

Б.18

42

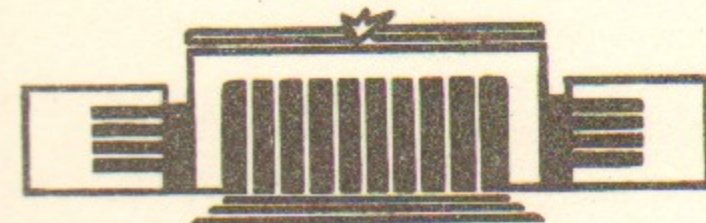
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР



В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко
ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ
ЧАСТИЦ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ
ВБЛИЗИ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ОСЕЙ В
ТОЛСТЫХ КРИСТАЛЛАХ

ПРЕПРИНТ 83—70

БИБЛИОТЕКА
Института ядерной
физики СО АН СССР
ИНВ. № _____



НОВОСИБИРСК

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЧАСТИЦ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ
ВБЛИЗИ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ОСЕЙ В ТОЛСТЫХ КРИСТАЛЛАХ

Аннотация

Анализируется кинетика распределения по поперечной энергии и моменту при движении частиц вблизи осей в кристалле. Показано, что асимптотически устанавливается равномерное распределение в поперечном к направлению осей фазовом пространстве. Для асимптотического распределения найдено выражение для интенсивности излучения в заданный телесный угол. Найдена оптимальная толщина, при которой выход излучения максимален. Указаны условия, при которых в излучение переходит значительная часть энергии падающих частиц.

RADIATION OF HIGH-ENERGY PARTICLES MOVING NEAR THE CRYSTALLINE
AXES IN THICK CRYSTALS

V.N.Baier, V.M.Katkov and V.M.Strakhovenko

Institute of Nuclear Physics,
630090 Novosibirsk, USSR

A b s t r a c t

The kinetics of the transverse energy and angular momentum distribution is discussed for the particle moving near the crystalline axes in a single crystal. It is shown that the uniform distribution in a phase space, transverse to the direction of the axes, is established.

The radiation intensity in a given collimator has been found for the asymptotic distribution. The optimal thickness at which the radiation output is maximal has been obtained. The conditions, under which a considerable fraction of the energy of incident particles is converted into radiation, are indicated.

I. Введение

Уже в течение многих лет ведется активное теоретическое и экспериментальное исследование явления излучения релятивистских частиц при движении их вблизи кристаллических плоскостей и осей в монокристаллах (см. [1-4]) и цитированную там литературу). В случае движения вблизи кристаллических плоскостей (одномерное движение) теоретический анализ достиг уровня, который позволяет дать вполне удовлетворительное количественное описание эксперимента. В последнее время авторы, основываясь на работах [1,5], провели такой анализ для частиц высокой энергии ($\varepsilon \approx 500$ МэВ) как для тонких кристаллов (в которых, по определению, функция распределения (ФР) по поперечной энергии не меняется при прохождении частиц через кристалл) [6], так и для толстых кристаллов [7], где эта ФР претерпевает изменение. Известный прогресс имеет место и для случая движения вблизи кристаллических осей, где необходимо анализировать существенно более сложную двумерную задачу. Недавно авторы получили полную интенсивность излучения и ее ориентационную зависимость при движении ультрарелятивистских частиц вблизи кристаллических осей в тонких кристаллах, основываясь на статистическом подходе [8,9]. Этот же круг вопросов, а также спектр излучения, рассматривался в работе [10], где использовался аксиально симметричный потенциал оси кулоновского вида, и в работе [11], где проводилось численное моделирование процесса. В данной работе мы рассмотрим интенсивность излучения при движении ультрарелятивистских частиц вблизи кристаллических осей в толстых кристаллах.

Интенсивность излучения зависит только от мгновенных значений координат и импульсов частиц и может быть найдена, если известна функция распределения (ФР) в фазовом пространстве, перпендикулярном направлению осей. В тонких кристаллах ФР определяется начальными условиями влета частиц в кристалл, в толстых кристаллах ФР меняется с глубиной проникновения частиц в кристалл l .

Одним из основных процессов, определяющих ФР, является многократное рассеяние. Расстояние, на котором среднеквадратичный угол рассеяния в соответствующей аморфной среде становится равным углу Линкорда $\vartheta_c = \sqrt{2U_0/\varepsilon}$, мы называем длиной декана-

лирования $l_d [I]$:

$$l_d \approx \frac{\alpha}{4\pi} g_0 L_{rad} \quad (1)$$

где $g_0 = 2U_0 \epsilon / m^2 c^4$, U_0 - максимальное значение эффективного потенциала оси, $\epsilon (m)$ - энергия (масса) частицы, $\alpha = e^2 / \hbar c = 1/137$, L_{rad} - радиационная длина в аморфном веществе. Очевидно, что в аксиальном случае l_d вдвое меньше, чем при плоскостном^{*}.

Другим важным фактором, влияющим на кинетику процесса являются радиационные потери энергии, которые определяются в основном двумя процессами. Первый из них - тормозное излучение при столкновении с отдельными ядрами и электронами. Характерная длина, на которой частица теряет свою энергию, есть L_{rad} и не зависит от энергии частицы. При достаточно большой энергии частицы становятся существенными также потери энергии за счет излучения, обусловленного движением в непрерывном потенциале цепочки атомов $U(\vec{r})$. Характерная радиационная длина для такого излучения определяется соотношением (см. [9])

$$L_{ch}^{-1} = \frac{1}{\epsilon} \frac{d\epsilon}{d(ct)} \approx \frac{I_0}{c\epsilon} = \frac{8\pi e^2 V_0^2 \gamma n_{\perp}}{3m^3 c^6} \approx \quad (2)$$

$$\approx L_{rad}^{-1} \frac{\hbar c \gamma}{d} \approx L_{rad}^{-1} 10^{-3} \gamma$$

где $V_0 = \frac{Ze^2}{d}$, d - среднее расстояние между атомами в цепочке, n_{\perp} - плотность цепочек атомов, $\hbar c = \frac{h}{mc}$ - комptonовская длина волны электрона.

Из формулы (2) следует, что при $\epsilon \approx 1$ ГэВ рассматриваемые потери энергии сравниваются с тормозными и при дальнейшем росте энергии частиц ϵ становятся доминирующими. Сравнивая L_{ch} с l_d имеем (в зависимости от кристалла)

$$\frac{l_d}{L_{ch}} \sim 10^{-6} \frac{U_0}{mc^2} \gamma^2 \sim \gamma^2 (10^{-9} \div 10^{-10}) \quad (3)$$

^{*} Вообще говоря, в кристалле многократное рассеяние зависит от ориентации. Однако имеющийся экспериментальный материал показывает, что оценка (1) является тем не менее неплохим приближением.

Введем ϵ_{c2} , такое, что $L_{ch}(\epsilon_{c2}) = l_d(\epsilon_{c2})$, тогда при энергии $\epsilon < \epsilon_{c2}$, $\epsilon_{c2} \approx (20+50)$ ГэВ, ФР $\psi(\epsilon_{\perp})$ меняется в основном за счет многократного рассеяния, причем потери энергии могут быть учтены в адиабатическом приближении. Для очень высоких энергий $\epsilon > \epsilon_{c2}$ основным процессом, меняющим ФР, являются радиационные потери (2), причем частицы теряют основную долю энергии на толщине $L < l_d$.

Для оценки возможности использования рассматриваемого эффекта в качестве источника жесткого направленного излучения, сосредоточенного в сравнительно узком интервале частот^{*}, необходимо знать его интенсивность в заданный телесный угол. При этом важно определить толщину кристалла, обеспечивающую наибольший энергетический выход излучения при заданной коллимации фотонного пучка. Рассмотрение существенно зависит от отношения ϵ / ϵ_{c2} . При $\epsilon \ll \epsilon_{c2}$ оптимальная толщина L_0 существенно превышает длину деканализирования l_d (1). Действительно, если не учитывать поглощения, то выход излучения растет с толщиной до тех пор, пока частицы не излучат заметную долю своей энергии. Для ультрарелятивистских частиц это происходит на длине $\sim \min(L_{rad}, L_{ch})$. С другой стороны, поглощение фотонов становится существенным на длине $\sim L_{rad}$. Итак, при условии $\frac{l_d}{L_{ch}} \ll 1$, $l_d / L_{rad} \ll 1$ имеем $L_0 \gg l_d$, так что необходимо рассмотреть процесс излучения в толстых кристаллах. При $\epsilon \gg \epsilon_{c2}$, $L_{ch} \ll l_d$ и частица теряет большую часть энергии уже в тонком кристалле.

2. Анализ кинетики для электронов

Рассмотрим эволюцию ФР при движении частиц вблизи кристаллической оси. В предположении аксиальной симметрии потенциала введем ФР электронов, находящихся в связанном состоянии, зависящую от поперечной энергии^{**}

$$\epsilon_{\perp} = \frac{\epsilon \vec{v}_{\perp}^2}{2} + U(\vec{r}) \quad (4)$$

проекции момента на направление оси $M \equiv M_z = \epsilon (\vec{r} \times \vec{v}_{\perp})_z$ и расстояния от оси ρ , на глубине z

$$F(\epsilon_{\perp}, M, \rho, z) = \varphi(\epsilon_{\perp}, M, \rho) f(\epsilon_{\perp}, M, \rho) \quad (5)$$

^{**} Для излучения при движении частиц вблизи кристаллических плоскостей этот круг вопросов изучен в работе [12].
^{**} Ниже используется система единиц $\hbar = c = 1$

где

$$f(\epsilon_L, M, \varrho) = \sqrt{\frac{\epsilon}{2}} \frac{1}{\pi \sqrt{\epsilon_L - \phi(\varrho)}}, \quad f d\varrho = \frac{dt}{T}, \quad (6)$$

T - период радиального движения частицы, $\phi(\varrho) = U(\varrho) + \frac{M^2}{2\epsilon\varrho^2}$
Условия нормировки имеют вид

$$\int F d\epsilon_L dM d\varrho = \int \varphi(\epsilon_L, M, \varrho) d\epsilon_L dM = \int f d\varrho = 1 \quad (7)$$

Изменение ФР за счет многократного рассеяния описывается уравнением

$$\frac{\partial F}{\partial e} = \int [\omega(\epsilon_L - \sigma, M - \mu; \sigma, \mu) F(\epsilon_L - \sigma, M - \mu, \varrho) - \omega(\epsilon_L, M; \sigma, \mu) F(\epsilon_L, M, \varrho)] d\sigma d\mu \quad (8)$$

где $\omega(\epsilon_L, M; \sigma, \mu)$ вероятность процесса, при котором поперечная энергия и момент меняются от ϵ_L, M до $\epsilon_L' = \epsilon_L + \sigma, M' = M + \mu$. Считая, что изменение поперечной энергии и момента невелико и разлагая по степеням σ, μ , приходим к уравнению Фоккера-Планка

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial e} = & \int d\sigma d\mu \left[-\sigma \frac{\partial(\omega F)}{\partial \epsilon_L} - \mu \frac{\partial(\omega F)}{\partial M} + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\sigma^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial \epsilon_L^2} + \sigma \mu \frac{\partial^2}{\partial M \partial \epsilon_L} + \frac{\mu^2}{2} \frac{\partial^2}{\partial M^2} \right) (\omega F) \right] = \quad (9) \\ = & - \frac{\partial}{\partial \epsilon_L} \left(\frac{\Delta \epsilon_L}{\Delta e} F \right) - \frac{\partial}{\partial M} \left(\frac{\Delta M}{\Delta e} F \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \epsilon_L^2} \left(\frac{\Delta \epsilon_L^2}{\Delta e} F \right) + \\ & + \frac{\partial^2}{\partial M \partial \epsilon_L} \left(\frac{\Delta M \Delta \epsilon_L}{\Delta e} F \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial M^2} \left(\frac{\Delta M^2}{\Delta e} F \right), \end{aligned}$$

где

$$\int d\sigma d\mu (\sigma^n; \mu^n; \sigma \mu) \omega(\epsilon_L, M; \sigma, \mu) = \left(\frac{\Delta \epsilon_L^n}{\Delta e}; \frac{\Delta M^n}{\Delta e}; \frac{\Delta M \Delta \epsilon_L}{\Delta e} \right) \quad (10)$$

средние и среднеквадратичные приращения поперечной энергии и момента (на единице длины).

Используя определения ϵ_L и M нетрудно получить

$$\Delta \epsilon_L = \frac{\epsilon}{2} (\vec{v}_L'^2 - \vec{v}_L^2) = \epsilon (\vec{v}_L \Delta \vec{v}_L + \frac{1}{2} \Delta \vec{v}_L^2) \approx \frac{\epsilon \vec{v}_s^2}{2} (\Delta \vec{v}_L = \vec{v} \vec{v}_s),$$

$$\Delta \epsilon_L^2 \approx \epsilon^2 (\vec{v}_L \vec{v}_s)^2 = 2(\epsilon_L - U(\varrho)) \Delta \epsilon_L; \quad (11)$$

$$\Delta M = \epsilon (\vec{\rho} \times \vec{v}_s)_z = 0; \quad \Delta M^2 \approx \epsilon^2 \varrho^2 \frac{\vec{v}_s^2}{2} = \epsilon \varrho^2 \Delta \epsilon_L;$$

$$\Delta M \Delta \epsilon_L \approx \frac{\epsilon^2}{2} (\vec{v}_L \vec{v}_s) (\vec{\rho} \times \vec{v}_s)_z = \frac{\epsilon^2 \vec{v}_s^2}{2} (\vec{\rho} \times \vec{v}_L)_z = M \Delta \epsilon_L$$

где $\sqrt{\vec{v}_s^2}$ - угол многократного рассеяния. Отметим, что $\Delta \epsilon_L$ зависит, вообще говоря, от координаты ϱ . Проинтегрировав уравнение (9) по ϱ и выполнив ряд преобразований, приходим к следующей форме кинетического уравнения для ФР $\varphi(\epsilon_L, M, \varrho)$ в случае электронов:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial e} = \sum_{i,k=L}^2 \frac{\partial}{\partial x_i} \mathcal{D}_{ik} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\varphi}{\pi} \right) \quad (12)$$

где $x_1 \equiv \epsilon_L, x_2 \equiv M$;

$$\mathcal{D}_{11} = \mathcal{D}_{\epsilon_L \epsilon_L} = \sqrt{\frac{\epsilon}{2}} \int \left(\frac{\Delta \epsilon_L}{\Delta e} \right) \frac{\epsilon_L - U(\varrho)}{\sqrt{\epsilon_L - \phi(\varrho)}} d\varrho;$$

$$\mathcal{D}_{22} = \mathcal{D}_{MM} = \left(\frac{\epsilon}{2} \right)^{3/2} \int \left(\frac{\Delta \epsilon_L}{\Delta e} \right) \frac{\varrho^2}{\sqrt{\epsilon_L - \phi(\varrho)}} d\varrho;$$

$$\mathcal{D}_{12} = \mathcal{D}_{21} = \mathcal{D}_{\epsilon_L M} = \mathcal{D}_{M \epsilon_L} = \frac{M}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{2}} \int \left(\frac{\Delta \epsilon_L}{\Delta e} \right) \frac{d\varrho}{\sqrt{\epsilon_L - \phi(\varrho)}} \quad (13)$$

Кинетическое уравнение в форме (12) было получено недавно в [13].

Введем переменные

$$\xi_1 = \frac{\epsilon_L}{u_0}, \quad \xi_2 = \frac{M}{M_0}; \quad M_0 = \epsilon \mathcal{D}_c \tau_0, \quad \tau_0^2 = \frac{1}{n_1} [8,9];$$

$$\tilde{T} = T \frac{\mathcal{D}_c}{\tau_0}; \quad \tau = \frac{e}{e_d}, \quad e_d^{-1} = \left(\frac{\Delta \mathcal{D}_s^2}{\Delta e} \right)_{am} \frac{1}{\mathcal{D}_c^2}; \quad (14)$$

$$\tilde{U}(\varrho) = \frac{U(\varrho)}{u_0}, \quad \tilde{\phi}(\varrho) = \frac{\phi(\varrho)}{u_0}, \quad \tilde{\varrho} = \frac{\varrho}{\tau_0}; \quad K = \left(\frac{\Delta \mathcal{D}_s^2}{\Delta e} \right)_{am}$$

Тогда уравнение (I2) приобретает вид

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = \sum_{k=1}^2 \frac{\partial}{\partial \xi_k} \tilde{D}_{kk} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi_k} \quad (I5)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{11} &= \int K^{-1} \left(\frac{\Delta \mathcal{D}_s^2}{\Delta e} \right) \frac{\xi_2 - \mathcal{U}(\vec{\rho})}{\sqrt{\xi_2 - \mathcal{U}(\vec{\rho})}} d\vec{\rho}, \\ \tilde{D}_{22} &= \frac{1}{4} \int K^{-1} \left(\frac{\Delta \mathcal{D}_s^2}{\Delta e} \right) \frac{\xi_2^2}{\sqrt{\xi_2 - \mathcal{U}(\vec{\rho})}} d\vec{\rho}, \\ \tilde{D}_{12} = \tilde{D}_{21} &= \frac{\xi_2}{2} \int K^{-1} \left(\frac{\Delta \mathcal{D}_s^2}{\Delta e} \right) \frac{1}{\sqrt{\xi_2 - \mathcal{U}(\vec{\rho})}} d\vec{\rho}. \end{aligned} \quad (I6)$$

Мы будем рассматривать случай, когда углы вылета частицы в кристалл $\vartheta_0 \lesssim \vartheta_c$. Для частиц, движущихся в канале, по определению $\xi_1 \lesssim 1$. Также ограничена величина $\xi_2 < M_{max}/M_0$, где $M_{max} < M_0$. Учитывая, что при $\tilde{T} \sim 1, T \sim \frac{z_0}{\vartheta_c}$ получаем, что для достаточно гладкой функции φ переменных τ, ξ_i такой, что $\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} \sim \frac{\varphi}{\tau}, \frac{\partial \varphi}{\partial \xi_i} \sim \frac{\varphi}{\xi_i}$ в уравнении (I5) при $\tau \gg 1, \xi_i \sim 1$ можно пренебречь левой частью. Тогда для частиц, движущихся в канале на глубине $l \gg l_d (\tau \gg 1)$ решение уравнения (I5) (I2) приобретает вид

$$\varphi \approx \tilde{c}(\tau) \tilde{T}(\xi_1, \xi_2) = c(l) T(\epsilon_L, M), \quad (I7)$$

что соответствует равномерному распределению частиц в фазовом пространстве, ортогональном направлению осей

$$T \cdot \delta(\epsilon_L, M, \rho) d\rho d\epsilon_L dM \propto d\epsilon_L dM \frac{d\rho}{\sqrt{\epsilon_L - \mathcal{U}(\rho)}} \propto d\epsilon_L d\rho d\vec{\rho}. \quad (I8)$$

Полученный результат аналогичен найденному ранее в работе [I2] при рассмотрении эволюции ФР при $l \gg l_d$ в случае плоскостного каналирования.

Для частиц, движущихся под потенциальным барьером $\epsilon_L > \mathcal{U}_0$ кинетическое уравнение имеет такой же вид, как и в аморфной

среде (это связано с двумерностью рассматриваемой задачи). Поэтому решение его есть гауссово распределение по $\vec{\xi}_1$ с дисперсией $\Delta^2 = \mathcal{D}_s^2 l = 4\pi l / (2\pi^2 l_{2nd}) \approx \mathcal{D}_s^2 \frac{l}{e_c}$. Сшивая это решение при $l \gg l_d, \epsilon_L = \mathcal{U}_0$ с решением (I8) получаем окончательный вид ФР по скоростям и координатам

$$dF(\vec{\xi}_1, \vec{\rho}, l) = \frac{d^2 \xi}{s} \frac{d^2 \rho}{\pi \mathcal{D}_s^2 l} \quad (I9)$$

где s - площадь одной ячейки (см. [8,9]). Это распределение справедливо для поперечных энергий, удовлетворяющих условию $\epsilon_L \ll \frac{\epsilon}{2} \mathcal{D}_s^2$.

3. Анализ кинетики для позитронов

В случае позитронов, движущихся вблизи кристаллической оси с $\epsilon_L < \mathcal{U}_0$ ФР имеет вид*

$$F(\epsilon_L, \vec{\rho}, l) = \varphi(\epsilon_L, l) \mathcal{F}(\epsilon_L, \vec{\rho}) \quad (20)$$

где

$$\mathcal{F}(\epsilon_L, \vec{\rho}) = \frac{1}{s(\epsilon_L)} \mathcal{D}(\epsilon_L - \mathcal{U}(\vec{\rho})) \quad (21)$$

где $s(\epsilon_L)$ - доступная для движения площадь в координатном пространстве (см., напр., [I4]).

Повторяя рассуждения, использованные в случае электронов, приходим к кинетическому уравнению для ФР $\varphi(\epsilon_L, l)$ для позитронов:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial l} = \frac{\partial}{\partial \epsilon_L} \mathcal{D} \frac{\partial \varphi}{\partial \epsilon_L} \frac{\varphi}{s(\epsilon_L)} \quad (22)$$

где

$$\mathcal{D} = \int d^2 \rho \frac{\Delta \epsilon_L}{\Delta e} (\epsilon_L - \mathcal{U}(\vec{\rho})) \mathcal{D}(\epsilon_L - \mathcal{U}(\vec{\rho})) \quad (23)$$

Вводя как и раньше (см. (I4)) безразмерные переменные и коэффициенты

* Мы не учитываем относительно небольшую группу позитронов в связанном состоянии (гиперканализованные частицы)

$$\xi = \frac{\epsilon_L}{u_0}, \quad \tilde{\xi} = \frac{s}{z_0}, \quad \tilde{u}(\xi) = \frac{u(\xi)}{u_0}, \quad \tilde{s}(\epsilon_L) = \frac{s(\epsilon_L)}{\pi z_0^2} \quad (24)$$

получаем уравнение

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \xi} \tilde{D} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \quad (25)$$

Для $\xi \sim 1$ и при $\tau \gg 1$ можно положить $\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = 0$. Тогда асимптотическое решение принимает вид:

$$\varphi = \text{const } S(\epsilon_L) \quad (26)$$

а распределение частиц в фазовом пространстве определяется формулой (19).

Заметим, что если полная энергия частиц меняется с e , то $\dot{\vartheta}_s^2 \propto \gamma^{-2}(e)$ есть функция e и тогда в (19) $\dot{\vartheta}_s^2 e \rightarrow g(e) = \int_0^e \dot{\vartheta}_s^2 de$.

4. Асимптотическая интенсивность излучения

Найдем теперь интенсивность излучения при прохождении частиц через толстый кристалл с использованием ФР (19). В случае коллимации испущенных фотонов имеем

$$I(\vec{\Delta}, e) = \int dF(\vec{u}_L, \vec{s}, e) \int_{\vec{\Delta}} d\vec{\vartheta} I(\vec{\vartheta} - \vec{u}_L, \vec{s}) = \frac{1}{\pi g(e)} \int_{\vec{\Delta}} d\vec{\vartheta} \int I(s) \frac{d^2 s}{s} = \frac{\Omega}{\pi g(e)} \bar{I} \quad (27)$$

где $\vec{\Delta} = \vec{\Delta}(\Delta_x, \Delta_y) = \vec{\Delta}(\Delta, \varphi) e_x$ - угол коллимации, Ω - телесный угол коллиматора, $g = \int_0^e \dot{\vartheta}_s^2(e) de$. Для потенциала, использованного в [8,9]

$$u(\xi) = V_0 \left[\ln\left(1 + \frac{1}{x+\eta}\right) - \ln\left(1 + \frac{1}{x_0+\eta}\right) \right] \quad (28)$$

где $x = s^2/a_s^2$ имеем (см. [9])

*) Строго говоря, необходимо выполнение условия $\tau \gg \tilde{\omega}^{-1}$. В отличие от случая электронов, для позитронов, например, при нулевом угле влета и малой расходимости пучка величина $\tilde{\omega}^{-1}$ может быть достаточно большой.

$$\bar{I} = I_{as} = I_0 \varphi(\eta) \quad (29)$$

где

$$I_0 = \frac{8\pi e^2 V_0^2 \delta^2 n_L}{3m^2}, \quad \varphi(\eta) = (1+2\eta) \ln\left(1 + \frac{1}{\eta}\right) - 2 \quad (30)$$

Напомним, что n_L - плотность цепочек атомов (осей), $V_0 = \frac{ze^2}{d}$, d - среднее расстояние между атомами в цепочке, $\eta = 2\beta u^2/a_s^2$, u_L - амплитуда тепловых колебаний, a_s - радиус экранирования, β - параметр потенциала [9] ($\beta \approx 1$). Значение параметров для некоторых веществ приведено в Таблице в [9] и Таблице I.

5. Определение оптимальной толщины

Для оценки оптимальной толщины выпишем уравнение, учитывающее поглощение фотонов и уменьшение энергии электронов. В силу того, что $L_{ch} \gg l_d$, $L_{rad} \gg l_d$ изменение энергии при прохождении длины e в кристалле учтем в адиабатическом приближении (см. [12], Приложение)

$$\frac{dE}{ds} = -E(1+R) \quad (31)$$

где $R = R(E) = \frac{I_{as}(E)}{E} L_{rad}$, $s = \frac{e}{L_{rad}}$. Решение этого уравнения имеет вид

$$\frac{E}{E_0} = \frac{e^{-s}}{1 + R(E_0)(1 - e^{-s})} \quad (32)$$

Величина $R(E)$ характеризует отношение интенсивностей рассматриваемого излучения и тормозного излучения. Значения R при $E = 1$ ГэВ для оси $\langle 100 \rangle$ различных кристаллов приведены в Таблице I.

Поскольку интенсивность излучения $I \propto \gamma^2(e)$, а величина $g(e) \propto \int \frac{de}{\gamma^2(e)}$ (см. (27)), то

$$I(\Delta, s) = A G(s), \quad A = \frac{\Omega}{\pi \dot{\vartheta}_s^2(E_0) L_{rad}} \bar{I}(E_0), \quad (33)$$

$$G(s) = \frac{e^{-2s}}{[1 + R(1 - e^{-s})]^2 \left[\frac{1}{2}(1+R)^2(e^{2s}-1) - 2R(1+R)(e^s-1) + R^2s + b \right]^{-1}}$$

где $b = \frac{e_d}{L_{rad}}$, слагаемое b в последнем множителе в $G(s)$ отражает характер начального распределения.

При $R \ll 1$ потери энергии на излучение при движении вблизи кристаллических осей малы и основные потери энергии обусловлены тормозным излучением. В этом случае^{*)}

$$G(s) \approx \frac{2e^{-2s}}{e^{2s} - 1 + 2b} \quad (34)$$

В противоположном случае $R \gg 1$; $S \ll 1$ в области, дающей основной вклад в интенсивность испущенных фотонов, тогда

$$G(s) \approx \frac{L_{rad}}{L_{ch} (1 + \xi)^2 (1 + \xi + \frac{1}{3} \xi^2) (\xi + \tilde{b})} \quad (35)$$

где $\xi = Rs = \frac{e}{L_{ch}}$, $\tilde{b} = \frac{e_d}{L_{ch}}$.

С учетом поглощения фотонов и формулы (33) уравнение баланса для излучения, попавшего в коллиматор, имеет вид

$$\frac{d\phi}{ds} = -c\phi + G(s) \quad (36)$$

где $c = L_{rad}/L_{ph}$, L_{ph} - усредненная длина поглощения фотонов, учитывающая рождение пар и комптоновское рассеяние в соответствующем интервале частот, который определяется энергией излучающей частицы. Функция ϕ в (36) описывает отношение суммарной энергии фотонов, попавших в коллиматор, к полной энергии падающих частиц

$$\frac{E(s)}{\epsilon_0} = \frac{\Omega \bar{I}}{\pi \tilde{\nu}_s^2(\epsilon_0) \epsilon_0} \phi(s) = \frac{\Omega}{\pi \tilde{\nu}_s^2 L_{ch}} \phi(s) \quad (37)$$

Решение уравнения (36) имеет вид

$$\phi(s) = e^{-cs} \int_0^s G(x) e^{cx} dx \quad (38)$$

^{*)} В работе [12] использовалось другое представление функции $G(s)$ совпадающее с $G(s)$ (34) при $s \ll 1$. С принятой точностью это не влияет на окончательный результат, поскольку для оптимальных толщин $S = S_0 \ll 1$.

В предельном случае $S \ll 1$, $Rs \ll 1$ имеем

$$\phi(s) \approx \ln(1 + \frac{s}{b}) = \ln(1 + \frac{e}{e_d}) \quad (39)$$

В случае $R \ll 1$ (при осевом каналировании эта ситуация имеет место для главных осей при энергии $\epsilon \lesssim 100$ МэВ) используя (34) имеем из (38)

$$\phi(s) = 2e^{-cs} \int_0^s \frac{e^{(c-2)x}}{e^{2x} - 1 + b} dx \quad (40)$$

В противоположном случае $R \gg 1$ длина l , на которой частица теряет энергию, $l \ll L_{rad}, L_{ph}$ и вклад в интенсивность дают $s \lesssim \frac{l}{R} \ll 1$. Тогда, воспользовавшись (35), находим

$$\phi(\xi) \approx \int_0^{\xi} \frac{dx}{(x + \tilde{b})(1+x)^2(1+x + \frac{1}{3}x^2)} \quad (41)$$

причем

$$\phi(\xi \rightarrow \infty) = \ln \frac{l}{\tilde{b}} - 3 + \frac{1}{2} (\ln 3 + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}) \approx \ln \frac{l}{\tilde{b}} - \frac{3}{2} \quad (42)$$

Отметим, что уже при $\xi = 1$ ($l = L_{ch}$) имеет место $\phi(\infty) - \phi(1) \ll \phi(\infty)$ так что в данном случае оптимальной толщиной является величина $L_{ch} = \frac{\epsilon}{I}$. При дальнейшем росте энергии характерная длина L_{ch} уменьшается и может сравниться с e_d . В такой ситуации использованный выше адиабатический учет потерь энергии становится неприменимым и в кинетическое уравнение необходимо включить члены, учитывающие потери полной энергии.

Поскольку характерные углы излучения пучка частиц при движении вблизи кристаллических осей $\vartheta \approx \max\{\frac{1}{\gamma}, \vartheta = \frac{\sqrt{\epsilon_0}}{\epsilon}\}$, то при $\epsilon_0 \gtrsim 1$ (для аксиального каналирования это справедливо при энергиях $\epsilon \gtrsim 1$ ГэВ) характерное излучение сосредоточено в угле $\vartheta \sim \vartheta_c$ и разумно выбрать угол раствора коллиматора $\Delta = \vartheta_c$. Тогда $\Omega = \pi \vartheta_c^2$ и формула (37) может быть переписана в виде

$$K(s) \equiv \frac{E(s)}{\varepsilon} = \frac{\varrho_c^2}{\dot{\varrho}_s^2} \frac{\phi(s)}{L_{ch}} = \frac{\ell_d}{L_{ch}} \phi(s) \quad (43)$$

Тогда в случае, когда потери энергии определяются специфическим излучением при движении вблизи кристаллических осей ($R \gg I$), доля излученной в коллиimator энергии на оптимальной толщине $\ell \approx L_{ch}$ определяется простым соотношением, зависящим только от параметра $\tilde{b} = \ell_d / L_{ch}$

$$K \approx \tilde{b} \left[\ln \frac{1}{\tilde{b}} - 3 + \frac{1}{2} \left(\ln 3 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right) \right]. \quad (44)$$

Как уже отмечалось, использованный подход справедлив при $\ell_d \ll L_{ch}$ т.е. при $\tilde{b} \ll 1$, когда величина K всегда мала. В таблице I приведены оптимальные толщины L_0 и значения K для различных кристаллов (ось $\langle 100 \rangle$) при энергии $\varepsilon = 1$ ГэВ (для которой $L_{rad} \sim L_{ph} \sim L_{ch}$ и углах коллиматора $\Delta = \frac{1}{\gamma}$, $\Delta = \varrho_c$ ($\varrho = \pi \Delta^2$)). Видно, что выход излучения K для оптимальных толщины кристалла и угла коллимации лежит между 0,1% и 1%.

6. Излучение при ультравысоких энергиях

Как уже отмечалось, с ростом энергии частиц возникает ситуация, когда длина излучения L_{ch} (убывающая $\propto \frac{1}{\gamma^2}$ (2)) сравнивается с длиной деканализирования (растущей $\propto \gamma$ (1)). Это происходит при энергиях десятки ГэВ (15-60 ГэВ в зависимости от вещества и канала), при этом $L_{ch} \ll L_{rad}$. При таких энергиях параметр недипольности $\varrho_0 = \frac{2\varepsilon U_0}{m^2} \gg 1$ и излучение в области частот, дающих основной вклад в интенсивность, носит магнитотормозной характер. В частности мгновенный спектр имеет универсальный характер (см., напр., [15]). В основном излучаются частоты $\omega \sim \varepsilon X$, где параметр X определяется напряженностью электрического поля: $X(\varrho, \varepsilon) \sim \gamma \frac{E(s)}{E_0}$, $E_0 = \frac{m^2 c^3}{e \hbar} = 1,6 \cdot 10^{16}$ В/см [15]. В спектральное распределение интенсивности будет входить усредненное значение X , близкое к $X(a_s)$. Тогда как оценку в качестве правой границы спектра можно принять $X(a_s, \varepsilon_0) \varepsilon_0$, по мере потерь энергии эта граница смещается влево. Поскольку при $\varepsilon \sim \varepsilon_0$ на длине $L_{ch} \approx \ell_d$ почти вся энергия частицы переходит в излучение, то детальное описание этого процесса требует решения соответствующей кинетической задачи.

Для магнитотормозного излучения этот вопрос рассмотрен в работах [16, 17]. В обсуждаемой области угол Линхарда $\vartheta_c \gg \frac{1}{\gamma}$, так что излучение оказывается сосредоточенным в угле $\sim \varrho_c$. В соответствующем аморфном веществе частица теряет энергию на длине L_{rad} , причем излучение идет в гораздо больший телесный угол $\varrho_{rad} : \frac{\varrho_{ch}}{\varrho_{rad}} \sim \frac{\ell_d}{L_{rad}} = \frac{\alpha}{4\pi} \varrho_0 \ll 1$ и более широком интервале частот $0 < \omega < \varepsilon \frac{\varrho_{ch}}{L_{rad}} \frac{L_{rad}}{L_{rad}} = \frac{\alpha}{4\pi} \varrho_0 \ll 1$.

В Таблице 2 приведены некоторые характеристики излучения при $\varepsilon = \varepsilon_{c2}$. Отметим, что при значениях параметра $X \sim 1$ необходимо учитывать отдачу при излучении и дискретный характер потерь энергии.

Таблица I

Параметры кристаллов при $T = 293^\circ$ (ось $\langle 100 \rangle$)
и некоторые характеристики излучения при
 $\varepsilon = 1$ ГэВ

Крис- талл	u_1 (Å) $T=293^\circ$	V_0	U_0	β	x_0	l/ρ	R	$K = E/\varepsilon$ ($\times 10^3$) $\Delta = \frac{l}{\rho} \Delta = \frac{\rho}{2}$	L_0	$\frac{K_{ax}}{K_{pe}}$ ($\Delta = \frac{l}{\rho}$)
C(d)	0,040	24	90	0,75	4,4	48	1,6	4,4	3	1,6 2,9
Si(d)	0,075	37	86	1	10	10	0,61	1,7	1,1	1,6 3,4
Ge(d)	0,085	81	153	1	14	6,1	0,41	1,0	1,2	0,45 3,3
W	0,050	336	761	1,2	30	8,8	1,1	1,9	12	0,07 4,2

u_1 - амплитуда тепловых колебаний; V_0, β, x_0, l - параметры, характеризующие потенциал (28); U_0 - глубина потенциальной ямы; R - отношение интенсивностей рассматриваемого излучения и тормозного излучения; $K = E/\varepsilon$ (для удобства записи величина K умножена в таблице I на 10^3) - выход излучения (отношение энергии фотонов, попавших в круглый коллиматора с раствором угла Δ (от оси до образующей) к начальной энергии частиц на оптимальной толщине); L_0 - оптимальная толщина, на которой выход излучения максимален; K_{ax}/K_{pe} - отношение выхода при движении около осей и выхода при движении вблизи кристаллических плоскостей [12].

Таблица 2

Свойства излучения при $\varepsilon = \varepsilon_{cz}$ (ось $\langle 100 \rangle$)

Кристалл	ε_{cz} (ГэВ)	$l_d = L_{ch}$ (см)	$\chi(a_s, \varepsilon_{cz})$	$\frac{l_d(\varepsilon_{cz})}{L_{rad}}$ ($\times 10^2$)
C(d)	39	0,2	0,04	1,6
Si(d)	65	0,26	0,10	2,5
Ge(d)	61	0,09	0,25	3,9
W	16	0,02	0,34	5,7

Л и т е р а т у р а

1. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. ЯФ 33(1981) 1284.
2. В.А.Базылев, Н.К.Жеваго. УФН 137(1982)605.
3. M.J.Alguard, R.L.Swent, R.H.Pantell et al. Nucl. Instr. Methods 170, (1980) 7.
4. J.U.Andersen, E.Bonderap, E.Laegsgaard et al. Nucl. Instr. Methods 194 (1982) 209.
5. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. ЖЭТФ, 80(1981) 1348.
6. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. ДАН СССР, 266(1982), 605.
7. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. ДАН СССР 268 (1983) 1365.
8. V.N.Baier, V.M.Katkov, V.M.Strakhovenko. Radiation of ultrarelativistic particles moving near crystalline axes. Preprint IYaf 82-164, Novosibirsk(1982). Phys.Lett. 95A(1983)403.
9. V.N.Baier, V.M.Katkov, V.M.Strakhovenko. Radiation intensity of ultrarelativistic particles at axial channeling and its orientation dependence. Preprint IYaf 83-29, Novosibirsk(1983).
10. А.Л.Авакян, Н.К.Жеваго, Ян Ши. ЖЭТФ 82 (1982) 573.
11. Y.Yamamura, Y.H.Otsuki. Phys.Rev. B24(1981)3430.
12. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. Излучение при плоскостном каналировании релятивистских электронов в толстых кристаллах. Препринт ИЯФ 82-62, Новосибирск, (1982), phys.stat.sol. (b) 118(1983) № 1.
13. В.В.Белошицкий, М.А.Кумахов. ЖЭТФ 82(1982) 462.
14. J.K.Lindhard. Dansk.Vidensk.Selsk.Mat.Fys. 34 (1965) № 14.
15. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.С.Фадин. Излучение релятивистских электронов, Москва, Атомиздат, 1973.
16. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. ЖЭТФ 66 (1974) 81.
17. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко. ЯФ 27 (1978) 728.

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ДВИЖЕНИИ ЧАСТИЦ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ
ВБЛИЗИ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ОСЕЙ В ТОЛСТЫХ КРИСТАЛЛАХ

Препринт
№ 83-70

Работа поступила - 24 мая 1983 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 17.6-1983 г. МН 17603
Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.1,0 печ.л., 0,8 учетно-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 70.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90