3

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

РОЖДЕНИЕ ПАРЫ ЧАСТИЦ ФОТОНОМ, ВЛЕТАЮЩИМ В МОНОКРИСТАЛЛ ВДОЛЬ ОСЕЙ ИЛИ ПЛОСКОСТЕЙ

ПРЕПРИНТ 84-104

НОВОСИБИРСК

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

РОЖДЕНИЕ ПАРЫ ЧАСТИЦ ФОТОНОМ, ВЛЕТАЮЩИМ В МОНОКРИСТАЛЛ ВДОЛЬ ОСЕЙ ИЛИ ПЛОСКОСТЕЙ

А Н Н О Т А Ц И Я

Обсуждается механизм рождения пары частиц фотоном очень высокой энергии в поле осей или плоскостей монокристалла. В квазиклассическом приближении получена общая формула (2) для вероятности рождения пары, справедливая для любых полей, в том числе и сильно неоднородных. Прослежен переход к случаю постоянного поля, для которого вероятность рождения пар W_e для оси $\langle 111 \rangle$ в некоторых веществах приведена на рис.I,2. Оценены положения максимума W_e и его высота (см., форм.(6)).

PARTICLE PAIR PRODUCTION BY A PHOTON MOVING ALONG THE AXES OR THE PLANES IN A SINGLE CRYSTAL

V.N.Baier, V.M.Katkov and V.M.Strakhovenko
Institute of Nuclear Physics
630090 Novosibirsk, USSR

A b s t r a c t

The production mechanism of a pair of particles by a high-energy photon in the fields of axes or planes in a single crystal is discussed. In a quasiclassical approximation, the general formula (2) for pair production probability has been derived, which holds for any fields, including the strongly inhomogeneous ones. A transition is traced to the case of a constant field for which the pair production probability W_e for the ⟨111⟩ axis in some media is presented in Figs. 1 and 2. The positions of the maximum of W_e and its height have been estimated (see formula (6)).

I. При прохождении электронов и фотонов большой энергии через монокристалл основные электромагнитные процессы – излучение и рождение пар существенно модифицируются. В частности, рождение пар может идти не только на изолированных атомных ядрах (механизм Бете-Гайтлера), но и в поле осей или плоскостей монокристалла [I,2]. Последний процесс является проявлением общего механизма рождения пар фотоном большой энергии во внешнем электромагнитном поле, см., напр., [3], где показано, что в постоянном поле время формирования процесса есть $\tau_f \sim \frac{1}{m}\frac{E_0}{E}$, а основным параметром, определяющим его характер является

$$\varkappa = \frac{e}{m^3}\sqrt{|F_{\mu\nu}k^\nu|^2} = \frac{e}{m^3}\left[(\vec{k}\times\vec{H}+\omega\vec{E})^2-(\vec{k}\vec{E})^2\right]^{1/2} \xrightarrow[\vec{E}\perp\vec{k}]{\vec{H}=0,} \frac{E}{E_0}\frac{\omega}{m} \quad (I)$$

где $k^\nu(\omega,\vec{k})$ – 4-импульс фотона, m – масса электрона, $E_0 = m^2/e = 1{,}32\cdot 10^{16}$ В/см – критическое поле. Если за время τ_f поле на траектории частицы меняется слабо, то можно непосредственно использовать известные формулы для постоянного поля. Проявления обсуждаемого механизма становятся заметными только в области высоких энергий (больше десяти ГэВ [2]), когда частицы пары рождаются ультрарелятивистскими. При этих условиях адекватным способом описания процесса является квазиклассическое приближение. В работе [2] рождение пар фотоном в монокристалле за счет обсуждаемого механизма проведено при значениях $\varkappa \lesssim 1$. В настоящей работе дано общее рассмотрение процесса в квазиклассическом приближении и изучена область произвольных значений параметра $\varkappa$.

2. Рассмотрение проводится в рамках подхода, развитого в [3]. Как показано там (§ II), вероятность рождения пары может быть получена из вероятности излучения с помощью соответствующих замен. Мы будем исходить из формул (2.I)-(2.5) работы [4]. Учитывая ультрарелятивизм родившихся частиц и сохраняя старшие члены разложения по m/ω, имеем для полной вероятности (за все время взаимодействия)

$$w_e = \frac{\alpha m^2}{(2\pi)^2\omega}\int\frac{d^2\varrho_0}{S}d^2p_{0\perp}\frac{d\varepsilon}{\varepsilon\varepsilon'}\int dt_1dt_2\left[1-\frac{\varepsilon(\varepsilon^2+\varepsilon'^2)}{4\varepsilon' m^2}\left(\vec{v}_\perp(t_1)-\vec{v}_\perp(t_2)\right)^2\right]e^{-iA}, \quad (2)$$

$$A = \frac{\varepsilon\omega}{2\varepsilon'} \int_{t_2}^{t_1} dt \left[\frac{m^2}{\varepsilon^2} + (\vec{n}_\perp - \vec{v}_\perp(t))^2 \right],$$

где $\varepsilon, \varepsilon' = \omega - \varepsilon$ – энергии частиц родившейся пары, $\vec{n} = \vec{k}/\omega$, индекс $\perp$ означает компоненту, перпендикулярную оси z, которая в осевом случае выбирается вдоль направления цепочки атомов, а в плоскостном случае – вдоль составляющей $\vec{n}$ параллельной плоскости, $\vec{p}_{0\perp}$ – импульс частицы в точке рождения $\vec{\varrho}_0 \equiv \vec{\varrho}_{0\perp}$. Суммирование по всем возможным траекториям родившихся частиц дается интегралом $\frac{1}{S}\int d^2\varrho_0\, d^2p_{0\perp}\, d\varepsilon$, где S – площадь поперечного сечения, по которому производится интегрирование. Периодичность кристалла позволяет использовать в качестве S площадь, приходящуюся на одну цепочку(плоскость). Обратим внимание, что формула (2) применима в квазиклассическом приближении для любых полей, в том числе и для сильно неоднородных.

Процесс рождения пары идет с заметной вероятностью, когда $eE_z \frac{1}{m} \gtrsim m$, где E_z – электрическое поле в системе покоя частицы, т.е. $E_z \gtrsim \frac{m^2}{e} = E_0$. Если ℓ – линейный размер области, где градиент потенциала максимален, то имеем

$$\frac{\omega U_0}{m^2} \gtrsim \ell m \gg 1 \tag{3}$$

где U_0 – характерный масштаб потенциала. При данном U_0 с ростом энергии ω размер области, где идет процесс, возрастает.

Качественные особенности процесса можно получить, анализируя экспоненту в (2). Видно, что вклад дают участки траектории, когда либо $|\vec{n}_\perp|, |\vec{v}_\perp| \lesssim m/\varepsilon$, либо $|n_\perp - v_\perp| \lesssim m/\varepsilon$, т.е. частицы пары вылетают в угол $\sim m/\varepsilon$ вокруг $\vec{n}_\perp$. Когда угол влета фотона ϑ_0 растет и $\vartheta_0 = |n_\perp| \gg m/\omega$, то в соответствии с (3) родившиеся частицы находятся высоко над барьером, тогда их поперечная скорость отличается от средней на величину $\Delta v_\perp \sim U_0/\varepsilon\vartheta_0$. Если $\Delta v_\perp \ll m/\varepsilon$, то e^{iA} в (2) можно разложить по степеням $\Delta v_\perp$, что соответствует переходу к теории возмущений по потенциалу U (в задаче излучения этот вопрос обсуждался в [5]). С ростом ϑ_0 величина $\Delta v_\perp$ (и, соответственно, вероятность w_e) падает. Падение начинается, когда $\Delta v_\perp \sim \frac{m}{\varepsilon}$, т.е. с углов $\vartheta_0 \sim \frac{U_0}{m}$.

3. Проследим переход от вероятности (2) к пределу постоянного поля. В этом случае удобно перейти к относительному времени $\tau = t_2 - t_1$ и $t = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$. Показатель экспоненты в (2) можно разложить по степеням τ

$$A = \frac{\varepsilon\omega}{2\varepsilon'} \left[\left(\frac{m^2}{\varepsilon^2} + (\vec{n}_\perp - \vec{v}_\perp(t))^2 \right)\tau + \left(\dot{\vec{v}}_\perp^{\,2} - (\vec{n}_\perp - \vec{v}_\perp(t))\ddot{\vec{v}}_\perp(t) \right)\frac{\tau^3}{12} \right] \tag{4}$$

Сравним два члена в скобках перед $\tau^3/12$. Учитывая, что $|\vec{n}_\perp - \vec{v}_\perp(t)| \lesssim \frac{m}{\varepsilon}$, находим, что вторым членом можно пренебречь, если $m|\vec{v}_\perp| / u_0 \ll$ I. При этом показатель экспоненты A переходит в выражение для постоянного поля [3]. Нетрудно видеть, что полученный критерий совпадает с критерием (I0) в [2]. На этом этапе вычислений подынтегральное выражение в (2) есть функция $\vec{\varrho}_\perp(t)$, $\vec{v}_\perp(t)$. Тогда, переходя от переменных $\varrho_0, \vec{v}_{\perp 0}$ к $\varrho(t), \vec{v}_\perp(t)$ $(d^2\varrho_0 d^2 v_{\perp 0} \to d^2\varrho\, d^2 v_\perp(t))$ имеем для вероятности образования пары вблизи оси в единицу времени (см. [3], [2])

$$W_e = nd\int d^2\varrho\, W_e(\varrho) = nd\int d^2\varrho \frac{\alpha m^2}{\pi\sqrt{3}} \int_0^\infty \frac{dy}{ch^2 y} \left[4ch^2 y\, K_{2/3}(\xi) - \int_\xi^\infty K_{5/3}(\eta)\, d\eta \right] \tag{5}$$

где K_ν – функция Макдональда, n – плотность атомов в кристалле, d – среднее расстояние между атомами в цепочке,

$$\xi = \frac{8ch^2 y}{3\varkappa}, \quad ch^2 y = \frac{\omega^2}{4\varepsilon\varepsilon'}$$

4. В осевом случае мы используем потенциал и параметры, принятые в [2] (формула (4)–(5) и Таблица). Результаты вычисления вероятности W_e (5) для оси <III> изображены на рис.I (вольфрам при температурах 77^0 и 293^0) и рис.2 (железо, алмаз, кремний). Левая часть кривых приведена в [2], настоящий расчет подтверждает оценку в [2] точности формулы (II). Совокупность полученных результатов показывает, что при $\varkappa \lesssim$ I поведение W_e определяется в основном фактором $\exp(-8/3\varkappa)$ и с ростом $\varkappa$ величина W_e растет экспоненциально, а при $\varkappa >$ I рост существенно замедляется и идет главным образом за счет увеличения радиального фазового объема. В области максимума в вольфраме $W_{e\,max} \approx$ I0 W_{BH} (рис.I; W_{BH} – вероятность рождения пары в механизме Бете-Гайтлера в экранированном потенциале); в железе $W_{e\,max} \approx 30\, W_{BH}$, в кремнии $W_{e\,max} \approx 70\, W_{BH}$, в ал-

мазе $W_{e\,max} \approx 130\, W_{BH}$ (рис.2). Подчеркнем, что в вольфраме при $\omega = 50$ ГэВ – $W_e \simeq 3\, W_{BH}$, а при $\omega = 200$ ГэВ – $W_e \simeq 8\, W_{BH}$, так что эффект легко наблюдать уже в настоящее время. Величину вероятности $W_{e\,max}$ в области максимума и положение максимума ω_{max} для любого вещества можно получить из следующих оценочных формул (для потенциала (4) в [2])

$$W_{e\,max} \approx \frac{2\alpha}{\sqrt{3}\,\pi}\frac{V_0}{m x_0 a_s}, \quad \omega_{max} \approx 30\,\frac{a_s m^3}{V_0}. \qquad (6)$$

Отметим, что из результатов этой работы вытекает, что если фотон или электрон очень высокой энергии (много выше порога обсуждаемых эффектов) влетает в монокристалл вблизи оси, то за счет обсуждаемого механизма и излучения в потенциале оси возможен специфический электронно-фотонный ливень, который развивается на длинах на один-два порядка более коротких, чем ливень, обусловленный стандартным механизмом Бете-Гайтлера.

5. Эффект имеет место и в плоскостном случае. Однако, поскольку в данном веществе электрические поля плоскостей заметно меньше чем осей, то он будет проявляться при более высоких энергиях. Анализ здесь существенно упрощается, поскольку задача становится одномерной. Переходя в (2) к переменной $\varepsilon_\perp$, взяв интеграл по $d\rho_{0x}\, dx_0$ (ось x – перпендикулярна плоскостям), и используя периодичность движения при заданном $\varepsilon_\perp$ получаем для вероятности рождения пары в единицу времени

$$W_e^{pl} = \frac{\alpha m^2}{(2\pi)^2 \omega\, d_{pl}} \int\limits_0^{\omega} \frac{d\varepsilon}{\varepsilon'} \int d\varepsilon_\perp \left[1 + \vartheta(\varepsilon_\perp - U_{pl})\right] \int\limits_0^{T} dt_1 \int\limits_0^{T} dt_2 \Big\{ 1 - \qquad (7)$$

$$- \frac{\varepsilon(\varepsilon^2 + \varepsilon'^2)}{4m^2\varepsilon'} \left(v_x(t_1) - v_x(t_2)\right)^2 \Big\} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} dv_y\, e^{iA} \sum_{k=1}^{\infty} \delta\!\left(k - \frac{\omega\varepsilon T}{4\pi\varepsilon'}\left\langle \frac{m^2}{\varepsilon^2} + v_y^2 + (v_x - \vartheta_0)^2 \right\rangle\right)$$

где $T = T(\varepsilon_\perp)$ – период движения, U_{pl} – глубина плоскостной потенциальной ямы, d_{pl} – расстояние между плоскостями, $\langle\ \rangle$ означает среднее значение по периоду. Интеграл по v_y элементарно берется (интеграл от δ-функции), мы оставили его здесь для компактности записи.

Литература

1. Kimbal J.C., Cue N, Roth L.M. and Marsh B.B. Phys. Rev. Lett., 1983, vol. 50. №13, pp.950-953.

2. Baier V.N., Katkov V.M. Strakhovenko V.M. Mechanism of electron-positron pair production by high-energy photons in a single crystal. - Novosibirsk, 1984. 15 p. (Preprint/INP; 84-43)

3. Байер В.Н., Катков В.М., Фадин В.С. Излучение релятивистских электронов. Москва, Атомиздат, 1973, с.374, ил.

4. Байер В.Н., В.М.Катков, Страховенко В.М. ЖЭТФ, 1981, т.80, № 4, с.1348-1360.

5. Байер В.Н., Катков,В.М., Страховенко В.М. Излучение релятивистских частиц при плоскостном каналировании. – Новосибирск, 1980, 50 с. (Препринт/Институт ядерной физики СО АН СССР, 80-03).

Подписи к рисункам

Рис.I Вероятность рождения пары фотоном (формула (5)) вблизи оси III в вольфраме при температуре $T = 77^{0}$ и $T = 293^{0}$. Вероятность механизма Бете-Гайтлера $W_{BH} = 2{,}2$ см$^{-I}$.

Рис.2 То же, что на рис.I в железе, кремнии и алмазе (при комнатной температуре); в Fe $W_{BH} = 0{,}42$ см$^{-I}$, в Si $W_{BH} = 0{,}076$ см$^{-I}$, в алмазе $W_{BH} = 0{,}064$ см$^{-I}$.

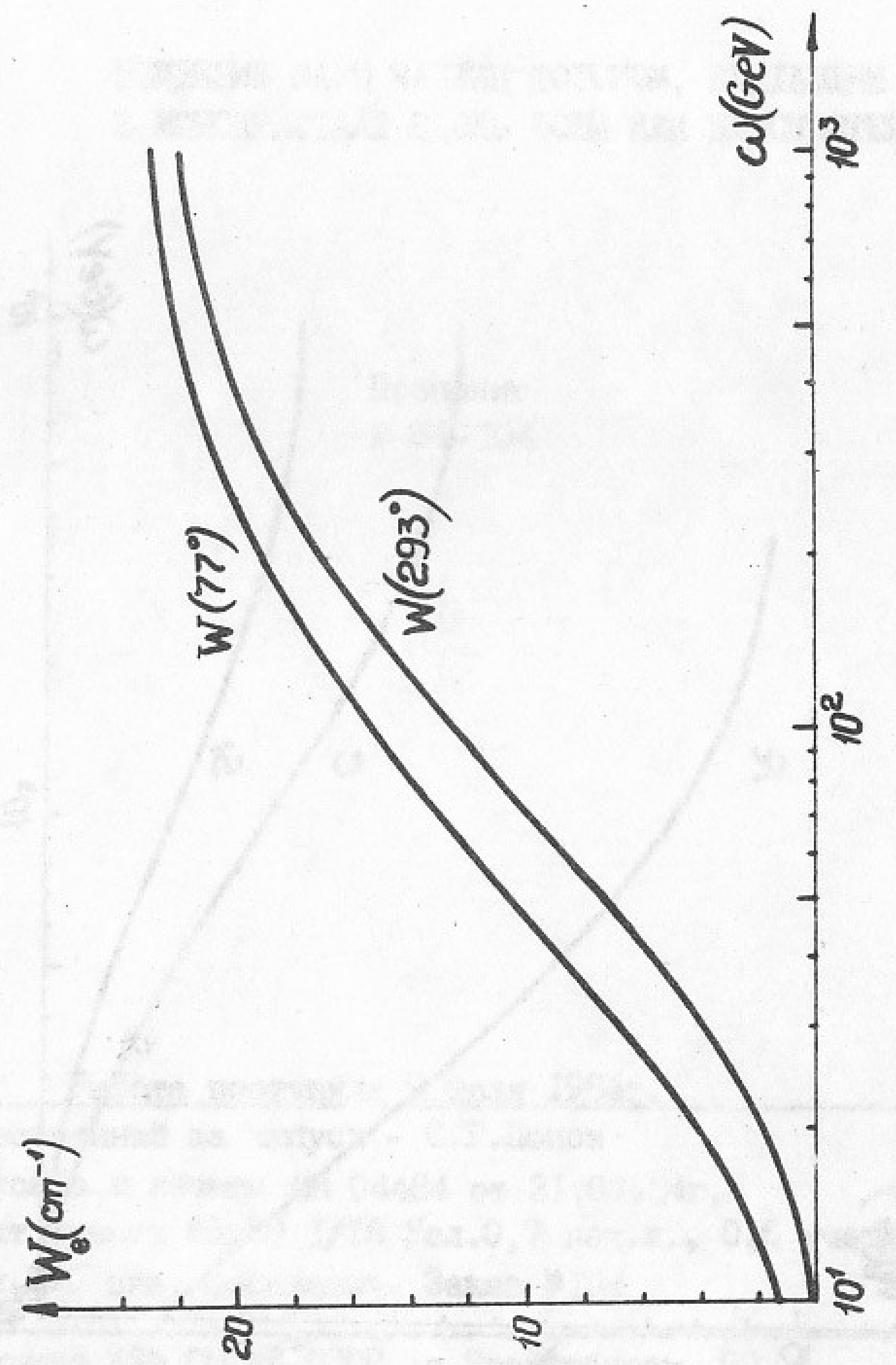

Рис. 1

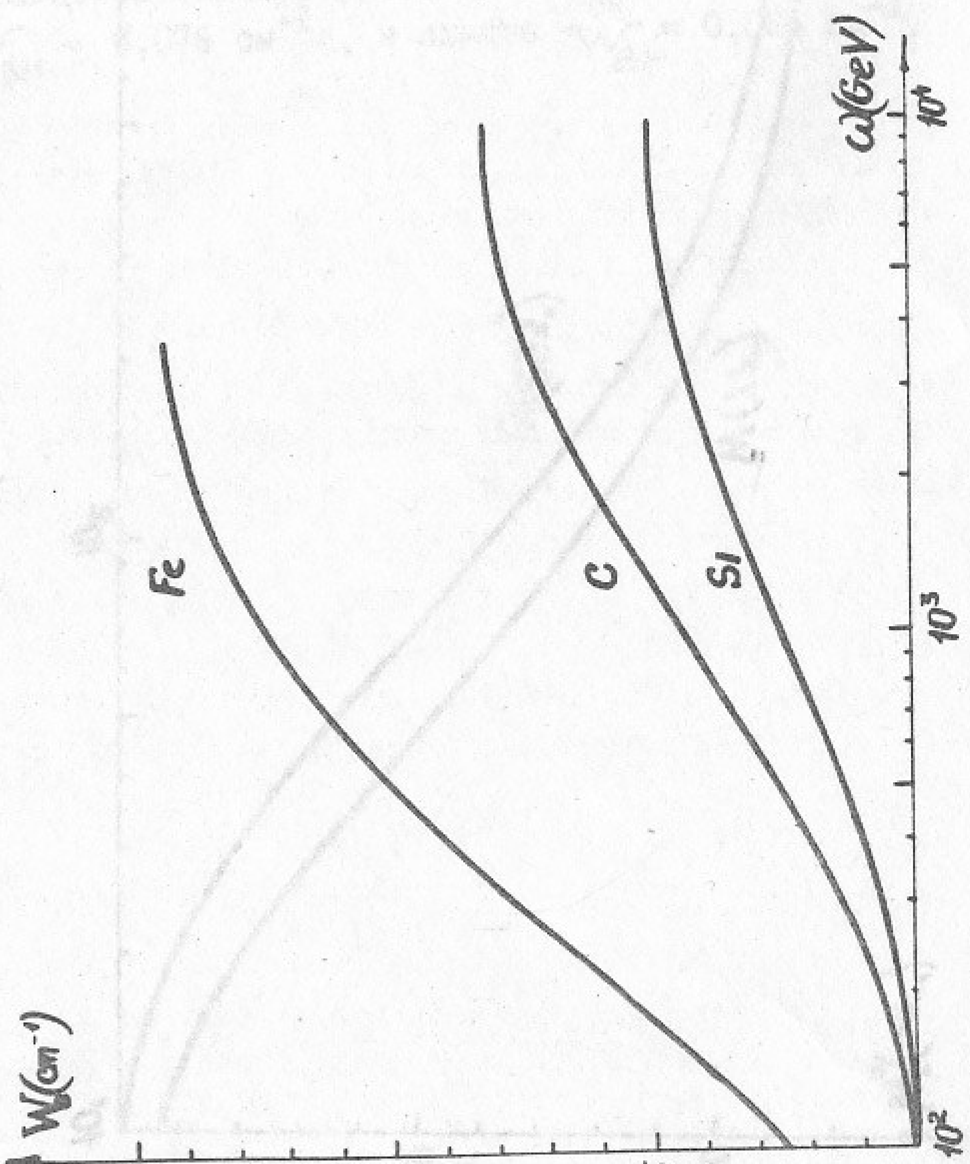

Рис. 2

В.Н.Байер, В.М.Катков, В.М.Страховенко

РОЖДЕНИЕ ПАРЫ ЧАСТИЦ ФОТОНОМ, ВЛЕТАЮЩИМ В МОНОКРИСТАЛЛ ВДОЛЬ ОСЕЙ ИЛИ ПЛОСКОСТЕЙ

Препринт
№ 84-104

Работа поступила 9 июля 1984г.
Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати МН 04484 от 31.07.84г.
Формат бумаги 60х90 1/16 Усл.0,7 печ.л., 0,6 учетно-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 104

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90