

П.53

6

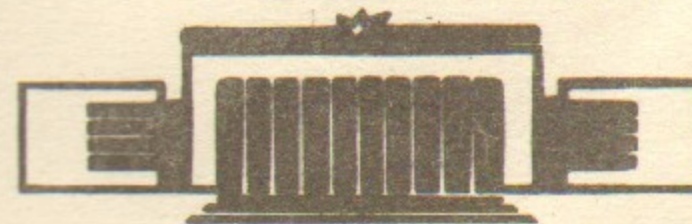
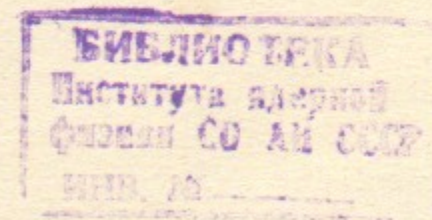


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

А.А.Полунин

**АНАЛИЗ РАБОТЫ ЦЕПЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ  
В ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ УСКОРЯЮЩИХ  
СИСТЕМАХ НАКОПИТЕЛЕЙ**

ПРЕПРИНТ 84-13



НОВОСИБИРСК

АНАЛИЗ РАБОТЫ ЦЕПЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ  
В ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ УСКОРЯЮЩИХ СИСТЕМАХ  
НАКОПИТЕЛЕЙ

А.А.Полунин

АННОТАЦИЯ

Рассмотрены типовые звенья систем авторегулирования параметров высокочастотного напряжения и тока возбуждения добротного резонатора, а также его собственной частоты.

Получены аналитические выражения для вычисления комплексных коэффициентов передачи таких звеньев в зависимости от постоянной времени резонатора, его обобщенной расстройки и степени шунтирования его генератором.

Приведены примеры структурных схем систем авторегулирования с учетом внутренней электромеханической обратной связи в резонаторе и некоторые результаты анализа их работы.

## Введение

В ускоряющих высокочастотных системах накопителей электронов и позитронов высоких энергий обычно используются различные обратные связи. С их помощью решаются следующие задачи.

1. Получение нужной стабильности среднего уровня ускоряющего напряжения или тока возбуждения резонатора.

2. Подавление до допустимого уровня амплитудной и фазовой модуляции.

3. Обеспечение нужной настройки ускоряющего резонатора.

4. Синхронизация высокочастотных систем, работающих на кратных частотах.

При достаточно высоком уровне ускоряющего напряжения на стабильность работы высокочастотной системы может оказывать влияние внутренняя электромеханическая обратная связь в резонаторе. Работы, посвященные этому вопросу и выполненные в Институте ядерной физики, имели большое практическое значение для создания ускоряющей системы накопителя ВЭПП-2 и дальнейшего проектирования конструкций мощных резонаторов. В работе [1] было впервые введено понятие электромеханического коэффициента связи и приведен анализ устойчивости работы резонатора при отсутствии дополнительных внешних обратных связей. В работах [3] и [4] рассмотрены отдельные случаи электромеханической устойчивости резонатора при наличии внешних обратных связей.

В настоящее время в связи с созданием новых накопителей разрабатывается значительное количество аппаратуры управления высокочастотными системами. Представляет интерес встречающиеся на практике устройства рассмотреть с точки зрения простых моделей, описываемых общей теорией авторегулирования линейных систем, выделить типовые звенья и указать параметры, от которых зависят коэффициенты передачи этих звеньев. Такое описание позволяет составить достаточно наглядные структурные схемы аппаратуры управления высокочастотными системами, включающей одновременно несколько цепей обратной связи и получить выражения для количественного анализа устойчивости.

В данной работе не рассматриваются статические характеристики датчиков сигналов и других звеньев, определяющие дрейф "нуля", линейность, диапазоны регулирования, а обсуждаются вопросы, связанные с устойчивостью работы систем авторегулирования. Отметим лишь, что разработанные в Институте ядерной физики детекторы амплитуды и фазовые дискриминаторы кратных частот позволяют обеспечить стабильность средней амплитуды высокочастотного напряжения на уровне  $10^{-4}$  и поддерживать фазировку ускоряющих напряжений кратных частот с точностью примерно 50 пикосекунд.

Рассматривается следующая схема тракта ускоряющей системы.

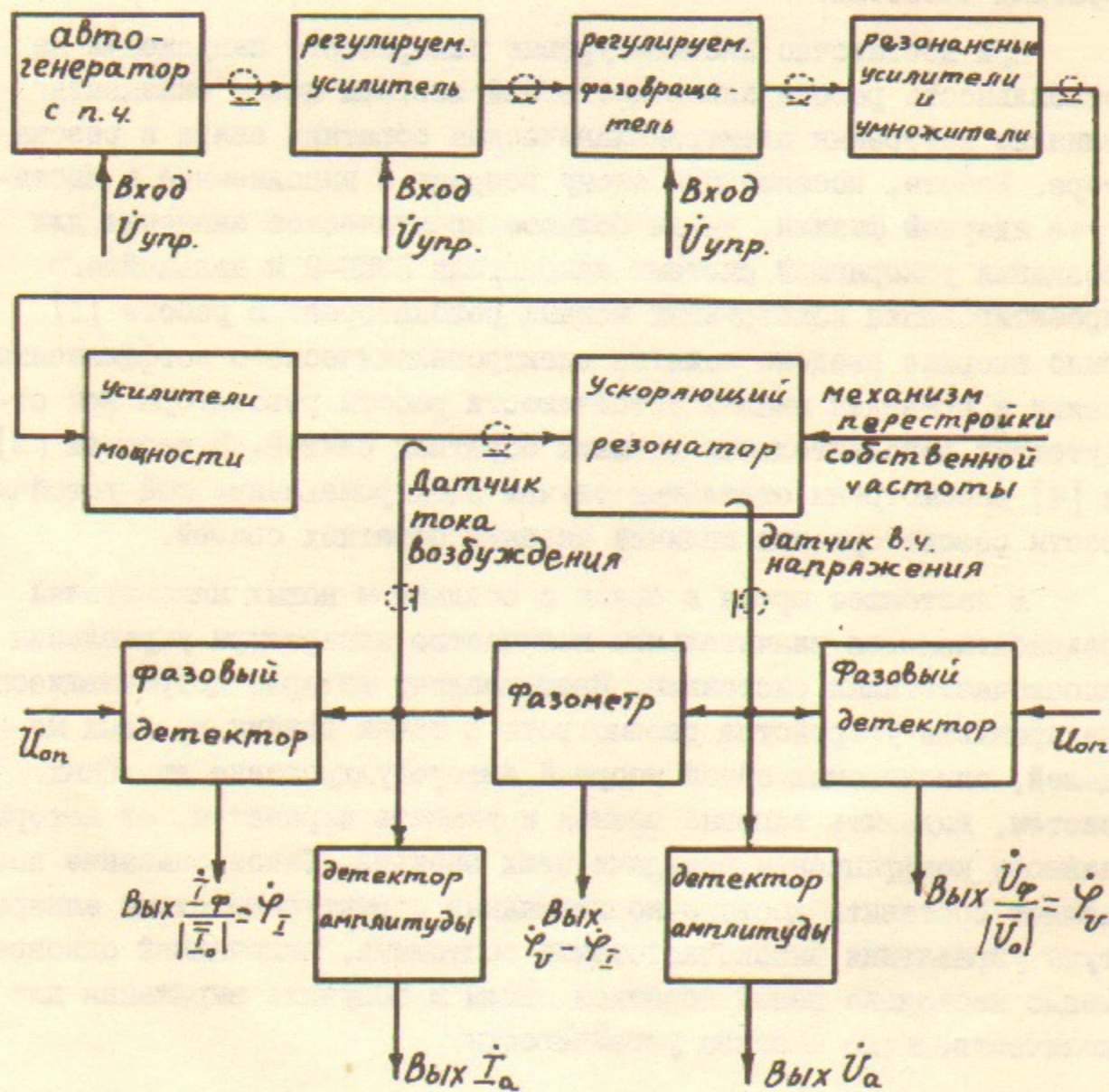


Рис 1.

На схеме выделены элементы, регулирующие частоту, амплитуду и фазу высокочастотного напряжения, механизм перестройки собственной частоты резонатора, показаны датчики сигналов, используемые в цепях обратной связи. Возможно использование и других датчиков, например, датчика механического перемещения элементов конструкции резонатора. Внешняя часть цепей авторегулирования, включающая сравнивающие устройства, усилители сигналов ошибок и корректирующие звенья на схеме не указаны. Обратим внимание, что от управляющего входа до выхода с датчиков звенья систем авторегулирования состоят из высокочастотных резонансных каскадов, но собственно сигналом является не само высокочастотное напряжение, а его амплитуда, фаза или частота, являющиеся функциями времени. Особенность таких звеньев заключается в том, что управление одним параметром высокочастотного напряжения может привести к изменению другого параметра, т.е. амплитудная модуляция вызывает фазовую и наоборот. Кроме того, характеристики звеньев существенно зависят от собственной частоты ускоряющего резонатора, который при работе может перестраиваться в достаточно широких пределах.

1. Характеристики звеньев, содержащих добротный резонатор при отсутствии электромеханической обратной связи

Покажем, что такие звенья могут быть представлены либо в виде дифференцирующих с комплексным коэффициентом передачи  $K = \pm j \Omega T_{3в}$  либо в виде звеньев первого порядка, имеющих коэффициент передачи вида:  $K = K_0 (1 \pm j \Omega T_{3в})$  где

$T_{3в}$  - постоянная времени звена;  
 $K_0$  - коэффициент передачи при  $\Omega = 0$ .

Используем следующие эквивалентные схемы подключения ускоряющего резонатора к усилителю мощности, позволяющие рассмотреть оба возможных предельных случая:  $R_r \gg R_w$  и  $R_r \ll R_w$

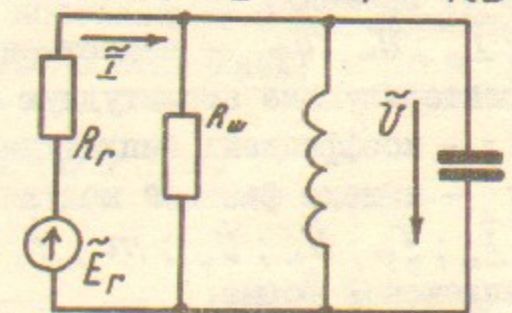
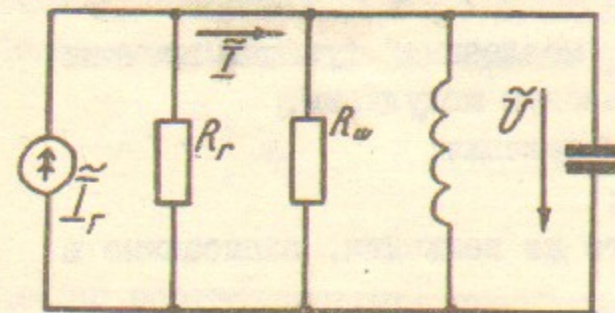


Рис 2.

Остановимся на используемых величинах и их обозначениях:

$\omega_0$  - собственная частота резонатора;

$Q$  - добротность резонатора;

$\tau$  - постоянная времени резонатора;

$\xi = 2 \frac{\Delta\omega}{\omega_0} Q$  - обобщенная расстройка резонатора;

$\xi_0$  - начальная обобщенная расстройка,

$$\xi(t) = \xi_0 + \xi_{\sim} \quad \text{где}$$

$\xi_{\sim}$  - переменная составляющая обобщенной расстройки;

$\xi_{\sim}$  - переменная составляющая обобщенной расстройки в комплексной форме;

$R_r$  - внутреннее сопротивление генератора;

$R_w$  - шунтовое сопротивление резонатора;

$\gamma = \frac{R_r}{R_r + R_w}$  - параметр, характеризующий степень шунтирования резонатора внутренним сопротивлением генератора.

при  $R_r \ll R_w$   $\gamma \approx 0$

при  $R_r \gg R_w$   $\gamma \approx 1$

$\tilde{I}, \tilde{U}, \tilde{E}_r, \tilde{I}_r$  - ток возбуждения, напряжение на резонаторе, электродвижущая сила и ток генератора в виде комплексных переменных. Переменная составляющая этих функций много меньше среднего значения соответствующей величины, что позволяет разделить амплитудную и фазовую модуляции в величинах  $\tilde{U}$ ,  $\tilde{I}$ ,  $\tilde{I}_r$  и  $\tilde{E}_r$ , записав их в виде:

$$\tilde{I} = \bar{I}_0 \left( 1 + \frac{\tilde{I}_a}{|\bar{I}_0|} + j \frac{\tilde{I}_\varphi}{|\bar{I}_0|} \right) = \bar{I}_0 (1 + m_i + j \varphi_i)$$

$$\tilde{U} = \bar{U}_0 \left( 1 + \frac{\tilde{U}_a}{|\bar{U}_0|} + j \frac{\tilde{U}_\varphi}{|\bar{U}_0|} \right) = \bar{U}_0 (1 + m_v + j \varphi_v)$$

и т.д.,

где  $\bar{I}_0$ ;  $\bar{U}_0$  - средние комплексные амплитуды, не зависящие от времени;

$\tilde{I}_a$ ;  $\tilde{I}_\varphi$ ;  $\tilde{U}_a$ ;  $\tilde{U}_\varphi$  - вещественные "медленные" функции времени, характеризующие амплитудную и фазовую модуляции;

$m_i$  - коэффициент амплитудной модуляции;

$\varphi_i$  - индекс фазовой модуляции;

$\dot{\tilde{I}}_a$ ;  $\dot{\tilde{I}}_\varphi$ ;  $\dot{\tilde{U}}_a$ ;  $\dot{\tilde{U}}_\varphi$ ;  $\dot{m}$ ;  $\dot{\varphi}$  - те же величины, записанные в комплексной форме.

"Медленность" функций проявляется в том, что для всех частот, содержащихся в их спектре, справедливо соотношение:  $\Omega \tau \ll 1$ , где  $\tau$  - постоянная времени резонатора.

При наличии модуляции комплексные переменные амплитуды  $\tilde{I}, \tilde{U}$ , а также вещественная величина  $\xi$  связаны следующим образом:

$$\tilde{U} = \frac{R_w}{1 + j\xi} \tilde{I} - \frac{\tau R_w}{(1 + j\xi)^2} \frac{d\tilde{I}}{dt} + \frac{\tau R_w}{(1 + j\xi)^3} \frac{d\xi}{dt}$$

Вывод данного выражения аналогичен приведенному в работе [1], но с учетом того, что  $\tilde{I} \neq const$  (см. приложение). Это уравнение может быть преобразовано к следующему виду:

$$\tilde{U} = \frac{\bar{I}_0 R_w}{1 + j\xi_0} \left\{ 1 + \frac{\tilde{I}_a}{|\bar{I}_0|} \frac{\tau \left( \frac{d\tilde{I}_a}{dt} + \xi_0 \frac{d\tilde{I}_\varphi}{dt} \right)}{|\bar{I}_0| (1 + \xi_0^2)} - \frac{\xi_0 \xi_{\sim}}{1 + \xi_0^2} + \frac{2\tau \xi_0}{(1 + \xi_0^2)^2} \frac{d\xi_{\sim}}{dt} + \right. \\ \left. + j \left[ \frac{\tilde{I}_\varphi}{|\bar{I}_0|} + \frac{\tau \left( \xi_0 \frac{d\tilde{I}_a}{dt} - \frac{d\tilde{I}_\varphi}{dt} \right)}{|\bar{I}_0| (1 + \xi_0^2)} - \frac{\xi_{\sim}}{1 + \xi_0^2} + \frac{\tau (1 - \xi_0^2)}{(1 + \xi_0^2)^2} \frac{d\xi_{\sim}}{dt} \right] \right\}$$

Откуда следует, что амплитудная модуляция напряжения на резонаторе:

$$m_v = \frac{U_a}{|\bar{U}_0|} = \frac{\tilde{I}_a}{|\bar{I}_0|} - \frac{\tau}{(1 + \xi_0^2)} \frac{d\tilde{I}_a}{dt} - \frac{\tau \xi_0}{(1 + \xi_0^2)} \frac{d\tilde{I}_\varphi}{dt} - \frac{\xi_0 \xi_{\sim}}{1 + \xi_0^2} + \frac{2\tau \xi_0}{(1 + \xi_0^2)^2} \frac{d\xi_{\sim}}{dt}$$

а фазовая модуляция

$$\varphi_v = \frac{U_\varphi}{|\bar{U}_0|} = \frac{\tilde{I}_\varphi}{|\bar{I}_0|} - \frac{\tau}{(1 + \xi_0^2)} \frac{d\tilde{I}_\varphi}{dt} + \frac{\tau \xi_0}{(1 + \xi_0^2)} \frac{d\tilde{I}_a}{dt} - \frac{\xi_{\sim}}{1 + \xi_0^2} + \frac{\tau (1 - \xi_0^2)}{(1 + \xi_0^2)^2} \frac{d\xi_{\sim}}{dt}$$

Заметим, что эти выражения являются линейными дифференциальными уравнениями первого порядка с постоянными коэффициентами. Используя следующие из закона Киргофа соотношения:

$$\tilde{I}_r = \tilde{I} + \frac{\tilde{U}}{R_r} \quad \text{или} \quad \tilde{E}_r = \tilde{U} + \tilde{I} R_r$$

и

сделав соответствующие преобразования, можно выразить ампли-

тудную и фазовую модуляции напряжения на резонаторе и тока возбуждения резонатора через амплитудную и фазовую модуляцию тока генератора или его ЭДС и обобщенную расстройку резонатора.

$$\dot{m}_v = m_r - \frac{\tau \gamma}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \frac{dm_r}{dt} - \frac{\tau \xi_0 \gamma^2}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \frac{d\gamma_r}{dt} - \frac{\xi_0 \gamma^2}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \xi_{\sim} + \frac{2\tau \xi_0 \gamma^3}{(1 + \gamma^2 \xi_0^2)^2} \frac{d\xi_{\sim}}{dt}$$

$$\dot{\varphi}_v = \frac{\tau \xi_0 \gamma^2}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \frac{dm_r}{dt} + \gamma_r - \frac{\tau \gamma}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \frac{d\gamma_r}{dt} - \frac{\gamma}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \xi_{\sim} + \frac{\tau \gamma^2 (1 - \gamma^2 \xi_0^2)}{(1 + \gamma^2 \xi_0^2)^2} \frac{d\xi_{\sim}}{dt}$$

$$\dot{m}_{\bar{r}} = m_r + \tau A \frac{dm_r}{dt} + \tau B \frac{d\gamma_r}{dt} + B \xi_{\sim} - \tau \xi_0 \gamma a \cdot \frac{1 + 2\gamma - \gamma^2 \xi_0^2}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \frac{d\xi_{\sim}}{dt}$$

$$\dot{\varphi}_{\bar{r}} = -\tau \xi_0 A \frac{dm_r}{dt} + \gamma_r + \tau A \frac{d\gamma_r}{dt} + A \xi_{\sim} - \tau \gamma a \cdot \frac{1 - 2\gamma \xi_0^2 - \gamma^2 \xi_0^2}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \frac{d\xi_{\sim}}{dt}$$

где  $a = \frac{1 - \gamma}{(1 + \xi_0^2)(1 + \gamma^2 \xi_0^2)}$

$$A = (1 - \gamma \xi_0^2) a$$

$$B = \xi_0 (1 + \gamma) a$$

Четыре дифференциальных уравнения связывают семь переменных величин. Три из них, а именно  $m_r$ ,  $\gamma_r$  и  $\xi_{\sim}$  можно считать входными, а остальные - выходными.

Перейдем к алгебраическим уравнениям для комплексных амплитуд этих величин, представив их в виде  $m = \dot{m} e^{j\Omega t}$ ,  $\varphi = \dot{\varphi} e^{j\Omega t}$ ,  $\xi_{\sim} = \dot{\xi}_{\sim} e^{j\Omega t}$  и запишем комплексные коэффициенты передачи, считая лишь одну из трех входных величин отличной от нуля.

$$\dot{m}_v = (1 - j\Omega \tau \frac{\gamma}{1 + \gamma^2 \xi_0^2}) \dot{m}_r - j\Omega \tau \frac{\xi_0 \gamma^2}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \dot{\gamma}_r + \left[ -\frac{\gamma^2 \xi_0}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} + j\Omega \tau \frac{2\gamma^3 \xi_0}{(1 + \gamma^2 \xi_0^2)^2} \right] \dot{\xi}_{\sim}$$

$$\dot{\varphi}_v = j\Omega \tau \frac{\gamma^2 \xi_0}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \dot{m}_r + (1 - j\Omega \tau \frac{\gamma}{1 + \gamma^2 \xi_0^2}) \dot{\gamma}_r + \left[ -\frac{\gamma}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} + j\Omega \tau \frac{\gamma^2 (1 - \gamma^2 \xi_0^2)}{(1 + \gamma^2 \xi_0^2)^2} \right] \dot{\xi}_{\sim}$$

$$\dot{m}_{\bar{r}} = (1 + j\Omega \tau A) \dot{m}_r + j\Omega \tau B \dot{\gamma}_r + \left[ B - j\Omega \tau \gamma \xi_0 \left( a + \frac{2\gamma A}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \right) \right] \dot{\xi}_{\sim}$$

$$\dot{\varphi}_{\bar{r}} = -j\Omega \tau \xi_0 A \dot{m}_r + (1 + j\Omega \tau A) \dot{\gamma}_r + \left[ A - j\Omega \tau \gamma \left( a - \frac{2\gamma \xi_0 B}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \right) \right] \dot{\xi}_{\sim}$$

Входная величина	Выходная величина	Коэффициент передачи
	$\frac{\dot{I}_a}{ \dot{I}_{\bar{r}} } = \dot{m}_{\bar{r}}$	$1 + j\Omega \tau \frac{(1 - \gamma \xi_0^2)(1 - \gamma)}{(1 + \xi_0^2)(1 + \gamma^2 \xi_0^2)}$
	$\frac{\dot{I}_\varphi}{ \dot{I}_{\bar{r}} } = \dot{\varphi}_{\bar{r}}$	$-j\Omega \tau \frac{\xi_0 (1 - \gamma^2)}{(1 + \xi_0^2)(1 + \gamma^2 \xi_0^2)}$
$\frac{\dot{I}_{ra}}{ \dot{I}_{r0} } = \dot{m}_r$	$\frac{\dot{U}_a}{ \dot{U}_0 } = \dot{m}_v$	$1 - j \frac{\Omega \tau \gamma}{1 + \gamma^2 \xi_0^2}$
	$\frac{\dot{U}_\varphi}{ \dot{U}_0 } = \dot{\varphi}_v$	$j\Omega \tau \frac{\gamma^2 \xi_0}{1 + \gamma^2 \xi_0^2}$
	$\dot{\varphi}_v = \dot{\varphi}_{\bar{r}}$	$j \frac{\Omega \tau \xi_0}{1 + \xi_0^2}$

Входная величина	Выходная величина	Коэффициент передачи
$\frac{\dot{I}_{r\varphi}}{ \dot{I}_{r0} } = \dot{\varphi}_r$	$\frac{\dot{I}_a}{ \dot{I}_0 } = \dot{m}_i$	$j\Omega\tau \frac{\xi_0(1-\gamma^2)}{(1+\xi_0^2)(1+\gamma^2\xi_0^2)}$
	$\frac{\dot{I}_\varphi}{ \dot{I}_0 } = \dot{\varphi}_i$	$1 + j\Omega\tau \frac{(1-\gamma)(1-\gamma\xi_0^2)}{(1+\xi_0^2)(1+\gamma^2\xi_0^2)}$
	$\frac{\dot{U}_a}{ \dot{U}_0 } = \dot{m}_v$	$-j\Omega\tau \frac{\gamma^2\xi_0}{1+\gamma^2\xi_0^2}$
	$\frac{\dot{U}_\varphi}{ \dot{U}_0 } = \dot{\varphi}_v$	$1 - j \frac{\Omega\tau\gamma}{1+\gamma^2\xi_0^2}$
	$\dot{\varphi}_v - \dot{\varphi}_i$	$-j \frac{\Omega\tau}{1+\xi_0^2}$
$\xi_0$	$\frac{\dot{I}_a}{ \dot{I}_0 } = \dot{m}_i$	$\frac{\xi_0(1-\gamma^2)}{(1+\xi_0^2)(1+\gamma^2\xi_0^2)} \left[ 1 - j\Omega\tau \frac{\gamma(1+2\gamma-\gamma^2\xi_0^2)}{(1+\gamma)(1+\gamma^2\xi_0^2)} \right]$
	$\frac{\dot{I}_\varphi}{ \dot{I}_0 } = \dot{\varphi}_i$	$\frac{(1-\gamma)(1-\gamma\xi_0^2)}{(1+\xi_0^2)(1+\gamma^2\xi_0^2)} \left[ 1 - j\Omega\tau\gamma \frac{(1-2\gamma\xi_0^2-\gamma^2\xi_0^2)}{(1-\gamma\xi_0^2)(1+\gamma^2\xi_0^2)} \right]$
	$\frac{\dot{U}_a}{ \dot{U}_0 } = \dot{m}_v$	$-\frac{\gamma^2\xi_0}{1+\gamma^2\xi_0^2} \left[ 1 - j \frac{2\Omega\tau\gamma}{1+\gamma^2\xi_0^2} \right]$
	$\frac{\dot{U}_\varphi}{ \dot{U}_0 } = \dot{\varphi}_v$	$-\frac{\gamma}{1+\gamma^2\xi_0^2} \left[ 1 - j \frac{\Omega\tau\gamma(1-\gamma^2\xi_0^2)}{1+\gamma^2\xi_0^2} \right]$
	$\dot{\varphi}_v - \dot{\varphi}_i$	$-\frac{1}{1+\xi_0^2} \left[ 1 - j\Omega\tau\gamma \frac{(1-\gamma\xi_0^2)}{(1+\gamma^2\xi_0^2)} \right]$

Обратим внимание, что задержка сигнала во всех звеньях находится в пределах:  $-\tau < \tau_{\text{зв}} < \tau$  и зависит от настройки резонатора  $\xi_0$  и коэффициента шунтирования  $\gamma$ . При подаче сигнала на управляющий вход автогенератора входной величиной будет девиация частоты  $\Delta\omega$ . Так как  $\Delta\dot{\omega} = j\Omega\dot{\varphi}$ , где  $\dot{\varphi} = \frac{\dot{I}_{r\varphi}}{|\dot{I}_{r0}|} = \frac{\dot{E}_{r\varphi}}{|\dot{E}_{r0}|}$  то этот случай сводится к фазовой модуляции генератора.

Выше были записаны коэффициенты передач для безразмерных относительных величин. На практике обычно имеют дело с сигналами, пропорциональными  $\dot{I}_a$ ;  $\dot{I}_\varphi$ ;  $\dot{U}_a$ ;  $\dot{U}_\varphi$  и т.д. В аналитические выражения коэффициентов передачи между этими величинами войдет отношение модулей соответствующих средних комплексных амплитуд. Это отношение также зависит от величины коэффициента шунтирования  $\gamma$  и начальной расстройки  $\xi_0$ . Поэтому при вычислении коэффициентов передачи следует иметь в виду следующие соотношения:

$$\frac{|\dot{U}_0|}{|\dot{I}_{r0}|} = \frac{\gamma R_w}{\sqrt{1+\gamma^2\xi_0^2}}$$

$$\frac{|\dot{U}_0|}{|\dot{E}_{r0}|} = \frac{1-\gamma}{\sqrt{1+\gamma^2\xi_0^2}}$$

$$\frac{|\dot{I}_0|}{|\dot{I}_{r0}|} = \frac{\gamma\sqrt{1+\xi_0^2}}{\sqrt{1+\gamma^2\xi_0^2}}$$

$$\frac{|\dot{I}_0|}{|\dot{E}_{r0}|} = \frac{(1-\gamma)\sqrt{1+\xi_0^2}}{R_w\sqrt{1+\gamma^2\xi_0^2}}$$

## 2. Модель систем авторегулирования при отсутствии электромеханической обратной связи

Как известно, условие  $\Omega\tau = 1$  выполняется для  $\Omega = \frac{\Delta\omega_{np}}{2}$  где  $\Delta\omega_{np}$  — полоса пропускания резонатора. Поэтому условие  $\Omega\tau < 1$  можно считать выполненным для сигналов, спектр которых занимает примерно одну треть полосы пропускания. В реальных случаях это условие выполняется до частот порядка нескольких килогерц. Заметим, что начальная обобщенная расстройка резонатора  $\xi_0$  при этом может быть как меньше, так и много

больше единицы. Обычно резонатор является наиболее узкополосным звеном, и система авторегулирования состоит из некоторого числа последовательно включенных аperiodических звеньев, которые в интересующей полосе частот могут быть аппроксимированы трансцендентными звеньями с независимым от частоты модулем коэффициента передачи и постоянной задержкой  $\tau_{зад}$ . Комплексный коэффициент передачи звена в этом случае имеет следующий вид:  $K = K_0 (\cos \Omega \tau_{зад} - j \sin \Omega \tau_{зад})$ . В случае последовательного соединения большого количества таких звеньев вид коэффициента передачи очевидно не изменяется, однако величина суммарной задержки может быть достаточно большой и условие  $\Omega \tau_{зад} < 1$  вполне может не выполняться. Устойчивость работы подобных систем авторегулирования обеспечивается введением в цепь обратной связи инерционного звена, имеющего комплексный коэффициент передачи вида:

$$\beta = - \frac{\beta_0}{1 + j \Omega \tau_{инт}}$$

Петлевой коэффициент усиления цепи обратной связи оказывается равен:

$$K_{ос} = \frac{K_0 \beta_0}{1 + \Omega^2 \tau_{инт}^2} \left[ (\Omega \tau_{инт} \sin \Omega \tau_{зад} - \cos \Omega \tau_{зад}) + j (\sin \Omega \tau_{зад} + \Omega \tau_{инт} \cos \Omega \tau_{зад}) \right]$$

Несложный анализ с использованием критерия Найквиста показывает, что частота самовозбуждения  $\Omega_0$  такой цепи может быть найдена из уравнения:

$$\Omega_0 \tau_{инт} = - \operatorname{tg} \Omega_0 \tau_{зад}$$

Минимальная величина  $\tau_{инт}$  определяется из условия:

$$\frac{K_0 \beta_0}{\sqrt{1 + \Omega_0^2 \tau_{инт}^2}}$$

На практике часто встречаются случаи, когда  $K_0 \beta_0 \gg 1$  и соответственно  $\Omega_0 \tau_{инт} \gg 1$  т.е.  $\Omega_0 \tau_{зад} \approx \frac{\pi}{2}$

и условие устойчивости имеет вид:

$$\tau_{инт} > \frac{2 K_0 \beta_0 \tau_{зад}}{\pi}$$

Структурная схема систем авторегулирования выглядит следующим образом:

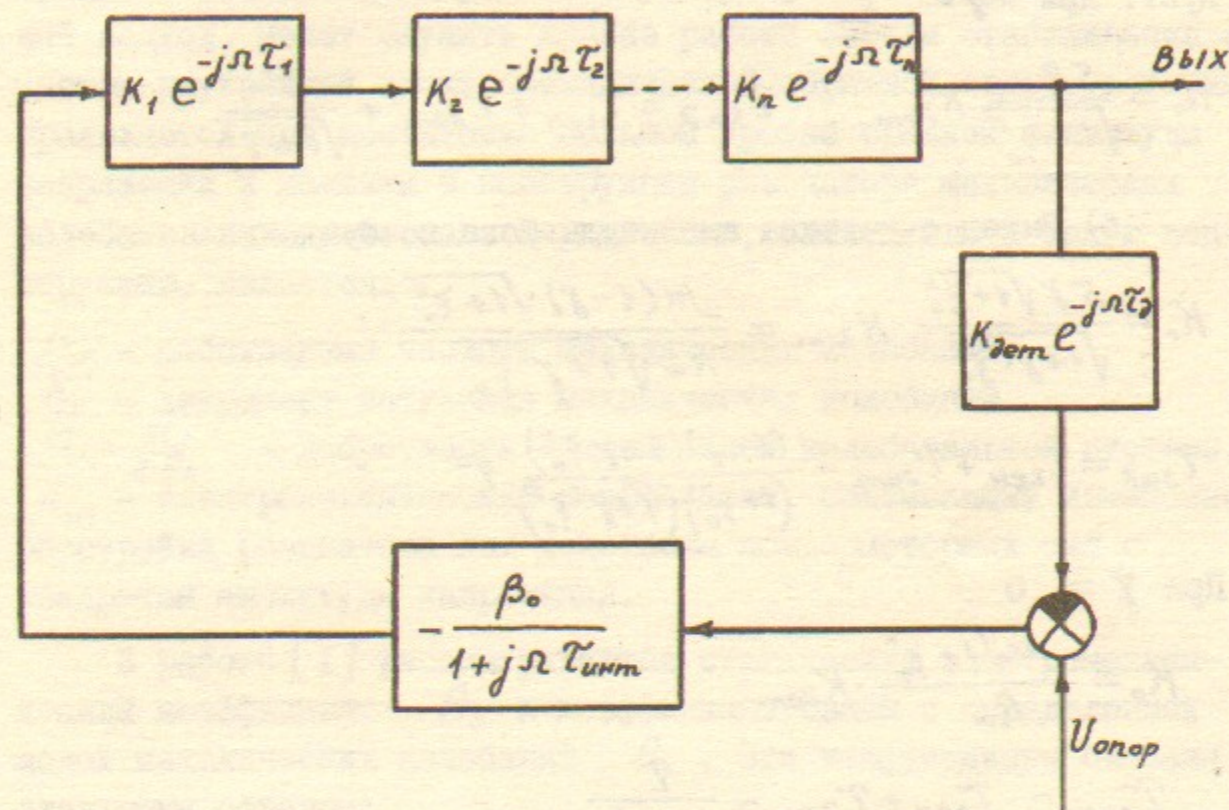


Рис.3.

В качестве примера рассмотрим, как в зависимости от начальной расстройки резонатора изменяются модуль коэффициента усиления и задержка сигнала в цепи обратной связи в случае стабилизации амплитуды напряжения на резонаторе и в случае стабилизации амплитуды тока возбуждения. Сравним коэффициенты передачи от управляющего входа до выхода с датчика амплитуды

$$K = \frac{U_{вых\ дет}}{U_{упр}} = K_0 e^{-j \Omega \tau_{зад}}$$

а) Выход с датчика амплитуды напряжения на резонаторе

$$K_0 = S \frac{\gamma R_{ш}}{\sqrt{1 + \gamma^2 \xi_0^2}} \cdot K_{дет} = \mu \frac{1 - \gamma}{\sqrt{1 + \gamma^2 \xi_0^2}} \cdot K_{дет}$$

$$\tau_{зад} = \tau_{ген} + \tau_{дет} + \frac{\gamma \tau}{1 + \gamma^2 \xi_0^2}$$



где  $\tau$  - постоянная времени резонатора. При  $\gamma = 0$   
 $K_0 = \mu K_{дет}$ ;  $\tau_{зад} = \tau_{зек} + \tau_{дет}$  т.е. влияние резонатора отсутст-  
 вует. При  $\gamma = 1$

$$K_0 = \frac{SR_w}{\sqrt{1+\xi_0^2}} K_{дет}; \quad \tau_{зад} = \tau_{зек} + \tau_{дет} + \frac{\tau}{\sqrt{1+\xi_0^2}}$$

б) Выход с датчика амплитуды тока возбуждения

$$K_0 = \frac{S\gamma\sqrt{1+\xi_0^2}}{\sqrt{1+\gamma^2\xi_0^2}} K_{дет} = \frac{\mu(1-\gamma)\sqrt{1+\xi_0^2}}{R_w\sqrt{1+\gamma^2\xi_0^2}}$$

$$\tau_{зад} = \tau_{зек} + \tau_{дет} - \frac{(1-\gamma)(1-\gamma\xi_0^2)}{(1+\xi_0^2)(1+\gamma^2\xi_0^2)} \tau$$

При  $\gamma = 0$

$$K_0 = \frac{\mu\sqrt{1+\xi_0^2}}{R_w} K_{дет}$$

$$\tau_{зад} = \tau_{зек} + \tau_{дет} - \frac{\tau}{1+\xi_0^2}$$

При  $\gamma = 1$

$$K_0 = SK_{дет}; \quad \tau_{зад} = \tau_{зек} + \tau_{дет}$$

Видно, что в случае стабилизации амплитуды напряжения на ре-  
 зонаторе влияние настройки  $\xi_0$  максимально при  $R_r \gg R_w$   
 а в случае стабилизации амплитуды тока возбуждения при  $R_r \ll R_w$   
 В первом случае при увеличении начальной расстройки запас ус-  
 тойчивости в системе авторегулирования возрастает, а во вто-  
 ром - уменьшается. Это обстоятельство необходимо учитывать,  
 т.к. величина  $\xi_0$  при работе может изменяться от нуля до  
 нескольких десятков.

### 3. Учет электромеханической внутренней обратной связи в резонаторе

Рассмотренная выше простая модель системы авторегулирова-  
 ния может быть использована при наличии одной обратной связи,  
 состоящей из инерционных звеньев. Обычно имеет место несколь-  
 ко обратных связей, и в этом случае модель должна быть услож-  
 нена. Общий подход к анализу работы подобных систем заключает-

ся в следующем. К приведенным выше четырем уравнениям, связн-  
 вающим  $\dot{m}_v, \dot{\varphi}_v, \dot{m}_r, \dot{\varphi}_r, \dot{m}_r, \dot{\varphi}_r$  и  $\dot{\xi}$  следует добавить  
 соответствующие уравнения обратных связей и находить интере-  
 сующие коэффициенты передачи. Примером, иллюстрирующим подоб-  
 ный подход, может служить анализ работы систем стабилизации с  
 учетом внутренней электромеханической обратной связи, которая  
 проявляется при достаточно большом уровне средней амплитуды  
 напряжения и наличии в конструкции резонатора механических  
 колебательных элементов. Параметрами, описывающими такую кон-  
 струкцию, являются:

$\Omega_v$  - собственная частота механических колебаний,

$\delta_v$  - декремент затухания механических колебаний,

$Q_v = \frac{\Omega_v}{2\delta_v}$  - добротность механической колебательной системы,

$A_{эм}$  - электромеханический коэффициент, связывающий изменение  
 расстройки резонатора под действием пондемоторных сил с  
 квадратом амплитуды напряжения.

В работе [1] рассматриваются статический электромехани-  
 ческий коэффициент  $A_0$  и коэффициент связи с определенной  
 модой механических колебаний  $A_v$ . Эти коэффициенты связаны  
 следующим образом:

$$A_0 = \sum_{i=1}^n \frac{A_{vi}}{\Omega_{vi}^2}$$

Для простоты в данной работе рассматривается случай с одной  
 модой механических колебаний. Физический смысл коэффициента

$A_0$  может быть определен из соотношения:

$$\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = A_0 \frac{U_m^2}{4}$$

где  $\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}$  - относительное изменение собственной частоты ре-  
 зонатора вследствие действия пондемоторной силы,

$U_m$  - амплитуда в.ч. напряжения.

Удобно использовать коэффициент  $A_{эм} = \frac{A_0 Q}{2}$

где  $Q$  - собственная электрическая добротность резонатора.

В этом случае многие выражения оказываются достаточно просты-  
 ми и наглядными. Так

$$\Delta\xi = A_{эм} U_m^2$$

где  $\Delta\xi$  - изменение обобщенной расстройки резонатора под  
 действием пондемоторных сил.

Для учета электромеханической связи необходимо ввести в рассмотрение колебательное звено, входной величиной которого является амплитудная модуляция, а выходной - модуляция расстройки резонатора. Получим выражение коэффициента передачи такого звена.

Уравнение колебаний расстройки:

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} + 2\delta_v \frac{d\xi}{dt} + \Omega_v^2 \xi = \Omega_v^2 A_{эм} U_m^2$$

Линеаризованное уравнение для  $\xi_{\sim}$

$$\frac{d^2 \xi_{\sim}}{dt^2} + 2\delta_v \frac{d\xi_{\sim}}{dt} + \Omega_v^2 \xi_{\sim} = 2\Omega_v^2 A_{эм} |\bar{U}_0|^2 \frac{U_a}{|\bar{U}_0|}$$

Комплексная форма этого уравнения:

$$(\Omega_v^2 - \Omega^2) \dot{\xi}_{\sim} + j2\delta_v \Omega \dot{\xi}_{\sim} = 2\Omega_v^2 A_{эм} |\bar{U}_0|^2 \dot{m}_v$$

Величина  $\dot{W} = \frac{\dot{\xi}_{\sim}}{\dot{m}_v} = \frac{2A_{эм} |\bar{U}_0|^2 \Omega_v}{(\Omega_v^2 - \Omega^2) + j2\delta_v \Omega}$  является комплексным коэффициентом передачи этого звена. Зависимость амплитуды ускоряющего напряжения от величины расстройки  $\xi_{\sim}$  "замыкает" электромеханическую обратную связь. При отсутствии внешних обратных связей электромеханическая обратная связь приводит к появлению пороговых напряжений на резонаторе, при которых проявляется его механическая неустойчивость. Внешние обратные связи могут либо приводить к подавлению такой неустойчивости, либо понижать пороговые напряжения [3]. Наиболее общая структурная схема такой системы имеет вид:

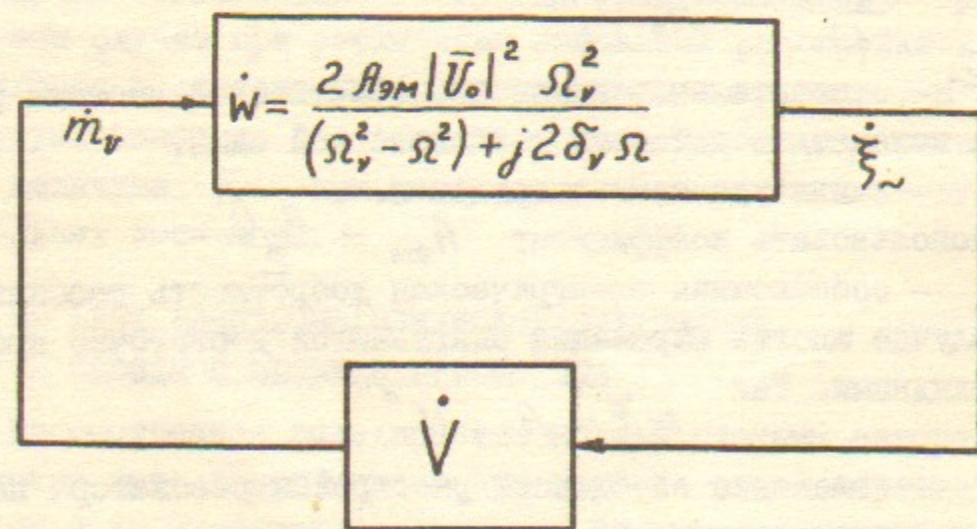


Рис.4.

В часть системы, имеющую коэффициент передачи  $\dot{V}$ , входит и звено, определяющее внутреннюю обратную связь и все внешние цепи. Заметим, что эта часть системы во-первых, устойчива, во-вторых, не содержит колебательных звеньев второго порядка и ее частотные характеристики в интересующей области частот имеют монотонный характер. Для анализа устойчивости такой системы удобнее всего рассмотреть уравнение  $\dot{W}\dot{V}=1$ . Из него следует:

$$(\Omega_v^2 - \Omega^2) + j2\delta_v \Omega = 2A_{эм} |\bar{U}_0|^2 \Omega_v^2 \dot{V}$$

Резонансная частота системы с замкнутой обратной связью находится из выражения:

$$\Omega^2 = \Omega_v^2 - 2\Omega_v^2 A_{эм} |\bar{U}_0|^2 \text{Re} \dot{V}$$

Декремент затухания такой системы оказывается равен величине:

$$\delta = \delta_v - \frac{A_{эм} |\bar{U}_0|^2 \Omega_v^2 \text{Im} \dot{V}}{\Omega}$$

Если  $\text{Re} \dot{V} > 0$ , может иметь место статическая неустойчивость, когда

$$(1 - 2A_{эм} |\bar{U}_0|^2 \text{Re} \dot{V}) < 0$$

Пороговые напряжения, при которых возникает статическая неустойчивость, находятся из выражения:

$$|\bar{U}_0|_{стат}^2 = \frac{1}{2A_{эм} \text{Re} \dot{V}}$$

Если же

$$(1 - 2A_{эм} |\bar{U}_0|^2 \text{Re} \dot{V}) > 0 \quad \text{и} \quad \text{Im} \dot{V} > 0$$

может иметь место колебательная неустойчивость. Пороговые напряжения, при которых возникает колебательная неустойчивость, находятся из выражения:

$$|\bar{U}_0|_{кол}^2 = \frac{\delta_v \Omega}{A_{эм} \Omega_v^2 \text{Im} \dot{V}} = \frac{\Omega}{2\Omega_v A_{эм} Q_v \text{Im} \dot{V}}$$

В случае отсутствия внешних обратных связей величина  $\dot{V} = \dot{V}_0$  фактически найдена в работе [1].

$$\dot{V}_o = -\frac{\gamma^2 \xi_o}{1 + \gamma^2 \xi_o^2} + j \frac{2 \Omega \tau \xi_o \gamma^3}{(1 + \gamma^2 \xi_o^2)^2}$$

$$|\bar{U}_o|_{\text{стат}}^2 = -\frac{1}{2 A_{\text{эм}} \gamma} \cdot \frac{1 + \gamma^2 \xi_o^2}{\gamma \xi_o} \quad (\text{при } \xi_o < 0)$$

$$|\bar{U}_o|_{\text{кол}}^2 = \frac{\delta_v}{2 A_{\text{эм}} \Omega_v^2 \tau \gamma^2} \cdot \frac{(1 + \gamma^2 \xi_o^2)^2}{\gamma \xi_o} \quad (\text{при } \xi_o > 0)$$

Минимальное напряжение статической неустойчивости соответствует  $\gamma \xi_o = 1$  и определяется из выражения:

$$|\bar{U}_o|_{\text{стат. мин.}}^2 = \frac{1}{A_{\text{эм}} \gamma}$$

Минимальное напряжение возникновения колебательной неустойчивости соответствует  $\gamma \xi_o = \frac{1}{\sqrt{3}}$  и находится из выражения:

$$|\bar{U}_o|_{\text{кол мин}}^2 = \frac{1,54 \delta_v}{A_{\text{эм}} \Omega_v^2 \tau \gamma^2}$$

Отметим, что полученные значения минимальных пороговых напряжений несколько отличаются от значений, приведенных в предыдущих работах, так как в них речь шла о пороговых напряжениях, соответствующих минимальному току генератора. Минимальные пороговые напряжения, при которых может возникнуть неустойчивость, имеют место при несколько большем токе и соответственно большей расстройке резонатора  $\xi_o$ . Используя соотношение:

$$|\bar{I}_{r_o}|^2 = \frac{|\bar{U}_o|^2 (1 + \gamma^2 \xi_o^2)}{R_{\text{ин}}^2}$$

нетрудно видеть, что минимальному току генератора соответствует пороговое напряжение статической неустойчивости:

$$|\bar{U}_o|_{\text{стат}}^2 = \frac{1,15}{A_{\text{эм}} \gamma}$$

при расстройке  $\gamma \xi_o = \frac{1}{\sqrt{3}}$  и пороговое напряжение колебательной неустойчивости

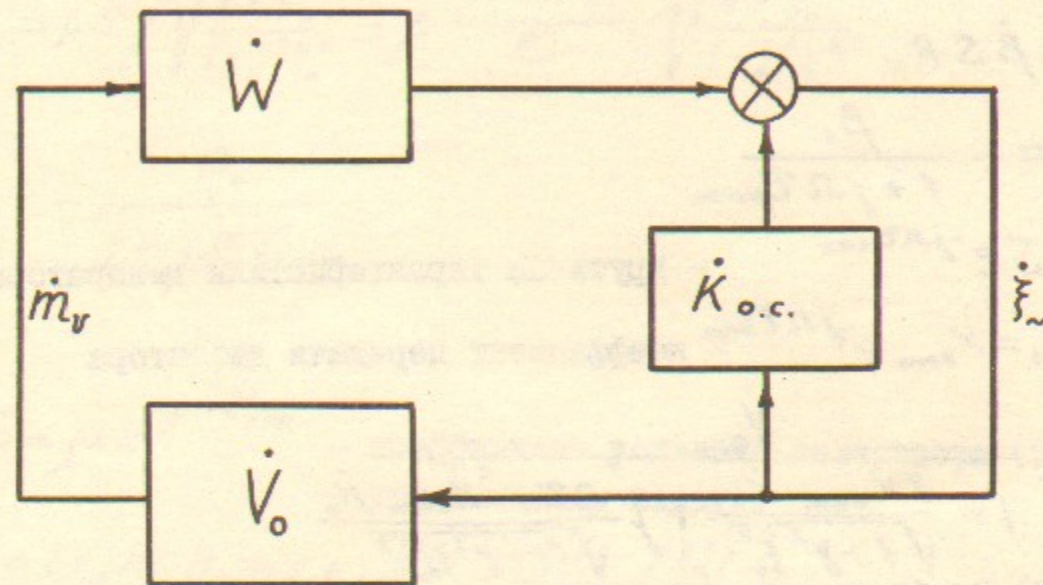
$$|\bar{U}_o|_{\text{кол}}^2 = \frac{1,61 \delta_v}{A_{\text{эм}} \Omega_v^2 \tau \gamma^2}$$

при расстройке

$$\gamma \xi_o = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Приведем примеры структурных схем систем авторегулирования с учетом электромеханической обратной связи.

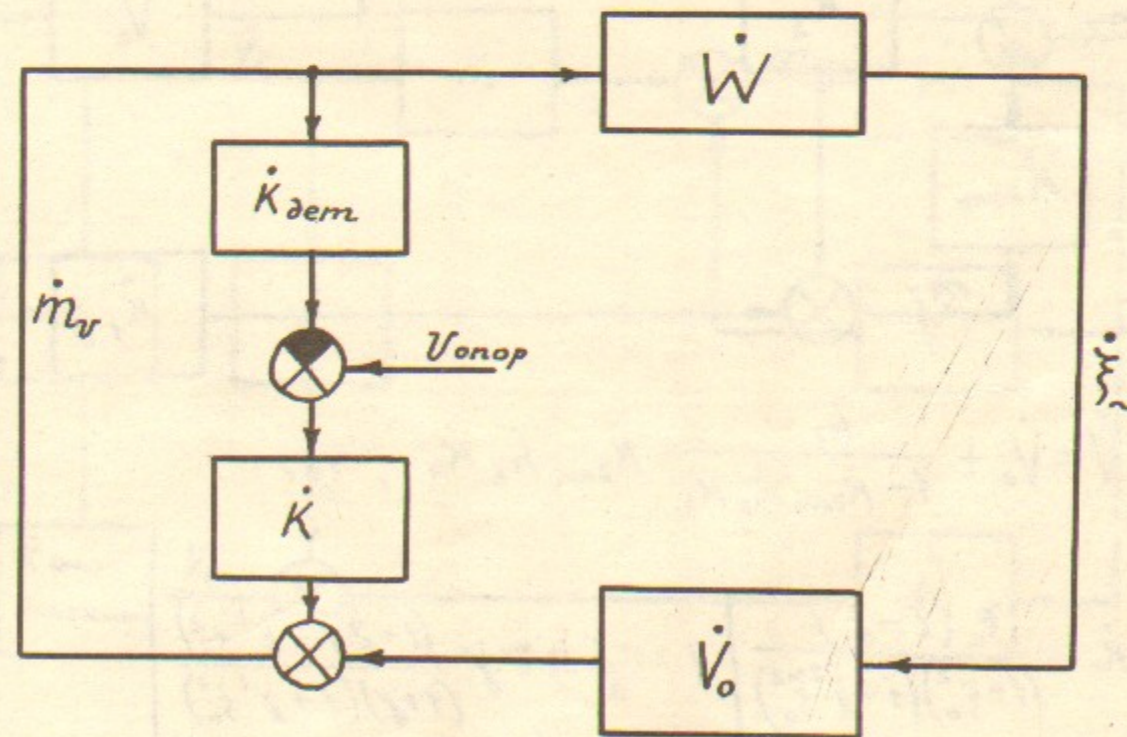
1) Внешняя обратная связь по расстройке резонатора.



$$\dot{V} = \frac{\dot{V}_o}{1 - K_{o.c.}} = -\frac{\gamma^2 \xi_o}{(1 + \gamma^2 \xi_o^2)(1 - K_{o.c.})} + j \frac{2 \Omega \tau \gamma^3 \xi_o}{(1 + \gamma^2 \xi_o^2)^2 (1 - K_{o.c.})}$$

Отметим, что в этом случае коэффициент обратной связи не зависит ни от  $\xi_o$ , ни от  $\gamma$ .

2) Стабилизация амплитуды напряжения на резонаторе.



В данном случае

$$\dot{K} = \frac{\delta \dot{K}_0}{\sqrt{1 + \gamma^2 \xi_0^2}} \left( 1 - j \frac{\Omega \tau \gamma}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \right),$$

где

$$\dot{K}_0 = \dot{\beta} \dot{S} R_w$$

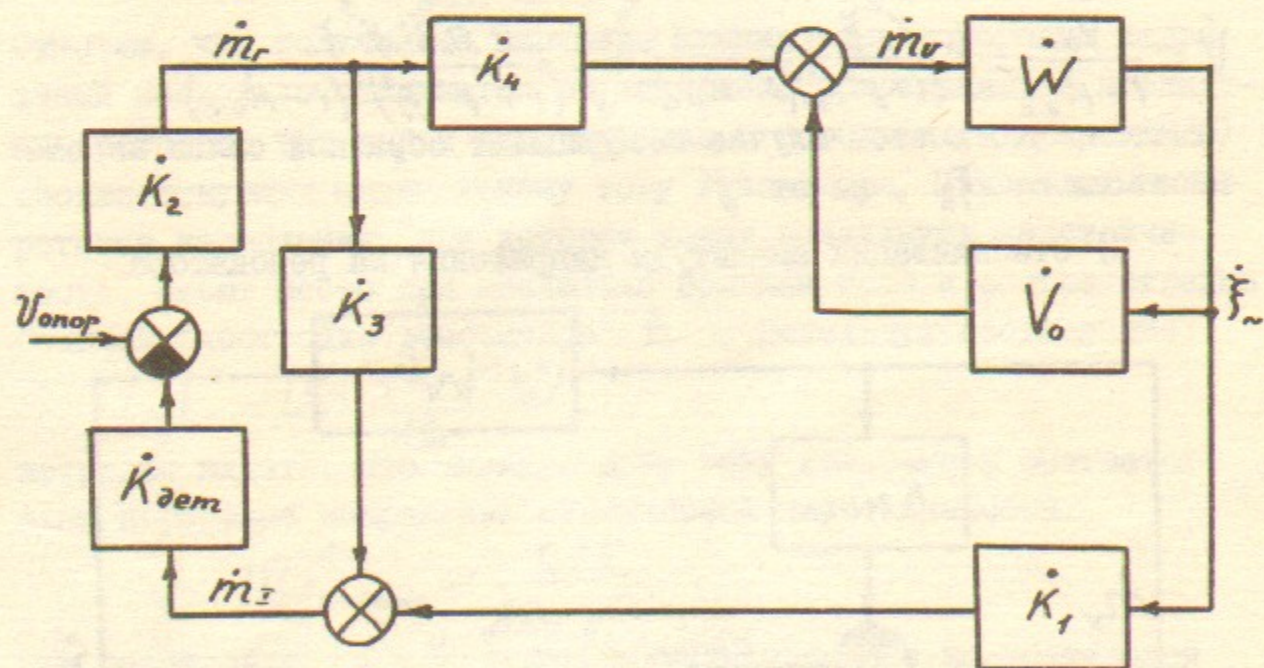
$$\dot{\beta} = - \frac{\beta_0}{1 + j \Omega \tau_{инт}}$$

$$\dot{S} = S e^{-j \Omega \tau_{ген}} \quad \text{— крутизна характеристики генератора;}$$

$$\dot{K}_{дет} = K_{дет} e^{-j \Omega \tau_{дет}} \quad \text{— коэффициент передачи детектора}$$

$$\dot{V} = \frac{\dot{V}_0}{1 - \frac{\delta \dot{K}_{дет} \dot{K}_0}{\sqrt{1 + \gamma^2 \xi_0^2}} + j \frac{\Omega \tau \gamma^2 \dot{K}_{дет} \dot{K}_0}{\sqrt{(1 + \gamma^2 \xi_0^2)^3}}}$$

3) Стабилизация амплитуды тока возбуждения.



$$\dot{V} = \dot{V}_0 + \frac{K_1}{1 - K_{дет} K_2 K_3} \cdot K_{дет} K_2 K_4, \quad \text{где}$$

$$\dot{K}_1 = \frac{\xi_0 (1 - \gamma^2)}{(1 + \xi_0^2)(1 + \gamma^2 \xi_0^2)} \left[ 1 - j \Omega \tau \gamma \frac{(1 + 2\gamma - \gamma^2 \xi_0^2)}{(1 + \gamma)(1 + \gamma^2 \xi_0^2)} \right]$$

$$\dot{K}_{дет} = K_{дет} e^{-j \Omega \tau_{дет}}$$

$$\dot{K}_2 = \dot{\beta} \dot{S} \gamma \sqrt{\frac{1 + \xi_0^2}{1 + \gamma^2 \xi_0^2}} = \dot{\beta} \frac{\mu (1 - \gamma)}{R_w} \sqrt{\frac{1 + \xi_0^2}{1 + \gamma^2 \xi_0^2}}$$

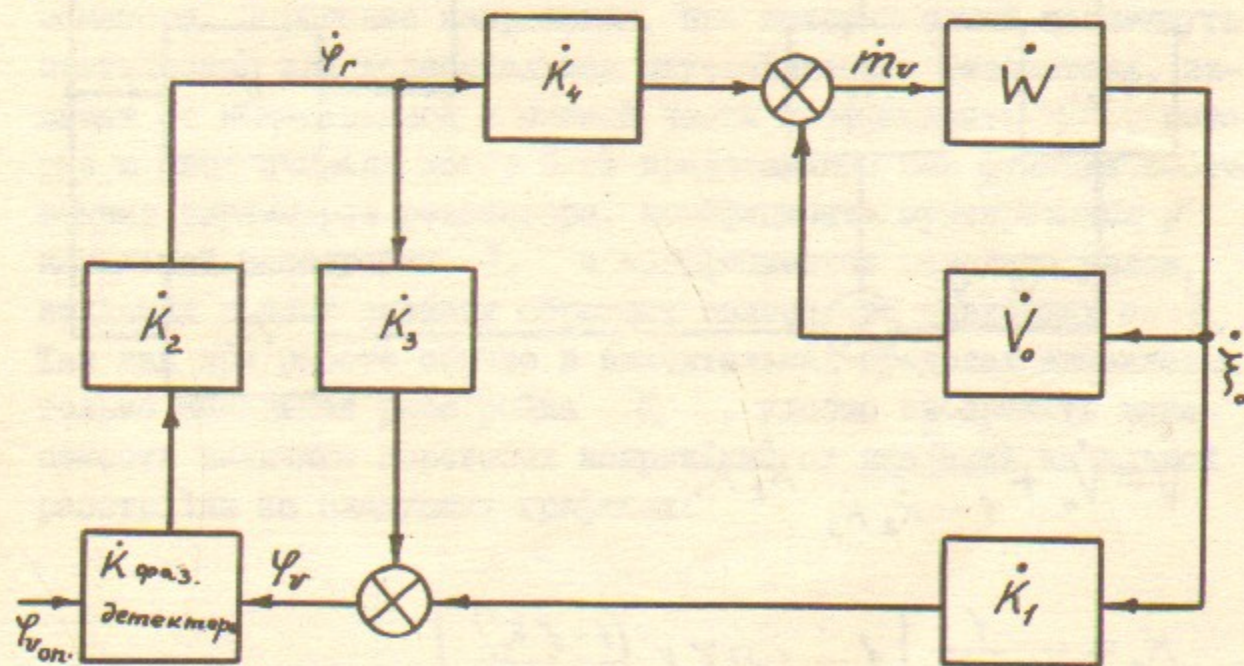
$$\dot{\beta} = - \frac{\beta_0}{1 + j \Omega \tau_{инт}}$$

$$\dot{\mu} = \mu e^{-j \Omega \tau_{ген}} \quad \text{— коэффициент усиления генератора (по управляющему входу).}$$

$$\dot{K}_3 = 1 + j \Omega \tau A = 1 + j \Omega \tau \frac{(1 - \gamma)(1 - \gamma \xi_0^2)}{(1 + \xi_0^2)(1 + \gamma^2 \xi_0^2)}$$

$$\dot{K}_4 = 1 - j \Omega \tau \frac{\gamma}{1 + \gamma^2 \xi_0^2}$$

4) Система фазировки напряжения на резонаторе. Такая система используется для синхронизации по фазе различных ускоряющих напряжений.



$$\dot{V} = \dot{V}_0 + \frac{\dot{K}_1}{1 - \dot{K}_2 \dot{K}_3} \cdot \dot{K}_{\text{ф.д.}} \dot{K}_2 \dot{K}_4$$

$$\dot{K}_1 = -\frac{\gamma}{1 + \gamma^2 \xi_0^2} \left[ 1 - j \frac{\Omega \tau \gamma (1 - \gamma^2 \xi_0^2)}{(1 + \gamma^2 \xi_0^2)} \right]$$

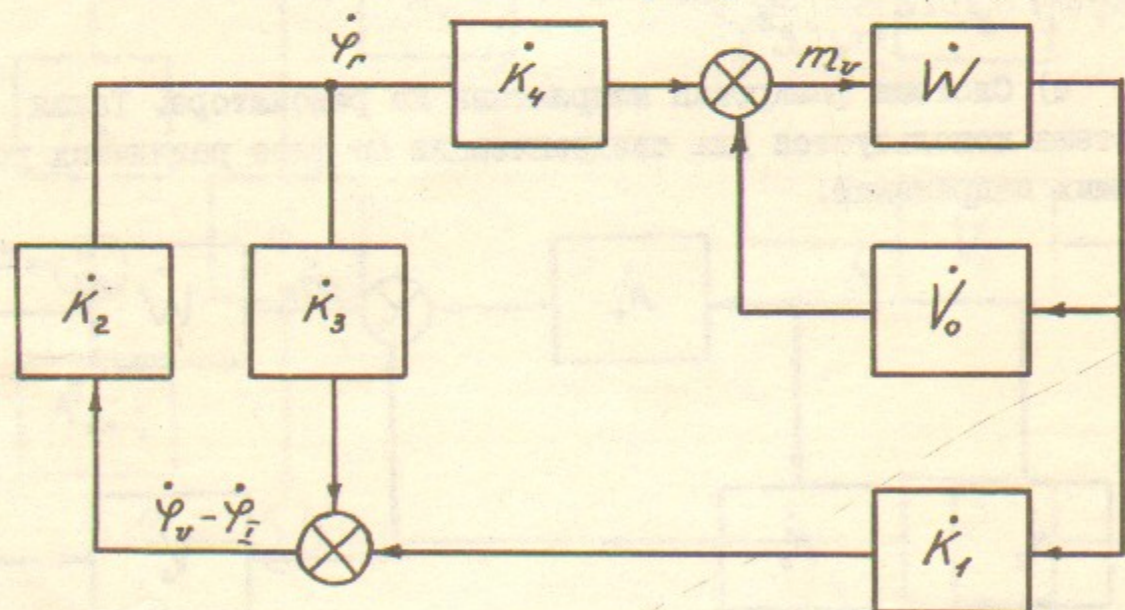
$$\dot{K}_2 = \beta \dot{K}_{\text{ген}} = \frac{\beta_0}{1 + j\Omega \tau_{\text{шунт}}} \cdot K_{\text{ген}} e^{-j\Omega \tau_{\text{ген}}}$$

$$\dot{K}_{\text{ф.д.}} = K_{\text{ф.д.}} e^{-j\Omega \tau_{\text{ф.д.}}} \quad \text{— коэффициент передачи фазового детектора}$$

$$\dot{K}_3 = 1 - j\Omega \tau \frac{\gamma}{1 + \gamma^2 \xi_0^2}$$

$$\dot{K}_4 = -j\Omega \tau \frac{\gamma^2 \xi_0^2}{1 + \gamma^2 \xi_0^2}$$

5) Система подавления механических колебаний с помощью фазовой автоподстройки частоты генератора.



$$\dot{V} = \dot{V}_0 + \frac{\dot{K}_1}{1 - \dot{K}_2 \dot{K}_3} \dot{K}_2 \dot{K}_4$$

$$\dot{K}_1 = -\frac{1}{1 + \xi_0^2} \left[ 1 - j\Omega \tau \gamma \frac{(1 - \gamma^2 \xi_0^2)}{(1 + \gamma^2 \xi_0^2)} \right]$$

$$\dot{K}_2 = \frac{\dot{K}_{\text{фаз}} \cdot \beta \cdot \dot{K}_{\text{ген}}}{j\Omega}$$

$$\dot{K}_3 = -j \frac{\Omega \tilde{\tau}}{1 + \xi_0^2}$$

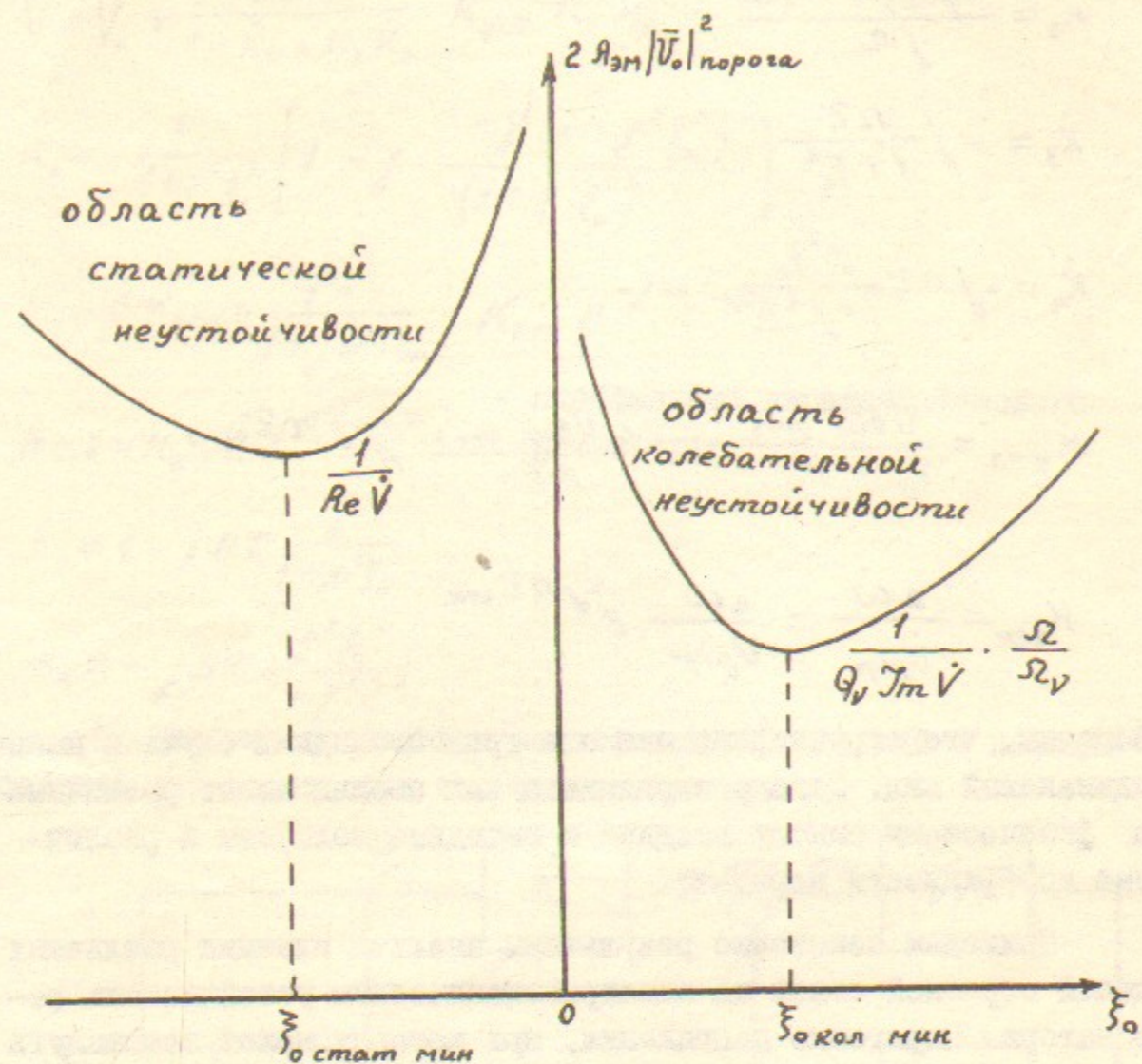
$$\dot{K}_4 = -j\Omega \tau \frac{\gamma^2 \xi_0^2}{1 + \gamma^2 \xi_0^2}$$

$$\dot{K}_{\text{фаз}} = \frac{\dot{U}_{\text{вых фаз}}}{\dot{\varphi}_v - \dot{\varphi}_i} = \frac{\Delta U_{\text{вых фаз}}}{\Delta \varphi} e^{-j\Omega \tau_{\text{фаз}}}$$

$$\dot{K}_{\text{ген}} = \frac{\Delta \omega}{\dot{U}_{\text{упр}}} = \frac{\Delta \omega}{U_{\text{упр}}} e^{-j\Omega \tau_{\text{ген}}}$$

Заметим, что структурные схемы в трех последних случаях имеют одинаковый вид. Однако входящие в них звенья имеют различные по физическому смыслу входные и выходные величины и различные коэффициенты передачи.

Приведем некоторые результаты анализа влияния различных цепей обратной связи на электромеханическую устойчивость резонатора. Пороговые напряжения, при которых может возникнуть статическая или колебательная неустойчивость резонатора, зависят от вещественной и мнимой части коэффициента  $\dot{V}$ , которые в свою очередь могут быть представлены как функции собственных параметров резонатора, коэффициента шунтирования  $\gamma$ , начальной расстройки  $\xi_0$  и коэффициентов передачи узлов, входящих в цепи внешних обратных связей, не зависящих от  $\xi_0$ . Так как при работе обычно в значительных пределах изменяется только начальная расстройка  $\xi_0$ , удобно изображать зависимость величины пороговых напряжений от значений начальной расстройки на следующих графиках:



Отметим, что для пороговых значений  $|\bar{U}_0|_{\text{колеб}}$  обычно

$$\frac{\Omega}{\Omega_v} = 1$$

Можно отметить следующую симметрию, которая обнаруживается при рассмотрении влияния на механическую устойчивость резонатора цепей стабилизации амплитуды напряжения на резонаторе и стабилизации тока возбуждения. Влияние цепи стабилизации амплитуды напряжения максимально при  $\gamma = 1$ , а цепи стабилизации тока возбуждения при  $\gamma = 0$ .

Минимальное напряжение появления статической неустойчивости при  $\gamma = 1$  находится из выражения:

$$|\bar{U}_0|_{\text{стат мин}}^2 = \frac{1}{A_{эм}}$$

Стабилизация амплитуды напряжения на резонаторе повышает этот порог монотонно с увеличением коэффициента усиления в цепи обратной связи. Шунтирование резонатора также повышает этот порог:  $|\bar{U}_0|_{\text{стат}}^2 = \frac{1}{A_{эм} \gamma}$ . Стабилизация амплитуды тока возбуждения компенсирует шунтирование и понижает порог, устремляя его к  $1/A_{эм}$ . Пороговое напряжение возникновения колебательной неустойчивости определяется мнимой частью коэффициентов  $\bar{V}$ . Когда во внешних звеньях цепей обратной связи отсутствуют фазовые сдвиги,  $\text{Im } \bar{V}$  существенно зависит от членов, содержащих  $\Omega \tau$ . Зависимость от величины коэффициента усиления при этом монотонная и не очень сильная. В тех случаях, когда в цепи обратной связи имеется фазовый сдвиг, близкий к  $\pi/2$ , членами, содержащими  $\Omega \tau$ , можно, как правило, пренебречь. В этом случае зависимость вносимых им декрементов затухания от величины коэффициента усиления имеет экстремум вблизи значения  $|K_{ос}| = 1$ . При этом максимально возможные вносимые инкременты и декременты затухания механических колебаний одинаково выражаются через параметры резонатора. Максимальный вносимый декремент затухания оказывается равен:

$$\zeta_{\text{макс}} = \frac{A_{эм} |\bar{U}_0|^2 \Omega_v^2}{4 \Omega} \quad \text{где } \Omega = \Omega_v \sqrt{1 - \frac{A_{эм} |\bar{U}_0|^2}{2}}$$

Затухание вносится при отрицательном фазовом сдвиге в цепи обратной связи в случае стабилизации амплитуды напряжения и при положительном фазовом сдвиге в случае стабилизации амплитуды тока возбуждения. При противоположных фазовых сдвигах в цепи обратной связи можно получить существенное понижение порога

возникновения колебательной неустойчивости. Минимальная величина напряжения на резонаторе, при которой могут возникнуть электромеханические колебания, находится из выражения:

$$|\bar{U}_0|_{\text{кол мин}}^2 = \frac{4 \delta_V \Omega}{A_{\text{эм}} \Omega_V^2} = \frac{2 \Omega}{A_{\text{эм}} \Omega_V Q_V}$$

где

$$\Omega = \Omega_V \sqrt{1 + \frac{A_{\text{эм}} |\bar{U}_0|^2}{2}}$$

Подставляя первое равенство во второе, имеем:

$$\Omega = \Omega_V \left( \frac{1}{2 Q_V} + \sqrt{1 + \frac{1}{4 Q_V^2}} \right) \approx \Omega_V$$

тогда

$$|\bar{U}_0|_{\text{кол мин}}^2 = \frac{2}{A_{\text{эм}} Q_V}$$

Заметим, что

$$\frac{|\bar{U}_0|_{\text{стат мин}}}{|\bar{U}_0|_{\text{кол мин}}} = \sqrt{\frac{Q_V}{2}}$$

Анализ показывает, что такие же предельные значения пороговых напряжений и декрементов затухания имеют место и в случае использования других внешних обратных связей при наличии в цепи обратной связи фазового сдвига, равного  $\pi/2$  и соответствующего коэффициента усиления.

В заключении отметим, что электромеханическая неустойчивость практически не является в настоящее время серьезным препятствием при работе ускоряющих резонаторов. Приведенные выше примеры призваны проиллюстрировать простоту и наглядность описанного метода анализа сложных цепей обратной связи, используемых в высокочастотных системах.

Автор считает своим долгом выразить благодарность В.М.Петрову за помощь в формулировке задач и многократные обсуждения, М.М.Карлинеру за интерес к работе, а также Б.М.Фомелю, который любезно согласился прочитать рукопись и дал ряд полезных советов.

Связь между комплексными переменными амплитудами напряжения на резонаторе, тока возбуждения и переменной расстройкой

Исходное уравнение для мгновенных значений:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{2}{\tau} \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \frac{1}{C} \frac{di}{dt} \quad (1)$$

Пусть  $u = \tilde{U} e^{j\omega t}$   $i = \tilde{I} e^{j\omega t}$  где  $\tilde{U} = U_m(t) e^{j\varphi_u(t)}$

$\frac{du}{dt} = j\omega \tilde{U} e^{j\omega t} + \frac{d\tilde{U}}{dt} e^{j\omega t}$  где  $\tilde{I} = I_m(t) e^{j\varphi_i(t)}$

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{d^2 \tilde{U}}{dt^2} e^{j\omega t} + 2j\omega \frac{d\tilde{U}}{dt} e^{j\omega t} - \omega^2 \tilde{U} e^{j\omega t}$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{d\tilde{I}}{dt} e^{j\omega t} + j\omega \tilde{I} e^{j\omega t}$$

Подставляем в (1) и учитываем, что  $\frac{d^2 \tilde{U}}{dt^2} \approx 0$

$$2j\omega \frac{d\tilde{U}}{dt} - (\omega^2 - \omega_0^2) \tilde{U} = \frac{1}{C} \frac{d\tilde{I}}{dt} + j\frac{\omega}{C} \tilde{I}$$

Умножаем обе части на  $\frac{R}{j\omega_0^2}$  и учитывая, что  $\omega \approx \omega_0$  имеем:

$$\tau \frac{d\tilde{U}}{dt} + (1 + j\xi) \tilde{U} = R_m \tilde{I} - j \frac{\tau R_w}{2Q} \frac{d\tilde{I}}{dt} \quad (2)$$

Данное уравнение связывает комплексные переменные функции  $\tilde{U}$  и  $\tilde{I}$  и вещественную переменную  $\xi$ . Оно может быть решено относительно  $\tilde{U}$  методом малого параметра. Вводится безразмерное время  $\varphi = \Omega t$

$$\Omega \tau \frac{d\tilde{U}}{d\varphi} + (1 + j\xi) \tilde{U} = R_m \tilde{I} - j \frac{\Omega \tau R_w}{2Q} \frac{d\tilde{I}}{d\varphi} \quad (2a)$$

$$\Omega \tau = \mu \ll 1$$

Пусть  $\tilde{U} = \tilde{U}_0 + \mu \tilde{U}_1$  (3)

$$\frac{d\tilde{V}}{d\varphi} = \frac{d\tilde{V}_0}{d\varphi} + \mu \frac{d\tilde{V}_1}{d\varphi}$$

подставляется в (2а)

$$\mu \frac{d\tilde{V}_0}{d\varphi} + \mu^2 \frac{d\tilde{V}_1}{d\varphi} + (1+j\xi)\tilde{V}_0 + \mu(1+j\xi)\tilde{V}_1 = R_{uc}\tilde{I} - j\frac{\mu R_w}{2Q} \frac{d\tilde{I}}{d\varphi} \quad (2б)$$

Делается пренебрежение величиной, содержащей  $\mu^2$  и приравняются слагаемые одного порядка малости. Откуда следует:

$$\tilde{V}_0 = \frac{R_{uc}\tilde{I}}{1+j\xi} \quad (4)$$

$$\tilde{V}_1 = -\frac{1}{1+j\xi} \frac{d\tilde{V}_0}{d\varphi} - j\frac{R_w}{2Q(1+j\xi)} \frac{d\tilde{I}}{d\varphi} \quad (5)$$

Из (4) следует:

$$\frac{d\tilde{V}_0}{d\varphi} = \frac{R_{uc}}{1+j\xi} \frac{d\tilde{I}}{d\varphi} - j\frac{R_{uc}\tilde{I}}{(1+j\xi)^2} \frac{d\xi}{d\varphi} \quad (6)$$

Используя соотношения (3), (4), (5) и (6), имеем

$$\tilde{V} = \frac{R_{uc}\tilde{I}}{1+j\xi} - \mu \frac{R_{uc}}{(1+j\xi)^2} \frac{d\tilde{I}}{d\varphi} + j\mu \frac{R_{uc}\tilde{I}}{(1+j\xi)^3} \frac{d\xi}{d\varphi} - j\frac{\mu R_w}{2Q(1+j\xi)} \frac{d\tilde{I}}{d\varphi}$$

При  $Q \gg 1$  можно пренебречь последним слагаемым и перейти от безразмерного времени к обычному:

$$\tilde{V} = \frac{R_{uc}}{1+j\xi} \tilde{I} - \frac{\tau R_{uc}}{(1+j\xi)^2} \frac{d\tilde{I}}{dt} + j\frac{\tau R_{uc}\tilde{I}}{(1+j\xi)^3} \frac{d\xi}{dt} \quad (7)$$

Выражение амплитудной и фазовой модуляции напряжения на резонаторе через амплитудную и фазовую модуляцию тока возбуждения и модуляцию обобщенной расстройки

В уравнении (7) величина  $\tilde{V}$  есть функция четырех переменных:

$$\tilde{V} = \tilde{V}(\tilde{I}; \frac{d\tilde{I}}{dt}; \xi; \frac{d\xi}{dt})$$

Она раскладывается в ряд Тейлера в окрестности точки

$$\tilde{V}(\tilde{I}_0; 0; \xi_0; 0)$$

Учитывая, что  $\tilde{I} = \tilde{I}_0 + \tilde{I}_n$

и взяв члены первого порядка малости, имеем:

$$\tilde{V} = \frac{R_{uc}}{1+j\xi_0} \tilde{I}_0 + \frac{R_{uc}\tilde{I}_n}{1+j\xi_0} - \frac{\tau R_{uc}}{(1+j\xi_0)^2} \frac{d\tilde{I}_n}{dt} + j\frac{\tau R_{uc}\tilde{I}_0}{(1+j\xi_0)^3} \frac{d\xi_n}{dt} - j\frac{R_{uc}\tilde{I}_0}{(1+j\xi_0)^2} \xi_n$$

$$\tilde{V} = \frac{R_{uc}\tilde{I}_0}{1+j\xi_0} \left[ 1 + \frac{\tilde{I}_n}{\tilde{I}_0} - \frac{\tau}{(1+j\xi_0)} \frac{d\tilde{I}_n}{dt} - j\frac{\xi_n}{1+j\xi_0} + j\frac{\tau}{(1+j\xi_0)^2} \frac{d\xi_n}{dt} \right] \quad (8)$$

Заметим, что

$$\frac{R_{uc}\tilde{I}_0}{1+j\xi_0} = \tilde{V}_0; \quad \tilde{I}_n = (\tilde{I}_a + j\tilde{I}_\varphi) e^{j\varphi}; \quad \tilde{I}_0 = |\tilde{I}_0| e^{j\varphi_0}$$

и в квадратных скобках уравнения (8) освободимся от мнимых частей в знаменателе и сгруппируем вещественную и мнимую части

$$\tilde{V} = \tilde{V}_0 \left\{ 1 + \frac{\tilde{I}_a}{|\tilde{I}_0|} - \frac{\tau \left( \frac{d\tilde{I}_a}{dt} + \xi_0 \frac{d\tilde{I}_\varphi}{dt} \right)}{|\tilde{I}_0| (1+\xi_0^2)} - \frac{\xi_0 \xi_n}{1+\xi_0^2} + \frac{2\tau\xi_0}{(1+\xi_0^2)^2} \frac{d\xi_n}{dt} + \right. \\ \left. + j \left[ \frac{\tilde{I}_\varphi}{|\tilde{I}_0|} + \frac{\tau \left( \xi_0 \frac{d\tilde{I}_a}{dt} - \frac{d\tilde{I}_\varphi}{dt} \right)}{|\tilde{I}_0| (1+\xi_0^2)} - \frac{\xi_n}{1+\xi_0^2} + \frac{\tau(1-\xi_0^2)}{(1+\xi_0^2)^2} \frac{d\xi_n}{dt} \right] \right\} \quad (9)$$



## Литература

1. М.М.Карлинер, В.Е.Шапиро, И.А.Шехтман. ЖТФ, т.36, 2017 (1966 г.).
2. Теория автоматического управления, часть I под редакцией А.В.Нетушила 1968 г.
3. М.М.Карлинер, В.М.Петров, И.А.Шехтман. ЖТФ, т.39, 1383 (1969).
4. Г.Я.Куркин, В.М.Петров, И.К.Седяров. Препринт ИЯФ 77-81.

А.А.Полунин

АНАЛИЗ РАБОТЫ ЦЕПЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ  
В ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ УСКОРЯЮЩИХ СИСТЕМАХ  
НАКОПИТЕЛЕЙ

Препринт  
№ 84-13

Работа поступила - 3 января 1984 г.

---

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов

Подписано к печати 3.П-1984 г. МН 04047

Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.1,9 печ.л., 1,5 учетно-изд.л.

Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 13.

---

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90