

49
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
СО АН СССР

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

СПЕКТР ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ПЛОСКОСТ-
НОМ КАНАЛИРОВАНИИ ЭЛЕКТРОНОВ С
УЧЁТОМ ДЕКАНАЛИРОВАНИЯ И
КОЛЛИМАЦИИ

ПРЕПРИНТ 82-63



СПЕКТР ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ПЛОСКОСТНОМ КАНАЛИРОВАНИИ
ЭЛЕКТРОНОВ С УЧЕТОМ ДЕКАНАЛИРОВАНИЯ И КОЛЛИМАЦИИ

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

АННОТАЦИЯ

В дипольном приближении получено спектральное распределение интенсивности коллимированного пучка фотонов, излучаемых при плоскостном каналировании электронов. С использованием приближенной функции распределения по поперечной энергии для толстых кристаллов вычислены спектральные характеристики излучения в заданный коллиматор. Обсуждаются особенности спектрального распределения в зависимости от толщины кристалла и угла раствора коллиматора для случаев круглого и щелевого коллиматора. Проведено сравнение теории с экспериментом / 8 /, в котором измерялось излучение электронов с энергией $\mathcal{E} = 600-900$ МэВ, каналированных в плоскости (001) кристалла алмаза толщиной 350 мкм.

RADIATION SPECTRUM AT PLANAR CHANNELING OF ELECTRONS
WITH DECHANNELING AND COLLIMATION TAKEN INTO ACCOUNT

V.N.Baier, V.M.Katkov, V.M.Strakhovenko

Institute of Nuclear Physics,
630090 Novosibirsk, USSR

A b s t r a c t

The spectral distribution of the radiation intensity of a collimated beam of photons, which are emitted at planar channeling of electrons, is obtained in dipole approximation. The spectral characteristics of radiation into a given collimator are calculated using an approximate distribution function over transverse energy for thick crystals. The peculiarities of the spectral distribution are discussed depending on the crystal thickness and the collimation angle for round and slit collimators. The theory is compared with the recent experiment /8/, where radiation of electrons with energy $\varepsilon = 600-900$ MeV has been measured for the channel (001) in a single diamond crystal of $350 \mu\text{m}$ thick.

В последние годы активно обсуждается излучение релятивистских частиц при каналировании их в кристаллах (см. /1-4/ и цитированную там литературу). Подробный теоретический анализ излучения при плоскостном каналировании в тонких кристаллах в области применимости дипольного приближения был проведен в работе авторов /1/. В настоящее время в этой области нет экспериментов на тонких кристаллах*). В то же время имеется довольно обширный экспериментальный материал по излучению электронов в толстых кристаллах, когда толщина кристалла $L \gg l_d$ (l_d - характерная длина деканалирования). В этом случае большинство частиц движется высоко над барьером, а вклад в полную интенсивность излучения частиц в канале, или движущихся вблизи барьера сравнительно мал. Тем не менее, как указывалось в /5/, излучение этой группы частиц может быть выделено за счет коллимации фотонного пучка в достаточно узком интервале углов.

Для учета коллимации фотонного пучка необходимо проинтегрировать угловое распределение излучения (формула (3.1) работы /1/) по телесному углу коллиматора. Результат имеет вид:

$$dI = \frac{16e^2\gamma^6\pi}{T^4} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} \sum_{m=1}^{\infty} m^2 |v_m|^2 \int_{\Omega} dn_x dn_y \cdot \delta\left(1+s^2+t^2-\frac{m}{\gamma}\right) \left[(1+s^2+t^2)^2 - 4s^2 \right] / (1+s^2+t^2)^4 \quad (I)$$

Здесь T - период движения, зависящий от поперечной энергии ε_{\perp} , $\varepsilon = \omega T / 4\pi\gamma^2$, $\gamma = \frac{\varepsilon}{m}$, $\varepsilon(m)$ - энергия (масса) частицы, ω - частота фотона, v_m - Фурье-образ x -компоненты скорости, причем координата x перпендикулярна к плоскостям, образующим канал, ось z - параллельна этим плоскостям, область Ω определяется условием попадания фотона в коллиматор. Переменные s и t связаны с угловыми переменными фотона n_x , n_y и компонентами средней скорости V_x , V_y частицы следующим образом:

*) Имеются результаты экспериментов по излучению позитронов с энергией $\varepsilon \geq 4$ ГэВ при каналировании в тонких кристаллах алмаза и кремния. При таких энергиях излучение становится недипольным. Сравнение этих результатов с теорией проведено недавно в работе авторов /6/.

$$s = \gamma(n_x - V_x); \quad t = \gamma(n_y - V_y)$$

Выражение (I) следует усреднить с учетом распределения частиц по поперечной энергии ε_\perp и V_y . Это распределение получается интегрированием по l по интервалу $0 < l < L$ соответствующего распределения, зависящего от глубины l . Для нахождения последнего необходимо решить соответствующую кинетическую задачу. Однако эта задача до сих пор не решена. Поэтому мы будем исходить из некоторой упрощенной модели. Пусть на кристалл падает пучок с гауссовым распределением по \tilde{v}_x, \tilde{v}_y с шириной Δ_0 . Найдем согласно /I/ начальное распределение. Затем в этом распределении будем считать, что $\Delta_0^2 \rightarrow \Delta_0^2 + \tilde{v}_s^2(l)/2$ где $\tilde{v}_s^2(l)$ - средний квадратичный угол многократного рассеяния в соответствующей аморфной среде на глубине l . Получающееся распределение имеет вид

$$\varphi(\varepsilon_\perp, V_y, l) = \frac{1}{2\pi\Delta^2(l)} \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{v}_0 u(\varepsilon_\perp, \tilde{v}_0) \exp\left\{-\frac{\tilde{v}_0^2 + V_y^2}{2\Delta^2(l)}\right\} \quad (2)$$

где, согласно /I/

$$u(\varepsilon_\perp, \tilde{v}_0) = \frac{1}{d} \left| \frac{d u(x_0)}{d x_0} \right|^{-1}; \quad u(x_0) + \frac{\varepsilon}{2} \tilde{v}_0^2 = \varepsilon_\perp$$

d - расстояние между плоскостями, $\Delta^2(l) = \Delta_0^2 + \tilde{v}_s^2(l)/2$
При $l = 0$ распределение (3) очевидно переходит в начальное.
Для ограниченных ε_\perp и при $l \rightarrow \infty$ получаем

$$\varphi(\varepsilon_\perp, V_y, l) \approx \frac{1}{2\pi\Delta^2(l)d} \exp\left\{-\frac{V_y^2}{2\Delta^2(l)}\right\} \int \frac{d x_0}{d u(x_0)} d\tilde{v}_0 = \quad (3)$$

$$= \frac{e^{-\frac{V_y^2}{2\Delta^2(l)}}}{2\pi\Delta^2(l)\varepsilon d} \int \frac{d\tilde{v}_0}{\dot{v}(\varepsilon_\perp, \tilde{v}_0)} = \frac{\tau(\varepsilon_\perp)}{2\pi\Delta^2(l)\varepsilon d} \exp\left\{-\frac{V_y^2}{2\Delta^2(l)}\right\}$$

где $\tau(\varepsilon_\perp) = T(\varepsilon_\perp) \tilde{v}(u_0 - \varepsilon_\perp)/2 + T(\varepsilon_\perp) \tilde{v}(\varepsilon_\perp - u_0)$

u_0 - глубина потенциальной ямы. Можно показать, что именно такой асимптотический вид имеет решение кинетического уравнения при $l \rightarrow \infty$. Таким образом есть основания надеяться, что выражение (2) достаточно хорошо описывает поведение функции распределения в толстых кристаллах при всех существенных значениях l .

Если использовать в качестве $u(x)$ потенциал типа "перевернутая парабола", введенный в /7/, то после интегрирования по пути пролета частицы через кристалл, получим распределение по ε_\perp и $v = V_y/\tilde{v}_c$

$$\frac{d\varphi}{dz dv} = \frac{ld}{2\pi} \int_0^{f(z)} du \int_{(1+R)^{-1}}^1 \frac{dt}{t} \exp\left\{-\frac{t}{2\tilde{\Delta}_0^2} B(z, u, v)\right\} \quad (4)$$

где $z = \varepsilon_\perp/u_0$, $\tilde{\Delta}_0 = \Delta_0/\tilde{v}_c$, $R = L/ld\tilde{\Delta}_0^2$, L - толщина кристалла,
 $B(z, u, v) = (1-z)\tilde{v}(1-z)sh^2 u + (z-1)\tilde{v}(z-1)ch^2 u + v^2$, $\tilde{v}_c = \sqrt{\frac{2u_0}{\varepsilon}}$,
 $f(z) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+\sqrt{z}}{1-\sqrt{z}} \right|$, $ld = \frac{2\tilde{v}_c^2}{\tilde{v}_s^2} \approx \frac{\alpha \varepsilon u_0}{\pi m^2} L_{rad}$, L_{rad} - радиационная длина в аморфной среде.

Вычисление спектральной интенсивности излучения (I) заметно упрощается при использовании круглого коллиматора. Если ось z направлена в центр круглого коллиматора с угловым раствором γ то область Ω определяется соотношением $n_x^2 + n_y^2 \leq \gamma^2$. Проводя для этого случая интегрирование в формуле (I) по n_x и n_y , получаем следующее выражение для спектральной интенсивности излучения при фиксированных ε_\perp и V_y

$$dI = \frac{16e^2\pi^2\gamma^4}{T^4} \sum_{\xi} d\xi \sum_{m=1}^{\infty} \frac{|v_m|^2}{1+2z_m} \left\{ \tilde{v}(\gamma_1) \tilde{v}(\gamma_1^2 - x_m) \tilde{v}(x_m) + \right. \quad (5)$$

$$\left. + \tilde{v}(x_m - \gamma_1^2) \tilde{v}(\gamma_1^2 - x_m) \frac{1}{\pi} \left[\gamma - \frac{V_x^2 - V_y^2}{V_x^2 + V_y^2} z_m \sin 2\gamma \right] \right\}$$

где $\gamma_{1,2} = \gamma(\gamma \mp \theta)$, $\theta = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$ - угол между средней по времени скоростью частицы и осью z (для частиц в канале $V_x = 0$, для надбарьерных частиц $V_x = d/T(\varepsilon_\perp)$; $x_m = m/\xi - 1$,

$$z_m = x_m/(1+x_m^2), \quad \cos \gamma = (x_m - \gamma_1\gamma_2)/(\gamma_2 - \gamma_1)\sqrt{x_m}$$

Приведем аналогичное выражение для прямоугольного коллиматора, когда ось z направлена в его центр, а угловые размеры составляют γ_x, γ_y . Тогда область Ω задается соотношениями $\gamma_x \geq n_x \geq -\gamma_x, \gamma_y \geq n_y \geq -\gamma_y$. Проводя интегрирование в формуле (I) получаем для этого случая

$$dI = \frac{4e^2\pi^2\gamma^4}{T^4} \sum_{\xi} d\xi \sum_{m=1}^{\infty} \frac{|v_m|^2}{1+2z_m} \Psi_m(V_x, V_y) \quad (6)$$

Величина $\Psi_m(V_x, V_y)$ является четной функцией V_x и V_y . Мы приведем выражение для Ψ_m при $V_x, V_y \geq 0$

$$\Psi_m(V_x, V_y) = \tilde{v}(V_y - \gamma_y) [g(s_1) + g(s_2) \text{sign}(\gamma_x - V_x)] + \quad (7)$$

$$+ \tilde{v}(\gamma_y - V_y) [f(s_1) + f(s_2) \text{sign}(\gamma_x - V_x)]$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 f(s) &= \varphi\left(\frac{t_1^2}{x_m}\right) \bar{v}(x_m - t_1^2) \bar{v}(t_1^2 + s^2 - x_m) + \varphi\left(\frac{t_2^2}{x_m}\right) \cdot \\
 &\cdot \bar{v}(x_m - t_2^2) \bar{v}(t_2^2 + s^2 - x_m) - \varphi\left(1 - \frac{s^2}{x_m}\right) \bar{v}(x_m - s^2) [\bar{v}(t_1^2 + s^2 - x_m) + \\
 &+ \bar{v}(t_2^2 + s^2 - x_m)] + \bar{v}(x_m) [\bar{v}(t_2^2 - x_m) + \bar{v}(t_1^2 - x_m)]; \quad (8) \\
 g(s) &= \varphi\left(\frac{t_1^2}{x_m}\right) \bar{v}(x_m - t_1^2) \bar{v}(t_1^2 + s^2 - x_m) - \varphi\left(\frac{t_2^2}{x_m}\right) \cdot \\
 &\cdot \bar{v}(x_m - t_2^2) \bar{v}(t_2^2 + s^2 - x_m) - \varphi\left(1 - \frac{s^2}{x_m}\right) \bar{v}(x_m - t_2^2 - s^2) \cdot \\
 &\cdot \bar{v}(t_1^2 + s^2 - x_m) + \bar{v}(t_1^2 - x_m) \bar{v}(x_m - t_2^2); \\
 \varphi(y) &= \frac{2}{\lambda} [\arcsin \sqrt{y} - 2\lambda_m \sqrt{y(1-y)}] \\
 t_2^2 &= \gamma^2(\gamma_y - v_y)^2, \quad t_1^2 = \gamma^2(\gamma_y + v_y)^2, \quad s_{2,1}^2 = \gamma^2(\gamma_x \mp v_x)^2
 \end{aligned}$$

Излучение релятивистских частиц сосредоточено вокруг направления средней скорости в конусе с раствором угла $\sim 1/\gamma = m/\varepsilon$. Поэтому при фиксированном угловом размере коллиматора в него попадает излучение от частиц, имеющих ограниченные значения параметров ε_{\perp} и ν , тогда правая часть (4) и выход излучения при $L(R) \rightarrow \infty$ растут $\sim \ln(L/l_d)$. При этом распределение частиц все меньше (с логарифмической точностью) зависит от начального, а кривые спектральной плотности для различных L почти подобны, причем коэффициент подобия $\mathcal{K} \approx \ln(L_1/l_d) / \ln(L_2/l_d)$. Эта универсальность еще в большей степени (точность $\sqrt{L/l_d}$) проявляется в случае щелевого коллиматора, когда $\gamma_y^2 > \Delta^2(L)$. Тогда согласно (3,4) интенсивность излучения растет как $\sqrt{L/l_d}$ а коэффициент подобия $\mathcal{K} \approx \sqrt{L_1/L_2}$. Таким образом по мере прохождения электрона через кристалл спектр излучения практически не деформируется (естественно при заданном угле коллимации). С увеличением угла коллимации γ в коллиматор попадает излучение от частиц со все большими значениями ε_{\perp} . Поскольку частота движения при больших ε_{\perp} растет $\sim \sqrt{\varepsilon_{\perp}}$, то вклад больших частот излучения увеличивается быстрее чем, например, вклад частот в области максимума спектральной плотности.

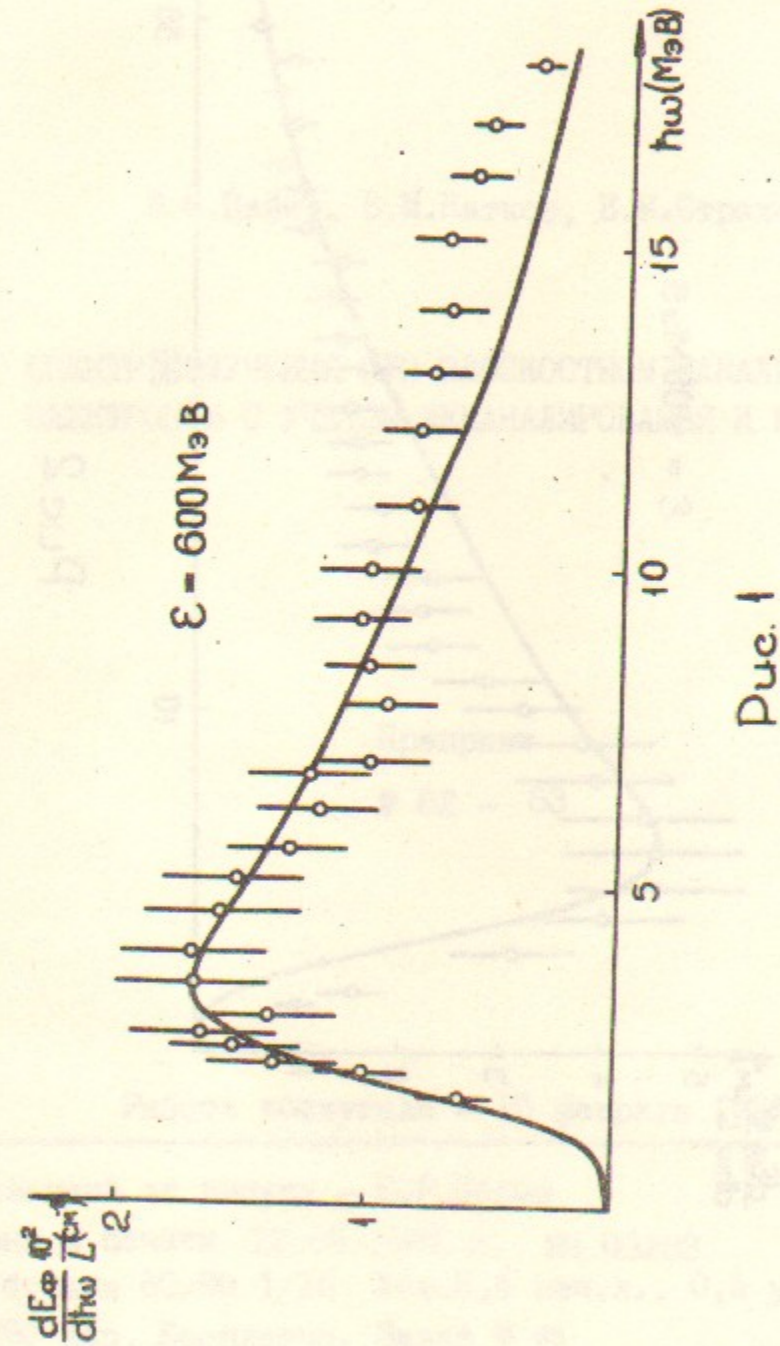
Представляет большой интерес сравнение результатов, полученных в нашей модели с экспериментом. Абсолютно нормированные спектры излучения электронов в ситуации, описанной выше,

были получены недавно в НИИ ЯФ при УИИ /8/, где использовался кристалл алмаза, плоскость (001), толщиной 350 мкм (которая более чем в 25 раз превосходит l_d) при энергии электронов от 600 до 900 МэВ. Использовался коллиматор $\gamma = 2 \cdot 10^{-4}$ и расходимость начального пучка была $\Delta_0 \approx \gamma$. Параметр недипольности в этом случае $\varphi_0 < 0,1$ и с хорошей точностью применимо дипольное приближение. Отметим также, что для плоскости (001) в алмазе величина δ , характеризующая форму потенциальной ямы, $\delta \approx 1,2$. При таких δ неплохим приближением является потенциал типа "перевернутая парабола", которое мы использовали при конкретных расчетах.

Результаты расчета спектральной интенсивности излучения для указанных выше параметров представлены на рисунках (сплошные кривые). Здесь же приведены экспериментальные точки ($\varepsilon = 600$ МэВ - рис.1, $\varepsilon = 900$ МэВ - рис.2) с учетом вычитания фона тормозного излучения, также измеренного на эксперименте. Для удобства сопоставления абсолютная величина экспериментальных значений увеличена в 2,1 раза на рис.1 и в 1,9 раза - на рис.2. Видно, что форма кривых удовлетворительно описывается теорией. Однако остается расхождение в нормировке. Возможно, что это расхождение связано с приближенным характером описания деканализирования.

Л и т е р а т у р а

1. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Ядерная физика, 1981, 33, 1284.
2. Kumakhov M.A., Trikalinos Ch.G. Phys.Stat.Sol. (B), 1980, 99, 449.
3. Базылев В.А., Глебов В.И., Жеваго Н.К. ЖЭТФ, 1980, 78, 62.
4. Шульга Н.Ф. и др. ЖЭТФ, 1982, 82, 50,
5. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Излучение релятивистских частиц при плоскостном каналировании. Препринт ИЯФ 80-03, 1980.
6. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. Недипольное излучение при плоскостном каналировании позитронов: сравнение теории с экспериментом. Препринт ИЯФ 81-139, 1981.
7. Байер В.Н., Катков В.М., Страховенко В.М. ДАН СССР, 1979, 246, 1347.
8. Адиев Ю.Н. и др. Каналирование электронов с энергией 600-900 МэВ в плоскости (001) алмаза. Доклад на сессии ОЯФ АН СССР, Москва, 1982.



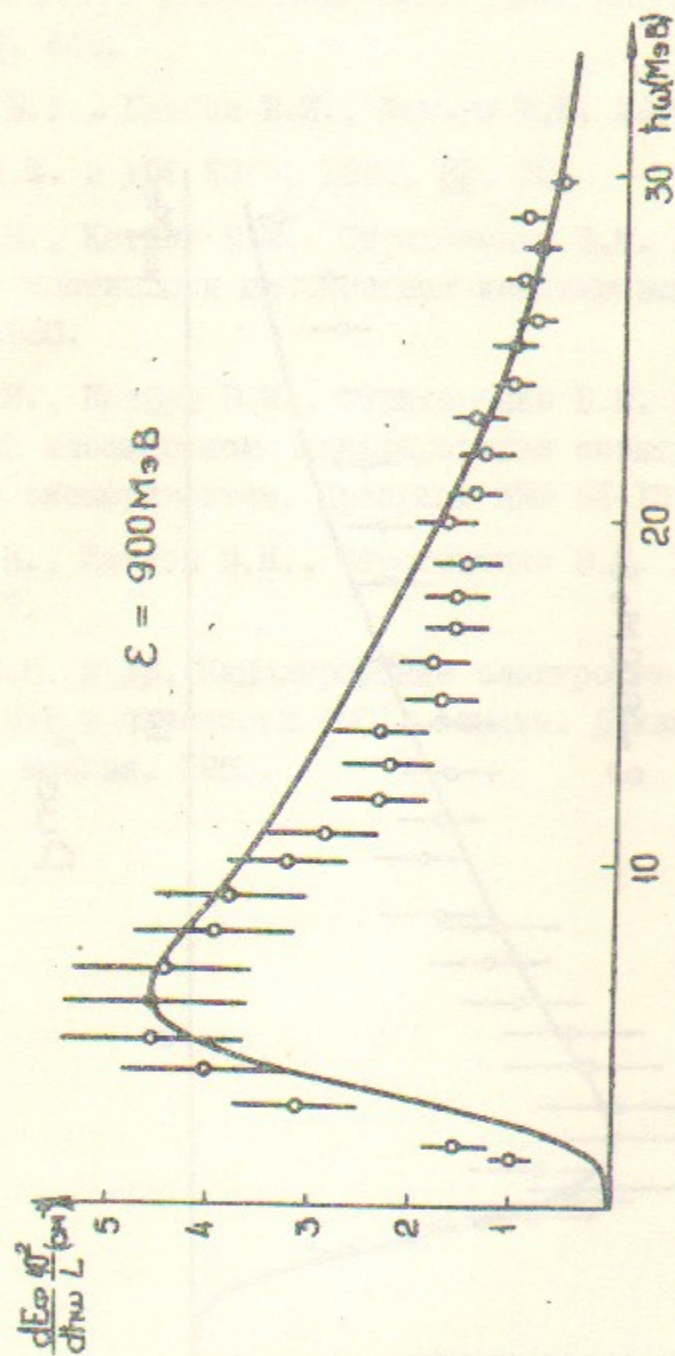


Рис.2

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

СПЕКТР ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ПЛОСКОСТНОМ КАНАЛИРОВАНИИ
ЭЛЕКТРОНОВ С УЧЕТОМ ДЕКАНАЛИРОВАНИЯ И КОЛЛИМАЦИИ

Препринт
№ 82 - 63

Работа поступила - 15 февраля 1982 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 12.05.1982 г. МН 03283
Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.0,6 печ.л., 0,5 учетно-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 63

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90