_2$ от $\tilde{\varphi}$ среднее $\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle = \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j$ ($i, j = 0, 2$) при любом распределении поперечной плотности пучков.

личие между сечениями σ_H и σ_L в состояниях с параллельными и взаимно перпендикулярными линейными поляризациями фотонов. Появление его связано с тем, что при комптоновском рассеянии конечные фотоны линейно поляризованы перпендикулярно плоскости реакции (даже при $\lambda = P_c = 0$, см., например, [7]). Разумеется, в среднем по γ -пучку линейная поляризация фотонов отсутствует: $\langle \tilde{\xi}_1(y) \rangle = \langle \tilde{\xi}_3(y) \rangle = 0$. Однако, при $\beta^2 \gtrsim 1$ для фотонов пришедших в точку \tilde{n} плоскости встречи от разных пучков, углы φ и $\tilde{\varphi}$ близки, и произведение $\tilde{\xi}_3 \tilde{\xi}_3 - \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_1$ при усреднении не исчезает. Это явление имеет место даже для неполяризованных исходных пучков (при $\lambda = P_c = \tilde{\lambda} = \tilde{P}_c = 0$).

Впрочем, при любых λ и P_c соответствующий эффект не слишком велик. Согласно (32) величина Λ мала при $\beta^2 \ll 1$ и $\beta^2 \gg 1$. Однако, и при промежуточных значениях β^2 она не велика. Так, при $\chi = 2,69$ величина $A(y) < 0,83$ и при этом $I_2(\nu)/I_0(\nu) < 1$ т.е. $\Lambda < 0,35$. С другой стороны, для всех известных нам процессов при рассматриваемых высоких энергиях $|\tau| \ll \sigma$. Поэтому можно ожидать, что в отсутствие поперечной поляризации лазерных фотонов вклад $\Lambda d\tau$ пренебрежимо мал.

Вклад последних двух слагаемых в (36) исчезает при усреднении по азимутальным углам и поляризациям конечных частиц. Он вообще отсутствует при рождении пар частиц или для инклюзивных процессов $\gamma\gamma \rightarrow h + \dots$ (см. приложение С).

В интересном случае $2\lambda P_c = -1$ величина $|\tilde{\xi}_2|$ близка к 1 для y , близких к y_m (см. рис. 9). При этом знак $\tilde{\xi}_2$ можно изменять, сохраняя величину произведения λP_c (т.е. не изменяя спектра) за счёт одновременного изменения направления поляризации электронов и лазерных фотонов. Это позволит измерить новую интересную величину $\tau^a = \frac{1}{2}(\sigma_0 - \sigma_2)$ (27). Иными словами, в принципе возможно прямое измерение сечений σ_0 и σ_2 в состояниях с полной спиральностью фотонов 0 или 2. На рис. 10 приведены зависимости соответствующих светимостей dL_0/dz и dL_2/dz от $z = W_{\gamma\gamma}/2E$, где

$$d\dot{N}_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_0 d\sigma_0 + dL_2 d\sigma_2 + dL_{\gamma\gamma} (\Lambda d\tau + \dots); \quad dL_0 = \frac{1}{2} (1 \pm \tilde{\xi}_2 \tilde{\xi}_2) dL_{\gamma\gamma}. \quad (36b)$$

Видно, что при наибольших z светимость $dL_0/dz \gg dL_2/dz$, т.е. здесь будет измеряться только $d\sigma_0$. Для $\lambda=0$ в предельных случаях $\chi \gg 1$ и $\beta^2 \gg 1$ эти светимости найдены в работе [6].

8. ОБСУЖДЕНИЕ

1. Основным результатом, полученным в этой работе, состоит в том, что при использовании продольно поляризованных электронов и циркулярно поляризованного света лазера спектр высокоэнергетичных фотонов становится существенно более жестким (см. рис. 2). За счет этого заданную степень монохроматичности можно получить при меньшей энергии вспышки лазера, а светимости $L_{\gamma e}$ и $L_{\gamma\gamma}$ при этом больше, чем в неполяризованных пучках. Например, при фиксированной энергии вспышки лазера и заданной степени монохроматичности $\eta_{\gamma\gamma} < 15\%$ светимость $L_{\gamma\gamma}$ увеличивается на два порядка или больше по сравнению со случаем неполяризованных пучков.

2. Возможно, в принципе, полное исследование поляризационных зависимостей в реакциях $\gamma e \rightarrow \chi$ и $\gamma\gamma \rightarrow \chi$.

3. В опытах с обычными поляризованными пучками достаточно знать плотности пучков и их средние поляризации. Это не так для рассматриваемых нами $\gamma\gamma$ -соударений из-за специального способа приготовления γ -пучков. Средние произведения параметров Стокса двух пучков $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle$, определяющие измеримые сечения (31), вообще говоря, не распадаются на произведения средних параметров Стокса отдельных пучков и требуют отдельной калибровки. Мы показали, что эта трудность исчезает в двух важных предельных случаях (32), когда $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle \approx \langle \xi_i \rangle \cdot \langle \tilde{\xi}_j \rangle$, а величины $\langle \xi_i \rangle$ могут быть вычислены (17), (12) по известным энергиям фотонов и поляризационным параметрам электронов и лазерного света.

4. Если электроны и лазерные фотоны не поляризованы, то высокоэнергетические фотоны поляризованы перпендикулярно плоскости рассеяния. Пока точка конверсии расположена близко к точке встречи, в любой точке области встречи соударяются фотоны, рассеянные в разных плоскостях, и эффекты поляризации исчезают при азимутальном усреднении.

Если же точки конверсии расположены далеко от точки встречи то соударяются фотоны, рассеянные приблизительно в одной плоскости, т.е. с приблизительно параллельными линейными поляризациями. Поэтому добавка в сечение, пропорциональная произведению поляризаций фотонов, не исчезает при усреднении, $\langle \xi_3 \tilde{\xi}_3 - \xi_1 \tilde{\xi}_1 \rangle \neq 0$. Таким образом, даже в условиях, когда первоначальные пучки не

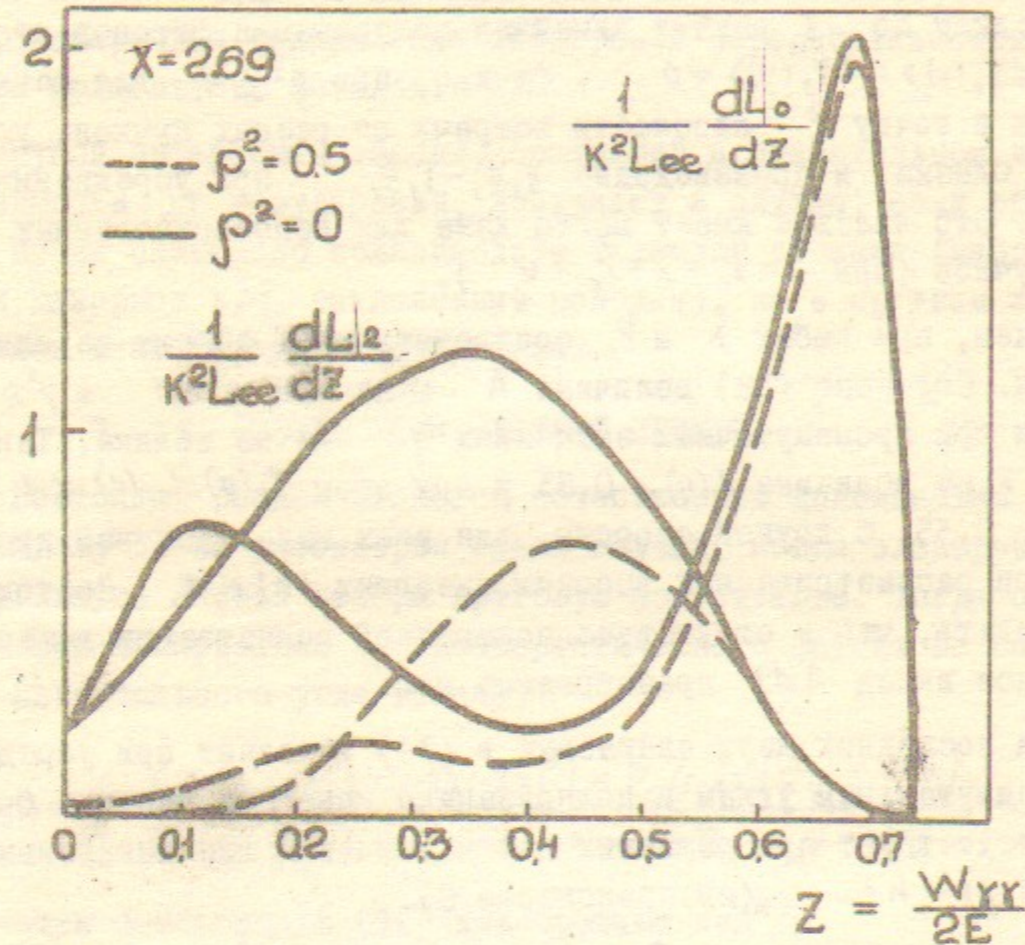


Рис. 10. Светимости dL_0/dz и dL_2/dz (36в) при $P_e = \tilde{P}_e = -2\lambda = -2\tilde{\lambda} = 1$ в зависимости от $z = W_{\gamma\gamma} / 2E$ для $p^2 = 0$ и $0,5$.

поляризованы, измеримое сечение не является сечением взаимодействия неполяризованных фотонов. Соответствующий дополнительный вклад описывается слагаемым $\Lambda d\tau$ (ср. (36)), где коэффициент Λ существенно зависит от формы пучков. Вообще говоря, необходимы дополнительная калибровка Λ и способ извлечения неизвестных величин σ и τ для рассматриваемого процесса из измеряемой суммы $\sigma + \Lambda\tau$. К счастью, величина $\Lambda\tau$ обычно мала по сравнению с σ , и при первых измерениях её можно пренебречь (ср. обсуждение в разделе 6).

5. Основные численные результаты приведены выше для лазера с $\omega_0 = 1,17$ эВ и $E = 150$ ГэВ ($\chi = 2,69$). Обсудим кратко зависимость от E и ω_0 , ограничившись значениями $\chi < 5^*$). Для определённости рассмотрим $\gamma\gamma$ -соударения при $2\lambda P_c = -1$ и при фиксированной степени монохроматичности $\eta_{\gamma\gamma} = 10\%$ в условиях ВЛЭПП.

В этих условиях при фиксированном ω_0 характерная энергия вспышки лазера A_0 (6) растёт с ростом E . Одновременно растёт и светимость $L_{\gamma\gamma}$ (при фиксированном коэффициенте конверсии k). Так, для $\omega_0 = 1,17$ эВ при изменении E от 50 ГэВ до 300 ГэВ величина A_0 меняется от 70 Дж до 250 Дж, а $L_{\gamma\gamma}$ от $0,05 k^2 L_{ee}$ до $0,31 k^2 L_{ee}$ (ср. таблицу 8 в [2]).

В рассматриваемом интервале $0,9 < \chi < 5$ рост ω_0 при фиксированном E сопровождается небольшим уменьшением A_0 и заметным увеличением $L_{\gamma\gamma}$. Так, для $E = 50$ ГэВ при увеличении χ от 0,89 до 5 (ω_0 — от 1,17 эВ до 7 эВ) величина A_0 уменьшается от 70 Дж до 40 Дж, а $L_{\gamma\gamma}$ увеличивается от $0,05 k^2 L_{ee}$ до $0,3 k^2 L_{ee}$. Кроме того, максимальная энергия фотонов ω_m возрастает при этом от 24 ГэВ до 42 ГэВ.

Мы благодарны Я.Т.Гринчнину, А.Н.Скринскому, В.Д.Угожаеву и В.А.Хозе за полезные обсуждения.

* Если $\chi > 5$, то при столкновении высокоэнергетических фотонов с лазерными в области конверсии начинают рождаться e^+e^- пары. Это снижает выход высокоэнергетических фотонов и может сглаживать их спектр.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. ВОПРОСЫ КАЛИБРОВКИ.

Вопросы калибровки светимости для неполяризованных пучков и основные калибровочные процессы для γe и $\gamma\gamma$ — соударений обсуждались в [2]. Здесь мы коротко обсудим то новое, что связано с наличием поляризации у исходных пучков.

А.1. $\gamma\gamma$ — соударения.

1. Основные калибровочные процессы.

Процесс $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-e^+e^-$ подробно разобран в [13]. Его полное сечение ^{сравнительно} велико ($5,7 \cdot 10^{-33}$ см²) и не зависит от энергии. Характерные углы вылета мюонов не слишком малы, $\theta \sim m_\mu / \omega$. Суммарная энергия пары мюонов совпадает с энергией "своего" фотона. Сечения этого процесса не зависят от круговой поляризации фотонов. Энергетические распределения мюонов и их распределения по углу вылета θ изменяются не более чем на 2,5% при изменении линейной поляризации фотонов. Если фотоны линейно поляризованы, то в распределении мюонов по азимутальному углу возникает асимметрия $\lesssim 10\%$.

Процесс $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ имеет еще большее сечение ($6,5 \cdot 10^{-30}$ см²), для него зависимость от поляризаций фотонов также не велика [13].

При изучении процессов с малыми сечениями $\sim d^2/E^2$ можно использовать для сравнения процессы $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$ ($l = \mu, e$) с большими углами вылета конечных частиц. В этих процессах небольшими являются сечения (см. [12, 14]).

$$\frac{d\sigma_2}{dt} = \frac{\pi\alpha^2}{W^4} \left(\frac{W^2}{p_\perp^2} - 2 \right); \quad \frac{d(\sigma_{33} + \sigma_{11})}{dt} = - \frac{2\pi\alpha^2}{W^4}; \quad p_\perp \gg m_l. \quad (\text{A.1})$$

(Здесь W — инвариантная масса $\gamma\gamma$ -системы, t — квадрат 4-импульса передачи, p_\perp — поперечная составляющая импульса лептона; ось X выбрана в плоскости разлета лептонов). Остальные сечения малы:

$$\frac{d\sigma_0}{d\sigma_2} \sim \frac{m_l^2}{p_\perp^2}; \quad \frac{d(\sigma_{33} - \sigma_{11})}{d(\sigma_{33} + \sigma_{11})} = \frac{m_l^4}{p_\perp^4}; \quad \frac{d\sigma_{03}}{d(\sigma_{33} + \sigma_{11})} = \frac{d\sigma_{30}}{d(\sigma_{33} + \sigma_{11})} = \frac{m_l^2}{p_\perp^2}. \quad (\text{A.2})$$

Таким образом, в этом процессе есть сильная зависимость сечения от круговой поляризации фотонов и большая азимутальная асимметрия, связанная с линейной поляризацией фотонов.

2. Калибровка светимости. Число событий в реакции $\gamma\gamma \rightarrow X$ есть (см. (31)) $dN_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_{\gamma\gamma} \sum_i \langle \xi_i \tilde{\xi}_i \rangle d\sigma_{ij}$. Поскольку полное сечение и энергетические распределения лептонов для основного калибровочного процесса $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-e^+e^-$ (* так же как и для процесса $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-e^+e^-$) практически не зависят от поляризации фотонов, то измерение этих сечений позволяет непосредственно измерять светимость $dL_{\gamma\gamma}/du d\tilde{u}$ вне зависимости от поляризации пучков.

3. Произведения параметров Стокса. Для отдельного измерения сечений $d\sigma_{ij}$ необходимо знать и иметь возможность изменять средние значения произведений параметров Стокса

В наиболее привлекательном случае циркулярно поляризованного света лазера и продольно поляризованных электронов число событий определяется формулами (35), (36). Из них видно, что изменяя знаки спиральностей электрона и лазерного фотона, мы изменяем знак круговой поляризации соответствующего γ -пучка, не изменяя его спектра. Сама величина круговой поляризации ξ_2 не зависит от геометрии пучков и определяется формулой (35). Это позволяет провести полные исследования зависимости сечения от круговой поляризации фотонов.

В общем же случае необходима калибровка поляризаций $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle$, потому что они определяются не только поляризациями лазерного и электронного пучков (как это имеет место в упоминавшемся выше случае для $i, j = 0, 2$), но и распределением плотности этих пучков и их взаимным расположением в области конверсии и в области встречи. В то же время наибольший физический интерес представляют случаи $\rho^2 \ll 1$, когда обеспечивается максимальный коэффициент конверсии, или $\rho^2 \gg 1$, когда обеспечивается хорошая монохроматизация. В обоих этих случаях согласно (32) зависимость от распределений плотности пучков становится несущественной, и для определения $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle \approx \langle \xi_i \rangle \cdot \langle \tilde{\xi}_j \rangle$ достаточно только знать поляризации лазерного и электронного пучков. При этом чтобы уменьшить неточность соотношений (32) нужно уменьшать степень поперечной поляризации электронов.

A.2. γe - соударения.

Полные сечения и энергетические распределения основных калибровочных процессов $\gamma e \rightarrow l^+l^-e$ ($l = \mu, e$) также практически не зависят от поляризации фотонов. Поэтому с их помощью можно определять светимость $dL_{\gamma e}/dy$ при любых поляризациях фотона. (Распределение l^+ по азимутальному углу зависит от степени линейной поляризации фотона).

При изучении процессов с малыми сечениями можно использовать для сравнения Комpton-эффекта $\gamma e \rightarrow \gamma e$, сечение которого (9) сильно зависит от средних спиральностей λ и P_c .

В общем случае здесь, как и в $\gamma\gamma$ -соударениях, необходима калибровка поляризаций $\langle \xi_i(\nu, \rho) \rangle$ (21). Для γe -соударений эта трудная задача упрощается (23) при $\rho^2 \ll 1$ или $\rho^2 \gg 1$ и в случае аксиальной симметрии пучков, когда поляризации не зависят от геометрии пучков.

A.3. Контроль поляризации электронов.

Одновременно с измерением светимости можно контролировать и значения поляризации электронов, считая, что поляризация лазерного света поддается простому регулированию.

Продольная поляризация электронов. Жесткая часть спектра высокоэнергетических фотонов (4) очень чувствительна к величине λP_c (см. рис. 2). Поэтому наблюдение изменения этого спектра при изменении знака P_c даст сведения о величине λ .

Поперечная поляризация электронов ξ_1 . Повидимому, сама по себе не представляет интереса в рассматриваемых задачах. Существенно контролировать, чтобы её вклады (зависящие от геометрии пучка) не слишком сильно нарушали простые соотношения факторизации (32), т.е. были бы достаточно малы. Для определенности будем считать пучки аксиально симметричными. Тогда все эффекты поперечной поляризации электронов невелики и пропорциональны произведению $\xi_1 \tilde{\xi}_1 q$, где функция q зависит от распределения плотности пучка (в (33) (34) $q = I_1(\nu)/I_0(\nu)$). В частности, в светимости (33) есть добавка, пропорциональная $\tilde{\xi}_1 \xi_1 P_c \tilde{P}_c q$. Меняя знак P_c или \tilde{P}_c (при известных λ и $\tilde{\lambda}$ можно по изменению светимости определить с необходимой точностью величину $\tilde{\xi}_1 \xi_1 q$).

ПРИЛОЖЕНИЕ В. ЭФФЕКТ КОМПТОНА ДЛЯ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЧАСТИЦ.

В этом приложении мы приведем необходимые формулы для эффекта Комптона

$$e(p) + \gamma_0(k_0) \rightarrow \gamma(k) + e(p')$$

при учете поляризации начального электрона и лазерного γ_0 и конечного γ фотона. Введем инварианты

$$x = \frac{2pk_0}{m_e^2}, \quad y = 1 - \frac{pk}{pk_0}, \quad z = \frac{y}{x(1-y)}, \quad s_1 = \frac{ak_0}{m_e}, \quad s_2 = \frac{ak}{m_e}, \quad (B.1)$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} a^\mu k_0^\nu p^\rho k^\sigma}{x m_e^3},$$

где a - четыре-вектор спина начального электрона. Пусть X_i и X'_i - параметры Стокса лазерного и высокоэнергетического фотона в осях реакции - ось x одинакова для обоих фотонов и перпендикулярна плоскости реакции $x \parallel \vec{k}_0 \times \vec{k}$, а оси y лежат в плоскости рассеяния (см., например, [7]). Дифференциальное сечение Комpton-эффекта для рассматриваемого случая имеет вид

$$d\sigma_c = \frac{\alpha^2}{2x m_e^2} \left[F_0 + \sum_{i=1}^3 F_i X'_i \right] \delta(p+k_0-k-p') \frac{d^3k_0}{\omega} \frac{d^3p'}{E'}, \quad (B.2)$$

$$F_0 = \frac{1}{1-y} + 1-y - 4z(1-z) + 4z(1-z)X_3 + 2z[(1-2z)s_1 + s_2]X_2,$$

$$F_1 = 2(1-2z)X_1 - \frac{4z\varepsilon}{1-y}X_2,$$

$$F_2 = (1-2z)\left(\frac{1}{1-y} + 1-y\right)X_2 + 2z[s_1 + (1-2z)s_2] + 2z[(1-y)s_1 - (1-2z)s_2]X_3 + 4z\varepsilon X_1,$$

$$F_3 = 4z(1-z) + 2[1-2z(1-z)]X_3 - 2z[(1-2z)s_1 - \frac{s_2}{1-y}]X_2.$$

Сечение (B.2) удовлетворяет соотношениям, следующим из $S \leftrightarrow U$ симметрии (см. [7]). Именно, величина $F_0 + \sum F_i X'_i$ не изменяется при заменах $k_0 \leftrightarrow -k$ (т.е. $s_1 \leftrightarrow -s_2$, $1-y \leftrightarrow (1-y)^{-1}$, $\varepsilon \leftrightarrow \varepsilon/(1-y)$) и $X_i \leftrightarrow X'_i$, $X_2 \leftrightarrow -X'_2$, $X_3 \leftrightarrow X'_3$.

Формула (B.2) получена нами из формулы (87.10) учебника [7] при использовании системы аналитических вычислений на ЭВМ REDUCE-2 (расчет потребовал 2 минуты машинного времени). Это сечение вычислялось ранее в системе покоя электрона [8], в лабораторной системе [9] и в ковариантном виде [10]. Результат (B.2) совпадает с соответствующим выражением из [8] (в формулах работ [9,10] имеются опечатки).

В используемой нами лабораторной системе отсчета, в которой e и γ_0 испытывают лобовое соударение (см. раздел 2), инварианты (B.1) имеют вид (при $\theta \ll 1$)

$$x = \frac{4E\omega_0}{m_e^2}, \quad y = \frac{\omega}{E}, \quad z = \frac{y}{x(1-y)}, \quad s_1 = \lambda x,$$

$$s_2 = \lambda x (1-y)(1-2z) - \frac{\partial \varepsilon}{2z} \cos(\varphi - \beta),$$

$$\partial \varepsilon = \frac{2z k_{\perp}}{m_e} z_{\perp} = 2z z_{\perp} \sqrt{(x+1)y(y_m-y)}, \quad (B.3)$$

$$\varepsilon = -\frac{\vec{\xi} [\vec{k}_0, \vec{k}]}{2\omega_0 m_e} = -\frac{\partial \varepsilon}{4z} \sin(\varphi - \beta),$$

$$\delta(p+k_0-k-p') \frac{d^3k}{\omega} \frac{d^3p'}{E'} = dy d\varphi.$$

Азимутальный угол линейной поляризации лазерного фотона в лабораторной системе есть δ , а в осях реакции он равен $\varphi - \delta - \frac{\pi}{2}$, поэтому

$$X_1 = P_t \sin 2(\delta - \varphi), \quad X_2 = P_c, \quad X_3 = -P_t \cos 2(\delta - \varphi). \quad (B.4)$$

При рассматриваемых малых углах вылета $\theta \ll 1$ конечный фотон движется почти вдоль оси z , и в лабораторной системе азимутальный угол направления $[\vec{k}_0, \vec{k}]$ равен $\varphi - \frac{\pi}{2}$, поэтому детектируемые параметры Стокса конечного фотона ξ'_i , определенные в лабораторной системе, связаны с X'_i соотношениями

$$X'_1 = -\xi'_1 \cos 2\varphi + \xi'_3 \sin 2\varphi, \quad X'_2 = \xi'_2, \quad X'_3 = -\xi'_3 \cos 2\varphi - \xi'_1 \sin 2\varphi. \quad (B.5)$$

Подставляя (В.3-5) в (В.2), мы получим

$$\frac{d\sigma_c(\xi'_i)}{dy d\varphi} = \frac{\alpha^2}{2 \times m_e^2} \sum_{i=0}^3 \xi'_i \Phi_i, \quad \xi'_0 = 1, \quad (\text{В.6})$$

где величины Φ_i определены в (II-I4). Отсюда видно, что параметры Стокса конечного фотона как такового ξ'_i (в отличие от детектируемых параметров ξ_i) равны $\xi'_i = \Phi_i / \Phi_0$. После суммирования по спиновым состояниям конечного фотона из (В.6) получаем сечение (9). Наконец, интегрируя (В.6) по φ , найдём

$$\frac{d\sigma_c(\xi'_i)}{dy} = \frac{\pi\alpha}{\chi m_e^2} \sum_{i=0}^3 \xi'_i C_{i0}, \quad (\text{В.7})$$

где C_{i0} определены в (I2). Отсюда получаются средние по γ -пучку значения параметров Стокса (I7).

Величины C_{i0} и A_{jn} (I2-I4) удовлетворяют определенным соотношениям, вытекающим из неравенства $\sum_{i=1}^3 \xi_i^2 \leq 1$. Действительно, переписав это соотношение в виде $\sum_{i=1}^3 \varphi_i^2 \leq \varphi_0^2$ и интегрируя это неравенство по φ , найдём

$$\sum_{i=1}^3 C_{i0}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i,n \geq 1} |A_{in}|^2 \leq C_{00}^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^4 |A_{0n}|^2. \quad (\text{В.8})$$

Отсюда с учётом того, что $|A_{01}| < |A_{11}| = |A_{31}|$, $A_{03} = A_{04} = 0$, $|A_{02}| \leq |A_{12}| = |A_{32}|$, получаем неравенства (I4c).

ПРИЛОЖЕНИЕ С. "СЕЧЕНИЯ" $\gamma\gamma$ -РАССЕЯНИЯ.

Сечение реакции $\gamma\gamma \rightarrow X$ с поляризованными фотонами можно записать в виде

$$d\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X} = \sum_{i,j=0}^3 \xi_i \tilde{\xi}_j d\sigma_{ij}. \quad (\text{С.1})$$

Здесь ξ_i и $\tilde{\xi}_j$ - параметры Стокса первого и второго фотонов ($\xi_0 = \tilde{\xi}_0 = 1$). С другой стороны, можно выразить это сечение через матрицы плотности ρ_{ab} (I9в) и амплитуды M_{ab} процесса $\gamma\gamma \rightarrow X$ со спиральностями фотонов $a, b = \pm 1$:

$$d\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X} = \sum_{a, a', b, b'} \rho_{aa'} \tilde{\rho}_{bb'} M_{ab} M_{a'b'}^* d\Gamma, \quad (\text{С.2})$$

$$d\Gamma = \frac{(2\pi)^4}{4\kappa\tilde{\kappa}} \delta(\kappa + \tilde{\kappa} - \sum_f p_f) \prod_f \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3 2\varepsilon_f}$$

Сравнивая (С.1) и (С.2) нетрудно установить связь между $d\sigma_{ij}$ и M_{ab} (при записи используются обозначения σ , τ и τ^a , употреблявшиеся в [I2]):

$$\begin{aligned} d\sigma &\equiv d\sigma_{00} = \frac{1}{4} (|M_{++}|^2 + |M_{--}|^2 + |M_{+-}|^2 + |M_{-+}|^2) d\Gamma, \\ d\tau^a &\equiv d\sigma_{22} = \frac{1}{4} (|M_{++}|^2 + |M_{--}|^2 - |M_{+-}|^2 - |M_{-+}|^2) d\Gamma, \\ d\tau &\equiv d(\sigma_{33} - \sigma_{11}) = \text{Re}(M_{--}^* M_{++}) d\Gamma, \\ d[\sigma_{33} - \sigma_{11} + i(\sigma_{31} + \sigma_{13})] &= M_{--}^* M_{++} d\Gamma, \\ d[\sigma_{33} + \sigma_{11} + i(\sigma_{31} - \sigma_{13})] &= M_{+-}^* M_{-+} d\Gamma, \\ d(\sigma_{20} + \sigma_{02}) &= \frac{1}{2} (|M_{++}|^2 - |M_{--}|^2) d\Gamma, \\ d(\sigma_{20} - \sigma_{02}) &= \frac{1}{2} (|M_{+-}|^2 - |M_{-+}|^2) d\Gamma, \\ d(\sigma_{03} + i\sigma_{21}) &= -\frac{1}{2} (M_{+-}^* M_{++} + M_{-+}^* M_{--}) d\Gamma, \\ d(\sigma_{30} + i\sigma_{12}) &= -\frac{1}{2} (M_{+-}^* M_{--} + M_{-+}^* M_{++}) d\Gamma, \\ d(\sigma_{23} + i\sigma_{01}) &= \frac{1}{2} (M_{+-}^* M_{++} - M_{-+}^* M_{--}) d\Gamma, \\ d(\sigma_{32} + i\sigma_{10}) &= \frac{1}{2} (M_{+-}^* M_{--} - M_{-+}^* M_{++}) d\Gamma. \end{aligned} \quad (\text{С.3})$$

Все величины $d\sigma_{ij}$ действительны, и комплексная форма в (С.3) используется только для сокращения записи)

Сечения $d(\sigma_{33} + \sigma_{11})$ и $d(\sigma_{31} - \sigma_{13})$ возникают из-за интерференции амплитуд, в которых полные спиральности начальных состояний различаются на 4, а "сечения" $d\sigma_{01, 10, 03, 30, 12, 21, 23, 32}$ - из-за интерференции состояний, спиральности которых различаются на 2. Из всех величин $d\sigma_{ij}$ положительно определено только сечение $d\sigma_{00} = d\sigma$, и кроме того

$$d\sigma \pm d\tau^a \geq 0, \quad d\sigma \pm \frac{1}{2} d\tau \geq 0. \quad (\text{С.4})$$

При переходе к изучению рождения пар (или инклюзивных процессов $\gamma\gamma \rightarrow \alpha + X$) в случае суммирования по спиновым состояниям конеч-

ных частиц из 16 "сечений" остается только 8 независимых. При выборе оси X в плоскости реакции наряду с сечениями σ , τ и τ^a ненулевыми остаются только*

$$\begin{aligned} d(\sigma_{33} + \sigma_{11}) &= M_{+-}^* - M_{-+} d\Gamma; \\ d(\sigma_{03} + i\sigma_{21}) &= -M_{+-}^* - M_{-+} d\Gamma; \\ d(\sigma_{30} + i\sigma_{12}) &= -M_{+-}^* - M_{-+} d\Gamma. \end{aligned} \quad (C.5)$$

Наконец, при усреднении по азимутальным углам вылета и спидам всех продуктов реакции не исчезают только сечения σ , τ и τ^a .

ПРИЛОЖЕНИЕ Д.

В этом приложении рассмотрены некоторые поляризационные явления в рассматриваемой схеме получения встречных $\gamma\gamma$ -пучков. Их описание получается из общих формул (33), (34).

Д.1. Электроны имеют только поперечную поляризацию, а лазерный свет не поляризован.

В этом случае согласно (17) γ -пучок в среднем не поляризован. Однако в $\gamma\gamma$ -соударениях при $\beta^2 \sim 1$ оказывается $\langle \xi_2 \tilde{\xi}_2 \rangle \neq 0$, и число событий (31) равно

$$dN_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_{\gamma\gamma} (d\sigma + \langle \xi_2 \tilde{\xi}_2 \rangle d\tau^a + \Lambda d\tau), \quad (D.1)$$

где величина Λ определена в (36), а (ср. (33а))

$$\langle \xi_2 \tilde{\xi}_2 \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\pm} \tilde{\xi}_{\pm} B(y) \tilde{B}(\tilde{y}) (1-2\tau)(1-2\tilde{\tau}) I_1(\nu) / I_0(\nu). \quad (D.2)$$

Итак, поперечная поляризация электронов "перерабатывается" в циркулярную поляризацию фотонов. Однако, этот эффект при рассматриваемых $\chi < 5$ очень мал. Можно убедиться прямым расчетом, что $|B(y)(1-2\tau)| < 0,13$, т.е. $|\langle \xi_2 \tilde{\xi}_2 \rangle| < 0,01$ (мы учли, что $I_1(\nu) / I_0(\nu) < 1$).

* В формуле (4.23) обзора [14] при записи аналогичных соотношений для эквивалентных фотонов пропущены слагаемые $d\sigma_{12}$ и $d\sigma_{21}$.

Д.2. Корреляции двух лазеров.

Рассмотрим такую схему, когда конверсия осуществляется с помощью одного лазерного импульса, разделенного пополам, или когда поджиг конечных ступеней лазеров осуществляется от одного лазерного источника так, что при каждом "выстреле" поляризации обоих лазеров одинаковы, т.е. $P_c = \tilde{P}_c$, $P_t = \tilde{P}_t$, $\chi = -\tilde{\chi}$.

Интересно разобрать случай, когда каждый "выстрел" лазера поляризован, но в среднем по многим выстрелам лазерный свет не поляризован, т.е. $\langle P_c \rangle = 0$, $\langle P_t \cos 2\delta \rangle = \langle P_t \sin 2\delta \rangle = 0$, а в то же время $\langle P_c \tilde{P}_c \rangle = \langle P_c^2 \rangle$, $\langle P_t \tilde{P}_t \rangle = \langle P_t^2 \rangle$ не исчезают. Считаем также, что угол δ - случайный так, что $\langle P_t^2 \cos^2 2\delta \rangle = \langle P_t^2 \sin^2 2\delta \rangle = \frac{1}{2} \langle P_t^2 \rangle$, $\langle P_c P_t \cos 2\delta \rangle = \langle P_c P_t \sin 2\delta \rangle = 0$. В итоге согласно (33), (34) в отсутствие поперечной поляризации электронов:

$$dN_{\gamma\gamma \rightarrow X}^{(cor)} = dL_{\gamma\gamma}^{(cor)} [d\sigma + \langle \xi_2 \tilde{\xi}_2 \rangle^{(cor)} d\tau^a + \Lambda^{(cor)} d\tau]. \quad (D.3)$$

Светимость $dL_{\gamma\gamma}^{(cor)}$ существенно отличается от светимости для неполяризованных пучков $dL_{\gamma\gamma}^{np}$ (ср. (40) в [I]):

$$\frac{dL_{\gamma\gamma}^{(cor)}}{dL_{\gamma\gamma}^{np}} = 1 + \langle P_c^2 \rangle 4\lambda \tilde{\lambda} K(y) \tilde{K}(\tilde{y}) + \langle P_t^2 \rangle \frac{1}{2} A(y) \tilde{A}(\tilde{y}) \frac{I_2(\nu)}{I_0(\nu)}. \quad (D.4)$$

$$K(y) = \chi\tau(2-y)(1-2\tau) / [1-y + \frac{1}{1-y} - 4\tau(1-\tau)].$$

В этом выражении слагаемое, пропорциональное $\langle P_c^2 \rangle$, невелико (ср. обсуждение в связи с (36)). В то же время при $y \approx y_m$ функция $B(y) \approx 1$. Поэтому слагаемое, пропорциональное $\langle P_t^2 \rangle$ существенно влияет на светимость. В частности, при $\lambda \tilde{\lambda} > 0$ светимость увеличивается и отношение (D.4) может приближаться к 2. Также не малыми оказываются и величины $\langle \xi_2 \tilde{\xi}_2 \rangle^{(cor)}$, $\Lambda^{(cor)}$, определяющие вклад поляризованных фотонов.

Итак, корреляционные эффекты очень сильно изменяют результат по сравнению со случаем истинно неполяризованных или некоординированных лазерных пучков.

ЛИТЕРАТУРА

1. И.Ф.Гинзбург, Г.Л.Коткин, В.Г.Сербо, В.И.Тельнов. Письма в ЖЭТФ 1981, 34, 514; препринт ИЯФ 81-50 (Новосибирск, 1981).
2. И.Ф.Гинзбург, Г.Л.Коткин, В.Г.Сербо, В.И.Тельнов. Препринт ИЯФ 81-102 (Новосибирск, 1981).
3. В.Е.Балакин, А.Н.Скринский. Препринт ИЯФ 81-129 (Новосибирск, 1981); А.Н.Скринский. УФН 1982, 138, 3.
4. SLAC-Report-229, 1980; P.Panofsky. Proc. Int.Symp. on Lepton and Photon Interaction at High Energies, (Bonn, 1981)
5. S.Akerlof. Preprint UM NE 81-59, Univ. of Michigan, 1981.
6. А.М.Кондратенко, Е.В.Пахтусова, Е.Л.Салдин. Препринт ИЯФ 81-130 (Новосибирск, 1981); ДАН 1982, 264, 849.
7. В.Б.Берестецкий, Е.М.Лифшиц, Л.П.Питаевский. Квантовая электродинамика (Наука, 1980).
8. W.H. Mc Master. Rev.Mod. Phys. 33(1961) 8.
9. В.П.Гаврилов, И.А.Нагорская, В.А.Хозе. Изв.АН Армянской ССР, Физика, 1969, 4, 137.
10. Я.Т.Гринчишин. ЯФ, 1975, 22, 136; 1982, 36, 12.
11. И.И.Гольдман, В.А.Хозе. ЖЭТФ, 1969, 57, 918; Phys.Lett. 29B (1969) 426.
12. V.M.Budnev, I.F.Ginzburg, G.V.Meledin, V.G.Serbo. Phys. Rep. 15C (1975) 181.
13. В.Г.Сербо. Письма в ЖЭТФ 1970, 12, 50, 452; С.Л.Панфиль, В.Г.Сербо. Препринт ИАЭ № 178 (Новосибирск, 1982); Э.А.Кураев, В.Г.Сербо, А.Шиллер. Препринт ИЯФ 82-107 (Новосибирск, 1982).
14. V.H.Baier et al. Phys. Rep. 78 (1981) 293.

И.Ф.Гинзбург, Г.Л.Коткин, С.Л.Панфиль,
В.Г.Сербо, В.И.Тельнов

ВСТРЕЧНЫЕ γe и $\gamma \gamma$ - ПУЧКИ НА ОСНОВЕ
ОДНОПРОЛЕТНЫХ e^+e^- УСКОРИТЕЛЕЙ

II. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ, УЛУЧШЕНИЕ
МОНОХРОМАТИЧНОСТИ

Препринт
№ 82-160

Работа поступила - 16 декабря 1982 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 29.12-1982 г. МН 03708
Формат бумаги 60x90 I/16 Усл.2,3 печ.л., 1,8 учетно-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 160.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90

Q. 46
1983

61

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

 I.F. Ginzburg, G.L. Kotkin, S.L. Panfil,
V.G. Serbo, V.I. Telnov

COLLIDING γe AND $\gamma \bar{e}$ BEAMS BASED ON
THE SINGLE-PASS e^+e^- ACCELERATORS
I I. POLARIZATION EFFECTS.
MONOCHROMATIZATION IMPROVEMENT



PREPRINT 82-160

НОВОСИБИРСК

A b s t r a c t

Polarization effects are considered in the colliding γe and $\gamma\gamma$ beams, which are proposed to be obtained on the base of the linear e^+e^- colliders (by backward Compton scattering of laser light on electron beams).

It is shown that using electrons and laser photons with such helicities λ and P_c that $\lambda P_c < 0$ essentially improves the monochromatization. Characteristic energy of laser flash A_0 , which is necessary to obtain the conversion coefficient $k \sim 1$ at a definite monochromatization degree, is considerably less (sometimes for one order of magnitude) in the case $2\lambda P_c = -1$ contrary to the case $\lambda P_c = 0$. Simultaneously the luminosities $L_{\gamma e}$ and $L_{\gamma\gamma}$ essentially increase.

Formulae are obtained which allow one to extract the polarization information about the $\gamma e \rightarrow X$ and $\gamma\gamma \rightarrow X$ reactions. Peculiarities connected with the specific scheme of the γ beam preparation are discussed.

Problems of the calibration of the γe and $\gamma\gamma$ collisions for the polarized beams are discussed.

1. Introduction

It was shown in refs. [1,2] that using the designed linear e^+e^- colliders VLEPP [3] and SLIC [4] one can obtain colliding γe and $\gamma\gamma$ beams with approximately the same energies (≥ 100 GeV) and luminosities ($\sim 10^{30} - 10^{32} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$) as in the e^+e^- collisions. The necessary intense γ beams are suggested to be obtained by Compton scattering of laser light which is focused on electron beams of these accelerators. A similar scheme was also proposed later in ref. [5] (this paper contains, however, some inaccuracies). In ref. [6] a free electron laser of the same beam is suggested to realize the scheme which has been proposed in ref. [1].

The present paper is the continuation of ref. [2] and deals with the polarization effects. It is naturally divided into two parts.

The result of sect. 3 seems to be the most important. When laser light and electrons with opposite helicities are used, the produced photon spectrum becomes harder. As a result, high enough monochromatization degree of the γe and $\gamma\gamma$ collisions can be obtained at relatively small energy of the laser flash (in comparison with the case of the nonpolarized beams).

Varying the polarizations of the initial beams one can obtain the polarized γ beam and therefore study all polarization effects in the $\gamma e \rightarrow X$ and $\gamma\gamma \rightarrow X$ reactions. These effects are considered in sects. 4-7 where we focus the attention on two main problems: 1) under what conditions the information on the polarization dependence of cross sections can be extracted in the most reliable way; 2) when can one neglect complications connected with polarization (such a complication takes place even for the nonpolarized initial beams).

The problems of calibration for polarized beams are discussed in appendix A.

2. General scheme and basic notations

Let us remind the main features of the scheme proposed in ref. [1]. The high energy photon is obtained by backward scattering of a laser photon with the energy $\omega_0 \sim 1$ eV on an electron with the energy $E \sim 100$ GeV. Almost all high energy photons travel at very small angles to the direction of an incident electron $\theta \lesssim 10^{-5} - 10^{-4}$ rad.. We assume that the collision of electrons and laser photons is the head-on one (at small beam collision angle $\alpha_0 \ll 1$ - see fig. 1 - the α_0 - dependence is negligible).

The energy of a scattered photon ω decreases when its emission angle θ increases

$$\omega = \frac{\omega_m}{1 + (\theta/\theta_0)^2}; \quad \omega_m = \frac{x}{x+1} E; \quad \theta_0 = \frac{m_e}{E} \sqrt{x+1}; \quad x = \frac{4E\omega_0}{m_e^2}. \quad (1)$$

Here ω_m is the maximum energy of the scattered photon (at $\theta = 0$).

In the interaction region a photon deviates from the initial electron trajectory by the distance $\sim b\theta_0$ where b is the distance between the conversion point C and interaction point O (fig. 1). As a result, the γ beam area in the interaction region increases for the value $\Delta S_{eff} \sim \pi(b\theta_0)^2$ in comparison with the area $S_{eff} \sim \pi a_e^2$ which the electron beam would have had here:

$$\frac{\Delta S_{eff}}{S_{eff}} \sim \rho^2 \equiv \left(\frac{b\theta_0}{a_e} \right)^2. \quad (2)$$

While $\rho < 1$ ($b \lesssim 10$ cm) the photons with different energies are mixed in the interaction region. With the increase of ρ in the interaction region the hard photons (which have the smallest emission angles θ) get smaller transversal size than the softer ones, and the relative contribution of hard photons into luminosity increases. The collisions become more monochromatic, and the spectral luminosity distribution dL/dW improves (W is the invariant mass of the γe or $\gamma\gamma$ system, $W_{\gamma e}^2 = 4\omega E$, $W_{\gamma\gamma}^2 = 4\omega\tilde{\omega}$, tilde denotes the quantities related to the second γ beam). The monochromatization degree η is determined (see ref. [2]) as a ratio of

the range of invariant mass ΔW that contains half of the luminosity to the maximum value W_m

$$\eta = \frac{\Delta W}{W}; \quad \int_{W_m - \Delta W}^{W_m} \frac{dL}{dW} dW = \frac{1}{2} L, \quad (W_m^{\gamma e} = \sqrt{4\omega_m E}, \quad W_m^{\gamma\gamma} = 2\omega_m). \quad (3)$$

The quantity η strongly depends on the value ρ .

For the neodymium glass or garnet laser ($\omega_0 = 1.17$ eV) the energy interval considered $E = 50 - 500$ GeV corresponds to $x = 0.9 - 9$. As a rule, the examples are given for the middle $x = 2.69$ which corresponds to the abovementioned laser and $E = 150$ GeV or $E = 50$ GeV and $\omega_0 = 3.51$ eV (the same laser with frequency tripling).

3. Improvement of the monochromatization of the γe and $\gamma\gamma$ collisions using laser and electron beams with opposite helicities polarizations

1. The energy spectrum of scattered photons is $(d\sigma_c/d\omega)/\sigma_c$ where σ_c is the Compton cross section. For the nonpolarized beams this spectrum is rather broad - see curve a in Fig. 2. For the polarized beams the spectrum only varies if both electrons mean helicity λ and laser photons one P_c are nonzero (see i.e. [7])

$$\frac{1}{\sigma_c} \frac{d\sigma_c}{dy} \equiv f(x, y) = \frac{2\pi\alpha^2}{\sigma_c x m_e^2} \left[\frac{1}{1-y} + 1-y - 4z(1-z) - 2\lambda P_c z x (2z-1)(2-y) \right], \quad (4)$$

$$y = \frac{\omega}{E} \leq y_m = \frac{\omega_m}{E} = \frac{x}{x+1}, \quad z = \frac{y}{x(1-y)} \leq 1.$$

The total cross section is

$$\sigma_c = \sigma_c^{np} + 2\lambda P_c \sigma_1,$$

$$\sigma_c^{np} = \frac{2\pi\alpha^2}{x m_e^2} \left[\left(1 - \frac{y}{x} - \frac{8}{x^2}\right) \ln(x+1) + \frac{1}{2} + \frac{8}{x} - \frac{1}{2(x+1)^2} \right],$$

$$\sigma_1 = \frac{2\pi\alpha^2}{x m_e^2} \left[\left(1 + \frac{2}{x}\right) \ln(x+1) - \frac{5}{2} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{2(x+1)^2} \right]. \quad (5)$$

In the region under consideration $x = 0.9-9$ the ratio $|\sigma_1/\sigma_c^{np}| < 0.17$ and $\sigma_1 = 0$ at $x \approx 2.5$. Therefore, the total cross section σ_c deviates from that for the nonpolarized beams σ_c^{np} very slightly.

Contrary to the total Compton cross section the energy spectrum does essentially depend on the value λP_c . At $\lambda P_c < 0$ the number of the hardest photons increases while the number of the soft photons decreases (see the curve *b* in fig. 2). In other words, when $(-\lambda P_c)$ increases the effective "pumping" of soft photons into hard ones arises. In the limit $2\lambda P_c = -1$ the number of the hard photons nearly doubles. This fact results in the essential improvement of the monochromatization of the γe and $\gamma\gamma$ collisions.

On the contrary, at $\lambda P_c > 0$ the number of the hard photons decreases (see the curve *c* in fig. 2) and the possibility of monochromatization becomes worse.

2. Let us consider the dependence of the spectral luminosity dL/dW and the monochromatization degree η (3) on the value λP_c at different ρ^2 (2).

At $\rho^2 \ll 1$ we have for the γe collisions $dL_{\gamma e}/dW \propto W f(x, W^2/4E^2)$, i.e. fig. 2 also shows the improvement of the $dL_{\gamma e}/dW$ distribution with the increase of $(-\lambda P_c)$. The corresponding curves for the $\gamma\gamma$ collision at $\rho^2 \ll 1$ are shown in fig. 3. It is seen that the spectral luminosity $dL_{\gamma\gamma}/dW$ in the hard part of spectrum increases considerably at $2\lambda P_c = 2\tilde{\lambda}\tilde{P}_c = -1$.

This effect becomes stronger when ρ^2 increases. It is due to the fact that the growth of the distance β between conversion and interaction points is accompanied by the removal of soft photons from the interaction region. Therefore, the

relative role of the hard photons is increased. It is seen in fig. 4 where the spectral luminosity $dL_{\gamma\gamma}/dW$ at different ρ^2 is shown. At ρ^2 fixed and $\lambda P_c < 0$ the monochromatization degree η is better and the total luminosity L is larger than in the case of nonpolarized beams. These improvements are seen in figs. 5 and 6 where η and L are shown at $2\lambda P_c = -1$ and $\lambda P_c = 0$ both for the γe and $\gamma\gamma$ collisions. All these quantities are calculated using spectrum (4) (see eqs. (25) and (33) below) and assuming, as in ref. [2], that the electron beams are axial symmetric ones with Gaussian distribution of density (cf. (24)).

3. The most crucial quantity which determines the reality of laser conversion of electrons into photons is, apparently, the laser flash energy A (for the definite repetition rate ν), because the conversion coefficient k (i.e. the average number of high energy photons per one electron) is determined by the relation

$$k = A/A_0 \quad (\text{at } A < A_0). \quad (6)$$

The quantity A_0 is calculated in ref. [2] for different assumptions about beam parameters.

In figs. 7 and 8 shown are the dependences of the characteristic energy A_0 and the luminosity L on the monochromatization degree η for the γe and $\gamma\gamma$ collisions at $2\lambda P_c = -1$ and 0. For the definiteness the calculations have been done here for Nd laser ($\omega_0 = 1.17$ eV) and $E = 150$ GeV ($X = 2.69$) using the VLEPP parameters (see table 2 in ref. [2]). It is seen that the polarized beams give a large advantage.

So, in the γe collisions for the monochromatization degree $\eta_{\gamma e} = 10\%$ the quantities $A_0 = 15$ J, $L_{\gamma e} = 0.8$ kLee at $2\lambda P_c = -1$ and $A_0 = 40$ J, $L_{\gamma e} = 0.5$ kLee at $\lambda P_c = 0$.

* The energy A_0 is calculated according to eqs. (16) and (22) from ref. [2] assuming that the laser focal spot radius a_L is equal to the electron beam radius in the conversion region r_e at $r_e > 20 \mu\text{m}$ and $a_L = 20 \mu\text{m}$ at $r_e < 20 \mu\text{m}$. Note that the permissible duration of the laser flash τ increases when ρ increases: $\tau \propto \rho^2$.

In other words, using polarized beams with $2\lambda P_c = -1$ one can get good enough monochromatization and almost total permissible luminosity, for the laser flash with the energy close to the minimum one in fig. 7. Therefore, at the same laser flash energy $A \lesssim 15 \text{ J}$ the luminosity at $2\lambda P_c = -1$ is four times as large as that at $\lambda P_c = 0$.

For the $\gamma\gamma$ collisions at $2\lambda P_c = -1$ the asymptotic monochromatization degree $\chi_{\gamma\gamma}^{\text{as}}(\rho \rightarrow \infty)$ improves for nearly two times. For $2\lambda P_c = -1$ the monochromatization degree $\chi_{\gamma\gamma} = 10\%$ can be obtained at not very large energy $A_0 = 160 \text{ J}$ (while $L_{\gamma\gamma} = 0.18 k^2 L_{ee}$). Meanwhile, for $\lambda P_c = 0$ the value $\chi_{\gamma\gamma} = 10\%$ is close to the asymptotic one, i.e. the corresponding value of A_0 is very large and $L_{\gamma\gamma}$ is very small. If one chooses $\chi_{\gamma\gamma} = 15\%$, the quantities $A_0 = 50 \text{ J}$, $L_{\gamma\gamma} = 0.31 k^2 L_{ee}$ at $2\lambda P_c = -1$ and $A_0 = 250 \text{ J}$, $L_{\gamma\gamma} = 0.08 k^2 L_{ee}$ at $\lambda P_c = 0$. Therefore, at the same laser flash energy $A \lesssim 50 \text{ J}$ the luminosity at $2\lambda P_c = -1$ is 100 times as large as that at $\lambda P_c = 0$.

For the SLC at $E = 50 \text{ GeV}$ we have $x = 2.69$ for the Nd laser with frequency tripling. Therefore, the dependences $L_{\gamma e}(\chi_{\gamma e})$ and $L_{\gamma\gamma}(\chi_{\gamma\gamma})$ are the same as in figs. 7 and 8. However, because of the other parameters of the system the characteristic energies of the laser flash A_0 are approximately 5 times as large as those in figs. 7 and 8. Using $E = 50 \text{ GeV}$ and the Nd laser without frequency tripling one can obtain $\chi_{\gamma\gamma} = 20\%$ at $A_0 = 120 \text{ J}$ and 400 J (while $L_{\gamma\gamma}/k^2 L_{ee} = 0.26$ and 0.1) for $2\lambda P_c = -1$ and 0 correspondingly.

In the case under consideration the collisions are described by other than luminosity quantities connected with the beam polarizations. They are considered in sects. 5-7.

4. γ beam in the interaction region

1. Let us choose the reference system where Z axis is directed along the initial electron momentum. All the azimuthal angles are defined relative to one fixed X axis. We shall call it laboratory system.

Let θ and φ be the polar and azimuthal angles of the emission of the final photon with momentum \vec{k} in this system. The polarization state of this photon is determined by Stokes parameters ξ_i , $i = 1, 2, 3$ relative to the laboratory system axes, among them ξ_2 is the mean helicity and $\rho = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_3^2}$ is the degree of the linear polarization. For the convenience we also introduce $\xi_0 \equiv 1$.

The polarization state of the initial electron is determined by the polarization vector $\vec{\zeta}$, its longitudinal components

$$\zeta_{11} = \zeta_{22} = 2\lambda \quad (7)$$

where λ is the mean electron helicity, its transverse components is $\vec{\zeta}_1$. Below the quantity

$$\alpha = 2\tau |\vec{k}_1| / m_e = 2\tau \sqrt{(x+1)y(y_m-y)} \quad (8)$$

will appear, where \vec{k}_1 is the transverse component of vector \vec{k} .

The polarization state of the laser photon is determined by quantities P_c, P_l and γ where P_c is the circular polarization degree or mean photon helicity, P_l is the linear polarization degree and γ is the azimuthal angle of the direction of the maximum linear polarization.

2. Using the results of refs. [8-10] we obtain (see appendix B) the differential Compton cross section and the Stokes parameters ξ_i for the high energy photons in the laboratory system

$$\frac{d\sigma_c}{dyd\varphi} = \frac{y_m \alpha^2}{2y^2} \frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{xm_e^2} \Phi_0, \quad (9)$$

$$\xi_i = \Phi_i / \Phi_0, \quad (10)$$

$$\Phi_j = \sum_{n=0}^j (C_{jn} \cos n\varphi + S_{jn} \sin n\varphi); \quad j=0,1,2,3. \quad (11)$$

The items of Φ_j which do not depend on φ are equal

$$C_{00} = \frac{1}{1-y} + 1-y - 4z(1-z) - 2\lambda P_c \tau x (2\tau-1)(2-y); \quad (12)$$

$$C_{10} = 2\tau^2 P_l \sin 2\gamma; \quad C_{20} = 2\tau^2 P_l \cos 2\gamma;$$

$$C_{20} = 2\lambda \tau x [1 + (1-y)(2\tau-1)^2] - P_c (2\tau-1) \left(\frac{1}{1-y} + 1-y \right). \quad (12)$$

To write down of the rest items, we introduce instead of the real quantities C_{jn} and S_{jn} the complex ones:

$$A_{jn} = C_{jn} + i S_{jn}; \quad j=0,1,2,3; \quad n=1,2,3,4. \quad (13)$$

After that we have

$$A_{j1} = |\vec{\tau}_1| \times \left[-P_c e^{i\beta}; \frac{iP_c}{1-y} e^{-i\beta}; (2\tau-1)e^{i\beta} + P_t \tau e^{i(2\gamma-\beta)}; \frac{P_c}{1-y} e^{-i\beta} \right],$$

$$A_{j2} = -4\tau(1-\tau) [P_t e^{2i\gamma}; i; 2\lambda P_t y e^{2i\gamma}; 1], \quad (14a)$$

$$A_{j3} = -|\vec{\tau}_1| P_t \times (1-\tau) e^{i(2\gamma+\beta)} [0; 0; 1; 0],$$

$$A_{j4} = 2P_t (1-\tau)^2 e^{2i\gamma} [0; i; 0; 1].$$

Note the useful relation

$$A_{1n} = i A_{3n}. \quad (14b)$$

One can prove (see appendix B) that

$$|C_{i0}| \leq C_{00}, \quad |A_{jn}| \leq \sqrt{2} C_{00}. \quad (14c)$$

When $y \rightarrow y_m$, the coefficients C_{jn} and S_{jn} vanish

$$C_{jn}, S_{jn} \propto (y_m - y)^{n/2}, \quad y \rightarrow y_m. \quad (15)$$

The energy spectrum of the photons (4) follows from eq. (9) after integration over φ :

$$f(x, y) = \frac{2\tau \alpha^2}{\lambda m_e^2 \sigma_c} C_{00}. \quad (9a)$$

For the nonpolarized electron and laser beams we have

$$\xi_1 = -l \sin 2\varphi, \quad \xi_2 = 0, \quad \xi_3 = -l \cos 2\varphi, \quad l = 4\tau(1-\tau) / [(1-y)^{-1} + 1-y - 4\tau(1-\tau)], \quad (10a)$$

i.e. the high energy photons are linear polarized in the di-

rection transverse to the scattering plane, and degree of this polarization $\propto (y_m - y)$ at $y \rightarrow y_m$.

3. To obtain the luminosity of the γe and $\gamma\gamma$ collisions one should know the photon distribution over the distance $\vec{r} = \vec{r}_1$ from the beam axis in the interaction region. Therefore, it is necessary to consider the photon motion from the conversion region to the interaction region (at the distance b). The photon with the energy $\omega = y\epsilon$ was emitted at the angle $\theta = \theta_0 \sqrt{(\omega_m/\omega) - 1}$ to the initial direction of the electron momentum. Let φ be the azimuthal angle of the emission of this photon. Then the number of photons $dN_\gamma(\vec{r}, \omega, \varphi)$ which have travelled to the point \vec{r} in the interaction region can be expressed by the number of electrons $dN_e(\vec{r})$ which would have had travelled to this point and by cross section (9)

$$dN_\gamma(\vec{r}, \omega, \varphi) = dN_e(\vec{r} - b\vec{\theta}) \frac{k}{\sigma_c} \frac{d\sigma_c}{d\omega d\varphi} d\omega d\varphi, \quad (16)$$

$$\vec{\theta} = \theta_0 \sqrt{(\omega_m/\omega) - 1} (\cos \varphi, \sin \varphi)$$

(here k is the conversion coefficient).

4. The mean polarization of the γ beam is obtained from eq. (10) after averaging it over the azimuthal angle φ of the weight, proportional to the cross section (9) (of. [9, 11])

$$\langle \xi_i \rangle = \frac{\langle \Phi_i \rangle}{\langle \Phi_0 \rangle} = \frac{C_{i0}}{C_{00}}. \quad (17)$$

Note that these functions do not depend on the transverse electron polarization.

As a result, all Stokes parameters are distinct from zero and, therefore, in principle the complete polarization measurements are possible. The functions $\langle \xi_i \rangle$ are proportional to the polarization parameters of the electrons and (or) laser photons, i.e. varying P_c, P_t, γ and λ one can, in principle, extract the dependence of the observed quantities on $\langle \xi_i \rangle$.

The energy dependences of Stokes parameters $\langle \xi_i \rangle$ for some interesting cases are shown in fig. 9.

If the laser light has the linear polarization, then

high energy photons are polarized in the same direction. It is seen from fig. 9b that their linear polarization degree decreases with the decrease of their energy. (If the electrons have longitudinal polarization, the photons obtain the additional circular polarization).

If the laser light has the circular polarization P_c or (and) the electrons have the longitudinal polarization 2λ , then the γ beam has the circular polarization $\langle \xi_2 \rangle$ as well. Moreover, $\langle \xi_2(y=y_m) \rangle = -P_c$ for $\lambda = 0$ or $P_c = \pm 1$. If the electrons are nonpolarized, then $\langle \xi_2 \rangle$ changes its sign at $y = x/(x+2)$, i.e. near $y_m = x/(x+1)$ (the value $y = x/(x+2)$ corresponds to scattering angle $\pi/2$ in the rest system of the initial electron). It is seen from fig. 9 that at $\lambda P_c < 0$ the region expands in which $\langle \xi_2 \rangle$ has the same sign as $\langle \xi_2(y=y_m) \rangle$.

5. Polarization effects in the γe collisions

5.1. The γe "cross sections"

The cross section for the collisions of the polarized photons with electrons when the arbitrary system of particles X is produced can be written in the form

$$d\sigma_{\gamma e \rightarrow X} = \sum_{i=0}^3 \xi_i d\sigma_i, \quad (18)$$

where $\xi_{1,2}$ are Stokes parameters of the photon and $\xi_0 \equiv 1$ is introduced for convenience. "The cross sections" $d\sigma_i$ can be expressed by the amplitudes M_a for the process $\gamma e \rightarrow X$ with the photon helicity $a = \pm 1$. Indeed,

$$d\sigma_{\gamma e \rightarrow X} = \sum_{a,b=\pm 1} \rho_{ab} M_a M_b^* d\Gamma, \quad d\Gamma = \frac{(2\pi)^4}{4k\rho} \delta(k+p-\sum p_f) \prod_f \frac{d^3 p_f}{2E_f(2\pi)}, \quad (19a)$$

where $d\Gamma$ is the phase space volume

and ρ_{ab} is the photon density-matrix in the helicity basis

$$\rho_{++} = \frac{1}{2}(1+\xi_2), \quad \rho_{--} = \frac{1}{2}(1-\xi_2), \quad \rho_{+-} = \rho_{-+} = \frac{1}{2}(-\xi_3 + i\xi_1). \quad (19b)$$

Having substitutes eq. (19b) into (19a), we obtain

$$d\sigma_0 = \frac{1}{2} (|M_+|^2 + |M_-|^2) d\Gamma, \quad d\sigma_2 = \frac{1}{2} (|M_+|^2 - |M_-|^2) d\Gamma, \quad (19c)$$

$$d\sigma_1 = -\text{Im}(M_+ M_-^*) d\Gamma, \quad d\sigma_3 = -\text{Re}(M_+ M_-^*) d\Gamma.$$

Note that $d\sigma_0$ is the $\gamma e \rightarrow X$ cross section for nonpolarized photon. For nonpolarized electrons "the cross sections" $d\sigma_1, d\sigma_2, d\sigma_3$ vanish after averaging over the final spin states and azimuthal angles. If electrons are longitudinally polarized, the cross section $d\sigma_2$ does not vanish, generally speaking, after such averaging.

5.2. Luminosity and the number of events

The spectral luminosity of the γe collisions is determined as usual (see sect. 7.2. in ref. [2]) by the relation (the integration over \vec{r} and φ are assumed)

$$dL_{\gamma e}(\omega) = \nu \int dN_\gamma(\vec{r}, \omega, \varphi) dN_e(\vec{r}) / d^2 r \quad (20)$$

where ν is the repetition rate.

Stokes parameters averaged "over collisions" $\langle \xi_i(\rho) \rangle$ are determined by the relation (cf. eq. (10))

$$\langle \xi_i(\rho) \rangle dL_{\gamma e} = \nu \int dN_\gamma(\vec{r}, \omega, \varphi) \xi_i(\omega, \varphi) dN_e(\vec{r}) / d^2 r \quad (21)$$

As a result, in accordance with eq. (18) the counting rate (the number of events per time unit for the reaction $\gamma e \rightarrow X$) is equal to

$$d\dot{N}_{\gamma e \rightarrow X} = dL_{\gamma e}(\omega) \sum_{i=0}^3 \langle \xi_i(\rho) \rangle \cdot d\sigma_i, \quad (\langle \xi_0 \rangle \equiv 1). \quad (22)$$

In the general case Stokes parameters averaged over collisions $\langle \xi_i(\rho) \rangle$ (21) do not coincide with those averaged over the γ beam $\langle \xi_i \rangle$ (17) (e.g. due to axial asymmetry of beams). However, in some important cases this difference vanishes. In particular,

$$\langle \xi_i(\rho) \rangle = \langle \xi_i \rangle = C_{i0}/C_{00} \text{ at } \rho^2 \ll 1 \text{ or } \rho^2 \gg 1 \quad (23)$$

or for axial symmetric beams.

For the case of axial symmetric beams this result follows from eqs. (20), (21) and (16). The limiting cases $\rho^2 \ll 1$ and $\rho^2 \gg 1$ will consider in the next section in detail.

It is useful to note that luminosity (20) and quantities (21) do not depend on the electron transverse polarization if both the electron beams have the same shape, and $dN_e(-\vec{r}) = dN_e(\vec{r})$.

5.3. Axial symmetric electron beams with the Gaussian distribution

In this case the number of electrons in the interaction region would be

$$dN_e(\vec{r}) = \frac{N_e}{\pi a_e^2} e^{-r^2/a_e^2} d^2r. \quad (24)$$

Substituting expressions (24) and (16) into eq. (20) one obtains

$$dL_{\gamma e}(\omega) = k L_{ee} f(x, \frac{\omega}{E}) \exp[-\frac{\rho^2}{2} (\frac{\omega_m}{\omega} - 1)] \frac{d\omega}{E}, \quad (25)$$

where k is the conversion coefficient and $L_{ee} = \gamma N_e^2 / 2\pi a_e^2$ is the luminosity of the basic e^+e^- collision without collision effects. Note that the only difference with ref. [2] is the new form (4) for $f(x, y)$. Just this formula was used in sect. 2.

6. Polarization effects in the $\gamma\gamma$ collision

6.1. The $\gamma\gamma \rightarrow X$ "cross sections"

As in the γe collisions the cross section for the $\gamma\gamma \rightarrow X$ reaction with the polarized photons can be written in the form

$$d\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X} = \sum_{i,j=0}^3 \xi_i \tilde{\xi}_j d\sigma_{ij} \quad (26)$$

where ξ_i and $\tilde{\xi}_j$ are Stokes parameters for the first and second photons and $\xi_0 = \tilde{\xi}_0 = 1$. "The cross sections" $d\sigma_{ij}$ one can express by the helicity amplitudes of the $\gamma\gamma \rightarrow X$ reaction - see appendix C.

After averaging over the final spin states and azimuthal angles only 3 among 16 quantities $d\sigma_{ij}$ do not vanish. It is the cross section for nonpolarized photons $\sigma = \sigma_{00}$ and quantities $\tau^e = \sigma_{22}$ and $\tau = \sigma_{33} - \sigma_{11}$ (here the notations from review [12] are used). They are expressed in terms of the $\gamma\gamma \rightarrow X$ cross sections for the scattering of photons with parallel $\sigma_{||}$ or orthogonal σ_{\perp} linear polarizations or in the states whose total helicity is zero σ_0 or two σ_2 (in c.m.s. of the photons):

$$\sigma = \sigma_{00} = \frac{1}{2}(\sigma_{||} + \sigma_{\perp}) = \frac{1}{2}(\sigma_0 + \sigma_2); \quad \tau^e = \sigma_{22} = \frac{1}{2}(\sigma_0 - \sigma_2); \quad \tau = \sigma_{33} - \sigma_{11} = \sigma_{||} - \sigma_{\perp} \quad (27)$$

For all processes which we know at high energies considered, the quantity τ is small in comparison with σ :

$$|\tau| \ll \sigma, \quad |\tau^e| \lesssim \sigma. \quad (27a)$$

6.2. Luminosity and the counting rate

The spectral luminosity of the $\gamma\gamma$ collisions is determined by the relation (cf. eq. (20))

$$dL_{\gamma\gamma}(\omega, \tilde{\omega}) = \gamma \int dN_{\gamma}(\vec{r}, \omega, \varphi) d\tilde{N}_{\gamma}(\vec{r}, \tilde{\omega}, \tilde{\varphi}) / d^2r \quad (28)$$

(The tilde is used for the parameters of the second beam, for it in formulae similar to eqs. (16), (9-14) one should replace the angles φ , γ and β by $(-\tilde{\varphi})$, $(-\tilde{\gamma})$ and $(-\tilde{\beta})$ because the second beam moves opposite to the direction of the \vec{z} axis of laboratory system).

The products of Stokes parameters averaged "over collision-

ons" $\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle$ are determined by the relations*

$$\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle dL_{\gamma\gamma} = \nu \int dN_e(\vec{r}, \omega, \varphi) \xi_i(\omega, \varphi) \tilde{\xi}_j(\tilde{\omega}, \tilde{\varphi}) d\tilde{N}_e(\vec{r}, \tilde{\omega}, \tilde{\varphi}) / d^2r \quad (29)$$

As a result, in accordance with eq. (26) the counting rate for the $\gamma\gamma \rightarrow X$ reaction is equal to

$$d\dot{N}_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_{\gamma\gamma} \sum_{ij=0}^3 \langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle d\sigma_{ij} \quad (31)$$

Taking into account eq. (27), it is convenient to use the linear combination

$$\Lambda = \frac{1}{2} \langle \tilde{\xi}_3 \tilde{\xi}_3 - \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_1 \rangle \quad (29a)$$

In this case eq. (31) has the form

$$d\dot{N}_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_{\gamma\gamma} (d\sigma + \langle \tilde{\xi}_2 \tilde{\xi}_2 \rangle d\tau^e + \Lambda d\tau + \dots) \quad (31a)$$

6.3. Limit cases

In the general case the mean product of Stokes parameters is not equal to the product of Stokes parameters of the single beams. However, in the limit cases of small and large values of the quantity ρ^2 (2) such a factorization takes place:

$\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle \approx \langle \tilde{\xi}_i \rangle \cdot \langle \tilde{\xi}_j \rangle$. It is a very useful relation because the mean polarization of the γ beam $\langle \tilde{\xi}_i \rangle$ is determined by simple eqs. (17), (12) and it does not depend on the beam shapes. Therefore, under such circumstances one needs neither new measurements nor calculations using the beam characteristics to determine $\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle$.

Let us show this factorization and estimate its accuracy without making any assumptions about the electron density.

While the conversion point is near the interaction point, the broadening of the γ beam $\sim b\theta_0$ is small as compared to the smallest transverse size a_m which the electron beam would have had. In this case the photons which reach the definite point in the interaction region can have arbitrary azimuthal angles, i.e. the angles φ and $\tilde{\varphi}$ are not correlated

(in other words, one can neglect in (16), (29) the difference between $\vec{r} - b\vec{\theta}$ and \vec{r} and between $\vec{r} - b\vec{\tilde{\theta}}$ and \vec{r}). Therefore, the integrations over φ and $\tilde{\varphi}$ in eqs. (28), (29) become independent and lead to the averaging of ξ_i (and $\tilde{\xi}_i$) over φ (and $\tilde{\varphi}$) with the weight proportional to $d\sigma_c/d\omega d\varphi$ (and $d\tilde{\sigma}_c/d\tilde{\omega} d\tilde{\varphi}$), i.e. to the abovementioned factorization.

To estimate the accuracy of this factorization, one expands in eqs. (28), (29) the quantity $dN_e(\vec{r} - b\vec{\theta})$ in eqs. (28), (29) in powers of $b\vec{\theta}$. After integration over \vec{r} the quantity $b\theta/a_m \sim \rho_m = b\theta_0/a_m$ becomes the parameter of this expansion and it determines the accuracy of factorization. Moreover, the first term of this expansion is proportional to the expression $\int b\vec{\theta} \cdot \vec{P}_i(\varphi) d\varphi$, where $\vec{\theta} \propto (\cos\varphi, \sin\varphi)$. If the electrons have no transverse polarization, the quantity $\vec{P}_i(\varphi)$ (11) have the terms with $\cos n\varphi$ and $\sin n\varphi$ at $n = 0, 2, 4$ only. Therefore, the first terms of this expansion vanish after integration over φ and the corrections to the factorization have the second order of magnitude. As a result, at $dN_e(-\vec{r}) = dN_e(\vec{r})$ we have

$$\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle = \langle \tilde{\xi}_i \rangle \langle \tilde{\xi}_j \rangle + \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j O(\rho_m^2) + O(\rho_m^4); \quad \rho_m = b\theta_0/a_m \ll 1. \quad (32a)$$

If $dN_e(-\vec{r}) \neq dN_e(\vec{r})$, the items $\sim \tilde{\xi}_i \rho_m, \sim \tilde{\xi}_j \rho_m$ should be added in the righthand part of this expression.

Let us consider now the case when the distance b from the conversion point to the interaction one is large enough and the intrinsic size of the γ beam $\sim b\theta_0$ is larger than the largest transverse size of the electron beam a_m . In this case the main part of the $\gamma\gamma$ collisions is constituted by the collisions of the most energetic photons (whose energies ω and $\tilde{\omega}$ are close to ω_m). But for this photons the coefficients C_{in} and S_{in} with $n \geq 1$ are small (see eq. (15)). Therefore, only the independent on φ term C_{i0} (and S_{i0}) in \vec{P}_i (11) gives the main contribution, and factorization takes place.

To estimate the accuracy of factorization in this case, note that here $\rho_m \sim \rho \sim \frac{1}{2}$, where $\frac{1}{2}$ is the monochromatization degree, i.e. $C_{in}, S_{in} \sim \rho^{n/2}$ in accordance with eq. (15).

Every γ beam seems to be emitted from one point so they have axial symmetry with the accuracy $\sim \rho_M^{-2} = (a_M / b\theta_0)^2$. Therefore, with the same accuracy after azimuthal averaging the combinations $C_{in} \tilde{C}_{jn}$ and $S_{in} \tilde{S}_{jn}$ give the contribution to $\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle$ only. Moreover, coefficients C_{i1} and S_{i1} (14) with the lowest power of η are proportional to the degree of the electron transverse polarization ξ_1 . As a result,

$$\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle = \langle \tilde{\xi}_i \rangle \langle \tilde{\xi}_j \rangle + \xi_1 \tilde{\xi}_1 O(\eta) + O(\eta^2), \quad b\theta_0 / a_M \gg 1, \quad (32b)$$

(the largest corrections seem to be $\sim \xi_1 \eta^{1/2} \rho_M^{-1}$, but they are unessential because in the case considered $\eta \gg \rho_M^{-1}$).

6.4. Gaussian beams

Assuming the electrons beams to have axial symmetry and the Gaussian distribution of density (24), one can calculate the dependence on ρ^2 (2) in detail. Let us substitute eqs. (16) and (24) into (28), (29) and integrate over \tilde{r} , φ and then over $\psi = \varphi - \tilde{\varphi}$. After integration over \tilde{r} the expression $\int \Phi_i(\varphi) \tilde{\Phi}_j(\varphi - \psi) \exp(-\nu \cos \psi) d\varphi d\psi$ appears. When one integrates it over ψ the only combinations $C_{i0} \tilde{C}_{j0}$ and $C_{in} \tilde{C}_{jn} - S_{in} \tilde{S}_{jn} = \text{Re}(A_{in} \tilde{A}_{jn})$ give nonzero contributions. Their main properties follow from eqs. (13-15)

$$|\text{Re}(A_{in} \tilde{A}_{jn}) / 2 C_{00} \tilde{C}_{00}| \leq 1; \quad \text{Re}(A_{i1} \tilde{A}_{j1}) \propto \xi_1 \tilde{\xi}_1; \quad (33a)$$

$$\text{Re}(A_{in} \tilde{A}_{jn}) / 2 C_{00} \tilde{C}_{00} \propto (y_m - y)^{n/2} (y_m - \tilde{y})^{n/2} \quad \text{at} \quad y, \tilde{y} \rightarrow y_m.$$

The mean value of $\cos n\psi$ is expressed via modified Bessel functions:

$$\langle \cos n\psi \rangle = \frac{I_n(\nu)}{I_0(\nu)}; \quad I_n(\nu) = \int_0^{2\pi} \frac{d\psi}{2\pi} e^{-\nu \cos \psi} \cos n\psi; \quad \nu = \rho^2 \sqrt{\left(\frac{\omega_m}{\omega} - 1\right) \left(\frac{\omega_m}{\tilde{\omega}} - 1\right)}. \quad (33b)$$

As a result, one obtains

$$\frac{dL_{\gamma\gamma}}{d\omega d\tilde{\omega}} = k^2 L_{ee} \frac{d\sigma_c}{\sigma_c d\omega} \frac{d\tilde{\sigma}_c}{\tilde{\sigma}_c d\tilde{\omega}} I_0(\nu) \exp\left[-\frac{\rho^2}{2} \left(\frac{\omega_m}{\omega} + \frac{\omega_m}{\tilde{\omega}} - 2\right)\right] M;$$

$$M = 1 + A_1 \langle \cos \psi \rangle + A_2 \langle \cos 2\psi \rangle; \quad A_1 = (\xi_1 \tilde{\xi}_1) P_c \tilde{P}_c \frac{\partial e \partial \tilde{e}}{2 C_{00} \tilde{C}_{00}}; \quad (33c)$$

$$A_2 = \frac{1}{2} P_c \tilde{P}_c A(y) \tilde{A}(\tilde{y}) \cos 2(\gamma - \tilde{\gamma}); \quad A(y) = 4\eta(1-\eta) / C_{00},$$

where ∂e is defined by eq. (8), and quantities $A_n = \text{Re}(A_{0n} \tilde{A}_{0n}) / 2 C_{00} \tilde{C}_{00}$ are limited: $|A_n| \leq 1$ and $M < 1$. The difference between this expression and that for the nonpolarized beams (see eq. (40) in ref. [2]) is in the new spectrum $f(x, y)$ (4) and the additional factor M . If the electron transverse polarization and linear polarization of laser photons are absent, then $M = 1$; just this case was considered in ref. [2] and in sect. 3.

The mean value $\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle$ is determined by the relations which can be obtained in the same manner as eq. (33):

$$\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle = \frac{1}{M} \left[\langle \tilde{\xi}_i \rangle \langle \tilde{\xi}_j \rangle + \sum_{n=1}^4 \frac{\text{Re}(A_{in} \tilde{A}_{jn})}{2 C_{00} \tilde{C}_{00}} \langle \cos n\psi \rangle \right]. \quad (34)$$

These relations take place for the arbitrary axial symmetric beams, but $\langle \cos n\psi \rangle$ has form (33b) in the Gaussian case (24) only.

Factorization relations (32) are broken in the case under consideration by items of the type $[\text{Re}(A_{in} \tilde{A}_{jn}) / 2 C_{00} \tilde{C}_{00}] \langle \cos n\psi \rangle$ (see eqs. (33a, b)). The quantities $\langle \cos n\psi \rangle$ depend on ν (33b) only, and the characteristic value of $\nu \lesssim \rho^2$. At $\nu < 1$ and $n \geq 1$ one has $\langle \cos n\psi \rangle < 0.11$. Therefore, if the electron transverse polarization is absent (and there are no items with $n = 1$), factorization (32a) at $\rho < 1$ is fulfilled with the accuracy $\lesssim 10\%$. With the same accuracy we have $M \approx 1$. For $\rho^2 \gg 1$ in the main region we have $y_m - y \sim \eta$, $y_m - \tilde{y} \sim \eta$ and, therefore, the quantities $\text{Re}(A_{in} \tilde{A}_{jn}) / 2 C_{00} \tilde{C}_{00} \sim \eta^n$ (see eq. (33a)) are small; that results in eq. (32b) and $M \approx 1$.

6.5. Two unexpected effects (for details see appendix D)

Let us consider the case when the laser light is nonpolarized but both electron beams have transverse polarizations. According to eqs. (33), (34) we have in this case $\langle \tilde{\xi}_2 \rangle = \langle \tilde{\xi}_2 \rangle = 0$ but $\langle \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_1 \rangle \neq 0$, i.e. the electron transverse polarizations

"transform" into the circular polarizations of photons.

There is another interesting effect in the $\gamma\gamma$ collisions in the case when both laser beams have the same polarizations in every flash (e.g., it may be one laser beam divided into two beams) but for many flashes the average polarization of laser light is zero. Nevertheless, in this case the $\gamma\gamma$ luminosity changes considerably in comparison with the luminosity for the truly nonpolarized laser beams.

7.1. $\gamma\gamma$ -collisions. Nonpolarized electron and laser beams

The discussion below supplements that in ref. [2]. We consider here once more unexpected effect which arises in nonpolarized axial symmetric beams. Even in this case a nontrivial polarization effect takes place i.e. between quantities $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle$ there are the nonzero one

$$\langle \xi_3 \tilde{\xi}_3 \rangle = -\langle \xi_1 \tilde{\xi}_1 \rangle = \Lambda = \frac{1}{2} \langle \tilde{\ell} \cos 2\psi \rangle, \quad \Lambda > 0. \quad (35)$$

Here $\tilde{\ell}$ is given by eq. (10a). As a result, eq. (31) converts to the form (cf. (27))

$$d\dot{N}_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_{\gamma\gamma} (d\sigma + \Lambda d\tau) = dL_{\gamma\gamma} \left[\left(\frac{1}{2} + \Lambda\right) d\sigma_{\parallel} + \left(\frac{1}{2} - \Lambda\right) d\sigma_{\perp} \right]. \quad (36)$$

Therefore, the initial states with parallel linear photon polarization more contribute to the observable events than those with orthogonal polarizations. This effect is due to the fact that the final photons in the Compton scattering are polarized orthogonal to the scattering plane (10a). Of course, this polarization vanishes after averaging over the γ beam $\langle \xi_1 \rangle = \langle \xi_3 \rangle = 0$. However, at $\beta^2 \gg 1$ the photons colliding in any point should be emitted at the close angles $\theta \approx \tilde{\theta}$, $\varphi \approx \tilde{\varphi}$, i.e. $\psi = \varphi - \tilde{\varphi} \approx 0$, and hence the quantity $\xi_3 \tilde{\xi}_3 - \xi_1 \tilde{\xi}_1 = \tilde{\ell} \cos 2\psi$ does not vanish after averaging. Therefore, at $\beta^2 \neq 0$ the counting rate contains on the polarization dependence though each γ beam is nonpolarized at the average.

As a result to extract the nonpolarized cross section $d\sigma = d\sigma_{00}$ from the data one should know the quantity $\Lambda d\tau$, i.e. the

problem is more complicated than usually.

However, the effect under consideration is not great. Indeed, the quantity $\Lambda \sim \beta^2 \sim \beta^4$ at $\beta \ll 1$ due to the factor $\langle \cos 2\psi \rangle$ and $\Lambda \sim (y_m - y)(y_m - \tilde{y})$ at $y, \tilde{y} \rightarrow y_m$ due to factors $\tilde{\ell}$. Moreover, the quantity Λ is not great at other values of β as well. Thus, at $x = 2.69$ one has $\tilde{\ell} < 0.6$ for all values of y , i.e. $\Lambda < 0.18$. Taking into account eq. (27a) as well one can expect the contribution $\Lambda d\tau$ to be negligible.

7.2. $\gamma\gamma$ -collisions. The case $\lambda P_c \neq 0, \tilde{\lambda} \tilde{P}_c \neq 0$ (Axial symmetric beams)

This subsection supplements naturally the discussion of sect. 3.

The case when helicities of both electrons and laser photons are nonzero is important because at $\lambda P_c < 0$ and $\tilde{\lambda} \tilde{P}_c < 0$ the monochromatization of the $\gamma\gamma$ collisions improves considerably (sect. 3). We assume here for the sake of simplicity that the transverse electron polarization and the linear polarization of laser photons are absent. In this case the circular polarization degrees ξ_2 and $\tilde{\xi}_2$ for the high energy photons are independent of azimuthal angles $\varphi, \tilde{\varphi}$, and $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle = \xi_i \tilde{\xi}_j$ for $i = j = 0, 2$. Here,

$$\xi_2 = \langle \xi_2 \rangle = C_{20} / C_{00} \quad (37)$$

where C_{j0} is defined in eq. (12). As a result, eq. (31) converts to the form (cf. eqs. (36), (33c))

$$d\dot{N}_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_{\gamma\gamma} (d\sigma + \Lambda d\tau + \xi_2 \tilde{\xi}_2 d\tau^2 + \xi_2 d\sigma_{20} + \tilde{\xi}_2 d\sigma_{02}), \quad (38)$$

$$\Lambda = \frac{1}{2} A(y) \tilde{A}(\tilde{y}) \cdot \langle \cos 2\psi \rangle$$

and luminosity $dL_{\gamma\gamma}$ is given in eq. (33c) with $M = 1$.

The contribution of $d\sigma_{20}$ and $d\sigma_{02}$ vanishes after averaging over azimuthal angles and polarization of the final particles. It is absent at all for the pair production or for the inclusive processes $\gamma\gamma \rightarrow a + \dots$ (see appendix C).

In the interesting case $2\lambda P_c \approx -1$ at $\omega \approx \omega_m$ we have $|\xi_2| \approx 1, \Lambda \approx 0$. Moreover, one can change the sign of ξ_2 having conserved the product λP_c i.e. without variation

of spectrum) by simultaneously changing the signs of λ and P_c . This allows one to measure the interesting quantity $\tau^a = \frac{1}{2}(\sigma_0 - \sigma_2)$ (27) besides $\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_0 + \sigma_2)$. In other words, the direct measurement of σ_0 and σ_2 is possible. Fig. 10 shows the dependence of the corresponding luminosities dL_0/dz and dL_2/dz on $z = W_{\gamma\gamma}/2E$ where

$$dL_0 = \frac{1}{2}(1 \pm \xi_2 \tilde{\xi}_2) dL_{\gamma\gamma}; \quad dN_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_0 d\sigma_0 + dL_2 d\sigma_2 + dL_{\gamma\gamma}(\Lambda d\tau + \dots) \quad (39)$$

It is seen that $dL_0/dz \gg dL_2/dz$ at $z \approx z_m$, i.e. here $d\sigma_0$ will be measured only. For $\lambda = 0$ in the limiting cases $x \ll 1$ or $x \gg 1$ and $\rho \ll 1$ or $\rho \gg 1$ these luminosities were obtained in ref. [6].

8. Discussion

1. Spectrum of the high energy photons becomes considerably harder for the electrons and laser photons with the opposite helicities (see fig. 2). This leads to two advantages in the problem of obtaining certain monochromatization degree in contrast with the case of the nonpolarized initial beams

- i) the characteristic laser flash energy A_0 is less and
- iii) the luminosities $L_{\gamma e}$ and $L_{\gamma\gamma}$ are larger.

For example, at fixed laser flash energy A and for the monochromatization degree $\lambda_{\gamma\gamma} < 15\%$ the luminosity $L_{\gamma\gamma}$ increases by two orders of magnitude or more in comparison with the case of nonpolarized initial beams.

2. The average values of Stokes parameter of the γ beam $\langle \xi_i \rangle$ can be done of order of unity by variation of laser flash polarization (see Fig. 9). Therefore, in principle the complete polarization measurements are possible in the $\gamma e \rightarrow X$ and $\gamma\gamma \rightarrow X$ reactions.

3. In the experiments with the usual polarized beams it only suffices to know beam densities and averaged polarizations. This does not hold for $\gamma\gamma$ collisions under consideration due to special method of creation of the γ -beams. Average products of the Stokes parameters $\langle \xi_i \tilde{\xi}_i \rangle$ for two beams which determine measurable cross sections (31) do not

decay into the products of average Stokes parameters for every beam. Therefore, they demand the special calibration. We show this difficulty to vanish in two important limits (32) when $\langle \xi_i \tilde{\xi}_j \rangle \approx \langle \xi_i \rangle \langle \tilde{\xi}_j \rangle$ and $\langle \xi_i \rangle$ can be calculated if one knows photon energies and electron and laser beam polarizations only (see eqs. (17), (12)).

4. Even if the electrons and laser photons are nonpolarized the high energy photons are polarized orthogonal to the scattering plane. While the conversion point is near the interaction one the photons with different scattering planes collide in any point of the interaction region. That is why the polarization effects vanish after azimuthal averaging.

When the conversion points are far enough from the interaction one the colliding photons were scattered approximately at the same plane, i.e. they have approximately parallel linear polarizations. That is why the additional contribution to the cross section which is proportional to the product of photon polarizations does not vanish after averaging

$\langle \xi_3 \tilde{\xi}_3 - \xi_1 \tilde{\xi}_1 \rangle \neq 0$. Therefore, the measurable cross section differs from that for nonpolarized photons even in the case when electron and laser beams are nonpolarized. The corresponding additional contribution is given by the term $\Lambda d\tau$ (cf. eq. (36)) where Λ depends essentially on the beam shape. Therefore, it is necessary to have, generally speaking, the additional method of extracting quantities σ and $\Lambda\tau$ from the sum $\sigma + \Lambda\tau$ measured. Fortunately, the value $\Lambda\tau$ is usually small and can be neglected for first measurements (cf. the discussion in subsect. 7.1).

5. The main numerical results were obtained above for the Nd laser $\omega_0 = 1.17$ eV and $E = 150$ GeV, i.e. $x = 2.69$. Let us discuss briefly the E and ω_0 dependence restricting ourselves by the value $x < 4.8^*$. For the sake of definiteness

* If $x > 4.8$, then e^+e^- pairs are produced at the collision of laser photon with high energy one in the conversion region. This process decreases the number of high energy photons and changes their spectrum.

let us consider the $\gamma\gamma$ collisions at $2\lambda p_c = 2\tilde{\lambda}\tilde{p}_c = -1$ and $\tilde{L}_{\gamma\gamma} = 10\%$ for VLEPP parameters.

In this case the characteristic laser flash energy A_0 (6) increases if ω_0 is fixed and E grows. Simultaneously the luminosity $L_{\gamma\gamma}$ increases (at fixed value of the conversion coefficient k). Thus, for $\omega_0 = 1.17$ eV when E varies from 50 GeV to 300 GeV, the quantity A_0 varies from 70 J to 250 J, and $L_{\gamma\gamma}/k^2 L_{ee}$ varies from 0.05 to 0.31 (cf. table 8 in ref. [2]).

At the interval considered $0.9 < x < 4.8$ the increase of ω_0 at fixed value of E is accomplished by small decrease of A_0 and the considerable increase of $L_{\gamma\gamma}$. Thus, at $E = 50$ GeV when x varies from 0.9 to 5 (i.e. ω_0 varies from 1.17 eV to 7 eV) the value of A_0 decreases from 70 J to 40 J, and $L_{\gamma\gamma}/k^2 L_{ee}$ increases from 0.05 to 0.3. Besides, the maximum photon energy ω_m increases from 24 GeV to 42 GeV.

We are very grateful to Ya.T.Grinchishin, V.A.Khoze, A.N.Skrinsky and V.D.Ugozhaev for useful discussions.

APPENDIX A. PROBLEMS OF CALIBRATION

The calibration of the luminosity for nonpolarized initial beams and the main calibration processes for γe^- - and $\gamma\gamma$ - collisions were discussed in ref. [2]. Here we discuss briefly the new effects arising due to initial beam polarizations.

A.1. $\gamma\gamma$ - collisions.

1. The $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^- e^+e^-$ process was discussed carefully in refs. [13]. Its total cross section is relatively large ($5.7 \cdot 10^{-33}$ cm²) and energy independent. The mean muon production angles are not too small, $\theta_\mu \sim m_\mu / \omega$. The total μ - pair energy coincides with the energy of "its" photon. The $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^- e^+e^-$ cross section is independent of circular photon polarization. The distribution of muons both in energy and in the production angle θ_μ deviate for less than 2.5% when the linear photon polarization varies. If the photons are linearly polarized then the asymmetry of $\sim 10\%$ arises in the muon azimuthal angle distribution.

The $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^- e^+e^-$ process has larger cross section ($6.5 \cdot 10^{-30}$ cm²) and its polarization dependence is also not large [13]. In the investigation of the processes with small cross sections $\sim d^2/E^2$ one can use the processes $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$ ($l = e, \mu, \tau$) with large production angles for comparison. Their cross sections are strongly dependent on circular photon polarization and have large azimuthal asymmetry connected with linear photon polarization.

In these processes the greatest cross sections really are (see [12, 14])

$$\frac{d\sigma_2}{dt} = \frac{\pi d^2}{W^4} \left(\frac{W^2}{p_\perp^2} - 2 \right); \quad \frac{d(\sigma_{33} + \sigma_{44})}{dt} = - \frac{2\pi d^2}{W^4}; \quad p_\perp \gg m_l. \quad (A.1)$$

(Here W is invariant $\gamma\gamma$ mass, t is the squared transfer, 4 - momentum, p_\perp - transverse component of the lepton momentum, x axis is chosen in leptons production plane). Other

cross sections are small:

$$\frac{d\sigma_0}{d\sigma_2} \sim \frac{m_e^2}{P_L^2}; \quad \frac{d(\sigma_{33}-\sigma_{11})}{d(\sigma_{33}+\sigma_{11})} = \frac{m_e^4}{P_L^4}; \quad \frac{d\sigma_{03}}{d(\sigma_{33}+\sigma_{11})} = \frac{d\sigma_{30}}{d(\sigma_{33}+\sigma_{11})} = \frac{m_e^2}{P_L^2} \quad (\text{A.2})$$

2. The luminosity calibration. The event number in the $\gamma\gamma \rightarrow X$ reaction is (see (31))

$$dN_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_{\gamma\gamma} \sum_{ij=0}^3 \langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle d\sigma_{ij}$$

Since the total cross section and the energy distribution for the main calibration process $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-e^+e^-$ (as for $\gamma\gamma \rightarrow e^-e^+e^-e^+$) are practically independent of the photon polarizations, then the measurement of this cross section will allow one to measure directly the luminosity $dL_{\gamma\gamma}/d\omega d\tilde{\omega}$ besides beam polarizations.

3. The products of the Stokes parameters

One must know and have an opportunity to change the mean values of the products of the Stokes parameters $\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle$ for separate measurement of the cross sections $d\sigma_{ij}$.

In the most attractive case of circularly polarized laser photons and longitudinally polarized electrons the event number is given by eqs. (35), (36). They show us the variation of the signs both of helicities of the electron and laser photon results in the change of γ -beam polarization but γ -spectrum remains unchanged.

The value of the circular polarization $\tilde{\xi}_2$ (and $\tilde{\xi}_2$) does not depend on the beam geometry and is given by eq. (35). This allows one to provide the complete study of the cross section dependence on the circular photon polarization.

In general, the calibration of the polarizations $\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle$ is necessary, as it is seen from eqs (29), (34). Meanwhile, the most physically interesting cases are that of $\rho^2 \ll 1$ (maximum conversion coefficient) and $\rho^2 \gg 1$ (good monochromatization). In both these cases according to eq. (32) the dependence on the density distributions becomes unessential and one must only know the polarizations of laser and electron

beams to determine $\langle \tilde{\xi}_i \tilde{\xi}_j \rangle \approx \langle \tilde{\xi}_i \rangle \langle \tilde{\xi}_j \rangle$. In this case one must decrease the electron transverse polarization degree to decrease the inaccuracy of relations (32).

A.2. γe - collisions

Total cross sections and energy distributions for main calibrating processes $\gamma e \rightarrow \ell^+ \ell^- e$ ($\ell = \mu, e$) do not practically depend on photon polarization as well. Therefore, one can determine the luminosity $dL_{\gamma e}/d\omega$ for all photon polarizations (1^\pm azimuthal angle distribution depends on linear photon polarization).

When the processes with small cross sections are studied, one can use for comparison the Compton effect which depends strongly on λ and P_C (9).

In general here the polarization $\langle \tilde{\xi}_i(\rho) \rangle$ (21) calibration is necessary (due to the reasons similar to those for $\gamma\gamma$ - collisions). This difficult task is simplified for γe - collisions not only at the cases of $\rho^2 \ll 1$ and $\rho^2 \gg 1$, but at the case of axial symmetry of the beams when the polarization does not depend on beams geometry.

A.3. Electron polarization control

One can control the electron polarization value simultaneously with the luminosity measurement (provided the handling of a laser polarization is simple).

Longitudinal electron polarization. The hard part of the high energy photon spectrum is rather sensitive to the λP_C value (see fig. 2). Therefore, the observation of the deviation of this spectrum when the sign of P_C is changed yields the information about the λP_C value.

Transverse electron polarization ξ_\perp seems not to be interesting in the considered problems. It is only essential to verify the fact that its contributions (depending on the beam geometry) are small enough not to break practically the simple factorization relations (32). We shall consider the beams to

be axially symmetric for definiteness. Then all the effects of electron transverse polarization are not large and are proportional to $\zeta_1 \tilde{\zeta}_1 \langle \cos \psi \rangle$, where $\langle \cos \psi \rangle$ depends on density distribution in a beam. In particular there is a contribution to luminosity (33) proportional to $\zeta_1 \tilde{\zeta}_1 P_c \tilde{P}_c \langle \cos \psi \rangle$. Therefore observing the luminosity deviation at the variation of the sign of P_c and \tilde{P}_c (when λ and $\tilde{\lambda}$ are known) one can find the value $\zeta_1 \tilde{\zeta}_1 \langle \cos \psi \rangle$ with sufficient accuracy.

APPENDIX B. THE COMPTON EFFECT FOR POLARIZED PARTICLES

This appendix contains the necessary formulae for the Compton effect $e(\rho) + \gamma_0(k_0) \rightarrow \gamma(k) + e(\rho')$ when the polarizations of both photons and the initial electron are considered. Let us introduce the invariants

$$\chi = \frac{2\rho k_0}{m_e^2}, \quad y = 1 - \frac{\rho k}{\rho k_0}, \quad \tau = \frac{y}{x(1-y)}, \quad s_1 = \frac{a k_0}{m_e}, \quad s_2 = \frac{a k}{m_e}, \quad (B.1)$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\mu\nu\gamma\sigma} a^\mu k_0^\nu \rho^\gamma k^\sigma}{x m_e^3}$$

where a is electron spin 4-vector. Let J_i and X'_i be the Stokes parameters for laser and high energy photons in the reaction axes - x axis is orthogonal to the reaction plane, $x \parallel \vec{k}_0 \times \vec{k}$ and it is the same for both photons, y axes belong to the reaction plane (see [7] e.g.). The Compton differential cross section has the form in our case

$$d\sigma_c = \frac{\alpha^2}{2x m_e^2} \left[F_0 + \sum_{i=1}^3 F_i X'_i \right] \delta(\rho + k_0 - k - \rho') \frac{d^3k}{\omega} \frac{d^3\rho'}{E'}$$

$$F_0 = \frac{1}{1-y} + 1-y - 4\tau(1-\tau) + 4\tau(1-\tau)X_3 + 2\tau[(1-2\tau)s_1 + s_2]X_2,$$

$$F_1 = 2(1-2\tau)X_1 - \frac{4\tau\varepsilon}{1-y}X_2,$$

(B.2)

$$F_2 = (1-2\tau)\left(\frac{1}{1-y} + 1-y\right)X_2 + 2\tau[s_1 + (1-2\tau)s_2] + 2\tau[(1-y)s_1 - (1-2\tau)s_2]X_3 +$$

$$+ 4\tau\varepsilon X_1,$$

$$F_3 = 4\tau(1-\tau) + 2[1-2\tau(1-\tau)]X_3 - 2\tau[(1-2\tau)s_1 - \frac{s_2}{1-y}]X_2.$$

The cross section (B.2) satisfies the symmetry relations which arise from $\xi \leftrightarrow \eta$ symmetry (see [7]). Namely, the quantity $F_0 + \sum_i F_i X_i'$ does not vary under the replacements $X_1 \leftrightarrow X_1', X_2 \leftrightarrow -X_2', X_3 \leftrightarrow X_3'$ and $k_0 \leftrightarrow -k_0$ (or $S_1 \leftrightarrow -S_1, 1-y \rightarrow 1/(1-y), \varepsilon \leftrightarrow \varepsilon/(1-y)$). Eq. (B.2) was obtained by us from eq. (87.10) in textbook [7] using the Reduce-2 system for algebraic computations (10 minutes on ES 1033). This cross section was computed earlier in the electron rest system [8], in the lab. system [9] and in the covariant form [10]. The result (B.2) in the corresponding system coincides with that of ref. [8] (The formulae of refs. [9, 10] contain misprints). In laboratory system the invariants have the form ($\theta \ll 1$):

$$\chi = \frac{4E\omega_0}{m_e^2}, \quad y = \frac{\omega}{E}, \quad \alpha = \frac{y}{x(1-y)}, \quad S_1 = \lambda \chi,$$

$$S_2 = \lambda \chi (1-y)(1-2\alpha) - |\vec{S}_1| \frac{\alpha}{2\alpha} \cos(\varphi - \beta),$$

$$\alpha = 2\alpha \frac{|\vec{k}_1|}{m_e} = 2\alpha \sqrt{(x+1)y(y_m-y)}, \quad (B.3)$$

$$\varepsilon = -\frac{\vec{\xi}[\vec{k}_0, \vec{k}]}{2\omega_0 m_e} = -|\vec{S}_1| \frac{\alpha}{4\alpha} \sin(\varphi - \beta),$$

$$\delta(p+k_0-k-p') \frac{d^3k}{\omega} \frac{d^3p'}{E'} = dy d\varphi.$$

The azimuth of linear laser photon polarization at the laboratory frame is γ , and it is $\varphi - \gamma - (\pi/2)$ in the reaction frame. Therefore,

$$X_1 = P_\perp \sin 2(\gamma - \varphi), \quad X_2 = P_\parallel, \quad X_3 = -P_\perp \cos 2(\gamma - \varphi). \quad (B.4)$$

At small emission angles $\theta \ll 1$ considered the final photon moves almost along \vec{z} direction and $[\vec{k}_0, \vec{k}]$ azimuth is $\varphi - (\pi/2)$ at the laboratory frame. Therefore, the Stokes parameters observed for final photon ξ_i' at this frame are connected with X_i' by the relations

$$X_1' = -\xi_1' \cos 2\varphi + \xi_3' \sin 2\varphi, \quad X_2' = \xi_2', \quad X_3' = -\xi_3' \cos 2\varphi - \xi_1' \sin 2\varphi. \quad (B.5)$$

From (B.2-5) one can obtain

$$\frac{d\sigma_c(\xi_i')}{dy d\varphi} = \frac{\alpha^2}{2\chi m_e^2} \sum_{i=0}^3 \Phi_i \xi_i', \quad \xi_0' \equiv 1 \quad (B.6)$$

where Φ_i are defined in (11-14). One can see that Stokes parameters for final electron itself are $\xi_i = \Phi_i / \Phi_0$. After summing up over final electron spin states we obtain cross section (9) from (B.6). Finally, after the integration of (B.6) over φ we obtain:

$$\frac{d\sigma_c(\xi_i')}{dy} = \frac{\pi \alpha^2}{\chi m_e^2} \sum_{i=0}^3 C_{i0} \xi_i' \quad (B.7)$$

where C_{i0} are defined in (12). This yields mean γ -beam Stokes parameters (17).

The values C_{i0} and A_{jn} (12-14) satisfy some relations which arise from the inequality $\sum_{i=1}^3 \xi_i^2 \leq 1$. Really, rewriting it in the form $\sum_{i=1}^3 \Phi_i^2 \leq \Phi_0^2$ and integrating it over φ one can find:

$$\sum_{i=1}^3 C_{i0}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i,n \geq 1} |A_{in}|^2 \leq C_{00}^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^4 |A_{0n}|^2. \quad (B.8)$$

Using this result and the relations $|A_{01}| \leq |A_{11}| = |A_{31}|$, $A_{03} = A_{04} = 0$, $|A_{02}| \leq |A_{12}| = |A_{32}|$ one can obtain inequalities (14c).

APPENDIX C. $\gamma\gamma$ - "CROSS SECTIONS"

One can write the cross section for the $\gamma\gamma \rightarrow \lambda$ reaction with polarized photons in the form

$$d\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \lambda} = \sum_{i,j=0}^3 \xi_i \tilde{\xi}_j d\sigma_{ij} \quad (C.1)$$

Here $\xi_i, \tilde{\xi}_j$ are Stokes parameters of the first and second photons resp. ($\xi_0 = \tilde{\xi}_0 = 1$). On the other hand, this cross section can be expressed by density matrices ρ_{ab} (19b) and the amplitude M_{ab} for the process $\gamma\gamma \rightarrow \lambda$ with the photons helicities $a, b = \pm 1$:

$$d\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \lambda} = \sum_{abcd=\pm 1} \rho_{ac} \tilde{\rho}_{bd} M_{ab} M_{cd}^* d\Gamma, \quad (C.2)$$

$$d\Gamma = \frac{(2\pi)^4}{4kk} \delta(k+\tilde{k} - \sum_f p_f) \prod_f \frac{d^3 p_f}{(2\pi)^3 2E_f}$$

Comparing (C.1) and (C.2), it is easy to express $d\sigma_{ij}$ through M_{ab} (we use the notations σ, τ, τ^a from ref. [12] also as well)

$$\begin{aligned} d\sigma &\equiv d\sigma_{00} = \frac{1}{4} (|M_{++}|^2 + |M_{--}|^2 + |M_{+-}|^2 + |M_{-+}|^2) d\Gamma, \\ d\tau^a &\equiv d\sigma_{22} = \frac{1}{4} (|M_{++}|^2 + |M_{--}|^2 - |M_{+-}|^2 - |M_{-+}|^2) d\Gamma, \\ d\tau &\equiv d(\sigma_{33} - \sigma_{11}) = \text{Re}(M_{--}^* M_{++}) d\Gamma, \\ d[\sigma_{33} - \sigma_{11} + i(\sigma_{31} + \sigma_{13})] &= M_{--}^* M_{++} d\Gamma, \\ d[\sigma_{33} + \sigma_{11} + i(\sigma_{31} - \sigma_{13})] &= M_{+-}^* M_{-+} d\Gamma, \\ d(\sigma_{20} + \sigma_{02}) &= \frac{1}{2} (|M_{++}|^2 - |M_{--}|^2) d\Gamma, \\ d(\sigma_{20} - \sigma_{02}) &= \frac{1}{2} (|M_{+-}|^2 - |M_{-+}|^2) d\Gamma, \\ d(\sigma_{03} + i\sigma_{21}) &= -\frac{1}{2} (M_{+-}^* M_{++} + M_{-+}^* M_{--}) d\Gamma, \\ d(\sigma_{30} + i\sigma_{12}) &= -\frac{1}{2} (M_{+-}^* M_{--} + M_{-+}^* M_{++}) d\Gamma, \\ d(\sigma_{23} + i\sigma_{01}) &= \frac{1}{2} (M_{+-}^* M_{++} - M_{-+}^* M_{--}) d\Gamma, \\ d(\sigma_{32} + i\sigma_{10}) &= \frac{1}{2} (M_{+-}^* M_{--} - M_{-+}^* M_{++}) d\Gamma. \end{aligned} \quad (C.3)$$

All the quantities $d\sigma_{ij}$ are real. The complex form is used for shortness only.

The "cross sections" $d(\sigma_{33} \pm \sigma_{11})$ arise from the interference of the amplitudes whose total helicities differ for 4 and the "cross sections" $d\sigma_{01,10,03,30,12,21,25,32}$ - due to states whose helicities differ for 2.

When the pair production or inclusive processes $\gamma\gamma \rightarrow a + \dots$ studied in the case of summing up over spin states of final particles only 8 independent "cross sections" remain of 16. If the X axis is in the reaction plane then they are $d\sigma, d\tau^a, d\tau$ and $d\tau^*$

$$\begin{aligned} d(\sigma_{33} + \sigma_{11}) &= M_{+-}^* M_{-+} d\Gamma, \quad d(\sigma_{03} + i\sigma_{21}) = -M_{+-}^* M_{++} d\Gamma, \\ d(\sigma_{30} + i\sigma_{12}) &= -M_{+-}^* M_{--} d\Gamma. \end{aligned} \quad (C.4)$$

Finally, after averaging over azimuths of emission angles and spins of the final particles, only σ, τ^a and τ do not vanish.

* The terms $d\sigma_{12}$ and $d\sigma_{21}$ were missed in eq. (4.23) of reviewed [14] when the similar relation for equivalent photons were written.

APPENDIX D

This appendix is devoted to the discussion of some polarization effects in the scheme to obtain colliding $\gamma\gamma$ -beams considered. Their description is obtained from eqs. (33), (34).

D1. Electrons are polarized transversally, laser radiation is unpolarized

In this case the γ -beam mean polarization is zero according to (17). However, at $\beta \sim 1$ for $\gamma\gamma$ -collisions $\langle \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_2 \rangle \neq 0$ and the number of events (31) is equal to

$$dN_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_{\gamma\gamma} (d\sigma + \langle \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_2 \rangle d\tau^2 + \Lambda d\tau) \quad (D.1)$$

where Λ is defined by eq. (36) and (cf. (33a))

$$\langle \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_2 \rangle = \frac{1}{2} (\tilde{\xi}_1^2 \tilde{\xi}_2^2) \approx \tilde{\alpha} \tilde{\alpha} (2\gamma-1)(2\gamma-1) \langle \cos 2\psi \rangle / C_{00} \tilde{C}_{00}. \quad (D.2)$$

So, transverse electron polarization is "transferred" to circular photon polarization. But this effect is very small at $\chi < 5$ considered. One can see that $|\tilde{\alpha} (2\gamma-1) / C_{00}| < 0.13$, i.e.

$$|\langle \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_2 \rangle| < 0.01$$

D2. Correlation between two lasers

Let us consider the scheme when the conversion is obtained by one laser pulse divided into two parts, or when one laser source switches on steps for of both lasers that for every flash the polarizations are the same $P_c = \tilde{P}_c$, $P_t = \tilde{P}_t$, $\gamma = -\tilde{\gamma}$.

It is interesting to consider the case when every flash is polarized, but the polarization vanishes after averaging over all flashes, i.e. $\langle P_c \rangle = \langle P_t \cos 2\gamma \rangle = \langle P_t \sin 2\gamma \rangle = 0$

$$\text{, but } \langle P_c \tilde{P}_c \rangle = \langle P_c^2 \rangle,$$

$\langle P_t \tilde{P}_t \rangle = \langle P_t^2 \rangle$ does not vanish. We shall consider the angle γ to be random so that $\langle P_t^2 \cos^2 2\gamma \rangle = \langle P_t^2 \sin^2 2\gamma \rangle = \frac{1}{2} \langle P_t^2 \rangle$, $\langle P_c P_t \cos 2\gamma \rangle = \langle P_c P_t \sin 2\gamma \rangle = 0$. We discuss

the case when transverse electron polarization is absent. As a result we have, according to eqs. (33), (34):

$$dN_{\gamma\gamma \rightarrow X} = dL_{\gamma\gamma}^{(cor)} [d\sigma + \langle \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_2 \rangle^{(cor)} d\tau^2 + \Lambda^{(cor)} d\tau]. \quad (D.3)$$

The luminosity $dL_{\gamma\gamma}^{(cor)}$ deviates essentially from that for unpolarized beams $dL_{\gamma\gamma}^{np}$ (c.f. (40) ref. [2]):

$$\frac{dL_{\gamma\gamma}^{(cor)}}{dL_{\gamma\gamma}^{np}} = 1 + 4 \lambda \tilde{\lambda} \langle P_c^2 \rangle B(y) B(\tilde{y}) + \frac{1}{2} \langle P_t^2 \rangle A(y) A(\tilde{y}) \langle \cos 2\psi \rangle, \quad (D.4)$$

$$B(y) = \alpha \times (2\alpha-1)(2-y) [(1-y)^{-1} + 1-y-4\alpha(1-\alpha)]^{-1}.$$

The item from $\langle P_t^2 \rangle$ is not large here (c.f. the discussion in connection with eq. (36)). But at $y \approx y_m$ the function $B(y) \approx 1$. Therefore, the item from $\langle P_c^2 \rangle$ influences the luminosity essentially. Particularly, at $\lambda \tilde{\lambda} > 0$ the luminosity increases and the ratio (D4) can be close to 2. The values $\langle \tilde{\xi}_1 \tilde{\xi}_2 \rangle^{(cor)}$, $\Lambda^{(cor)}$ which determine the polarized photon contribution also prove not to be small.

So, the correlations change strongly the result in comparison with the really unpolarized beams or uncorrelating ones).

REFERENCES

- [1] I.F.Ginzburg, G.L.Kotkin, V.G.Serbo, V.I.Telnov, Pisma ZHETF 34 (1981) 514; Preprint INP 81-50 (Novosibirsk, 1981).
- [2] I.F.Ginzburg, G.L.Kotkin, V.G.Serbo, V.I.Telnov, Preprint INP 81-102 (Novosibirsk, 1981); Nucl.Inst. and Methods 205 (1983) 47.
- [3] V.E.Balakin, A.N.Skrinsky, Preprint INP 81-129 (Novosibirsk, 1981); A.N.Skrinsky, Usp. Fiz.Nauk 138 (1982) 3.
- [4] SLAC-Report-229, 1980; P.Panofsky, Proc. Int. Symp. on Lepton and Photon Interaction at High Energies (Bonn, 1981).
- [5] C.Akerlof. Preprint UM HE 81-59, Univ. of Michigan, 1981.
- [6] A.M.Kondratenko, E.Y.Pakhtusova, E.L.Saldin, Preprint INP 81-130 (Novosibirsk, 1981).
- [7] V.B.Berestecky, E.M.Lifshitz, L.P.Pitaevsky, Quantum Electrodynamics (Moscow, 1980).
- [8] W.H.Mc Master. Rev. Mod. Phys. 33 (1961) 8.
- [9] V.P.Gavrilov, I.A.Nagorskaya, V.A.Khoze, Izvestiya AN Armenian SSR, Fizika, 4 (1969) 137.
- [10] Ya. T.Grinchishin, Yad. Fiz. 22 (1975) 136; 36(1982)1450.
- [11] I.I.Goldman, V.A.Khoze, ZHETF 57 (1969) 918; Phys. Lett. 29B (1969) 426.
- [12] V.M.Budnev, I.F.Ginzburg, G.V.Meledin, V.G.Serbo. Phys. Rep. 150 (1975) 181.
- [13] V.G.Serbo, Pisma ZHETF 12 (1970) 50, 452; S.L.Panfil, V.G.Serbo, Yad. Fiz. 37 (1983) 144; E.A.Kuraev, A.Schiller, V.G.Serbo, Preprint INP 82-107 (Novosibirsk, 1982).
- [14] V.N.Baier et all., Phys. Rep. 78 (1981) 293.

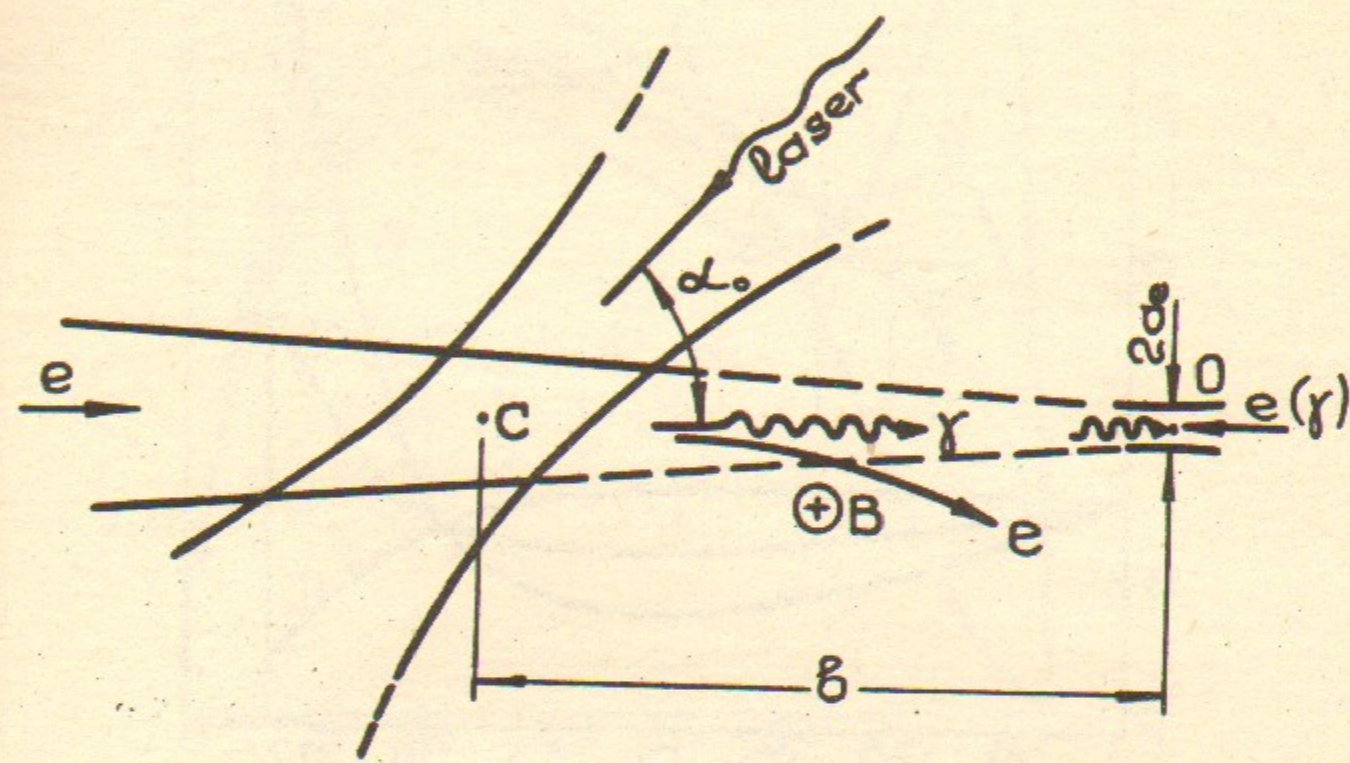


Fig. 1. The scheme of obtaining colliding γe and $\gamma\gamma$ beams.

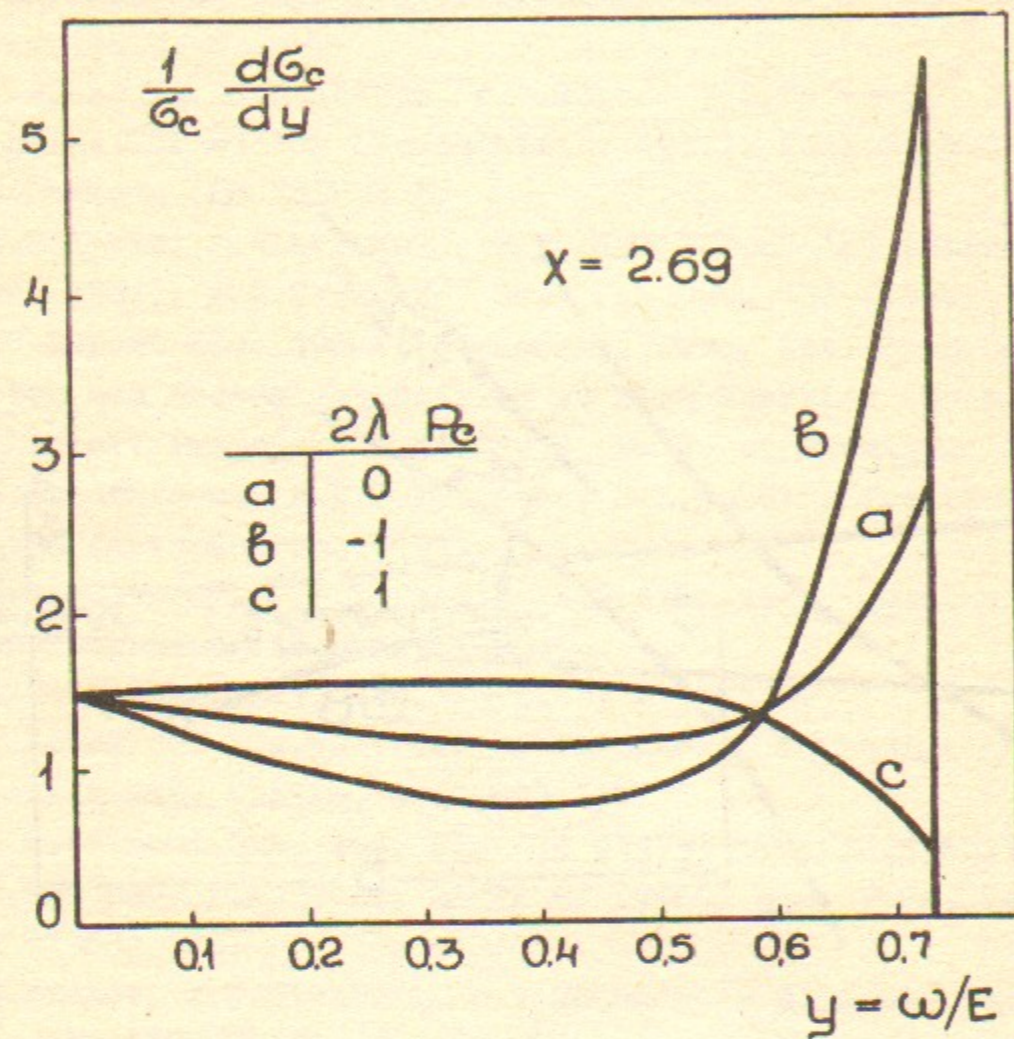


Fig. 2. Photon energy spectrum for different values of average electron λ and laser photon P_c helicities.

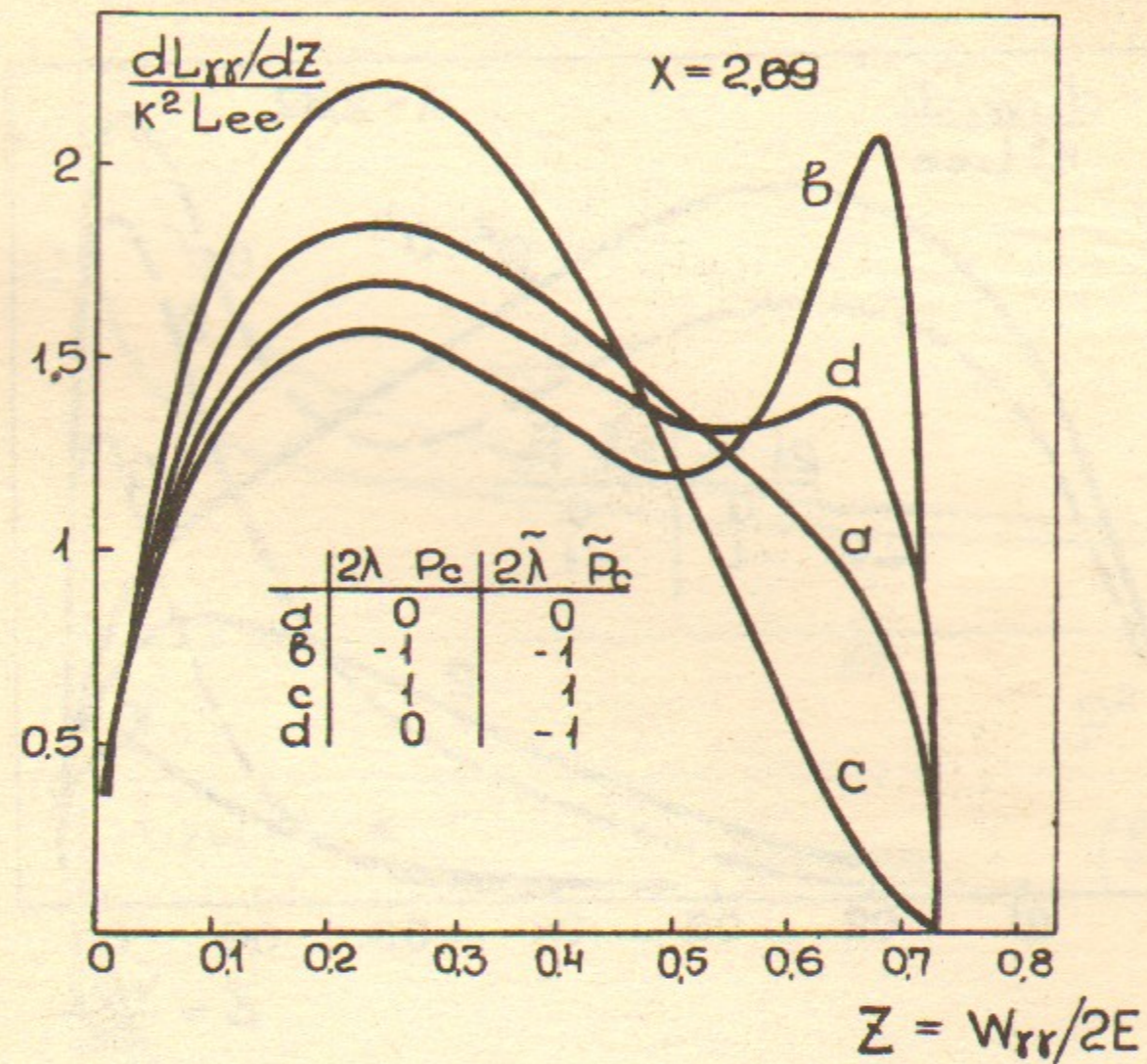


Fig. 3. Spectral luminosity of $\gamma\gamma$ -collisions for different values λ and P_c at $\beta^2 \ll 1$ (tilde denotes the quantities related to the second beam).

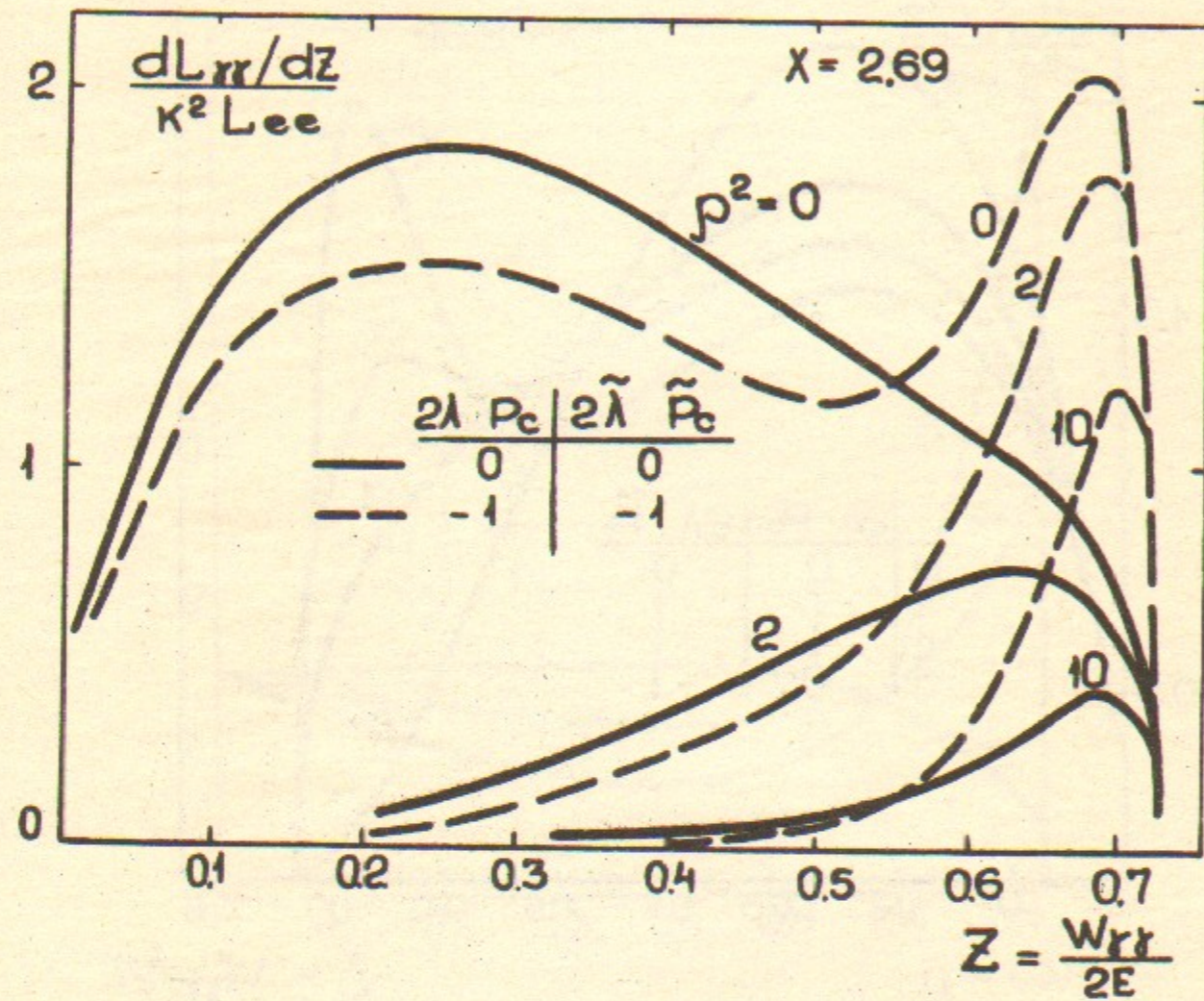


Fig. 4. Spectral luminosity of $\gamma\gamma$ -collisions for different p^2 and $2\lambda P_c = 2\tilde{\lambda} \tilde{P}_c$.

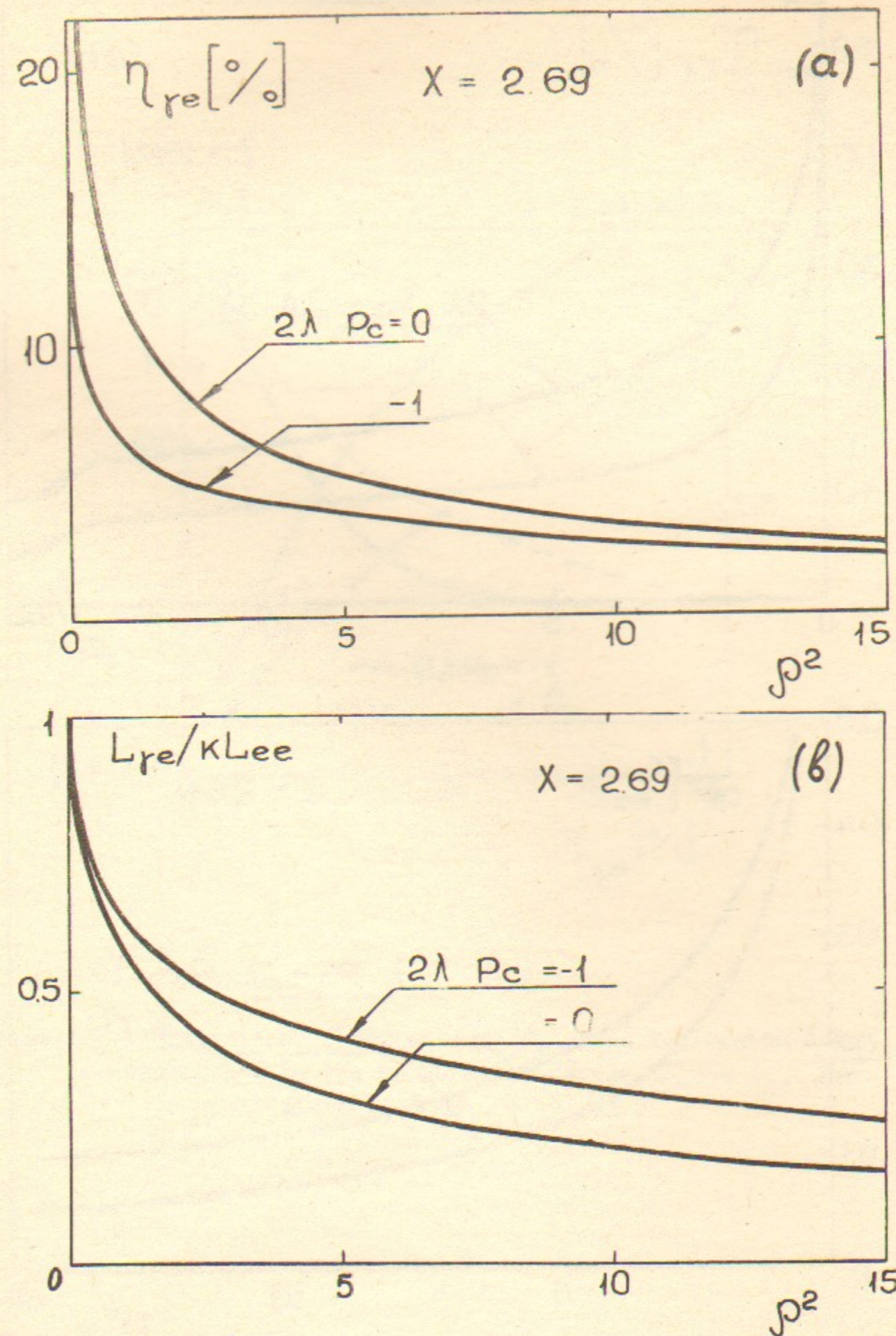


Fig. 5. The p^2 -dependence of monochromatization degree (a) and total luminosity (b) for γe -collisions at $2\lambda P_c = -1$ and 0.

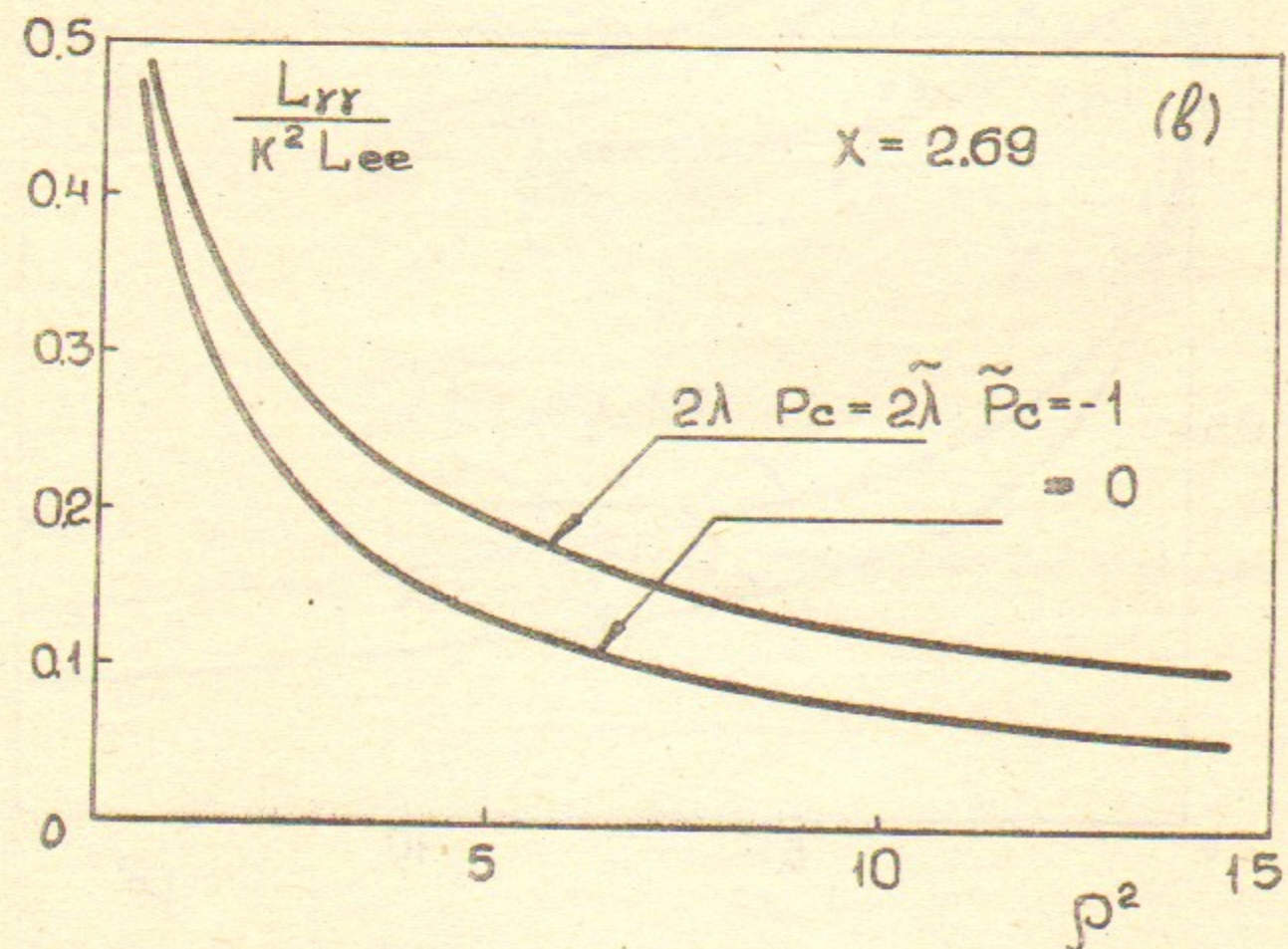
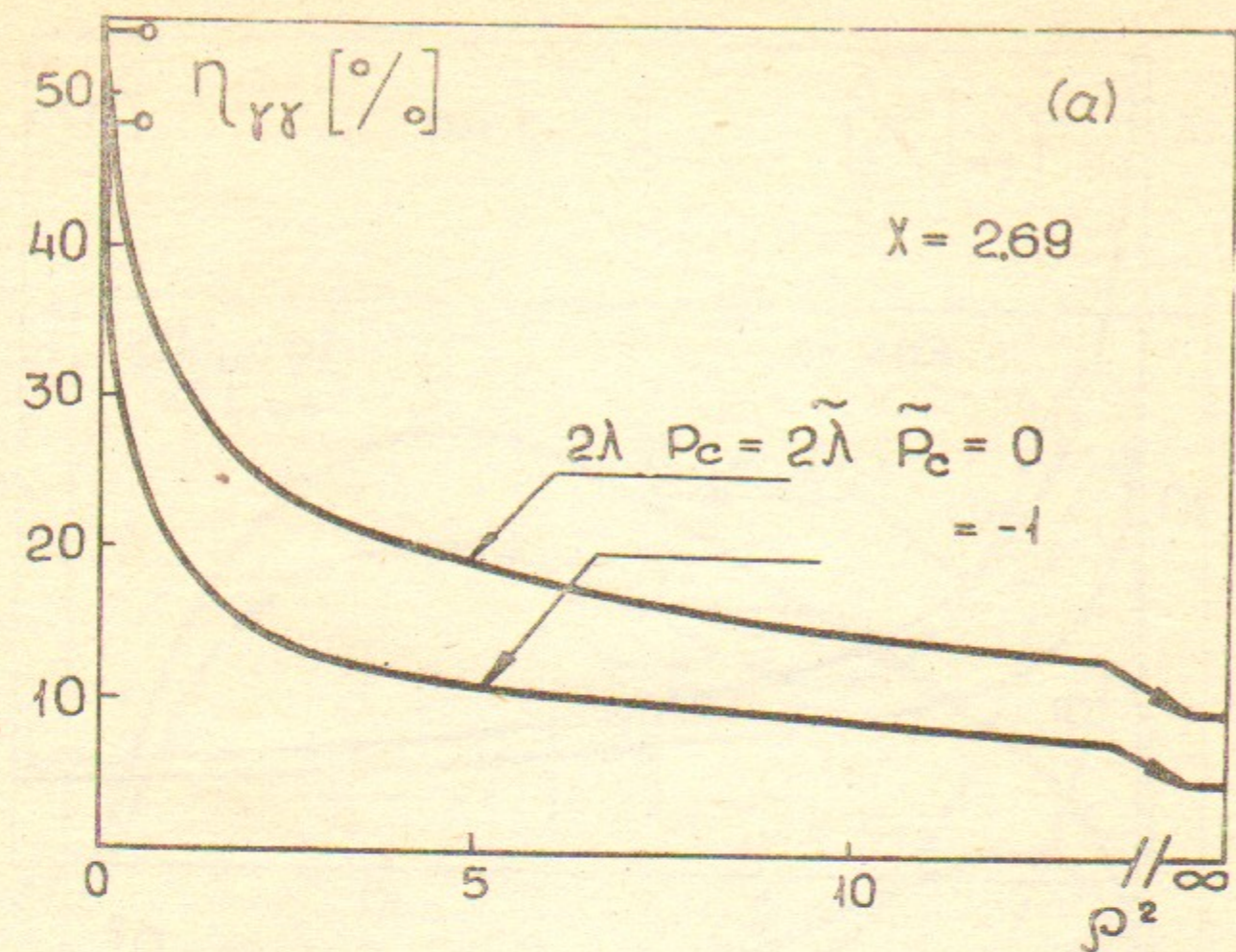


Fig. 6. The dependence of monochromatization degree (a) and total luminosity (b) for $\gamma\gamma$ -collisions.

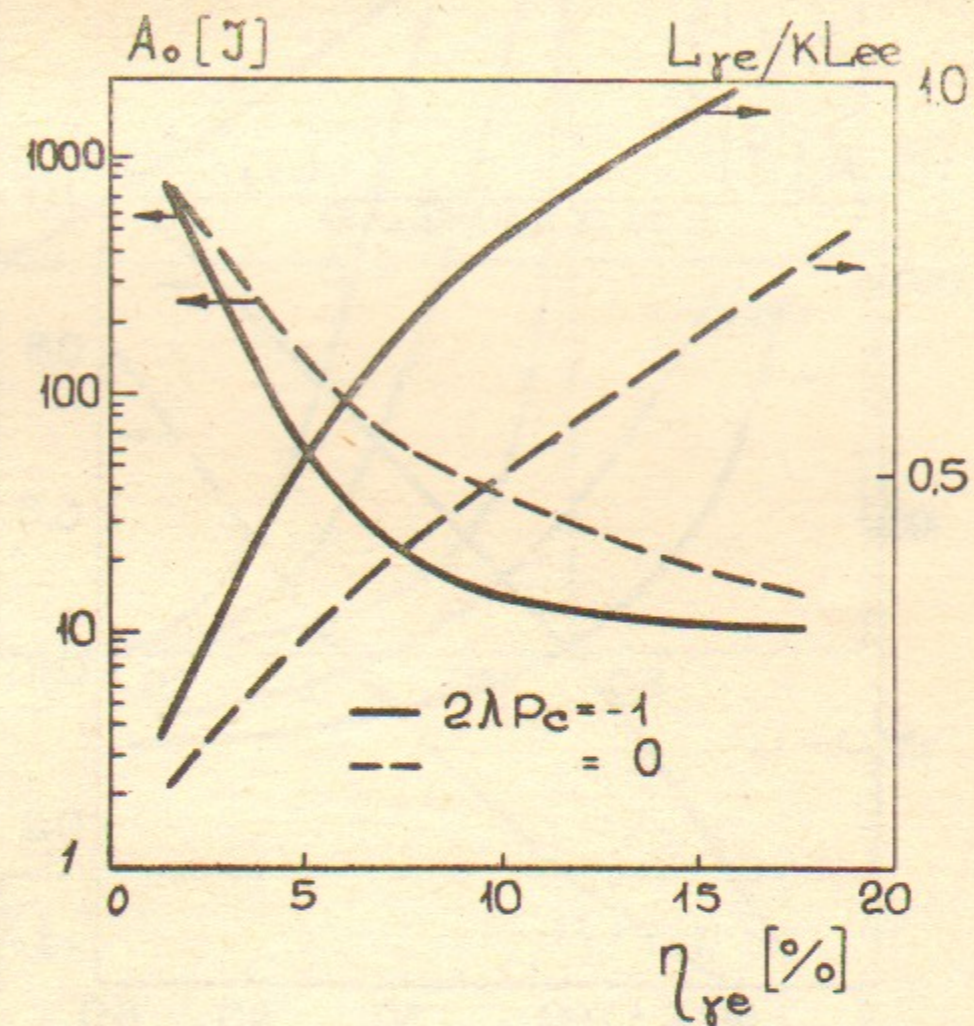


Fig. 7. Average laser flash energy A_0 and luminosity $L_{\gamma e}$ dependence on the monochromatization degree $\eta_{\gamma e}$ for γe -collisions at $2\lambda P_c = -1$ and 0 .

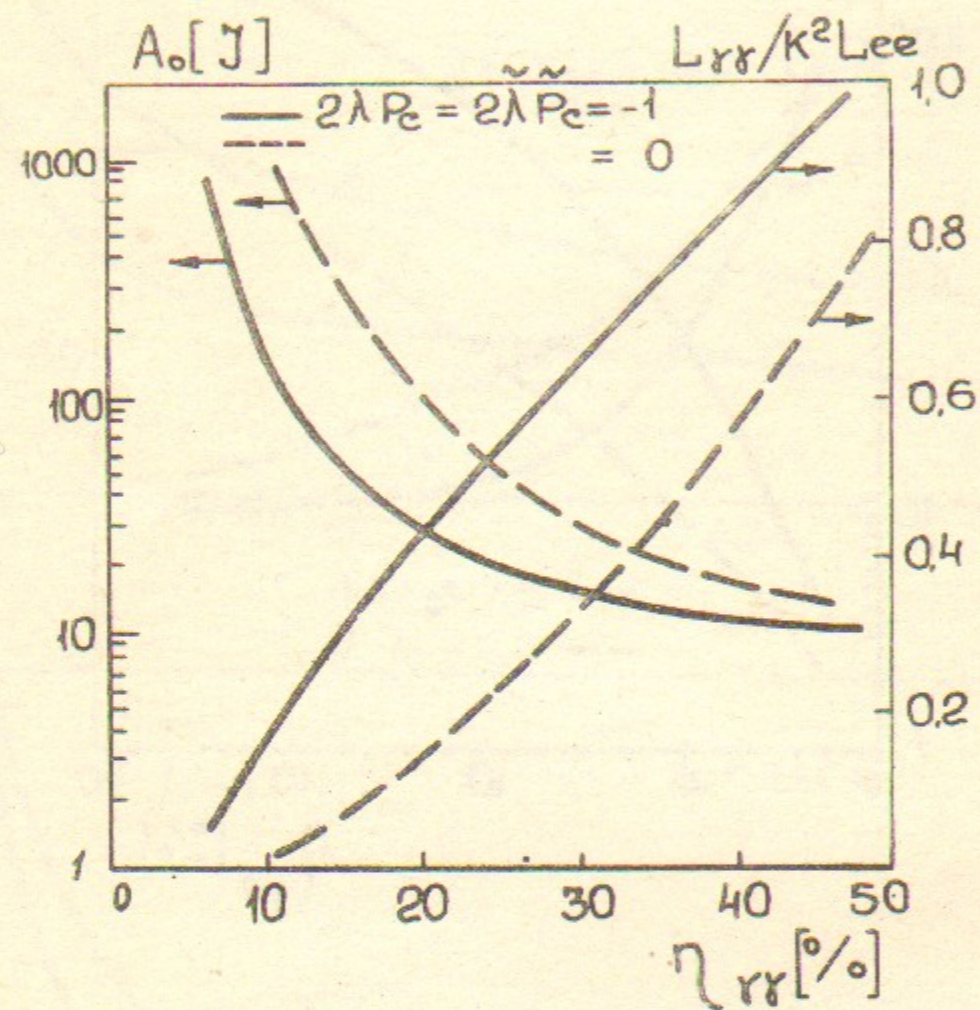


Fig. 8. Average laser flash energy A_0 and luminosity $L_{\gamma\gamma}$ dependence on the monochromatization degree $\eta_{\gamma\gamma}$ for $\gamma\gamma$ -collisions.

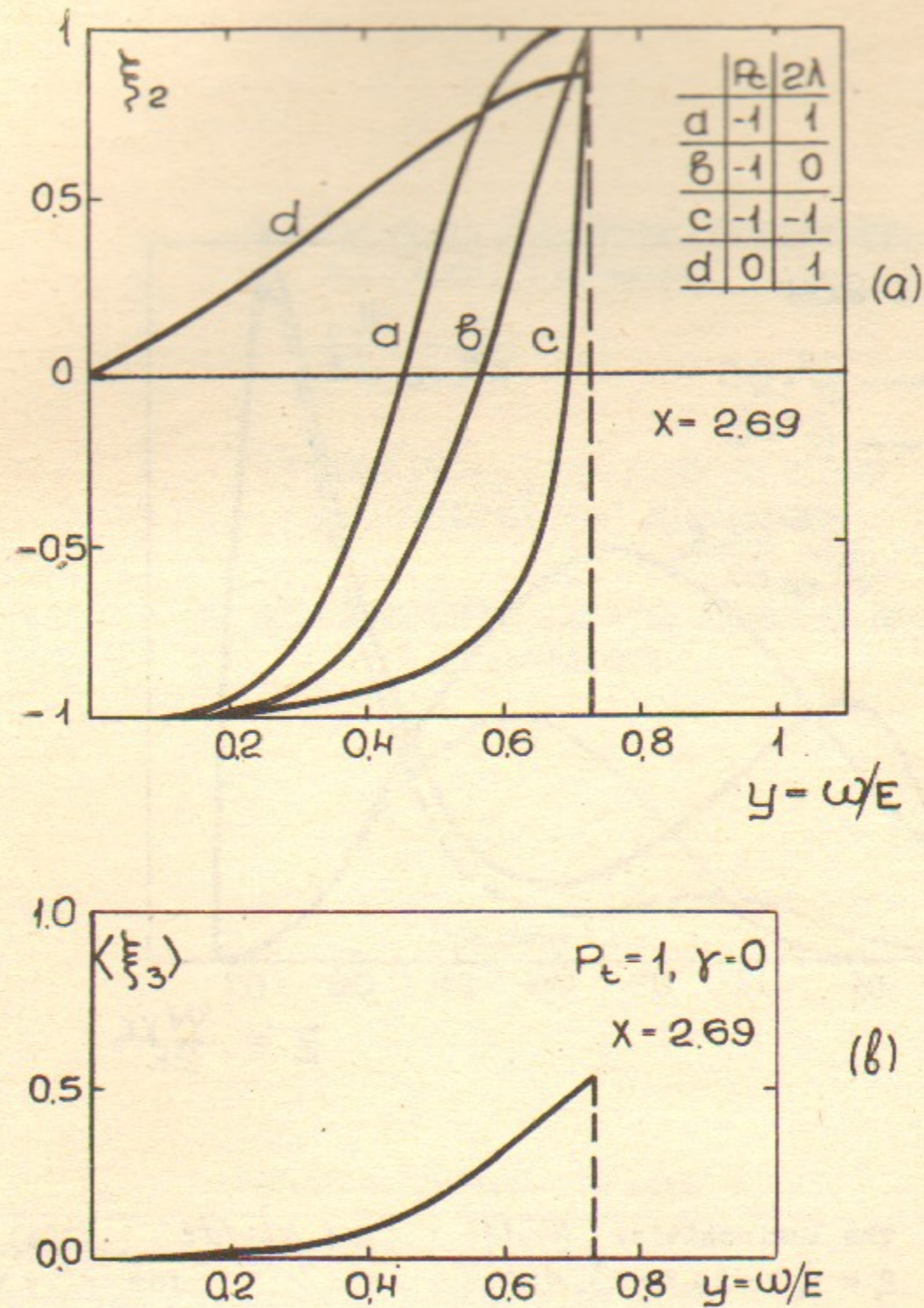


Fig. 9. a) The circular photon polarization degree vs ω/E for different laser photon polarizations; b) The average linear photon polarization degree vs. ω/E for linearly polarized laser photons.

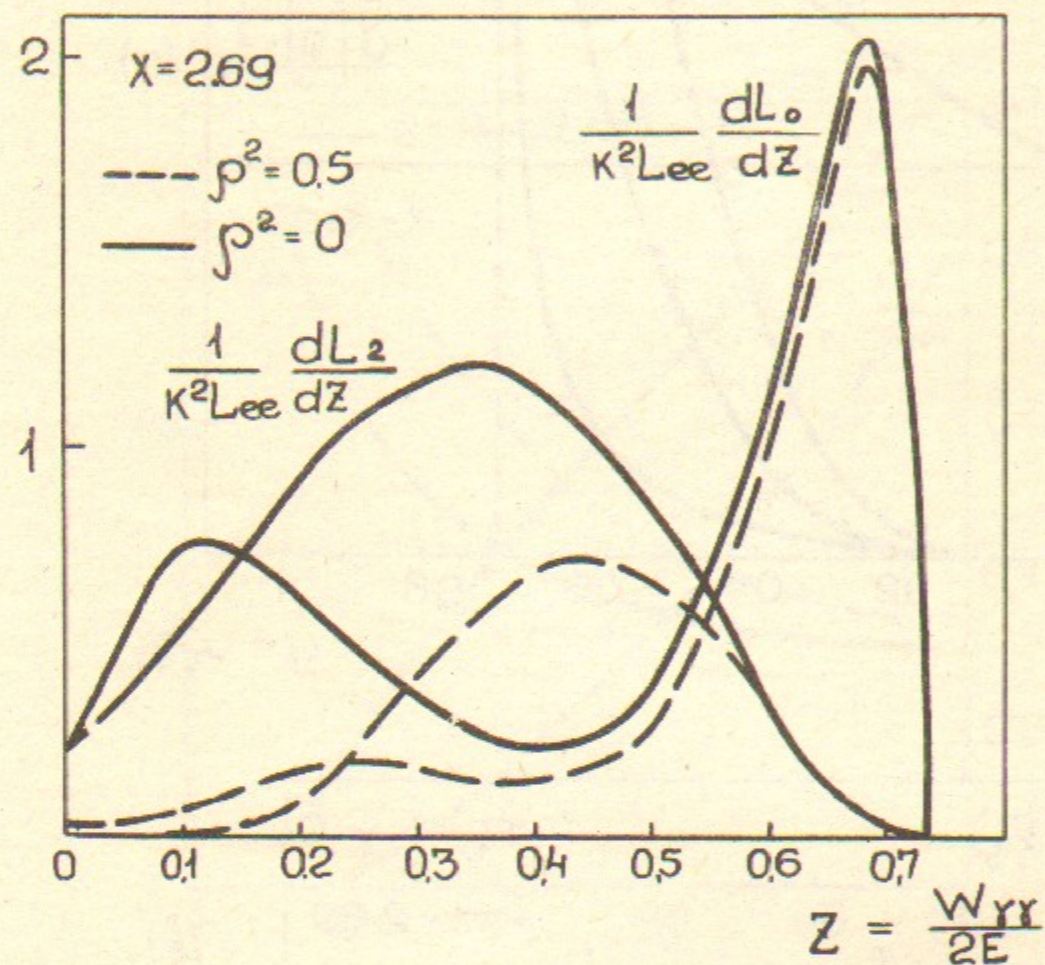


Fig. 10. The luminosities dL_0/dz and dL_2/dz (36b) at $\rho_c = \tilde{\rho}_c = -2, \lambda = -2\tilde{\lambda} = 1$ and 0.5. for $\rho^2 = 0$

И.Ф.Гинзбург, Г.Л.Коткин, С.Л.Панциль,
В.Г.Сербо, В.И.Тельнов

ВСТРЕЧНЫЕ γe и $\gamma\gamma$ - ПУЧКИ НА ОСНОВЕ
ОДНОПРОЛЕТНЫХ e^+e^- УСКОРИТЕЛЕЙ

II. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ, УЛУЧШЕНИЕ МОНО-
ХРОМАТИЧНОСТИ

Препринт
№ 82-160

Работа поступила - 16 декабря 1982 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
 Подписано к печати 29.12-1982 г. МН 03708
 Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.2,8 печ.л., 1,8 улетно-изд.л.
 Тираж 150 экз. Бесплатно. Заказ № 37
 Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90