

45

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

М.А.Тиунов

РАСЧЁТ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ
МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В АКСИАЛЬНО-
СИММЕТРИЧНОМ СЛУЧАЕ МЕТОДОМ
ЭКВИВАЛЕНТНЫХ КОНТУРОВ

ПРЕПРИНТ 82-59



РАСЧЕТ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В АКСИАЛЬНО-
СИММЕТРИЧНОМ СЛУЧАЕ МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ КОНТУРОВ

М.А.Тиунов

А Н Н О Т А Ц И Я

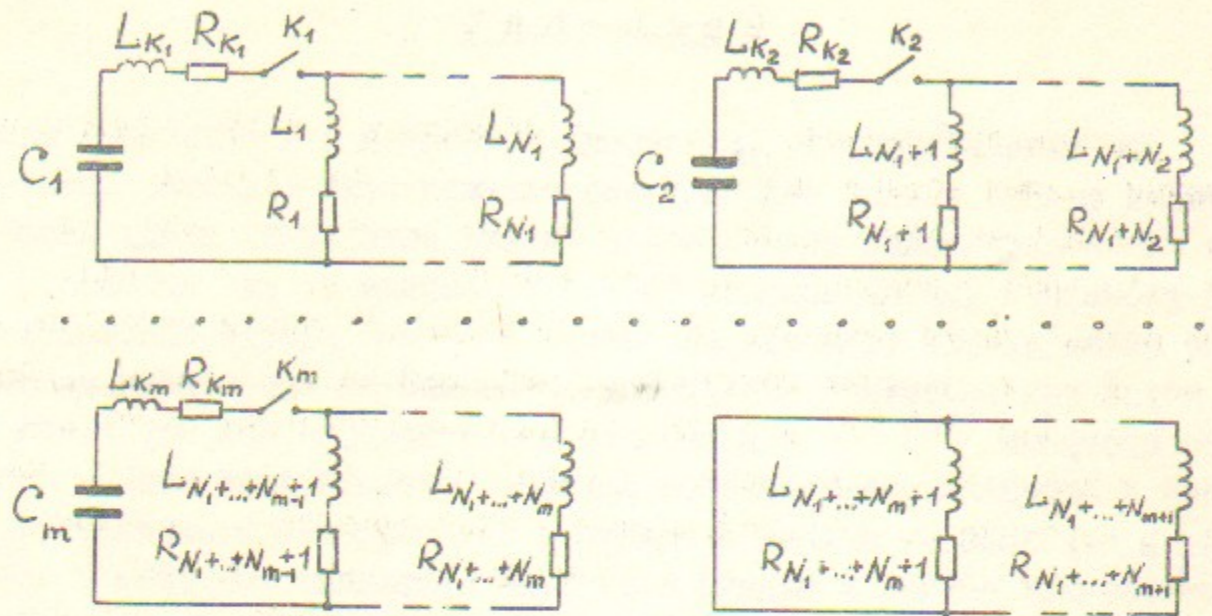
Описывается удобный и экономичный метод расчета квазистационарных магнитных полей в аксиально-симметричном случае, имеющий ряд преимуществ перед стандартным методом векторного потенциала. Приведены результаты расчетов методом эквивалентных контуров импульсных магнитных полей в реальных физических установках.

Введение

При конструировании физических установок с импульсными магнитными полями встает задача учета влияния скин-эффекта. Простые же аналитические оценки часто бывают затруднены ввиду сложной геометрии токопроводящих частей установки и, как правило, дают очень низкую точность расчетов. В данной работе описывается метод эквивалентных контуров и созданный на его основе комплекс программ *SKIN* для расчета квазистационарных магнитных полей в аксиально-симметричном случае. Основная идея метода состоит в переходе от исходной задачи о скин-эффекте в аксиально-симметричном случае к задаче о системе связанных контуров с заданным возбуждением. Подробное описание метода эквивалентных контуров и его преимуществ перед стандартным методом векторного потенциала $[I]$ приводится во втором разделе данной работы. Третий раздел посвящен описанию комплекса программ *SKIN*. Там же рассматривается вопрос о точности метода эквивалентных контуров при его конкретной программной реализации. В отдельный четвертый раздел выделено описание постановки и результатов тестовых задач, решенных методом эквивалентных контуров. И, наконец, заключительный раздел посвящен описанию результатов расчета с помощью комплекса программ *SKIN* квазистационарных магнитных полей в реальных физических установках.

2. Метод эквивалентных контуров

Для расчета с помощью данного метода исходная геометрия проводников разбивается на элементы прямоугольного сечения в плоскости (R, Z) (рассматривается цилиндрическая система координат). В дальнейшем ток считается равномерно распределенным по сечению элемента, поэтому размеры сечения одного элемента должны быть малы по сравнению с характерными пространственными масштабами изменения токов в данном проводнике. После этого каждый элемент разбиения рассматривается как катушка индуктивности, имеющая собственное активное сопротивление и включенная в цепь либо LC (активного), либо LR (пассивного) контура. В общем случае эквивалентная электрическая схема имеет вид:



Здесь $N = \sum_{i=1}^{m+1} N_i$ - полное число элементов разбиения, m - число активных контуров (все пассивные контуры можно объединить), $L_1, L_2, \dots, L_N, R_1, R_2, \dots, R_N$ - индуктивности и активные сопротивления элементов разбиения, L_{K_i}, R_{K_i} ($i=1 \div m$) - индуктивности и сопротивления коммутаторов. Таким образом задача о скин-эффекте в аксиально-симметричном случае сводится к отысканию токов в системе $m+1$ связанных контуров. Вводя в качестве неизвестных токи в элементах и записывая уравнение Кирхгофа для каждого из контуров, получим систему интегро-дифференциальных уравнений, в матричной форме имеющую вид:

$$\hat{M} \frac{d\vec{I}}{dt} + \hat{R} \vec{I} + \frac{1}{C} \int \vec{I} dt = \vec{U}(0)$$

где

$$\vec{I}(t) = \begin{pmatrix} I_1(t) \\ \vdots \\ I_N(t) \end{pmatrix}, \quad \vec{U}(0) = \begin{pmatrix} U_1(0) \\ \vdots \\ U_N(0) \end{pmatrix} \quad - \text{вектора токов}$$

и начальных напряжений, а \hat{M} , \hat{R} и $\frac{1}{C}$ - симметричные $N \times N$ матрицы индуктивностей, сопротивлений и обратных емкостей, в общем случае имеющие вид:

$$\hat{M} = \hat{M}_0 + \hat{M}_K, \quad \text{где}$$

$$\hat{M}_0 = \begin{pmatrix} L_1 & M_{12} & \dots & M_{1N} \\ M_{21} & L_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ M_{N1} & \dots & \dots & L_N \end{pmatrix}$$

$$\hat{M}_K = \begin{pmatrix} L_{K_1} L_{K_1} \dots L_{K_1} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{K_1} \dots L_{K_1} & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & L_{K_2} L_{K_2} \dots L_{K_2} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{K_2} \dots L_{K_2} & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & L_{K_m} L_{K_m} \dots L_{K_m} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ L_{K_m} \dots L_{K_m} & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \} N_1 \\ \} N_2 \\ \} N_m \\ \} N_{m+1} \end{matrix}$$

Здесь M_{ik} - коэффициент взаимной индукции i -го и k -го элементов разбиения ($1 \leq i, k \leq N$).

$$\hat{R} = \hat{R}_0 + \hat{R}_K, \quad \text{где}$$

$$\hat{R}_0 = \begin{pmatrix} R_1 & R_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & R_N \end{pmatrix}$$

а \hat{R}_k получается из матрицы \hat{M}_k заменой L_{k_i} на R_{k_i} ($1 \leq i \leq m$). Матрица $\frac{1}{c}$ также получается из матрицы \hat{M}_k заменой L_{k_i} на $\frac{1}{c_i}$ ($1 \leq i \leq m$).

Дифференцируя исходные уравнения Кирхгофа, получим систему дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\hat{M} \frac{d^2 \vec{I}}{dt^2} + \hat{R} \frac{d \vec{I}}{dt} + \frac{1}{c} \vec{I} = 0 \quad (1)$$

с начальными условиями: $\vec{I}(0) = \vec{I}_0$

$$\hat{M} \frac{d \vec{I}(0)}{dt} + R \vec{I}(0) = \vec{U}(0)$$

где $\vec{I}_0 = \begin{pmatrix} I_1(0) \\ \vdots \\ I_N(0) \end{pmatrix}$ - вектор начальных токов.

При известных матрицах \hat{M} , \hat{R} и $\frac{1}{c}$ система уравнений (1) легко может быть проинтегрирована численно. Точность данного метода при заданном разбиении на элементы определяется точностью вычисления матрицы индуктивностей.

Преимущества метода эквивалентных контуров перед стандартным методом векторного потенциала [1] состоят в следующем:

1. Не нужно вычислять и задавать извне вынуждающие токи или напряжения.

2. При расчете коэффициентов матрицы взаимного влияния (матрицы \hat{M}_0) более точно учитываются конечные размеры сечений элементов разбиения, поскольку производится двукратное интегрирование по площадям сечений элементов:

$$M_{ik} = \frac{1}{S_i S_k} \iint_{S_i, S_k} \overline{M}_{ik} dS_i dS_k$$

здесь \overline{M}_{ik} - коэффициент взаимной индукции двух бесконечно тонких колец, проходящих через элементарные площадки dS_i и dS_k полных сечений i -го и k -го элемента. В методе векторного потенциала значение коэффициента взаимного влияния вычисляется в центре данного элемента (однократное интегрирование).

3. Появляется возможность учета паразитных индуктивностей и сопротивлений коммутационных устройств.

3. Комплекс программ SKIN

Для реализации описанного выше метода эквивалентных контуров на базе ЭВМ Э-100/25 был создан комплекс программ SKIN для расчета квазистационарных магнитных полей в аксиально-симметричном случае. В состав комплекса входят следующие программы:

1. MATRIX - ввод геометрии и расчет матрицы индуктивностей.

2. CURRENT - обращение матрицы индуктивностей и интегрирование системы дифференциальных уравнений.

3. HFIELD - вычисление магнитных полей по заданным геометрии и токам.

Обмен данными между программами осуществляется путем записи на диск, что позволяет сделать все три программы независимыми.

Как отмечалось выше, точность метода эквивалентных контуров определяется точностью вычисления матрицы индуктивностей. Для удобства разбиения исходной геометрии проводников в программе MATRIX предусмотрено два типа элементов:

1. Катушка прямоугольного сечения с $\Delta z/d \sim \Delta R/d < 1$, где ΔR и Δz - радиальный и аксиальный размер сечения, а d - средний диаметр катушки.

2. Бесконечно тонкий соленоид конечной длины. В соответствии с этим необходимо с хорошей точностью вычислять индуктивности катушки прямоугольного сечения и соленоида, а также взаимные индуктивности двух катушек, двух соленоидов и катушки с соленоидом.

Индуктивность катушки и соленоида вычислялась с точностью до членов порядка $(\Delta R/d)^3$ по формулам, приведенным в приложении № I.

Расчет взаимной индуктивности двух катушек производился двумя методами в зависимости от параметра $\epsilon = \max \left(\frac{\Delta R_1}{\rho_{12}}, \frac{\Delta R_2}{\rho_{12}}, \frac{\Delta z_1}{\rho_{12}}, \frac{\Delta z_2}{\rho_{12}} \right)$ где $\Delta R_1, \Delta z_1, \Delta R_2, \Delta z_2$ - размеры сечений катушек, ρ_{12} - расстояние между центрами их сечений в плоскости (R, z) .

При $\epsilon \ll 1$ использовался метод ряда Тейлора [2], который дает следующее выражения для взаимной индуктивности достаточно разнесенных катушек прямоугольного сечения:

$$M_{ik} = \frac{\omega_i \omega_k}{\epsilon} \left(\bar{M}_{k1} + \bar{M}_{k2} + \bar{M}_{k3} + \bar{M}_{k4} + \bar{M}_{i5} + \bar{M}_{i6} + \bar{M}_{i7} + \bar{M}_{i8} - 2\bar{M}_{ik} \right) + o \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \right)^2 M_{ik} \right] \quad (2)$$

где ω_i, ω_k - числа витков катушек, \bar{M}_{im} - взаимные индуктивности бесконечно-тонких колец, центры которых расположены так, как показано на рис.1.

Если $\epsilon \geq 1$, то удобно воспользоваться методом прямоугольников, подробно описанном в работе [2]. Сущность метода состоит в том, что взаимная индуктивность катушек прямоугольного сечения выражается через коэффициенты самоиндукции. Например, для случая, изображенного на рис.2, имеем:

$$M_{14} = \frac{1}{4} \frac{\omega_1 \omega_4}{S_1 S_4} \left(S_{1234}^2 L_{1234} + S_1^2 L_1 + S_2^2 L_2 + S_3^2 L_3 + S_4^2 L_4 - S_{12}^2 L_{12} - S_{13}^2 L_{13} - S_{24}^2 L_{24} - S_{34}^2 L_{34} \right)$$

где ω_i - число витков, S_i - площадь сечения i -ой катушки, $S_{1234} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$, $S_{12} = S_1 + S_2$ и т.д., L_{1234} , L_{12} , L_{13} , L_{24} , L_{34} - индуктивности катушек с соответствующими сечениями.

Метод прямоугольников дает хорошую точность вычислений только для близко расположенных катушек и таким образом дополняет метод ряда Тейлора.

Формулы для расчета взаимной индуктивности двух коаксиальных соленоидов даны в приложении № 2.

При расчете взаимной индуктивности соленоида и катушки, последняя заменялась бесконечно-тонким кольцом. Если за X обозначить расстояние между плоскостью кольца и близлежащей к нему торцевой плоскостью соленоида длиной A , то взаимная индуктивность соленоида и кольца выразится в виде [2]:

$$M = M_{X+A} - M_X,$$

где M_{X+A} - взаимная индуктивность соленоида длиной $X+A$ и кольца, лежащего в его торцевой плоскости, M_X - то же для соленоида длиной X и вычисляется по формуле [2]:

$$M_X = \frac{\pi}{4} \mu_0 \omega_1 \omega_2 d \beta \delta \left[1 + \frac{3}{8} \beta^4 \delta^2 - \frac{5}{16} \beta^6 \delta^4 + \frac{35}{64} \beta^8 \delta^4 \left(1 + \frac{\delta^2}{2} \right) + \dots \right] \quad (3)$$

где ω_1, ω_2 - числа витков соленоида и катушки, $\delta = d/D$, $\beta^2 = \frac{D^2}{D^2 + 4X^2}$, а d и D - меньший и больший из двух диаметров (соленоида и кольца). Следует отметить, что замена катушки бесконечно тонким кольцом в этом случае полностью эквивалентна вычислению коэффициента взаимного влияния в центре элемента в методе векторного потенциала. Ряд (3) плохо сходится при $\delta \sim \beta \sim 1$, т.е. для вплотную расположенных катушки и соленоида одинакового диаметра. В этом случае для расчета взаимной индуктивности использовался метод прямоугольников.

Время расчета программой MATRIX матрицы индуктивностей для 100 элементов разбиения составляет 5 минут. Обращение такой матрицы с помощью программы CURRENT занимает 12 минут, а на один шаг интегрирования с помощью стандартного четырехшагового метода Рунге-Кутты требуется 15 секунд. Программа HFIELD позволяет рассчитывать магнитные поля от набора бесконечно тонких колец. Кроме того имеется возможность вывода исходной геометрии проводников и силовых линий магнитного поля на цветной дисплей.

4. Тестирование программ

Первым тестом комплекса программ SKIN послужили расчеты по распределению вихревых токов в бесконечно-тонком одновитковом соленоиде при бесконечно малой толщине скин-слоя. Аналитическое решение задачи, полученное в работе [3], имеет вид:

$$j(x) = \bar{j} \frac{2 \left(1 + \frac{3a_2}{4} - \frac{3a_2}{2} x^2 \right)}{\pi \sqrt{1-x^2}} \quad (4)$$

где $x = z/d$, d - диаметр соленоида, z - расстояние от центральной плоскости соленоида, l - длина соленоида, $a = l/d \leq 1$, $a_2 = f(a)$ - геометрический фактор. На рис.3 приведены полученные в расчетах (точки) и по формуле (4) (непрерывные кривые) распределения токов в соленоидах различной длины.

Еще одним тестом программ послужили расчеты квазистационарных магнитных полей в экспериментально исследованных геометриях [4]. На рис.4 приведены геометрия, результаты расчетов и экспериментальные данные (непрерывные кривые) о распределении маг-

нитного поля, создаваемого одновитковым соленоидом с выступами на краях при подключении его к генератору синусоидального напряжения. На рис.5 то же самое приведено для одновиткового соленоида с помещенным внутрь короткозамкнутым витком. Во всех расчетах внутренний радиус соленоида $R_1 = 4$ см, частота генератора $f = 200$ кГц. Поскольку в данном случае толщина скин-слоя $\delta = 0,15$ мм (медь) много меньше остальных размеров, то при расчетах ток считался равномерно распределенным в поверхностном слое металла толщиной δ , что сильно упростило расчеты, но в то же время позволило правильно учесть омические потери в металле.

Для тестирования программ в случае сравнимой с размерами проводника толщиной скин-слоя производились расчеты по проникновению внешнего однородного магнитного поля $H(t) = H_0 e^{-i\omega t}$ в расположенный по направлению поля тонкий бесконечно длинный цилиндр. Аналитическое решение задачи дано в [5] и имеет вид:

$$H' = \frac{2H_0}{ka \sin kh + 2\cos kh} \quad (5)$$

где $k = \frac{1+i}{\delta}$, a - внутренний радиус, h - толщина цилиндра, δ - толщина скин-слоя, H' - амплитуда магнитного поля в цилиндре. В расчетах была принята геометрия, изображенная на рис.6а, с $a = 9,5$ см, $h = 1$ см. Внешнее магнитное поле $H(t)$ создавалось за счет разряда емкости на соленоид. При разбиении на элементы боковые стенки цилиндра разбивались на 25 одинаковых элементов типа соленоида: 5 по длине и 5 по толщине цилиндра. Торцевые стенки введены для того, чтобы предотвратить проникновение внешнего поля через торцы цилиндра, и разбивались на пять элементов в радиальном направлении. В результате расчетов находилось отношение амплитуд магнитного поля в точках с координатами $R_1 = 25$ см, $Z_1 = 0$ и $R_2 = 0$, $Z_2 = h$ в зависимости от частоты внешнего поля (точки на рис.6б). Непрерывная кривая соответствует аналитическому решению (5).

5. Расчет квазистационарных магнитных полей в физических установках

С помощью описанного выше комплекса программ SKIN были произведены расчеты магнитного поля импульсного диода с магнитной изоляцией. Геометрия анода и катода диода, а также катушек,

формирующих импульсное магнитное поле, показана на рис.7. Каждая из катушек подключена к отдельному конденсатору, причем ряд конденсаторов начинается одновременно. Задача расчетов состояла в подборе таких параметров катушек и подключенных к ним емкостей, а также такой геометрии анода, чтобы получить во всем зазоре между анодом и катодом диода магнитное поле, параллельное поверхности анода, при максимальном коэффициенте преобразования энергии конденсаторов в энергию магнитного поля. В расчетах на элементы разбивался только наружный слой анода толщиной 2δ ($\delta \sim 0,2$ см для алюминия). При разбиении на элементы формирующих катушек учитывалось, что ток в них может меняться только вдоль оси (многослойная намотка). Кроме этого учитывалось влияние на геометрию магнитного поля стального экрана, в котором также наводятся вихревые токи. На рис.8 показано принятое в расчетах разбиение на элементы и полученная в результате расчетов геометрия магнитного поля.

Еще одной иллюстрацией возможностей комплекса программ SKIN могут служить расчеты переходных процессов в импульсном источнике плазмы установки МАЛ-1 (рис.9). Магнитное поле источника создается с помощью соленоида, к которому подключено несколько LC звеньев, формирующие прямоугольный импульс тока длительностью 3 мкс и временем нарастания порядка 300 мкс. Для получения устойчивого плазменного разряда между анодом и катодом источника вставлен ряд ограничивающих диафрагм, в которых наводятся вихревые токи, препятствующие проникновению магнитного поля соленоида. Задача расчетов состояла в определении времени проникновения магнитного поля в область разряда, т.е. времени, начиная с которого силовые линии магнитного поля, выходящие из катода источника, не касаются диафрагм. Расчеты производились для стальных и титановых диафрагм. Каждая диафрагма разбивалась на три элемента в радиальном направлении, полное число диафрагм равнялось двадцати пяти. Полученная в результате разбиения на элементы эквивалентная электрическая схема источника представлена на рис.10, причем катушки $L_1 - L_4$ индуктивно развязаны как между собой, так и между остальными элементами. Поэтому программа CURRENT была изменена так, чтобы учесть запитывающую соленоид LC цепочку (изменению подверглись матрицы индуктивностей \hat{M}_0 , обратных емкостей \hat{C} и вектор начальных напряжений

$\vec{U}(0)$). На рис. II представлены результаты расчетов для обоих типов диафрагм в виде геометрии магнитных силовых линий в области разряда источника в различные моменты времени после начала прямоугольного импульса тока в соленоиде. На рис. I2 те же результаты представлены в виде зависимости от времени продольной составляющей магнитного поля в плоскости $Z = 0$ (рис. 9) на радиусах $R_1 = 6,5$ см и $R_2 = 13$ см. Из расчетов следует, что первоначально стоявшие стальные диафрагмы не пригодны для данного источника плазмы, так как время проникновения для них превышает длительность импульса тока в соленоиде. Экспериментально это проявлялось в том, что напряжение пробоя источника было гораздо выше ожидаемого, в то время как выходящий поток плазмы был сильно ослаблен. Замена стальных диафрагм на титановые с временем проникновения около 1,5 мкс позволила значительно улучшить режим работы источника плазмы установки МАЛ-1.

В заключение автор выражает благодарность В.М.Федорову за инициирование и интерес к работе, П.Б.Лысянскому, Б.М.Фомелю и Г.В.Цыганкову за очень полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Индуктивность катушки прямоугольного сечения со средним диаметром d , аксиальным размером a , толщиной намотки z и числом витков ω вычислялась по следующим формулам [6]:

$$\alpha = \frac{a}{d}, \quad \rho = \frac{z}{d}$$

1. При $\alpha < 0,1$:

$$L = \frac{\mu_0 \omega^2 d}{2} [0,8903 + 0,22\rho^2 - \ln(\alpha + \rho)]$$

2. При $0,1 \leq \alpha < 0,2$

$$L = \frac{\mu_0 \omega^2 d}{2} [0,8838 + 0,09\alpha + 0,216\rho^2 - \ln(\alpha + \rho)]$$

3. При $0,2 \leq \alpha < 0,3$

$$L = \frac{\mu_0 \omega^2 d}{2} [0,8760 + 0,13\alpha + 0,212\rho^2 - \ln(\alpha + \rho)]$$

4. При $0,3 \leq \alpha < 0,5$

$$L = \frac{\mu_0 \omega^2 d}{2} [0,8566 + 0,2\alpha + (0,224 - 0,04\alpha)\rho^2 - \ln(\alpha + \rho)]$$

5. При $0,5 \leq \alpha < 0,8$

$$L = \frac{\mu_0 \omega^2 d}{2} [0,8372 + 0,238\alpha + (0,227 - 0,047\alpha)\rho^2 - \ln(\alpha + \rho)]$$

6. При $0,8 \leq \alpha < 2$

$$L = \frac{\mu_0 \omega^2 d}{2} \frac{1,584 - 0,965\rho + 0,475\rho^2}{0,465 + \alpha + 0,47\rho^2}$$

7. При $2 \leq \alpha < 5$

$$L = \frac{\mu_0 \omega^2 d}{2} \frac{1,572 - 1,016\rho + 0,5\rho^2}{0,434 + \alpha + 0,387\rho^2}$$

8. При $\alpha \geq 5$

$$L = \frac{\mu_0 \omega^2 d}{2} \frac{1,571 - 1,041\rho + 0,519\rho^2}{0,434 + \alpha + 0,333\rho^2}$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Взаимная индуктивность двух коаксиальных соленоидов с диаметрами d_1 и d_2 , аксиальными размерами a и A , расстоянием между центрами X и числами витков ω и W вычислялась по следующей формуле [2]:

$$M = \frac{\pi}{8} \mu_0 \omega W \frac{d^2}{A} \left\{ \frac{q_2}{l_2} \left[1 - \frac{1}{8} \frac{D^2}{l_2^2} \beta_2^2 (\xi_2 + \xi_4 \eta_2'' \beta_2^2 + \xi_6 \eta_4'' \beta_2^4 + \dots) \right] - \frac{q_1}{l_1} \left[1 - \frac{1}{8} \frac{D^2}{l_1^2} \beta_1^2 (\xi_2 + \xi_4 \eta_2' \beta_1^2 + \xi_6 \eta_4' \beta_1^4 + \dots) \right] \right\}$$

где $d = \min(d_1, d_2)$; $D = \max(d_1, d_2)$

$$q_1 = x - \frac{A}{2}; \quad l_1 = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + q_1^2}; \quad \beta_1 = \frac{b}{l_1}; \quad b = \frac{\sqrt{d^2 + a^2}}{2}$$

$$q_2 = x + \frac{A}{2}; \quad l_2 = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + q_2^2}; \quad \beta_2 = \frac{b}{l_2}$$

ξ_i , η_i' и η_i'' - величины, получаемые из функций $\varphi_i(\gamma)$, данных ниже, путем подстановки вместо γ соответственно $\frac{d}{2l_1}$ и $\frac{D}{2l_2}$:

$$\varphi_2(\gamma) = 1 - \frac{7}{4} \gamma^2$$

$$\varphi_4(\gamma) = 1 - \frac{9}{2} \gamma^2 + \frac{33}{8} \gamma^4$$

$$\varphi_6(\gamma) = 1 - \frac{33}{4} \gamma^2 + \frac{143}{8} \gamma^4 - \frac{715}{64} \gamma^6$$

$$\varphi_8(\gamma) = 1 - 13 \gamma^2 + \frac{195}{4} \gamma^4 - \frac{1105}{16} \gamma^6 + \frac{4199}{128} \gamma^8$$

ЛИТЕРАТУРА

1. C. S. Biddlecomb, C. J. Collie, C. W. Trowbridge. RL-76-043, 1976
2. П. Л. Калантаров, Л. А. Цейтлин. Расчет индуктивностей. Энергия, 1970.
3. Г. А. Шнеерсон. ЖТФ, 1961, т. 31, № 1, стр. 51.
4. Б. Г. Сафронов, В. А. Чураев, Ю. С. Азовский, Г. Г. Асеев, В. С. Войцены. ПТЭ, 1961, № 3, стр. 133.
5. В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин. Сборник задач по электродинамике. М., 1970.
6. Brüderlink R. Induktivität und Kapazität der Starkstrom-Freileitungen. G. Braun, 1954



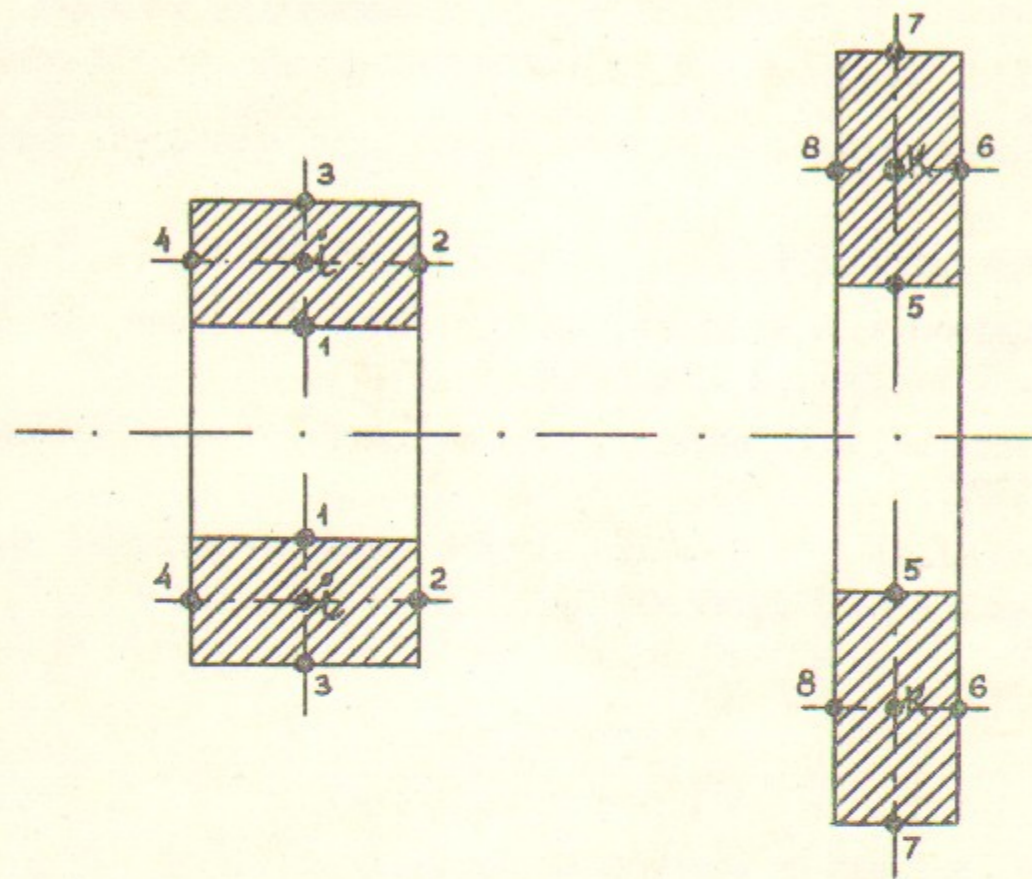


Рис.1

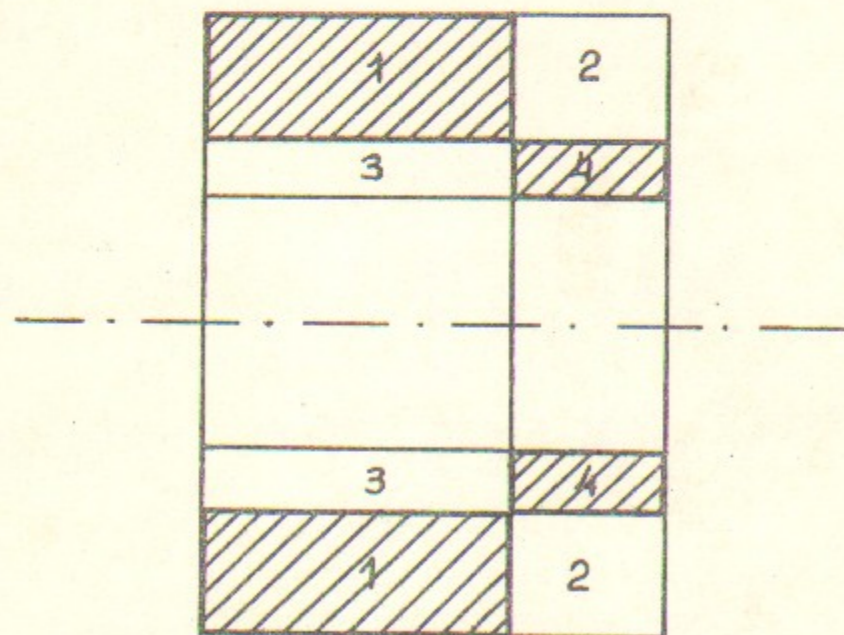


Рис.2

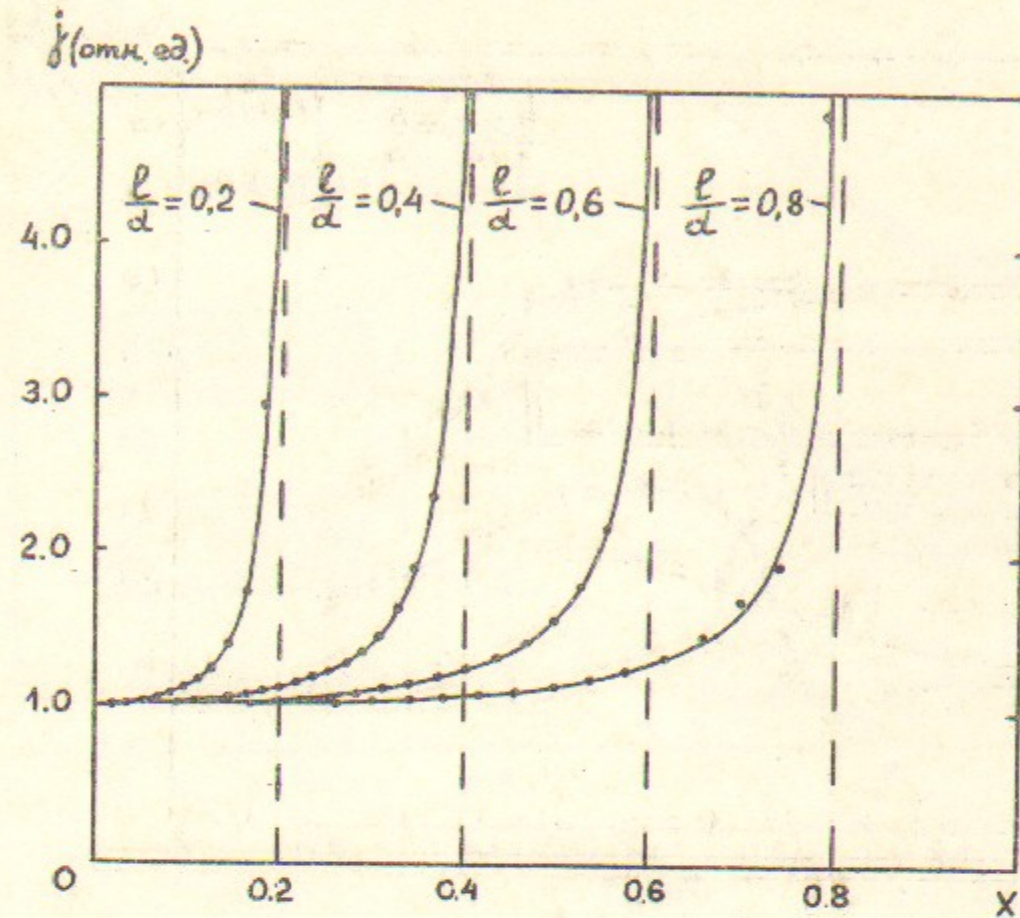


Рис.3

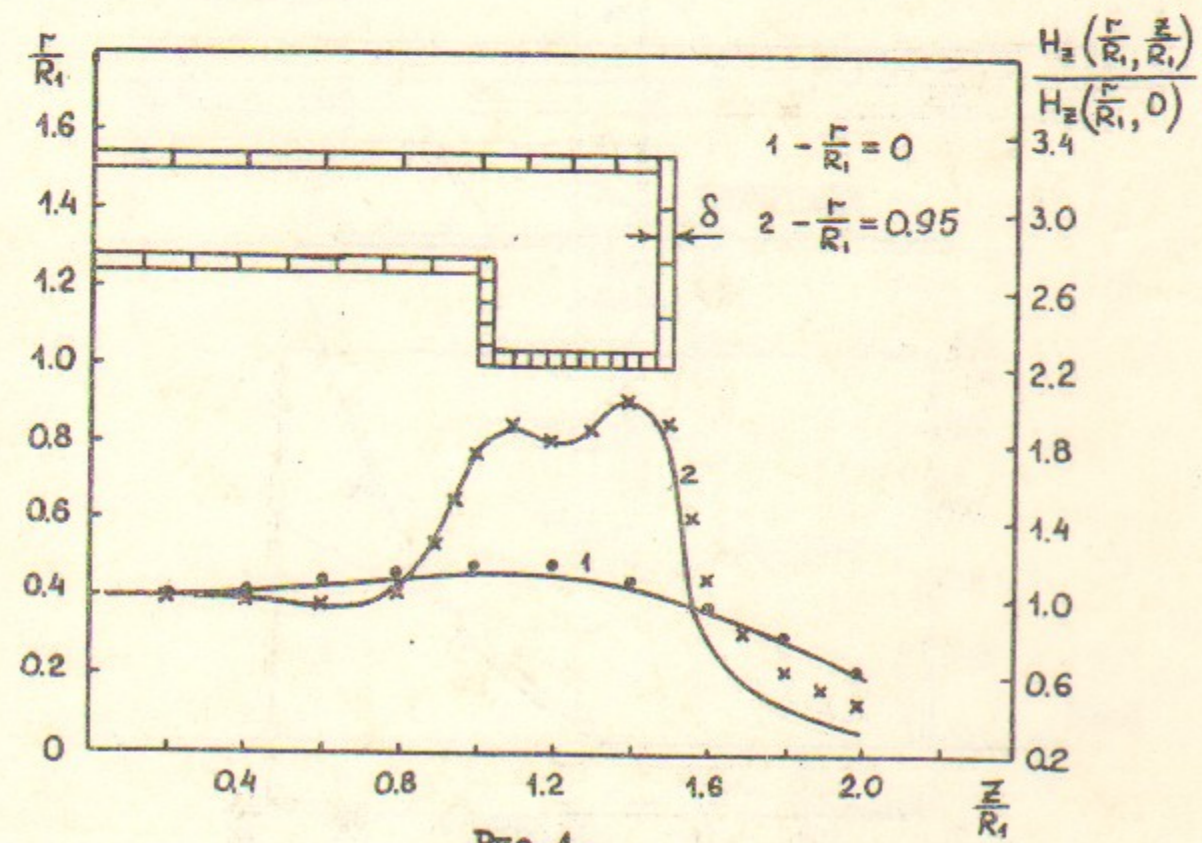
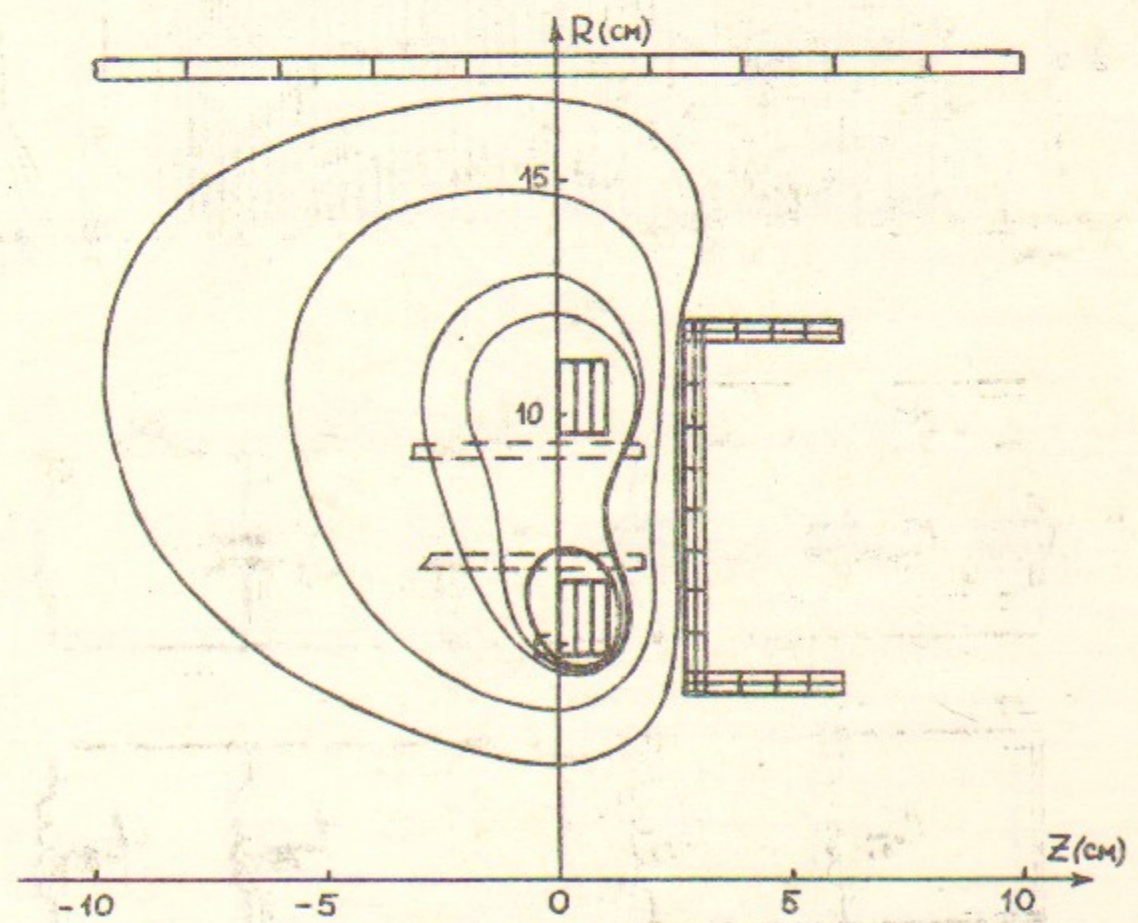
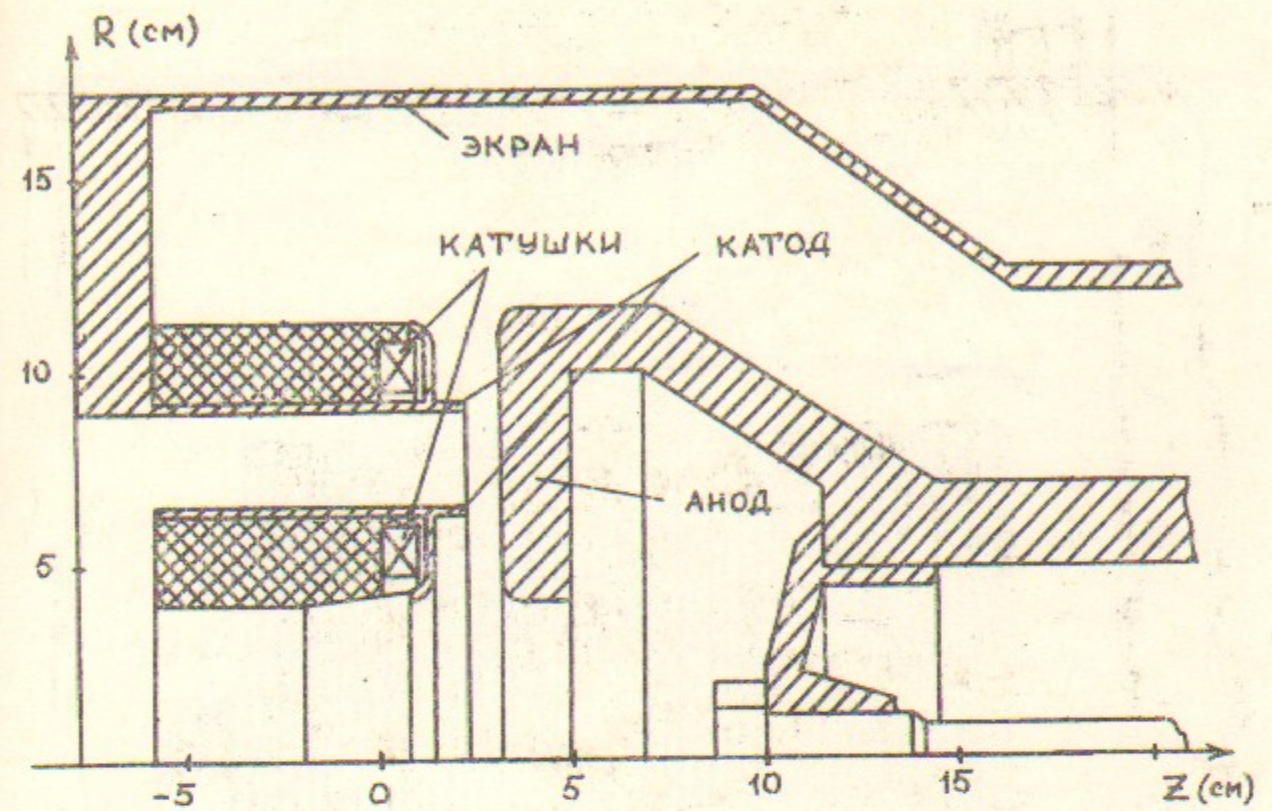
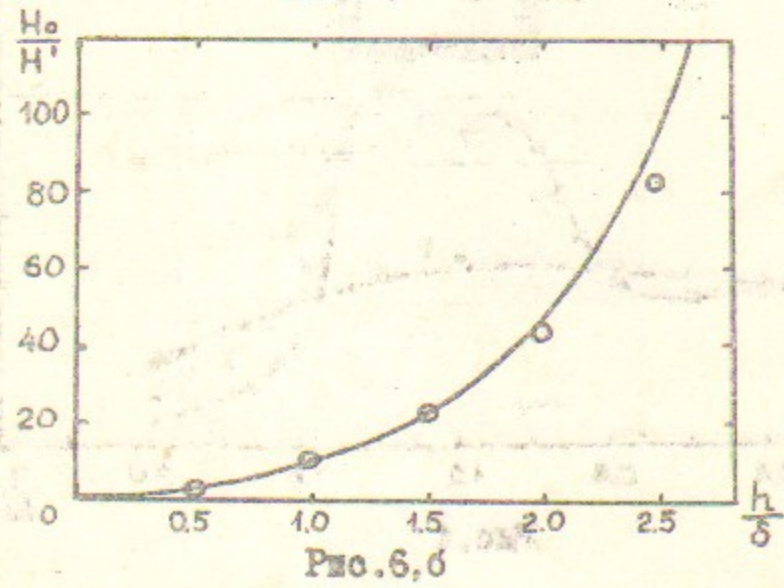
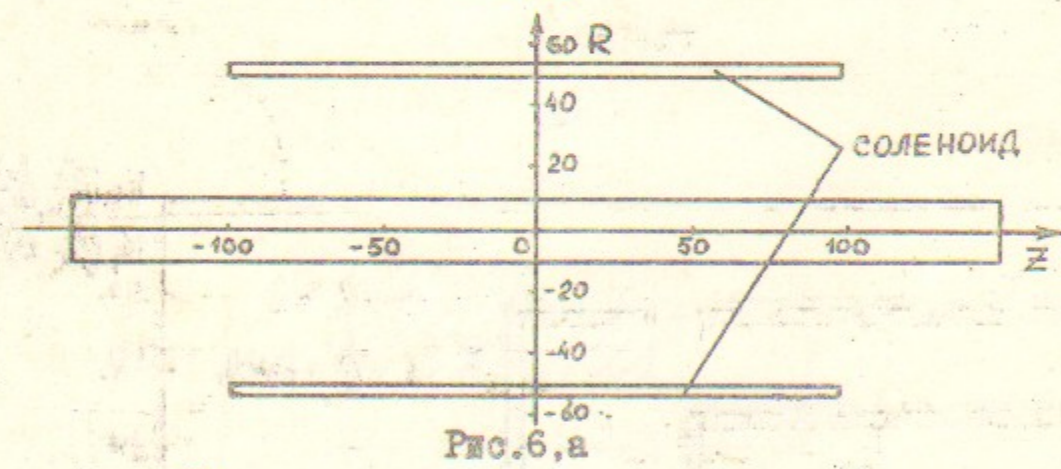
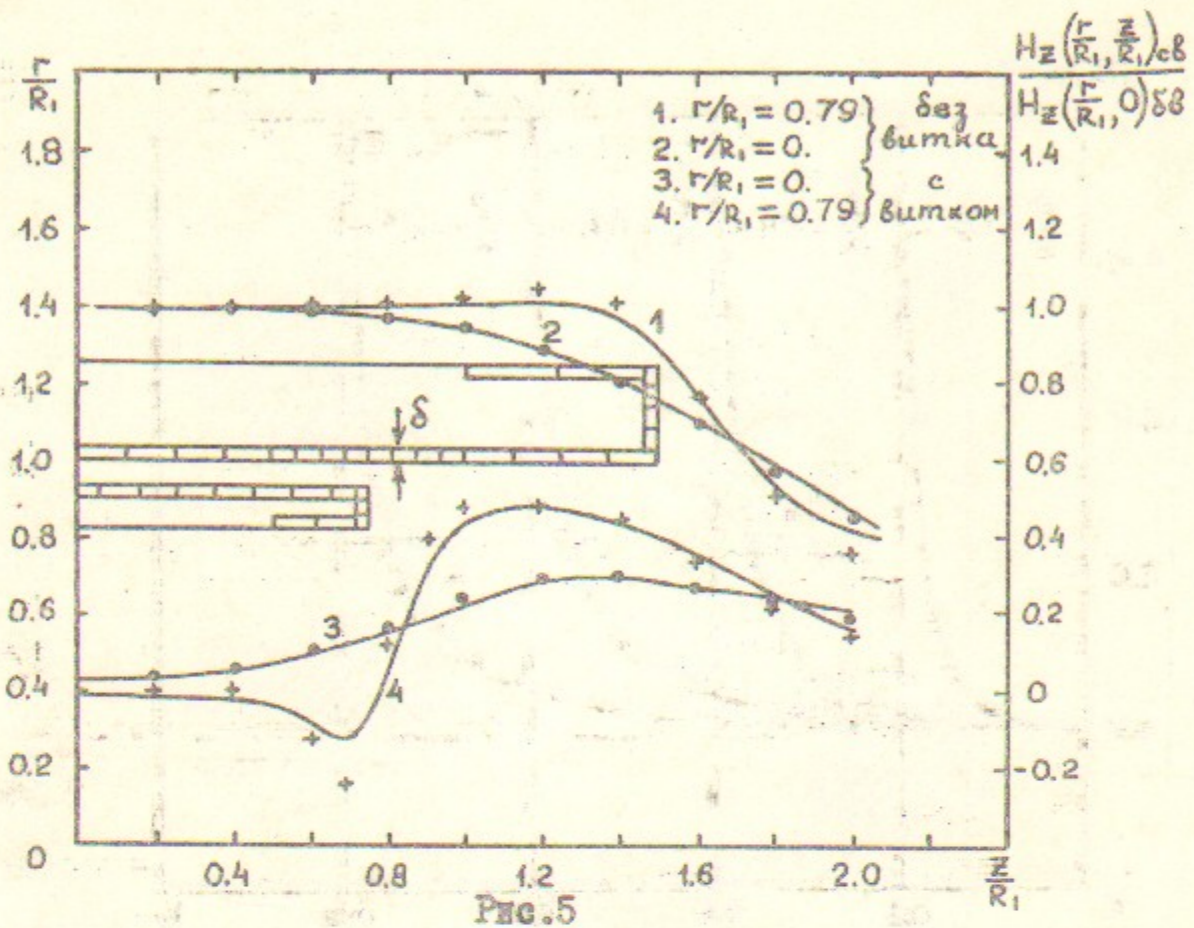


Рис.4



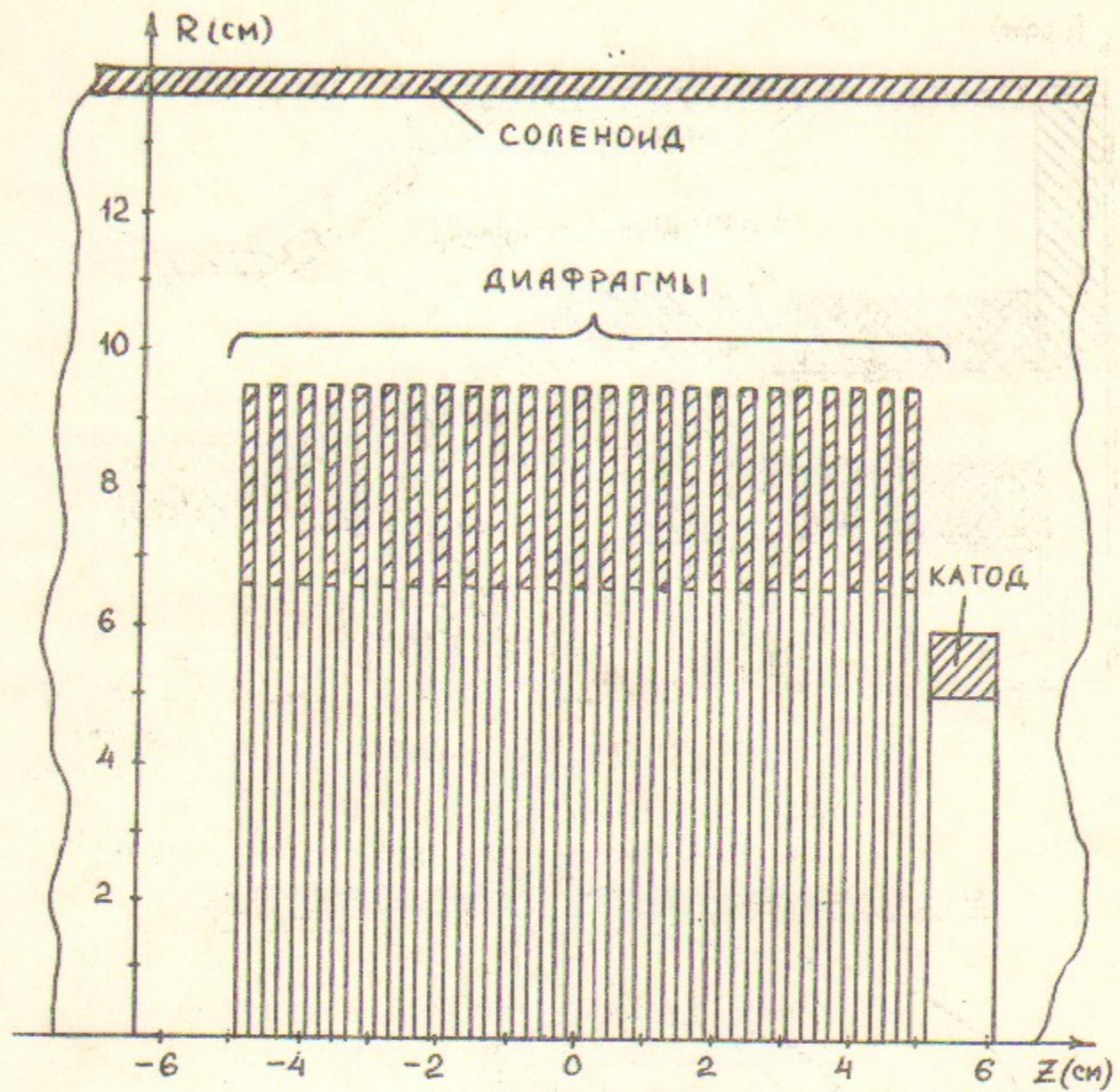


Рис. 9

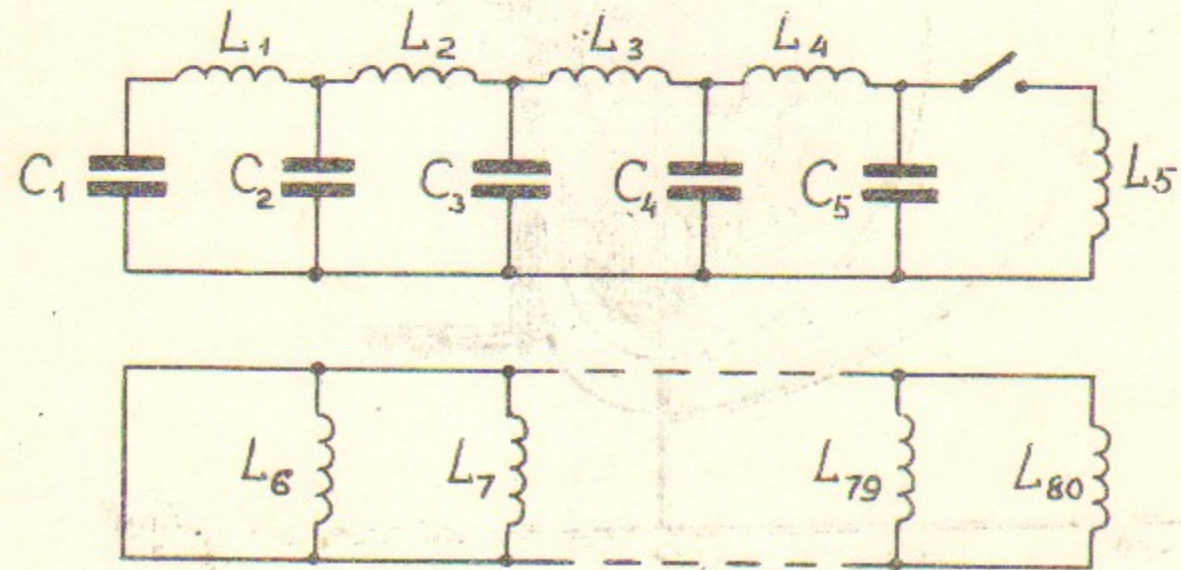
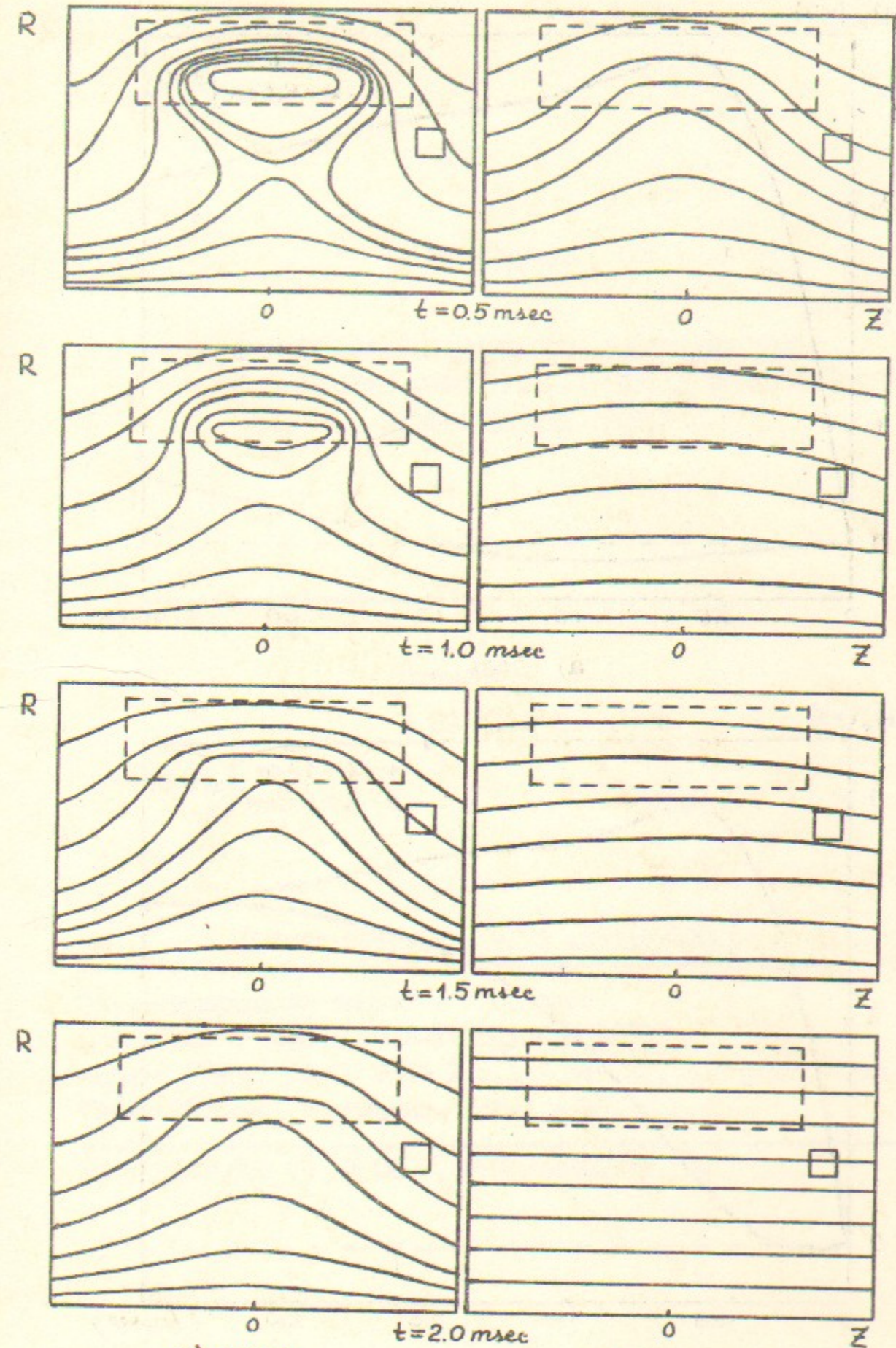


Рис. 10



а) СТАЛЬ

б) ТИТАН

Рис. 11

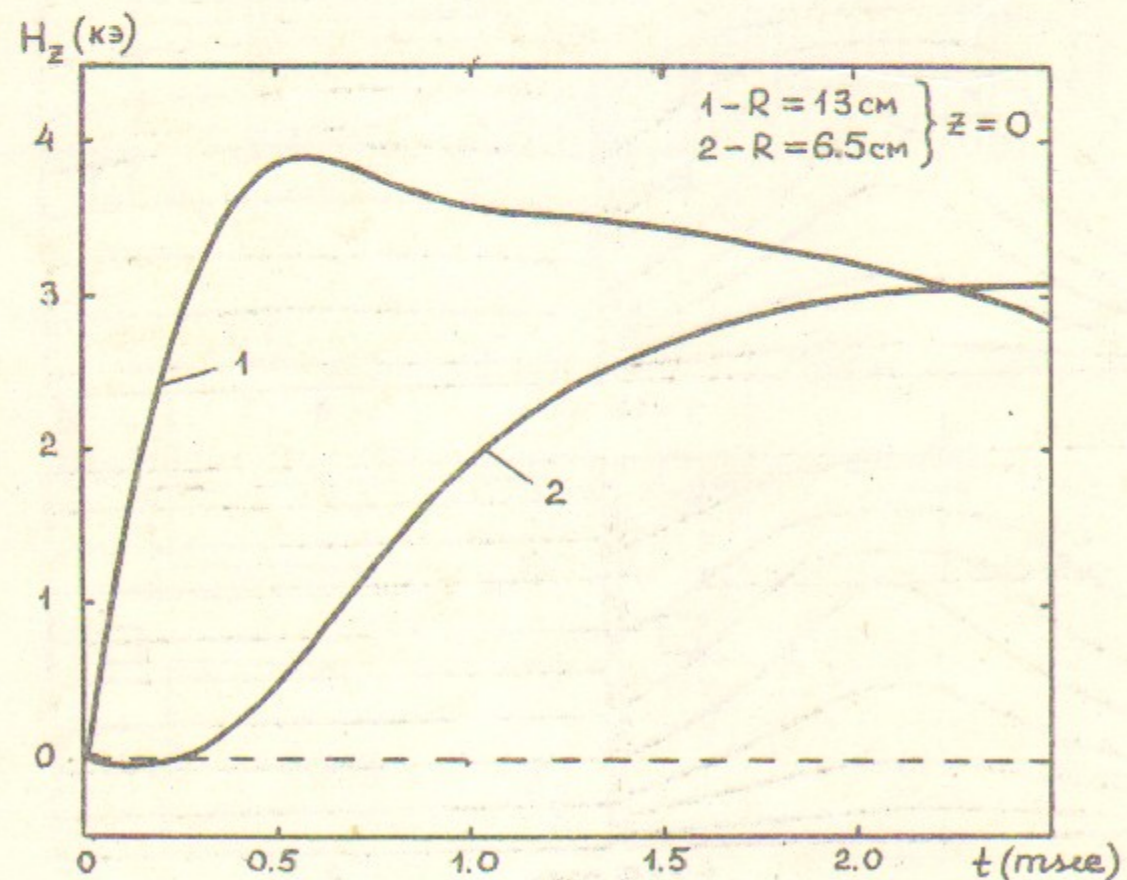
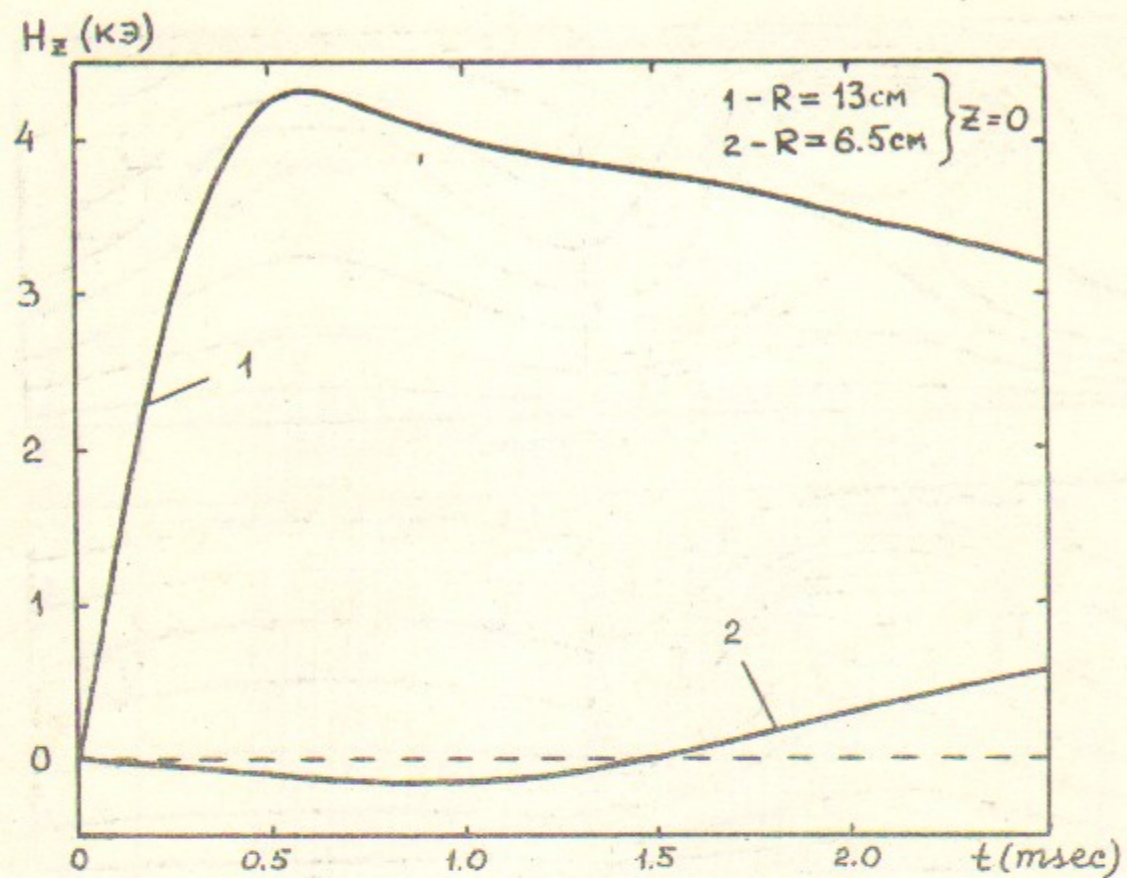


Рис. 12

М. А. Тиунов

РАСЧЕТ КВАЗИСТАЦИОНАРНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ
В АКСИАЛЬНО-СИММЕТРИЧНОМ СЛУЧАЕ МЕТОДОМ
ЭКВИВАЛЕНТНЫХ КОНТУРОВ

Препринт

№ 82 - 59

Работа поступила - 28 апреля 1982 г.

Ответственный за выпуск - С. Г. Попов
Подписано к печати 10.5-1982 г. МН 03279
Формат бумаги 60x90 1/16 Усл. 1,3 печ. л., 1,1 учетно-изд. л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 59.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г. Новосибирск, 90