

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
СО АН СССР

Г.Е.Векштейн

ЭВОЛЮЦИЯ МАГНИТНОГО  
ПОЛЯ И АНОМАЛЬНЫЕ  
ТЕПЛОВЫЕ ПОТЕРИ В  
ПЛАЗМЕ С БОЛЬШИМ  $\beta$

ПРЕПРИНТ 82-79



Новосибирск

"ЭВОЛЮЦИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И АНОМАЛЬНЫЕ ТЕПЛОВЫЕ  
ПОТЕРИ В ПЛАЗМЕ С БОЛЬШИМ  $\beta$ "

Г. Е. Векштейн

АННОТАЦИЯ

Рассмотрены нелинейные магнитотепловые процессы в за-  
магниченной плазме высокого давления ( $\beta \gg 1$ ). Показано, что  
эффективная теплопроводность такой плазмы намного превышает  
классическое значение, и в некоторых случаях оказывается по-  
рядка Бомовской теплопроводности. Исследована радиационная  
волна охлаждения, возникающая при контакте горячей и холода-  
вой плазмы в магнитном поле.

ЭВОЛЮЦИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И АНОМАЛЬНЫЕ  
ТЕПЛОВЫЕ ПОТЕРИ В ПЛАЗМЕ С БОЛЬШИМ  $\beta$ .

Г.Е.Векштейн

Интерес к исследованию свойств плазмы высокого давления, когда величина  $\beta = 8\pi nT/\mu^2 \gg 1$ , в значительной степени связан с появлением ряда предложений по использованию такой плазмы в работах по управляемому термоядерному синтезу [I-4]. В этом случае магнитное поле не влияет на механическое равновесие плазмы, и его роль сводится лишь к подавлению поперечной теплопроводности. Поэтому в нениерционных системах типа [I-4], где время удержания существенно превышает звуковое время, плазма с большим  $\beta$  находится в контакте с жесткими стенками, удерживающими ее от разлета. Основным вопросом здесь является скорость остыния горячей плазмы из-за теплового потока на стенки и тормозного излучения, свободно уходящего из объема плазмы. Однако процесс остыния плазмы с  $\beta \gg 1$  обладает рядом особенностей, отличающих его от остыния плазмы низкого давления ( $\beta \ll 1$ ). Главными из них является движение плазмы и сильное искажение внешнего магнитного поля как из-за этого движения, так и вследствие термоэлектрических эффектов (эффекта Нериста). Поскольку теплопроводность плазмы, в свою очередь, существенно зависит от величины магнитного поля, то возникает необходимость совместного решения системы нелинейных уравнений. Поэтому до сих пор эта задача решалась либо численным интегрированием уравнений переноса в плазме [5-9], либо с использованием некоторых упрощающих предположений о структуре магнитного поля [10]. В настоящей работе аналитически рассмотрены различные режимы остыния плазмы с  $\beta \gg 1$ . Показано, что отмеченные выше особенности приводят к заметному возрастанию тепловых потерь и, соответственно, уменьшению энергетического времени удержания плазмы [II].

Задача о контакте горячей плазмы с холодной плазмой или газом часто встречается и в астрофизике. Такая ситуация возникает, например, в результате развития тепловых неустойчивостей в горячей межгалактической плазме. При отсутствии внешних источников энергии радиационные потери из плазмы приводят к конденсации горячей фазы на облаках холодного газа. Эта задача

рассматривалась в недавней работе [12], где была найдена скорость конденсации горячей плазмы без магнитного поля. Ниже аналогичная задача решается для сильно замагниченной плазмы. В этом случае картина течения плазмы существенно меняется, а скорость конденсации оказывается аномально большой.

### §I. Основные уравнения

Рассмотрим одномерную плоскую задачу, считая градиенты всех величин направленными вдоль оси  $X$ , а магнитное поле – вдоль оси  $Z$ . Интересующие нас тепловые процессы протекают гораздо медленнее гидродинамических, поэтому скорость течения плазмы много меньше звуковой, а давление в системе можно считать однородным:

$$\frac{\partial}{\partial x} (2\eta T + H^2/8\pi) = 0 \quad (1)$$

Здесь  $\eta = n_e = n_i$  – плотность электронов и ионов водородной плазмы, а  $T = T_e = T_i$  – их температура. Как будет видно из дальнейшего, в некоторых случаях магнитное поле в узких слоях возрастает настолько, что его давление сравнивается с газокинетическим давлением плазмы. Поэтому в (1) учтено и давление магнитного поля, хотя в основном объеме плазмы оно пренебрежимо мало. Уравнения для магнитного поля и теплового баланса плазмы приведены в обзоре [13]. Используя принятые там обозначения, получим:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{c^2}{4\pi\beta_L} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{c}{e} \beta_L \frac{\partial T}{\partial x} - \mathcal{V} H \right) \quad (2)$$

$$3 \frac{\partial(\eta T)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \chi_L \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{cT}{4\pi e} \beta_L \frac{\partial H}{\partial x} - 5\eta T \mathcal{V} \right) + \\ + 2\mathcal{V} \frac{\partial(\eta T)}{\partial x} - Q_r + \frac{c^2}{16\pi^2 \bar{\sigma}_L} \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)^2 + \frac{c \beta_L}{4\pi e} \frac{\partial H}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (3)$$

где  $\mathcal{V}$  – скорость течения плазмы,  $Q_r$  – объемная мощность излучения,  $\bar{\sigma}_L$  и  $\chi_L$  – поперечные к магнитному полю проводимость и теплопроводность плазмы,  $\beta_L$  – термоэлектрический коэффициент. Последние члены в правой части уравнения (3) описывают диссиацию тока в плазме из-за конечной проводимости и термосилы

(вязкие эффекты здесь несущественны). Вместе с уравнением непрерывности

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\eta \mathcal{V}) = 0 \quad (4)$$

ур.(I-4) образуют полную систему уравнений, описывающую остывание плазмы в магнитном поле.

Входящие сюда кинетические коэффициенты  $\bar{\sigma}_L$ ,  $\chi_L$  и  $\beta_L$  имеют совершенно различный вид в случае сильно замагниченной ( $\omega_H \tau \gg 1$ ) и незамагниченной ( $\omega_H \tau \ll 1$ ) плазмы ( $\omega_H$  – циклотронная частота,  $\tau$  – время между столкновениями). Даже приближенные формулы [13], пригодные для любых значений параметра  $\omega_H \tau$ , довольно громоздки. Поэтому мы воспользуемся простыми модельными выражениями, качественно правильно описывающими поведение коэффициентов переноса плазмы в обоих предельных случаях. Для этого рассмотрим отдельно три области параметров плазмы: область (I) – относительно горячая плазма с замагниченными ионами ( $\omega_H \tau_i > 1$ ); область (III) – холодная незамагниченная плазма, где  $(\omega_H \tau)_e < 1$ ; промежуточная область (II), где электроны замагнечены, а ионы нет. Учитывая, что  $(\omega_H \tau)_i = \mu^{1/2} (\omega_H \tau)_e$ , где  $\mu \equiv m_e/m_i \ll 1$  – отношение масс электронов и ионов, границы области (II) записываются так:  $\mu^{1/2} < (\omega_H \tau)_i < 1$ . Теперь кинетические коэффициенты плазмы можно представить в следующем виде [13]:

$$\bar{\sigma}_L = \frac{n e^2 \tau_e}{m_e}; \quad \chi_L = \begin{cases} \text{нет}/eH(\omega_H \tau)_i & \text{в области (I)} \\ \text{нет}/eH & \text{в области (II)} \\ \text{нет}(\omega_H \tau)_e/eH & \text{в области (III)} \end{cases}$$

$$\beta_L = \begin{cases} 3/2(\omega_H \tau)_e, & (I), (II) \\ 3(\omega_H \tau)_e/2, & (III) \end{cases} \quad (5)$$

Выше уже отмечалась важная роль эффекта Нернста в эволюции магнитного поля в плазме с  $\beta \gg 1$ . Уравнение (2) удобно интерпретировать как уравнение непрерывности для магнитного поля, где магнитный поток  $q_H = \mathcal{V} H - \frac{c^2}{4\pi \bar{\sigma}_L} \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{c}{e} \beta_L \frac{\partial T}{\partial x}$

$$(6)$$

Отсюда видно, что эффект Нернста приводит к дополнительном сносу магнитного поля, направленному противоположно градиенту температуры плазмы. Введем скорость этого сноса  $V_H \equiv \frac{C}{eH} \beta_A \frac{\partial T}{\partial x}$ . Она связана со скоростью теплопроводности диффузии тепла

$$V_T = \frac{\chi_L}{nT} \frac{\partial T}{\partial x} \quad \text{такими соотношениями, следующими из (5):}$$

$$V_H = \begin{cases} \frac{3}{2} \mu^{1/2} V_T, & (\omega_H T)_c > 1, \\ \frac{3}{2} V_T / (\omega_H T)_c, & 1 < (\omega_H T)_c < \mu^{-1/2}, \\ \frac{3}{2} V_T, & (\omega_H T)_c < 1, \end{cases} \quad (7)$$

Эта связь, имеющая универсальный характер, будет использована в дальнейшем для нахождения магнитного поля.

## § 2. Аномальная теплопроводность плазмы

Относительная роль теплопроводности и излучения в остыании плазмы зависит от размеров системы. Очевидно, что при достаточно малых размерах (количественные критерии будут указаны ниже) потерями на излучение можно пренебречь. Для определения скорости остыания плазмы в этом случае рассмотрим следующую задачу. Пусть в начальный момент времени однородная горячая плазма с температурой  $T_0$  и плотностью  $n_0$ , находящаяся во внешнем магнитном поле  $H_0$ , приводится в контакт с холодной стенкой, имевшей нулевую температуру (плазма занимает полупространство  $x > 0$ ). В такой задаче отсутствует характерный масштаб длины, поэтому ее решение должно быть автомодельным. Так как дальнейшая эволюция системы связана с теплопроводностью плазмы, то автомодельность имеет диффузионный характер, а автомодельную переменную  $\xi$  можно выразить через температуропроводность горячей плазмы  $\chi_0 = \chi_{10}/n_0$ :

$$\xi = \frac{x}{(\chi_0 t)^{1/2}}; \quad T(x, t) = T_0 \cdot T(\xi); \quad n = n_0 \cdot n(\xi); \quad H = H_0 \cdot H(\xi); \quad U = -\left(\frac{\chi_0}{t}\right)^{1/2} U(\xi) \quad (8)$$

(течение плазмы направлено к стенке, так что  $U(x, t) < 0$ ). Теперь здесь  $T(\xi)$ ,  $n(\xi)$ ,  $H(\xi)$  и  $U(\xi)$  – безразмерные функции, для которых из (I–4) можно получить следующие уравнения:

$$\pi T + H^2/\beta_0 = 1 + \beta_0^{-1} \quad (9)$$

$$-\frac{\xi}{2} \frac{dT}{d\xi} = \frac{d}{d\xi} \left( \frac{4\mu^{1/2}}{\beta_0} \frac{dT}{d\xi} + \frac{3}{2} \mu^{1/2} \lambda \frac{dT}{d\xi} + U H \right) \quad (10)$$

$$-\frac{3}{2} \xi \frac{d(nT)}{d\xi} = \frac{d}{d\xi} \left( \lambda \frac{dT}{d\xi} + \frac{6\mu^{1/2}}{\beta_0} \lambda T \frac{dT}{d\xi} + 5nT U \right) - 2U \frac{d(nT)}{d\xi} + \frac{16\mu^{1/2}}{\beta_0^2} \left( \frac{dT}{d\xi} \right)^2 + \frac{6\mu^{1/2}}{\beta_0} \lambda \frac{dT}{d\xi} \frac{dT}{d\xi} \quad (II)$$

$$-\frac{\xi}{2} \frac{dH}{d\xi} = \frac{d}{d\xi} (nU) \quad (12)$$

Величина  $\beta_0 \equiv 16\pi n_0 T_0 / H_0^2 \gg 1$ , но при этом горячая плазма предполагается сильно замагниченной, так что  $(\omega_H T_i)_0 \equiv \delta_0 \gg 1$ . В этих обозначениях  $\beta = T^{3/2}$ ,

$$\lambda = \begin{cases} \kappa^2 / H^2 T^{1/2}, & (I), \frac{HT^{3/2}}{n} > \delta_0^{-1}; \\ \delta_0 \pi T / H, & (II), \mu^{1/2} \delta_0^{-1} < \frac{HT^{3/2}}{n} < \delta_0^{-1}; \\ \mu^{-1/2} \delta_0^2 T^{5/2}, & (III), \frac{HT^{3/2}}{n} < \mu^{1/2} \delta_0^{-1}. \end{cases} \quad d = \begin{cases} \frac{n}{HT^{3/2}}, & (I), (II) \\ \mu^{-1} \delta_0^2 \frac{HT^{3/2}}{n}, & (III) \end{cases} \quad (13)$$

В качестве первого шага будем считать  $\beta_0$  бесконечно большим (из полученного решения будет видно, когда необходимо учитывать конечность этой величины). Из (9) тогда следует, что  $\pi T = I$ , а из (II) – постоянство потока тепла, вклад в который дают течение плазмы и теплопроводность:

$$\lambda \frac{dT}{d\xi} + 5U = \text{const} = 5U_0 \quad (14)$$

Здесь  $U_0$  – скорость течения горячей плазмы при  $\xi \rightarrow +\infty$ , которая и определяет поток тепла на стенку и, тем самым, скорость остыания плазмы. Эффективная теплопроводность плазмы при этом, очевидно, равна:

$$\chi_{\text{exp}} = U_0^2 \lambda_{10} \quad (15)$$

Поскольку величина  $U_0$  оказывается большой ( $U_0 \gg I$ ), то такую теплопроводность мы называем аномальной.

С понижением температуры в пристеночном слое скорость течения плазмы уменьшается, поэтому конвективный поток тепла существует только в области горячей плазмы с  $T \sim I$ , а при  $T \ll I$  главную роль играет теплопроводность и из (14) следует, что

$$\chi \frac{dT}{d\xi} \approx 5V_0 \quad (16)$$

Это уравнение определяет, в принципе, профиль температуры  $T(\xi)$ , куда величина  $V_0$  входит как неизвестный пока параметр. Толщина пристеночного слоя  $\Delta \xi \approx V_0^{-1}$ . Для нахождения  $V_0$  нужно воспользоваться уравнением непрерывности (12). Поток плазмы  $\Pi V = -\frac{1}{2} \int_0^\infty \xi \frac{dH}{d\xi} d\xi$  (мы учли, что на стенке, т.е. при  $\xi = 0$ , поток равен нулю). Поэтому

$$V_0 = -\frac{1}{2} \int_0^\infty \xi \frac{dH}{d\xi} d\xi \quad (17)$$

Здесь интеграл в правой части пропорционален  $V_0^{-1}$ , так что, зная решение ур. (16), отсюда можно определить значение  $V_0$ . Как будет показано ниже, основной вклад в интеграл (17) дает область относительно холодной плазмы с температурой  $T \sim T_* \ll I$ . Это означает, что вещества, приносимое течением горячей плазмы, накапливается в области с  $T \sim T_*$ . Поэтому при  $T > T_*$  поток плазмы остается постоянным

$$\Pi V = \text{const} = V_0; \quad V \approx V_0 \cdot T; \quad (18)$$

а при  $T < T_*$  поток быстро падает и обращается в нуль на стенке.

Так как теплопроводность плазмы  $\chi$  существенно зависит от магнитного поля, то ур. (16) нужно решать совместно с уравнением для магнитного поля (10), решение которого очень чувствительно к граничному условию на стенке. Здесь мы рассмотрим два предельных случая: идеально проводящую и непроводящую стенку. Начнем с последнего, когда магнитное поле на стенке не меняется:  $H(\xi=0) = I$ . Пренебрегая магнитной вязкостью (напомним, что  $\beta_0 \rightarrow \infty$ ) и используя введенную ранее скорость сноса магнитного поля из-за термоэффекта  $V_H$ , запишем (10) в виде

$$-\frac{\xi}{2} \frac{dH}{d\xi} = \frac{d}{d\xi} \left\{ (V + V_H) H \right\} = \frac{dQ_H}{d\xi} \quad (19)$$

Величина  $V_H$  связана со скоростью диффузии тепла  $V_T$  соотношениями (?). Но ур. (16) означает, что  $V_T$  есть теперь постоянная, равная  $5V_0$ . Поэтому

$$V_H = \begin{cases} \frac{15}{2} \mu^{1/2} V_0, & (I), T \ll 1 \\ \frac{15}{2} \mu^{1/2} V_0 / \delta_0 H T^{5/2}, & (II) \\ \frac{15}{2} V_0, & (III) \end{cases} \quad (20)$$

Отсюда видно, что выносимый на стенку из-за эффекта Нернста поток магнитного поля одного порядка с конвективным магнитным потоком из горячей плазмы ( $Q_H(\infty) \sim Q_H(0) \sim V_0$ ). В то же время, как это следует из (19), изменение магнитного потока  $\Delta Q_H \sim \int_0^\infty \xi \frac{dH}{d\xi} d\xi \approx V_0^{-1}$ . Тогда можно считать, что при достаточно больших  $V_0$   $\Delta Q_H \ll Q_H$  и находить магнитное поле из условия постоянства потока  $Q_H$

$$Q_H = (V + V_H) H = V_0 \quad (21)$$

Из соотношений (18) и (20) для скоростей  $V$  и  $V_H$  и (21) следует, что при  $T \gg \mu^{1/2}$   $V \gg V_H$ , поэтому там магнитное поле заморожено в плазму:  $H \approx I = T^1$ . Эффект Нернста вступает в игру при  $T \sim \mu^{1/2}$ , а затем, с дальнейшим понижением температуры, он играет главную роль в выносе магнитного поля ( $V_H \gg V$  при

$T \ll \mu^{1/2}$ ). В результате профиль магнитного поля получается таким (рис. I). При  $T \ll \mu^{1/2}$   $H = \frac{2}{15} \mu^{-1/2}$  в области (I) и  $H = 2/15$  в области (III). При этом нижняя (по температуре) граница области (I) совпадает с верхней границей области (III):  $T = T_1 = (\frac{15}{2})^{1/2} \mu^{1/5} \delta_0^{-2/5}$ , так что при  $T = T_1$  происходит скачок магнитного поля, а область (II) фактически отсутствует. Скачок поля возникает также и у стенки ( $\xi = 0$ ), где оно меняется от  $H = 2/15$  до  $H = I$ . Здесь мы предполагали, что замагниченность горячей плазмы  $\delta_0$  достаточно велика, так что  $T_1 \ll \mu^{1/2}$ , т.е.

$$\delta_0 \gg \mu^{-3/4}.$$

Как видно из полученного решения, в пристеночном слое происходит усиление магнитного поля до величины  $H_{\max} \sim \mu^{-1/2}$ . Таким образом, давлением магнитного поля можно пренебречь и считать  $\mu T = I$ , если  $H_{\max} \ll \beta_0^{1/2}$ , т.е.  $\beta_0 \gg \mu^{-1}$ .

Учет магнитной вязкости в ур. (10) приводит, конечно, к сглаживанию профиля магнитного поля. Однако при условии  $\beta_0 \gg \mu^{-1}$ ,

когда магнитное давление в пристеночном слое остается меньше давления плазмы, скачки магнитного поля размываются слабо. Для доказательства запишем аналог ур. (21) при учете диффузионного вклада в магнитный поток

$$\frac{4\mu^{1/2}}{\beta_0 T^{3/2}} \frac{dH}{d\xi} + V_H \cdot H = U_0 \quad (22)$$

(при  $T \ll \mu^{1/2}$  снос поля течением плазмы несуществен).

Используя (13), (16) и (20), это уравнение в области (II) можно записать так

$$\frac{20\mu^{1/2}H}{\beta_0 \delta_0 T^{3/2}} \frac{dH}{dT} + \frac{15}{2} \mu^{1/2} / \delta_0 T^{5/2} = 1$$

откуда

$$H^2 = \left(\frac{2}{15}\right)^2 + \frac{3}{2} \beta_0 \left\{ \frac{1}{5} \left[ \left( \frac{T}{T_1} \right)^{5/2} - 1 \right] - \frac{1}{2} \ln \frac{T}{T_1} \right\}$$

Теперь видно, что возрастание магнитного поля от  $H = 2/15$  в области (III) до  $H = \frac{2}{15} \mu^{-1/2}$  в (I) происходит в узком интервале температур  $\Delta T \sim (\beta_0 \mu)^{1/2} T_1$ . Такой изотермический скачок магнитного поля аналогичен известному в гидродинамике явлению изотермического скачка плотности в ударных волнах [14]. Для возникновения последнего необходимо, чтобы вязкость газа была мала по сравнению с его теплопроводностью. В нашем же случае замагниченной плазмы малой величиной является магнитная вязкость, которая при  $T \sim T_1$  в  $(\beta_0 \mu)$  раз меньше температуропроводности плазмы.

Решение ур. (22) в области (III) с граничным условием на стенке  $H(T=0) = I$  имеет вид

$$H = \frac{2 + 13 \exp(-\frac{3}{40} \beta_0 \mu^{-1} \delta_0^2 T^5)}{15}$$

так что при  $\beta_0 \gg I$  и скачок поля на стенке остается узким, поскольку  $H \approx 2/15$  уже при  $T \ll T_1 \sim \mu^{1/5} \delta_0^{-2/5}$ .

Определив магнитное поле и, тем самым, теплопроводность плазмы  $\chi(H, T)$ , найдем теперь из ур. (16) профиль температуры в пристеночном слое. Стартуя от стенки ( $\xi = 0$ ), в области (III), т.е. при  $T < T_1$ , получаем:  $\xi = \frac{2}{35} \mu^{1/2} \beta_0^{-1} \delta_0^2 T^{5/2}$ . Затем, при  $T > T_1$ , увеличение магнитного поля в  $\mu^{-1/2}$  раз сильно

подавляет теплопроводность плазмы. Поэтому слой с температурой  $T_1 < T < \mu^{1/2}$  оказывается относительно узким:  $\Delta \xi \ll \xi_1 = \frac{2}{35} \mu^{1/2} \beta_0^{-1} \delta_0^2 T_1^{5/2}$ . При дальнейшем повышении температуры ( $T > \mu^{1/2}$ ) из ур. (14) и (18) следует, что  $\xi \approx \xi_1 + \frac{2}{5\tau_0} \operatorname{arcth} T^{1/2}$  (как и должно быть, горячей плазме с  $T \rightarrow I$  соответствует  $\xi \rightarrow \infty$ ). Зная зависимость  $\xi(T)$ , можно из условия (17) найти величину  $U_0$  — усиление теплового потока на стенку

$$U_0 = -\frac{1}{2} \int_0^\infty \xi \frac{dH}{d\xi} d\xi = -\frac{1}{2} \int_0^1 \xi \frac{dH}{dT} dT = \frac{1}{2} \int_0^1 \xi(T) dT / T^2$$

Нетрудно проверить, что основной вклад в этот интеграл дает область с температурой  $T \sim T_1$  (это и есть введенная ранее температура "накопления" плазмы  $T_*$ ), а  $U_0 = (3 \delta_0 / 10)^{1/2}$ . Согласно (15) это означает, что эффективная теплопроводность плазмы

$$\chi_{\text{эфф.}} = \frac{3 \delta_0}{10} \frac{n_0 c T_0}{e H_0 (\omega_{ki} \tau_i)_0} = \frac{3}{10} \frac{n_0 c T_0}{e H_0} \quad (23)$$

оказывается в этом случае порядка так называемой Бомовской теплопроводности.

Полученное решение справедливо при условии выполнения неравенств  $\beta_0 \gg \mu^{-1}$ ,  $\delta_0 \gg \mu^{-3/4}$ . Последнее из них означает, что при натекании горячей плазмы на стенку снос магнитного поля из-за эффекта Нернста "включается" раньше, чем происходит "накопление" плазмы ( $T_* \sim T_1 < \mu^{1/2}$ ). Это и позволяло считать поток магнитного поля неизменным ( $Q_H = \text{const} = U_0$ ). Рассмотрим теперь случай, когда  $1 \ll \delta_0 \ll \mu^{-3/4}$ , считая величину  $\beta_0$  по-прежнему достаточно большой (так, что  $H_{\text{max}}^2 / \beta_0 \ll I$ ). Как и раньше, в области (III) магнитное поле однородно и равно

$H = 2/15$ , так как там  $V_H \gg U$ . Не меняется и граница этой области:  $T < T_1$ . При переходе в (II) уже при  $T \sim T_1$  быстрый рост магнитного поля приводит, согласно (20), к уменьшению величины  $V_H$ , так что там  $V_H \sim U$ . Так как здесь же происходит накопление плазмы, то при  $T \sim T_1$ ,  $U \sim \xi$ , поэтому в ур. (19) все слагаемые становятся по величине одного порядка. Упрощающим обстоятельством является то, что увеличение магнитного поля сужает соответствующую область, и при  $T \geq T_1$ ,  $\xi \approx \text{const} = \xi_1$ . Тогда из ур. (12) при  $T \geq T_1$  следует, что

$$\eta V = -\frac{1}{2} \int_0^T \xi \frac{d\xi}{dT} dT = \frac{1}{2} \int_0^{T_1} \xi \frac{d\xi}{T^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T} \right) = \frac{7\xi_1}{10T_1} - \xi_1/2T$$

$$V = V_0 T - \xi_1/2$$

Подставляя это выражение для скорости течения плазмы в ур. (19) и считая там  $\xi = \xi_1$ , находим магнитное поле

$$H \approx T^{-1} \left( 1 - T_1^{5/2} / T^{5/2} \right) \quad (24)$$

Как видно, при  $T \gg T_1$  магнитное поле вмороожено в плазму. Хотя профиль температуры в этом случае (при  $T > T_1$ ) и отличается от полученного ранее, величина  $V_0$ , очевидно, не меняется. Таким образом, при всех  $\beta_0 \gg I$  эффективная теплопроводность плазмы порядка Бомовской.

Этот результат оказывается справедливым и в том случае, когда необходимо учитывать давление магнитного поля в ур. (9) (и, следовательно, магнитную вязкость в ур. (10)). Рассмотрим вначале решение при сильной замагниченности плазмы, когда  $\delta_0 \gg \mu^{-3/4}$ . При этом магнитное давление становится существенным, если  $\beta_0 \leq \mu^{-1}$ . Хотя теперь давление плазмы  $\eta T$  уже не есть постоянная величина, оно отличается от единицы, как будет видно из дальнейшего, только в узком слое. Поэтому можно, как и раньше, использовать условие постоянства потока тепла (16), которое вместе с уравнением  $q_H = V_0$  позволяет определить магнитное поле и плотность плазмы. В области (III), где  $H = 2/15$ , решение, очевидно, остается прежним. При  $T > T_1$  в области (II) из условия  $q_H = V_0$  получаем следующее уравнение

$$\frac{T_1^{5/2}}{3T^{5/2}(\eta T)} \frac{d}{dT} \left( \frac{H^2}{\beta_0} \right) = 1 - T_1^{5/2} / T^{5/2} \quad (25)$$

решение которого, при учете (9), имеет вид

$$\eta T = \left( \frac{T}{T_1} \right)^3 \exp \left[ \frac{6}{5} \left( 1 - T^{5/2} / T_1^{5/2} \right) \right] \quad (26)$$

Отсюда следует, что при  $T > T_1$  давление плазмы быстро спадает до значений  $\eta T \ll 1$ , а магнитное поле становится равным  $H \approx \beta_0^{1/2}$ . Решение (26) справедливо до  $T = T_2 \sim T_1 \ln(\beta_0 \eta)^{-1}$  — границы области (II). В области (I) ( $T > T_2$ ) вместо (26) получаем, что

$$\eta T \approx \frac{\varepsilon}{1 - (T_2/T)^{5/4}}; \quad \varepsilon = \frac{15}{2} (\beta_0 \eta)^{1/2} \ll 1; \quad (27)$$

т.е. при  $T \gg T_2$  давление плазмы равно постоянной величине:  $\eta T = \varepsilon$ . Это имеет такой смысл. Из постоянства теплового потока (16) теперь следует, что скорость диффузии тепла  $V_T = 5V_0/\eta T$ . Поэтому скорость теплового сноса магнитного поля равна, согласно (7),  $V_H = \frac{15}{2} \mu^{1/2} V_0 / \eta T$ , и при  $H = \beta_0^{1/2} \eta T = \varepsilon$  обеспечивает необходимый магнитный поток:  $q_H = V_H H = V_0$ . Соотношение (27) остается верным до температуры  $T \sim \mu^{1/2}$ , где скорость течения плазмы  $V = V_0/I$  сравнивается с  $V_H$ . При  $T \gg \mu^{1/2}$  магнитное поле вмороожено в плазму:  $H = I$ , так что в интервале  $\mu^{1/2} \ll T \ll \beta_0^{1/2} H = I = \beta_0^{1/2}$ , а при  $T > \beta_0^{1/2} H = I = T^{-1}$ . В этом случае главный вклад в интеграл (17), определяющий величину  $V_0$ , дает, как и раньше, область температур  $T \sim T_1$ . Поэтому эффективная теплопроводность здесь отличается лишь численным множителем от величины (23).

Если замагниченность горячей плазмы такова, что параметр  $I \ll \delta_0 \leq \mu^{-3/4}$ , то эффекты, связанные с давлением магнитного поля, начинают проявляться при  $\beta_0 \lesssim T_1^{-2} \sim \mu^{-2/5} \delta_0^{4/5}$ . Решение здесь получается таким. Вморооженность магнитного поля в плазму сохраняется до температур  $T > T_1$ . Поэтому  $H = I = T^{-1}$  до  $T \sim \beta_0^{-1/2}$ .

Затем, при  $T < \beta_0^{-1/2}$ ,  $H = I = \beta_0^{1/2}$  и давление плазмы здесь много меньше давления магнитного поля. При  $T \sim T_1$  магнитное поле спадает до величины  $H = 2/15$ , а  $\eta T$  увеличивается до единицы. При  $T < T_1$  решение остается прежним. Соответственно, не меняется и порядок величины эффективной теплопроводности плазмы.

Таким образом, в случае непроводящей стенки эффективная теплопроводность плазмы при  $\beta_0 \gg I$  и  $\delta_0 \gg I$  оказывается порядка Бомовской. Причиной этого является быстрый вынос магнитного поля к стенке из-за эффекта Нернста, уменьшающий магнитное поле в незамагнченной пристеночной плазме до величины порядка единицы. Существенно иной вид имеет решение этой задачи

чи в случае идеально проводящей стенки, не пропускающей магнитный поток. Теперь магнитное поле, выносимое к стенке течением горячей плазмы, накапливается в пристеночной области. В результате здесь происходит усиление магнитного поля, и возрастание тепловых потерь из плазмы выражено гораздо слабее.

Рассмотрим это решение подробнее. Границное условие на стенке

$$q_H(\xi=0) = \left( \frac{4\mu^{1/2}}{\beta_0 \delta} \frac{dH}{d\xi} + V_H \cdot H + U H \right)_{\xi=0} = 0$$

означает, что тепловой снос магнитного поля должен компенсироваться направленным в противоположном направлении диффузионным потоком. Поэтому, в отличие от случая непроводящей стенки, магнитную вязкость (и давление магнитного поля) теперь необходимо учитывать при сколь угодно больших значениях параметра  $\beta_0$ .

Так как скорость  $V_H$  возрастает по направлению от горячей плазмы к стенке и становится в пристеночном слое больше скорости течения плазмы  $U$ , то условие компенсации

$$\frac{4\mu^{1/2}}{\beta_0 T^{3/2}} \frac{dH}{d\xi} + V_H \cdot H = 0 \quad (28)$$

должно выполняться не только на самой стенке, но и во всей области, где  $V_H > U$ . Это можно пояснить так. Течение горячей плазмы создает поток вещества и магнитного поля к стенке. Из уравнения непрерывности (12) следует, что в области "накопления" плазмы ( $T \sim T_*$ ) величина  $\xi \sim U$ , а при  $T > T_*$   $U > \xi$  и поток вещества остается постоянным. Вынос магнитного поля к стенке происходит со скоростью  $U + V_H$ . Поэтому здесь есть две возможности. Первая из них состоит в том, что в области  $\tilde{T}_*$  накопления магнитного поля (обозначим ее температуру через  $\tilde{T}_*$ )

$V_H \gg U$ . Так как при этом  $V_H \gg \xi$ , то из ур. (10) видно, что при  $T < \tilde{T}_*$  магнитное поле должно удовлетворять ур. (28), а при  $T > \tilde{T}_*$  будет постоянный поток магнитного поля  $V_H \cdot H = U$ . Оказывается, однако, что таких решений не существует. Связано это с тем, что магнитное поле в пристеночном слое ограничено сверху величиной  $H_{max} = \beta_0^{1/2}$ , что следует просто из баланса давлений (9). Следовательно, остается вторая возможность. В

этом случае магнитное поле вмороажено в плазму там, где  $V_H < U$ , а при  $V_H > U$  выполняется условие компенсации (28). Его можно переписать в таком виде

$$\frac{4\mu^{1/2}}{\beta_0 T^{3/2}} \frac{dH}{dT} + \frac{3}{2} \mu^{1/2} \lambda = 0 \quad (29)$$

Так как величина  $\lambda$  имеет разные зависимости от  $n$ ,  $T$  и  $H$  в различных областях (см. (13)), рассмотрим сначала решение этого уравнения при замагниченных электронах (обл. (I) и (II)). Учитывая (9), получаем, что

$$nT^{1/4} = const \quad (30)$$

Это хорошо известный результат для стационарной неоднородной плазмы. Отсюда следует, что давление плазмы падает с уменьшением температуры ( $nT \sim T^{5/4}$ ), поэтому вблизи стенки образуется область буферного магнитного поля с  $H = \beta_0^{1/2}$  и текущим значением параметра  $\beta \ll 1$ . Решение (30) нарушается при очень низких температурах, где плазма уже незамагничена (область (III)). Здесь из (29) и (9) при учете (13) получается такой результат:

$$nT = \left( \gamma^2 + \frac{3}{10} \mu^{-1} \beta_0 \delta_0 T^5 \right)^{1/2}$$

где величина  $\gamma \ll 1$  есть давление плазмы на стенке. Это решение справедливо при  $T < \tilde{T}_1 \sim \gamma^{2/5} \mu^{1/5} \beta_0^{-1/5} \delta_0^{2/5}$ , где происходит замагничивание электронов. Поэтому во всей области (III) давление плазмы  $nT \sim \gamma$ .

Теперь можно представить себе полное решение задачи. Начнем со случая достаточно больших значений параметров  $\delta_0$  и  $\beta_0$ , когда  $\delta_0 > \mu^{3/4}$ , а  $\beta_0 > \mu^{-1}$ . Тогда при  $T > \mu^{1/2}$   $V_H < U$  и магнитное поле вмороажено в плазму:  $H = n = T^{-1}$ . При  $T \sim \mu^{1/2}$  скорость теплового сноса магнитного поля  $V_H$  сравнивается со скоростью течения плазмы, поэтому при  $T < \mu^{1/2}$  справедливо решение (30) и  $nT \sim \mu^{-3/8} T^{3/4}$ , а магнитное поле  $H = \beta_0^{1/2}$ . Падение давления плазмы происходит до  $T = \tilde{T}_1 \sim \mu^{1/14} \delta_0^{-1/7} \beta_0^{1/2}$ , где плазма размагничивается. При  $T \leq \tilde{T}_1$  величина  $nT \sim \gamma \sim (\mu^{3/22} \delta_0^{3/7} \beta_0^{5/14})^{-1} \ll 1$ . Плазма и магнитное поле накапливаются в области с  $T \sim \mu^{1/2}$ , а скорость течения горячей плазмы  $U_0 \sim \mu^{-1/8}$ . Поэтому эффективная теплопроводность плазмы в этом случае

$$\mathcal{L}_{\text{эфф}} \sim V_0^2 \mathcal{L}_{10} \sim (m_i/m_e)^{1/4} \mathcal{L}_{10}$$

(31)

Интересно отметить, что в случае идеально проводящей стенки эффект Нернста "работает" не на возрастание эффективной теплопроводности плазмы (как это было при непроводящей стенке), а на ее уменьшение, так как усиливает магнитное поле вблизи стенки. Качественная картина пристеночного слоя у идеально проводящей стенки изображена на рис.(2).

Выражение (31) для эффективной теплопроводности плазмы получено при условии, что тепловой снос магнитного поля становится существенным (при переходе от горячей плазмы к стенке) раньше, чем магнитное давление ( $\beta_0 > \mu^{-1}$ ) и размагничивание ионов ( $\delta_0 > \mu^{-3/4}$ ). Если же одно из этих неравенств не выполняется, то "накопление" плазмы и поля происходит в области температур, где эффект Нернста и диффузия магнитного поля не играют роли. Поэтому там магнитное поле еще вмороожено в плазму, и становятся справедливыми оценки, полученные в предположении точной вморооженности поля [10]. Рассмотрим, например, случай, когда  $\beta_0$  велико, но  $\delta_0 < \mu^{-3/4}$ . Решение здесь получается таким. Во всей области (I), где  $T > T_2 = \delta_0^{-2/3}$ , поле вмороожено в плазму. "Накопление" поля и плазмы происходит при  $T \sim T_2$ . Поэтому при  $T < T_2$ , в области (II), поток вещества и поля уменьшается по закону

$$\eta U = HU \sim \delta_0 T / V_0, \quad U \sim \delta_0 T^{2/3} / V_0$$

где величина  $V_0 \sim \delta_0^{1/6}$ . В то же время скорость теплового сноса поля в (II)  $V_H \sim \mu^{1/2} V_0 / \delta_0 T^{5/2} H$  и сравнивается с  $U$  при  $T \sim \mu^{1/2} \delta_0^{-10/21}$ . Следовательно, выше этой температуры поле еще вмороожено в плазму:  $H = \eta = T^{-1}$ , а при более низких температурах  $H = \beta_0^{1/2}$  и давление плазмы падает по закону (30). Если же плазма сильно замагничена, но величина  $\beta_0 < \mu^{-1}$ , то "накопление" плазмы и поля происходит при  $T \sim \beta_0^{-1/2}$ , где давление вморооженного магнитного поля сравнивается с давлением плазмы. В этом случае  $V_0^2 \sim \beta_0^{1/4}$ , при  $T < \beta_0^{-1/2}$  сначала еще есть вморооженность, так что  $H = \eta = \beta_0^{1/2}$ , а затем вступает в игру тепловой снос поля и выполняется условие (30). В общем виде величину эффективной теплопроводности плазмы в случае идеально проводящей стенки можно записать так:

$$\mathcal{L}_{\text{эфф}} \sim \mathcal{L}_{10} \min \left\{ \delta_0^{1/3}, \beta_0^{1/4}, \mu^{-1/4} \right\}$$

(32)

### § 3. Радиационная волна остывания

Перейдем теперь к радиационному охлаждению горячей плазмы с большим  $\beta$ , находящейся в контакте с холодной стенкой. Для определенности будем считать излучения из плазмы тормозным, так что его объемная мощность  $Q_r = \alpha n^2 T^{1/2}$ . При постоянном давлении плазмы величина  $Q_r \sim T^{-3/2}$  и быстро растет с понижением температуры \*). Поэтому при не слишком больших размерах плазменного столба возможна ситуация, когда полная мощность излучения из холодного пристеночного слоя будет больше полного излучения горячей плазмы. Остывание горячей плазмы происходит при этом за счет конвективного потока тепла от центра к стенке, т.е. из-за адиабатического расширения горячей плазмы. Возникающее течение плазмы можно описывать следующим образом. Пристеночный слой плазмы с низкой температурой быстро остывает из-за излучения и сжимается (так как давление плазмы должно оставаться однородным). Теплопроводность приводит к отбору тепла у следующего слоя плазмы, который остывает, сжимается и т.д. Таким образом, от стенки к горячей плазме распространяется волна остывания. Перед волной имеется горячая плазма с температурой  $T_0$ , плотностью  $n_0$  и магнитным полем  $H_0$ , а за волной - "остывшая" плазма с некоторой низкой температурой  $T_x \ll T_0$ . Величина  $T_x$  может определяться, например, тем, что при низких температурах (и, соответственно, больших плотностях) излучение плазмы становится запертным. Конкретное значение  $T_x$  для нас несущественно, так как все характеристики волны остывания оказываются независящими от этой величины.

Для дальнейшего удобно перейти в систему отсчета, связанную с волной, где все величины не зависят от времени. Введя характерное время радиационного остывания горячей плазмы

\*). Для рекомбинационного излучения  $Q_r \sim n^2 T^{1/2} \sim T^{-5/2}$  и рост мощности излучения происходит еще сильнее.

$\tau_0 = 3 n_0 T_0 / Q_{f0}$ , запишем основные уравнения (I-4) в безразмерных переменных, определенных следующим образом:  $y = x / (\chi_0 \tau_0)^{1/2}$ ,  $U = -V(\tau_0 / \chi_0)^{1/2}$ ,  $\chi_0$  – температуропроводность горячей плазмы. Плотность, температура и магнитное поле измеряются, соответственно, в единицах  $n_0$ ,  $T_0$  и  $H_0$ . В результате из (I-4) получаем:

$$\alpha T = 1 \quad (33)$$

$$n U = U_0 \quad (34)$$

$$\frac{d}{dy} \left( \alpha \frac{dT}{dy} + 5U \right) = f(T); \quad f(T) = Q_f / Q_{f0}; \quad (35)$$

$$U H + \frac{3}{2} \mu^{1/2} \alpha \frac{dT}{dy} = U_0 \quad (36)$$

Эти уравнения записаны в приближении  $\beta_0 \rightarrow \infty$ , что позволяет пренебречь давлением магнитного поля, магнитной вязкостью и джоулевым нагревом плазмы. Безразмерные теплопроводность  $\alpha$  и термоалектрический коэффициент  $\alpha$  задаются формулами (13), а  $U_0$  здесь – безразмерная скорость течения горячей плазмы. Такая постановка задачи имеет смысл, если полные радиационные потери определяются излучением из переходного слоя, поэтому теперь можно пренебречь излучением горячей и "остывшей" плазмы, т.е. формально считать, что  $f(1) = f(0) = 0$ . Как следует из (35), тепловой поток в плазме  $q_T$ , состоящий из теплопроводностного и конвективного слагаемых, можно представить в виде:

$$q_T = \alpha \frac{dT}{dy} + 5U_0 T = 5U_0 - \int_y^{\infty} f dy = 5U_0 - \int_T^1 f \frac{dy}{dT} dT \quad (37)$$

так что величина  $U_0$  связана с излучением из переходного слоя таким соотношением:

$$U_0 = \frac{1}{5} \int_0^1 f \frac{dy}{dT} dT \quad (38)$$

Основной вклад в этот интеграл дает, как будет показано ниже, область холодной плазмы с  $T \sim T_* \ll 1$ . Поэтому из (37) следует, что при  $T \gg T_*$  излучение можно не учитывать и считать

тепловой поток в плазме постоянным:

$$q_T = \alpha \frac{dT}{dy} + 5U_0 T = 5U_0$$

так что при  $T_* \ll T \ll 1$ , когда конвективный вклад в поток тепла мал,

$$q_T = \alpha \frac{dT}{dy} = 5U_0 \quad (39)$$

Соотношения (36) и (39) позволяют найти магнитное поле. Действительно, из (39) при условии (33) следует постоянство скорости диффузии тепла:  $V_T = 5U_0$ . Поэтому, используя введенную выше скорость теплового сноса магнитного поля  $V_H$  и равенства (7), из (36) получаем:

$$H = \left( T + \frac{15}{2} \mu^{1/2} \right)^{-1}, \quad T > T_1; \quad H = \frac{2}{15}, \quad T < T_1; \quad T_1 = \left( \frac{15 \mu^{1/2}}{2 \delta_0} \right)^{2/5} \quad (40)$$

Как и ранее, магнитное поле вмороно в плазму при  $T \gg \mu^{1/2}$ , а при более низких температурах его профиль определяется эффектом Нернста. При  $T = T_1$  имеется скачок магнитного поля. Зная магнитное поле и, тем самым, теплопроводность плазмы  $\alpha$ , можно определить структуру волны остыания. Напомним, что (39) справедливо только при  $T > T_*$ . При  $T < T_*$  тепловой поток уменьшается из-за излучения, так что скорость  $V_H$  падает, и, как видно из (36), величина магнитного поля там будет больше, чем по формулам (40). Однако, из дальнейшего следует, что излучение начинает играть роль при  $T < T_1$ , где плазма уже незамагничена и, следовательно, магнитное поле не влияет на структуру волны. Поэтому правильное значение  $H$  там можно найти задним числом, после решения уравнения (35). В незамагниченной плазме (область (III)) это уравнение выглядит так:

$$\frac{d}{dy} \left( \mu^{1/2} \delta_0^{5/2} \frac{dT}{dy} \right) = T^{-3/2}$$

(здесь опущен несущественный конвективный вклад в поток тепла, и положено  $f(T) = T^{-3/2}$  для тормозного излучения). Его решение с исчезающим при  $T \rightarrow 0$  тепловым потоком:

$$x \frac{dT}{dy} = \bar{\mu}^{1/2} \delta_0^2 T^{5/2} \frac{dT}{dy} = \bar{\mu}^{-1/4} \delta_0 T \quad (41)$$

Так как  $q_T(T=T_1) = (x \frac{dT}{dy})_{T_1} = 5\bar{u}_0$ , то для скорости расширения горячей плазмы получаем:

$$\bar{u}_0 = \left(\frac{15}{2}\right)^{2/5} \frac{\bar{\mu}^{-1/20} \delta_0^{3/5}}{5} \gg 1 \quad (42)$$

Скачок магнитного поля при  $T=T_1$  от  $H=2/15$  до  $H=\frac{2}{15} \bar{\mu}^{1/2}$  приводит к тому, что при  $T > T_1$  теплопроводность плазмы резко падает, и эта область уже не вносит вклад в полное излучение. Поэтому там справедливы формулы (39) и (40), из которых можно найти профиль температуры в этой части переходного слоя. Характерная ширина фронта волны остыния  $\Delta y \sim \bar{\mu}^{1/4}$ . Найдем теперь величину магнитного поля при  $T < T_1$ . Из (41) следует, что скорость теплового сноса  $V_H = \frac{1}{2} \bar{u}_0 T / T_1$  и много больше скорости течения плазмы  $\bar{u} = \bar{u}_0 T$ . Поэтому при  $T < T_1$   $H = \bar{u}_0 / V_H = 2T_1 / 15T$ . Примерная структура фронта радиационной волны остыния показана на рис. (3).

В вышеприведенном анализе подразумевалось, что степень замагниченности плазмы достаточно высока, а именно:  $\delta_0 \gg \bar{\mu}^{-3/4}$ .

При этом  $\bar{\mu}^{1/2} \gg T_1$  и термоэффекты вступают в игру в области (I). Если же  $\delta_0 \ll \bar{\mu}^{-3/4}$ , то профиль магнитного поля во фронте меняется. В этом случае  $H \propto T^1 (1 - T_1^{5/2} / T^{7/2})$ , то есть магнитное поле остается вмороженным в плазму до температур  $T > T_1$ , а затем уменьшается при  $T = T_1$  до значения  $H = 2/15$ . Скорость расширения горячей плазмы остается, как нетрудно видеть, прежней.

Обсудим теперь кратко эффекты, связанные с конечным значением параметра  $\beta_0$ . В случае сильной замагниченности, когда

$\delta_0 \gg \bar{\mu}^{-3/4}$ , они начинают проявляться при  $\beta_0 \leq \bar{\mu}^1$  и здесь уже нужно учитывать магнитное давление и конечную проводимость плазмы. Поэтому вместо (33) и (36) получаем

$$\bar{n}T + H^2 / \beta_0 = 1$$

$$\frac{4\bar{\mu}^{1/2}}{\beta_0 T^{3/2}} \frac{dH}{dy} + \frac{3}{2} \bar{\mu}^{1/2} L \frac{dT}{dy} + \bar{u}H = \bar{u}_0$$

В области (III), при  $T < T_1$ , решение остается прежним. Затем, при  $T > T_1$ , давление плазмы уменьшается, согласно ур. (26) и (27), а магнитное поле растет до величины  $H = \beta_0^{1/2}$ . Начиная с температур  $T > \bar{\mu}^{1/2}$  магнитное поле становится вмороженным в плазму, так что в интервале  $\bar{\mu}^{1/2} \ll T \ll \beta_0^{-1/2}$   $H \approx \bar{n} = \beta_0^{1/2}$ . При  $T > \beta_0^{-1/2}$  давление магнитного поля уже несущественно:

$$H = \bar{n} = T^{-1}$$

Если же  $\delta_0 < \bar{\mu}^{-3/4}$ , то конечность  $\beta_0$  проявляется, если  $\beta_0 < \bar{\mu}^{-2/5} \delta_0^{4/5}$ . В этом случае вмороженность поля в плазму сохраняется до температур  $T \geq T_1$ , поэтому  $H = \bar{n} = T^{-1}$  при  $T > \beta_0^{-1/2}$  и  $H = \bar{n} = \beta_0^{1/2}$  при  $T < \beta_0^{-1/2}$ . В области  $T \sim T_1$  тепловой снос магнитного поля и его диффузия приводят к быстрому уменьшению  $H$  до величины  $H = 2/15$  при  $T = T_1$ . Поскольку при  $T < T_1$  решение не меняется, во всех рассматриваемых случаях скорость расширения горячей плазмы по-прежнему определяется формулой (42).

В заключение рассмотрим области применимости описанных выше различных режимов остыния плазмы. Для этого удобно построить график зависимости характерного времени остыния плазмы  $\tau_E$  от ее размеров. При малых толщинах  $L$  плазменного столба  $\tau_E \sim L^2 / \chi_{ap}$  и, согласно (23),

$$\tau_E \sim L^2 e H_0 / c T_0$$

Это верно до тех пор, пока поток тепла на стенку из-за теплопроводности больше суммарных потерь на излучение. Нетрудно убедиться, что при  $L \sim L_1 \sim \bar{\mu}^{1/20} \delta_0^{2/5} (\chi_0 \tau_0)^{1/2}$  излучение из пристеночного слоя сравнивается с тепловым потоком на стенку. Поэтому при  $L > L_1$  остыание плазмы определяется радиационной волной. В этом случае  $\tau_E \sim \frac{L}{\bar{u}_0} (\tau_0 / \chi_0)^{1/2} \sim \frac{\bar{\mu}^{1/20}}{\delta_0^{5/5}} (\tau_0 / \chi_0)^{1/2} L$  и время остыния оказывается пропорциональным первой степени толщины плазменного столба. При  $L \sim L_2 \sim \bar{\mu}^{1/20} \delta_0^{2/5} (\chi_0 \tau_0)^{1/2} \gg L_1$  становится существенным излучение из всего объема горячей плазмы, так что при

$$L \gg L_2 \quad \tau_E \sim \tau_0$$

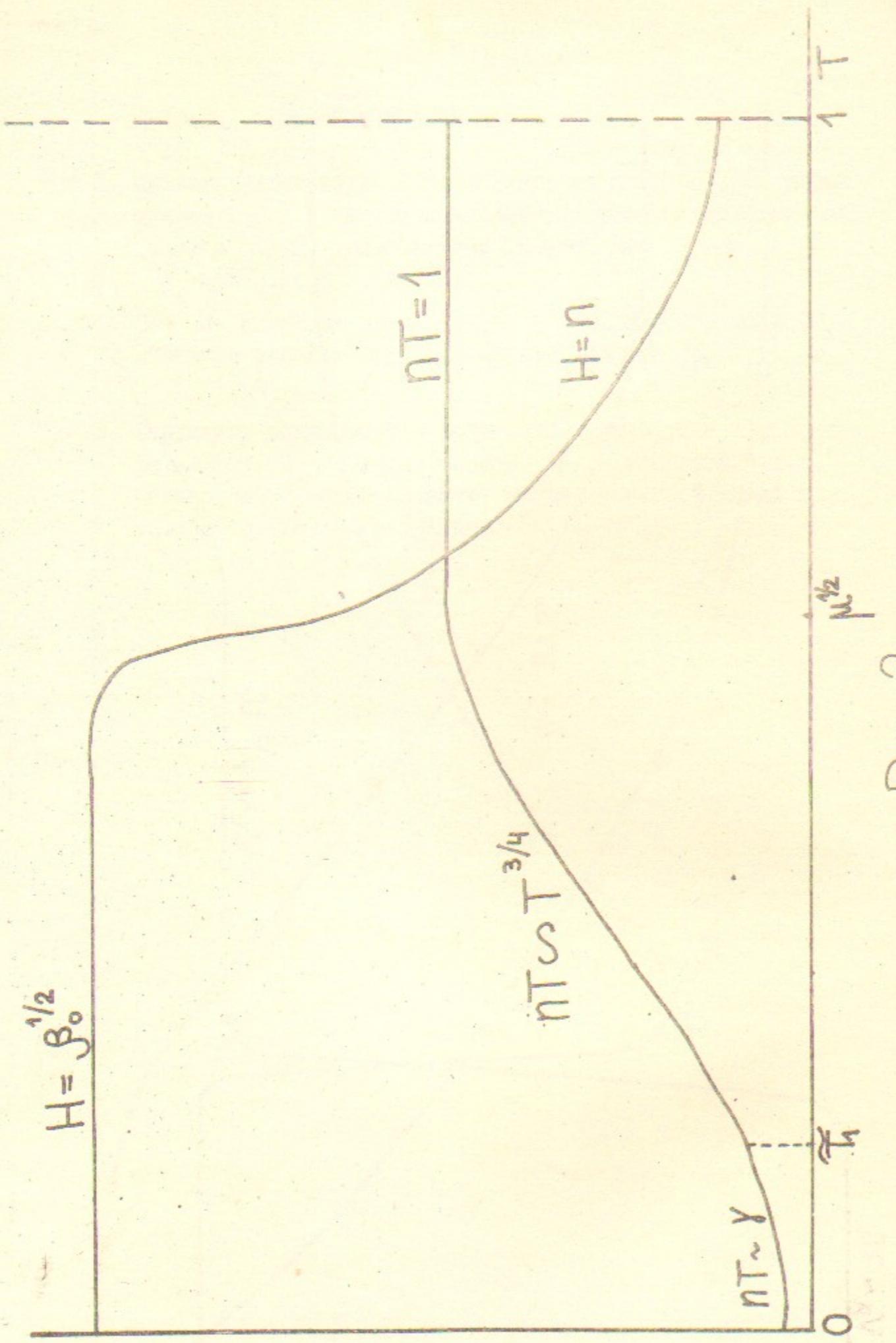
Как отмечалось во введении, радиационная волна остыния может описывать не только потери энергии из горячей плазмы, что представляет интерес для термоядерных приложений, но и конденсацию горячей плазмы на межгалактических облаках в астрофизических

ких условиях. В последнем случае такая волна имеет смысл и на временах, превышающих излучательное время горячей плазмы  $\tau_0$ . Из полученного решения следует, что остывание горячей плазмы происходит адиабатически медленно по отношению к радиационной волне в плазме с магнитным полем. Поэтому формула (42) для скорости натекания горячей плазмы остается справедливой и в этом случае, но величины  $\delta_0$ ,  $\chi_0$  и  $\tau_0$  теперь изменяются со временем.

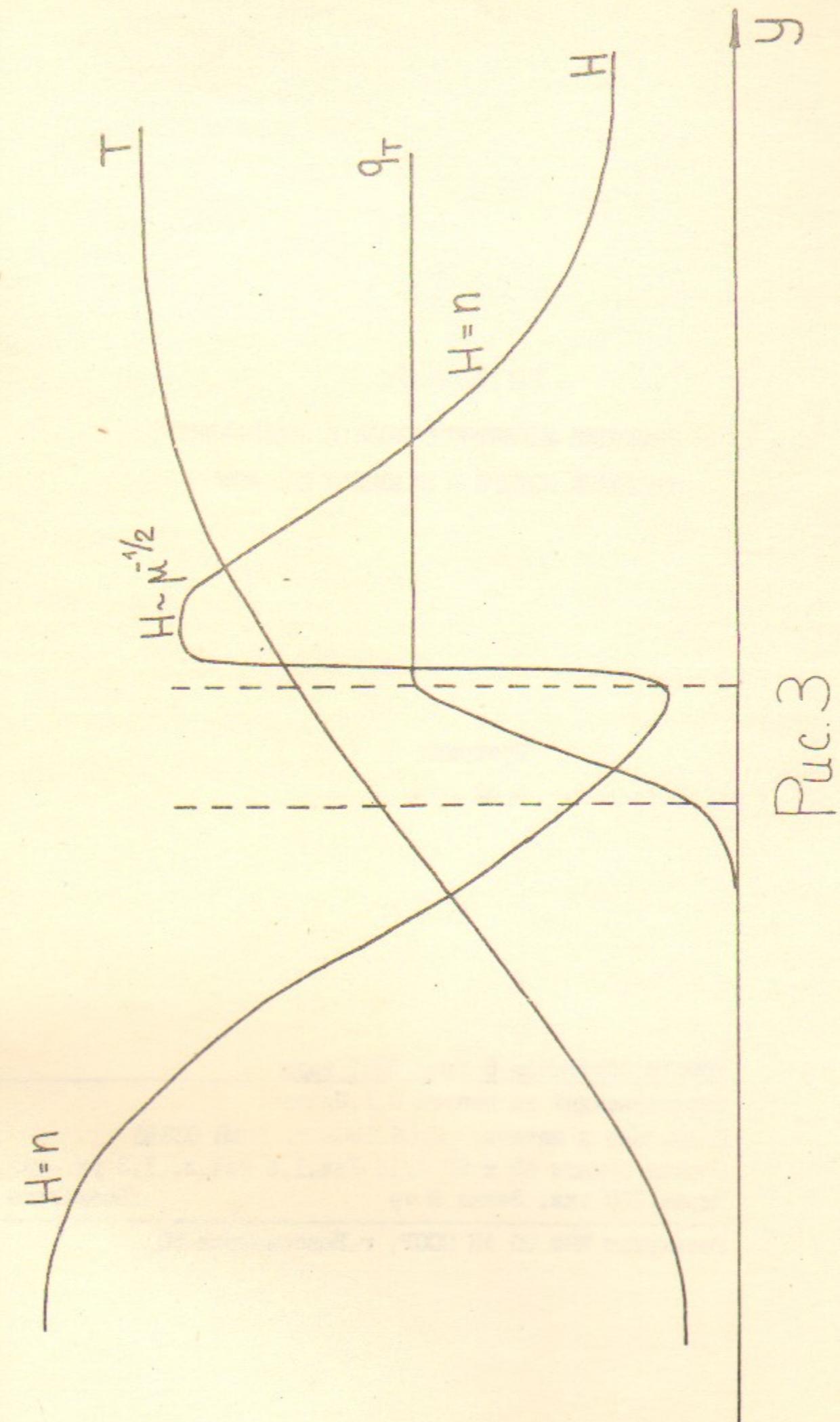
Автор благодарен Б.Н.Брейзману за полезные обсуждения.

#### Л и т е р а т у р а :

- [1] Velikhov, E. P. *Comments on Plasma Physics*, 1, 171, 1972.
- [2] Budker, G. I. *Proceed. VI Europ. Conf. on Plasma Physics*, 2, 136, Moscow, 1973.
- [3] Gross, R. A. *Nuclear Fusion*, 15, 729, 1975.
- [4] Рытов Д.Д. УФН, 116, 340, 1975.
- [5] Chebotaev, P. Z., et al. *Proceed. VI Europ. Conf. on Plasma Physics*, 1, 411, Moscow, 1973.
- [6] Chu, M. S. *Phys. Fluids*, 16, 1441, 1973.
- [7] Алиханов С.Г., Глушкин И.С. ДАН СССР, 226, 547, 1976.
- [8] Jensen, B. *Phys. Fluids*, 20, 373, 1977.
- [9] Tablon, C., Longeon, R. *Nuclear Fusion*, 18, 775, 1978.
- [10] Векштейн Г.Е. ПМТФ, 6, 3, 1976.  
ДАН СССР, 237, 295, 1977.
- [11] Векштейн Г.Е. Письма ЖЭТФ, 30, 9, 1979.
- [12] Дорошевич А.Г., Зельдович Я.Б. ЖЭТФ, 80, 801, 1981.
- [13] Брагинский С.И. Вопросы теории плазмы, вып. I, с.183, 1963.
- [14] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Механика сплошных сред. М., 1952,  
с.362.



Puc. 2.



Puc. 3

Г.Е.Векштейн

## ЭВОЛЮЦИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И АНОМАЛЬНЫЕ ТЕРМОВЫЕ ПОТЕРИ В ПЛАЗМЕ С БОЛЬШИМ

Препринт

16 82 - 79

Работа поступила 8 июля 1981 года

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Подписано к печати 2.06.1982 г. МН 03355

Формат бумаги 60 x 90 I/I6 Усл.л., 6 печ.л., 1,3 уч.-изд.л.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск-90