

Т. 32

32

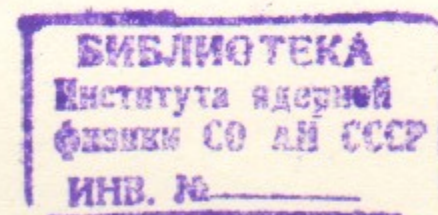


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

А.Б.Темных

**О ВЛИЯНИИ НУЛЕВОЙ ГАРМОНИКИ
КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ
ВЕДУЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ
НАКОПИТЕЛЯ НА ЭФФЕКТЫ ВСТРЕЧИ**

ПРЕПРИНТ 84-143



НОВОСИБИРСК

ВЛИЯНИЕ КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ ВЕДУЩЕГО
МАГНИТНОГО ПОЛЯ НАКОПИТЕЛЯ НА ЭФФЕКТЫ
ВСТРЕЧИ

А.Б.Темных

А Н Н О Т А Ц И Я

В работе описан механизм влияния кубической нелинейности ведущего магнитного поля накопителя на эффекты электромагнитного взаимодействия встречных пучков. Показано, что положительная кубическая нелинейность может существенно увеличить амплитуды бетатронных колебаний частиц, взаимодействующих со встречным сгустком.

Обычно максимальная светимость установок со встречными пучками ограничивается эффектами, связанными с электромагнитным взаимодействием пучков (эффектами встречи). Опыт работы на таких установках в условиях, когда токи пучков близки к предельным, показывает, что существует множество факторов, которые влияют на силу и характер эффектов встречи /1/, /2/. Экспериментальное изучение эффектов встречи (ЭВ) обычно связано с большими затратами рабочего времени установок и часто не дает ясного представления о том, как изменение какого-либо параметра установки может приводить к увеличению размеров или к гибели одного из пучков. В связи с этим в последнее время сильно вырос интерес к численному моделированию ЭВ на ЭВМ. В моделях, которые используются для изучения ЭВ, авторы стараются как можно точнее отразить реальную жизнь частиц в накопителях. Однако результаты численного моделирования часто оказываются довольно далеки от экспериментальных данных. Это говорит о том, что в реальности есть факторы сильно влияющие на движение частиц в накопителях, которые не учитываются в моделях. Одним из таких факторов может быть нелинейность ведущего магнитного поля накопителя.

Целью настоящей работы является изучения влияния нулевой гармоники кубической нелинейности ведущего магнитного поля накопителя на движение отдельной частицы, взаимодействующей со встречным сгустком. В работе показано, что в этом наиболее простом случае машинная нелинейность может играть большую роль в ЭВ.

Относительно процесса прохождения частицы через встречный сгусток сделаем приближения, которые часто используются. 1) Встречный сгусток будем считать бесконечно коротким. 2) Отвлечемся от синхротронного движения пробной частицы, предположим, что она все время находится в равновесной фазе. 3) Не будем учитывать радиационные эффекты (шум и затухание). Для упрощения выкладок рассмотрим только радиальное движение предполагая, что амплитуда вертикальных бетатронных колебаний равна нулю.

Гамильтониан, который описывает движение частицы, при сделанных предположениях имеет вид:

$$H = J_m \nu_m + V(\sqrt{2\beta} J_m \cos \varphi_m) \cdot \delta_{2\pi}(\theta) + B J_m^2$$

где J_m, φ_m - переменные "действие - фаза";
 β_m - бета-функция в месте встречи;
 член βJ_m^2 описывает влияние нулевой гармоники кубической нелинейности ведущего магнитного поля накопителя; ν_m - частота радиальных бетатронных колебаний.

$V(x)$ - потенциал от встречного пучка

$$V(x) = \frac{r_0 N}{\gamma} \int_0^{\infty} dt \frac{1 - \exp\left(-\frac{x^2}{\beta(\beta_m^2 + t)}\right)}{(\beta_m^2 + t)^{3/2} (\beta_m^2 + t)^{1/2}}$$

(выражение для этого потенциала взято из работы /3/) здесь:

r_0 - классический радиус электрона; N - число частиц во встречном сгустке; β_x, β_z - радиальный и вертикальный размеры пучка в месте встречи. Разложив $\delta_{2F}(\theta)$ - функцию в ряд по гармоникам частоты обращая

$$\delta_{2F}(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(k\theta)$$

и используя разложение:

$$e^{-t \cos y} = I_0(t) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n(t) \cdot (-1)^n \cos(ny)$$

а также перейдя к нормированному действию:

$$J = J_x \frac{\beta_x}{\beta_m}$$

получим: $H = J\nu_x + V_0(J) + \sum_{m=1}^{\infty} V_m(J) \cos(2m\varphi_x + k\theta) + R J^2$ (1)

где: $V_0(J) = \xi \left(1 + \frac{1}{f}\right) \int_0^{\infty} dt \sqrt{\eta_1 \eta_2} [1 - \exp(-\frac{J^2 t}{2})] \cdot I_0\left(\frac{J^2 t}{2}\right)$

$$V_m(J) = -2\xi (-1)^m \left(1 + \frac{1}{f}\right) \int_0^{\infty} dt \sqrt{\eta_1 \eta_2} \exp(-\frac{J^2 t}{2}) I_m\left(\frac{J^2 t}{2}\right)$$

$I_m(t)$ - модифицированная функция Бесселя порядка m ;

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + t/f}; \quad \eta_2 = \frac{1}{1 + t \cdot f};$$

$f = \frac{\beta_x}{\beta_z}$ - эллиптичность пучка в месте встречи;

$$\xi = \frac{r_0 N \beta_x}{2\pi \gamma \beta_m (\beta_x + \beta_z)} - \text{параметр взаимодействия};$$

$R = \beta \frac{\beta_x^2}{\beta_z^2}$; величина параметра R равна сдвигу частоты бетатронных колебаний из-за нулевой гармоники кубической нелинейности ведущего магнитного поля накопителя при амплитуде радиальных бетатронных колебаний a_x равной радиальному размеру пучка в месте встречи, т.е. при $a_x = \beta_x$.

Если выполняется условие $\nu_x = \frac{k}{2m} + \delta$, $\delta \ll 1$ т.е. рабочая точка лежит вблизи резонанса $k/2m$, сделав замену переменных $\psi = \varphi_x - \frac{k}{2m} \theta$ и оставив в выражении (1) один член с медленной фазой, получим резонансный гамильтониан:

$$H = J\delta + V_0(J) + V_m(J) \cos(2m\psi) + R J^2$$

Этот гамильтониан описывает движение частиц, взаимодействующей со встречным сгустком, в приближении изолированного нелинейного резонанса. Такое описание справедливо при достаточно малой величине ξ . ($\xi \sim 0.01 \div 0.02$).

Одной из важнейших характеристик нелинейного периодического движения является зависимость частоты колебаний от амплитуды. В нашем случае:

$$\Delta \nu(J) = \frac{\partial H}{\partial J} = \delta + \frac{\partial V_0}{\partial J} + 2R J$$

Графики, которые отображают характер движения частицы будут построены в зависимости от амплитуды бетатронных колебаний a_x , нормированной на β_x пучка в месте встречи. Эта переменная связана с J выражением:

$$\frac{a_x}{\beta_x} = \sqrt{2J}$$

Надо отметить также, что функции в выражениях для $V_0(J)$ и $V_m(J)$ гладкие и легко интегрируются численно, поэтому движение, которое мы рассматриваем, легко исследовать. В расчетах, результаты которых будут приведены ниже, величин параметров R и f соответствуют накопителю ВЭП-4 на энергии 1.8 ГэВ (см таб. I)

На рис. I-6 представлены графики зависимостей $H(\frac{a_x}{\beta_x}, \psi)$ при $2m\psi = 0, \pi$; $\Delta \nu(\frac{a_x}{\beta_x})$ и портреты фазового движения частицы для различных величин параметра ξ . Гармоника $V_m(J)$ во всех слу-

чаях соответствовала резонансу $10 \nu_x = 96$. Расстройка от резонанса δ в каждом случае выбиралась так, чтобы центр области автофазировки нелинейного резонанса лежал в пределах $4 \div 5 \beta_x$.

При $\ell = 0$ (рис. 1-2) имеется обычная ситуация, которая описана в работе /5/. Положение центра области автофазировки q_x^* и ширину Δq_x можно оценить из выражений:

$$\Delta \nu \left(\frac{q_x^*}{\beta_x} \right) = 0; \\ \frac{\Delta q_x}{\beta_x} = \frac{1}{\left(\frac{q_x^*}{\beta_x} \right)} \sqrt{\frac{2 V_m \left(\frac{q_x^*}{\beta_x} \right)}{\frac{1}{2} \frac{\partial \Delta \nu}{\partial \xi}}$$

(Вывод хорошо описан в 4).

При отрицательной величине машинной кубической нелинейности $\ell = -1.3 \cdot 10^{-5}$, рис. 3-4, ситуация мало отличается от предыдущей. Единственное отличие заключается в уменьшении ширины области автофазировки. Это объясняется увеличением скорости изменения частоты бетатронных колебаний в зависимости от амплитуды.

Случай положительной кубической нелинейности $\ell = 1.3 \cdot 10^{-5}$, который соответствует реальному движению частиц в накопителе ВЭП-4, см. рис. 5-6, принципиально отличается от двух предыдущих. В зависимости $\Delta \nu \left(\frac{q_x}{\beta_x} \right)$ (рис. 5) в районе $5 \div 6 \beta_x$ имеется минимум, где производная $\frac{\partial \Delta \nu}{\partial \xi}$ обращается в нуль. Другими словами, в этом случае имеется точка, где уменьшение бетатронной частоты при увеличении амплитуды бетатронных колебаний, обусловленное взаимодействием со встречным пучком, компенсируется ростом бетатронной частоты из-за положительной кубической нелинейности ведущего магнитного поля. Естественно ожидать, что при выполнении резонансного условия в этой точке или вблизи нее, биение амплитуды бетатронных колебаний сильно увеличатся. Действительно, на рис. 6, где представлен именно такой случай, имеются фазовые траектории, двигаясь по которым, частица может свободно перемещаться в области от $3.7 \beta_x$ до $9 \beta_x$. Для двух предыдущих случаев $\ell = 0$ и $\ell = -1.3 \cdot 10^{-5}$ область биений амплитуды бетатронных колебаний лежит, соответственно, в пределах от $4 \beta_x$ до $5.2 \beta_x$ и от $4 \beta_x$ до $4.8 \beta_x$, т.е. величина биений в случае положительной машинной кубической нелинейности увеличилась в 5 раз.

С практической точки зрения большой интерес представляет зависимость характера движения от величины параметра ξ при фиксированной расстройке от резонанса.

На рис. 7 и 8 приведены фазовые плоскости радиального движения частицы, взаимодействующей со встречным сгустком, при различной величине параметра ξ в случае нулевой, рис. 7, и в случае положительной машинной кубической нелинейности, рис. 8.

На рис. 7 (при $\ell = 0$) мы видим плавное изменение характера движения частицы с ростом ξ . Известно, что в модели, которую мы рассматривали, в случае $\ell = 0$, характер движения частицы резко изменится из-за перекрытия областей автофазировки нелинейных резонансов, когда ξ достигнет величины ~ 0.1 .

В случае положительной кубической нелинейности рис. 8 резкое изменение характера движения наступает при достижении ξ величины ~ 0.007 . Здесь, как уже отмечалось выше, появляются фазовые траектории, двигаясь по которым частица получает возможность свободно перемещаться в области от $4 \beta_x$ до $9 \beta_x$. Этого, естественно, нет в случае нулевой или отрицательной кубической нелинейности.

З а к л ю ч е н и е

В модели взаимодействия частицы со встречным сгустком, которую мы использовали, во-первых, отсутствует двухмерность движения, во-вторых, не учитывается синхротронное движение, которое приводит к различным типам модуляций /6/, в-третьих, не учитываются гармоники машинных резонансов, которые появляются из-за нелинейных компонент ведущего магнитного поля накопителя. Поэтому вместо картины, обрисованной выше, реально имеется более сложная ситуация. Однако, утверждение о том, что при положительной кубической машинной нелинейности есть область, где отрицательная "кубическая" нелинейность пучка компенсируется положительной машинной, и в этой области сильно увеличиваются биение амплитуд бетатронных колебаний, остается справедливым. Возможно, что в некоторых случаях влияние кубической машинной нелинейности определяющее. Тогда изменение знака кубической нелинейности может привести к увеличению предельных величин параметра ξ и

соответственно к увеличению светимости.

К сожалению, из-за отсутствия соответствующих экспериментальных данных, пока нельзя с достоверностью проверить выводы, сделанные в данной работе, о влиянии кубической нелинейности ведущего магнитного поля накопителя на эффекты встречи.

В заключении автор выражает искренюю благодарность С.И.Мишневу, Г.М.Тумайкину, А.С.Артамонову, А.А.Жоленцу за стимулирующий интерес к работе и полезные обсуждения.

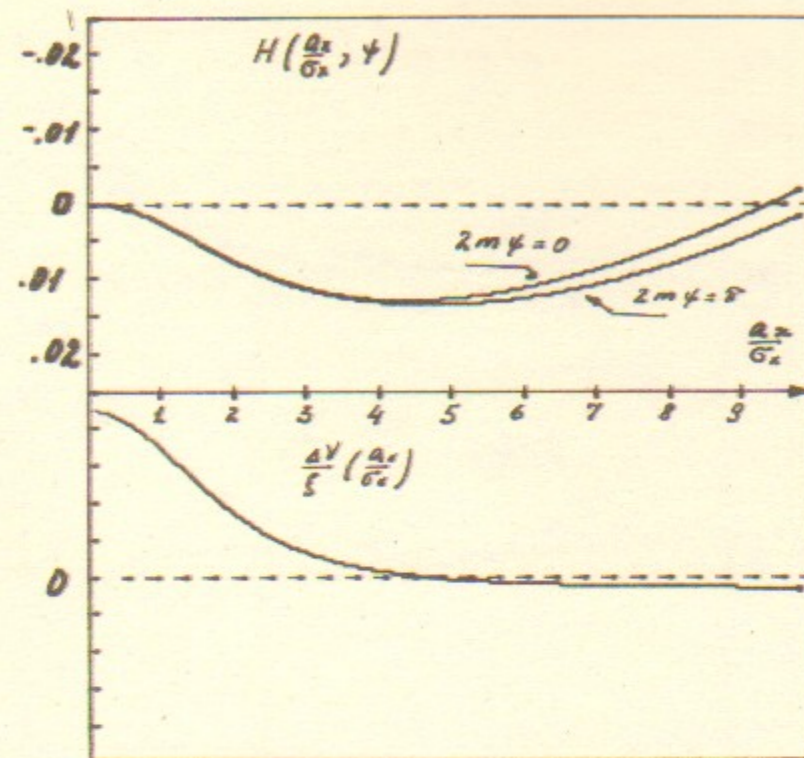
Л и т е р а т у р а

- 11/ M. H. Donald and J. M. Peterson, "An Investigation of the Flip-Flop Effect in SPEAR", IEEE, vol. NS-26, No. 3 3580 (1979)
- 12/ Вассерман И.Б. Автореферат кандидатской диссертации. ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1975.
- 13/ B. W. Montague, "Calculation of Luminosity and Beam-Beam Detuning in Coasting Beam Interaction Regions", CERN/ISR-65/75-36 (1975)
- 14/ Б.В.Чирков "Нелинейный резонанс". Новосибирск 1977.
- 15/ Дербевнев Э.С., Мишнев С.И., Скрипечкий А.Н. Атомная энергия 20, 217, 1966 г.
- 16/ И.Б.Вассерман, Ф.М.Израйлев. Препринт 81-25 ИЯФ СО АН СССР. Новосибирск, 1981.

Т а б л и ц а I.

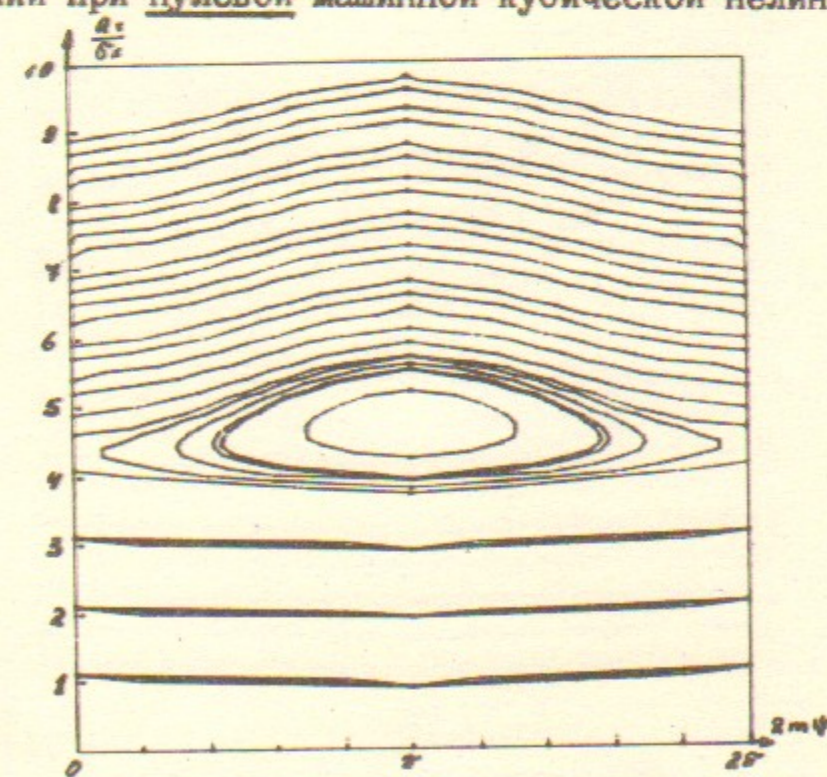
Некоторые параметры накопителя ВЭПП-4 на энергии
 $E = 1.8$ ГэВ.

Размеры пучков в месте встречи	$\sigma_x \sim 3.3 \cdot 10^{-2}$ см
	$\sigma_z \sim 2.9 \cdot 10^{-3}$ см
Бета-функции в месте встречи	$\beta_x = 300$ см
	$\beta_z = 43$ см
Кубическая нелинейность ведущего магнитного поля	$\frac{\partial^3 \mathcal{V}_{e,z}}{\partial a_{e,z}^3} = 3 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{см}^2}$
при $\beta_{x,z} = 1200$ см.	



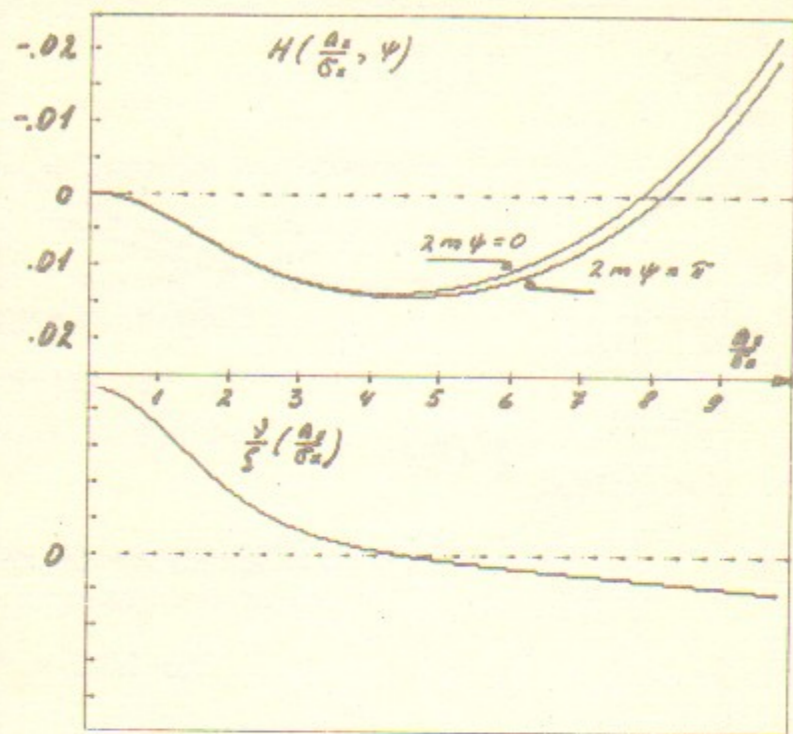
$$\delta = -.0005 \quad \xi = .007 \quad R=0$$

Рис.1. Зависимость H и ΔV от амплитуды бетатронных колебаний при нулевой машинной кубической нелинейности.



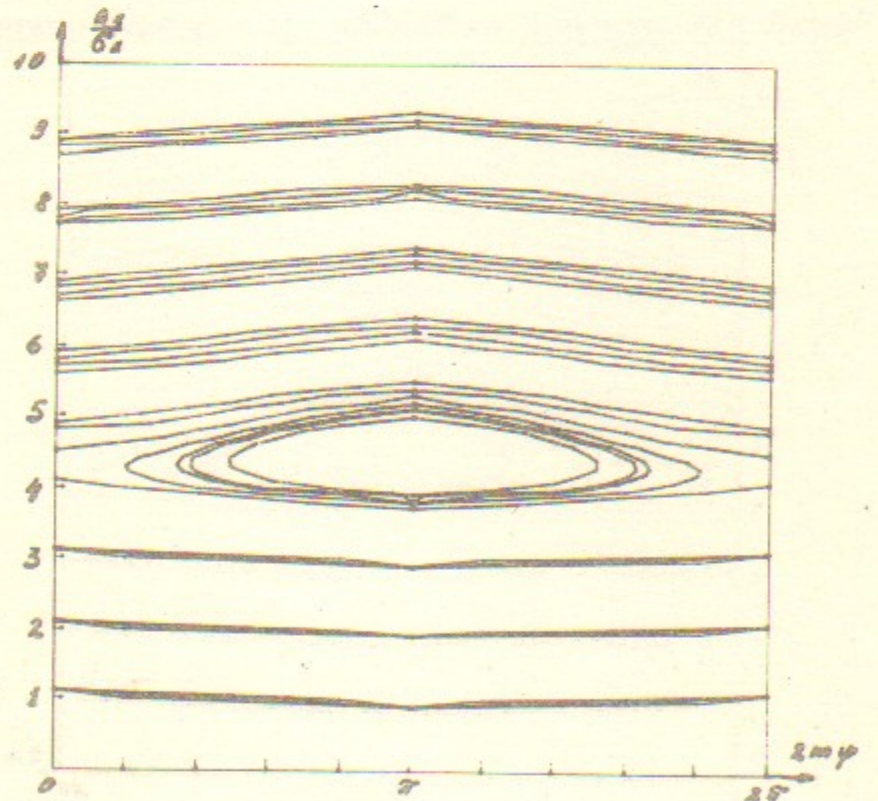
$$\delta = -.0005 \quad \xi = .007 \quad R=0$$

Рис.2. Фазовая плоскость радиального движения частицы при нулевой машинной кубической нелинейности.



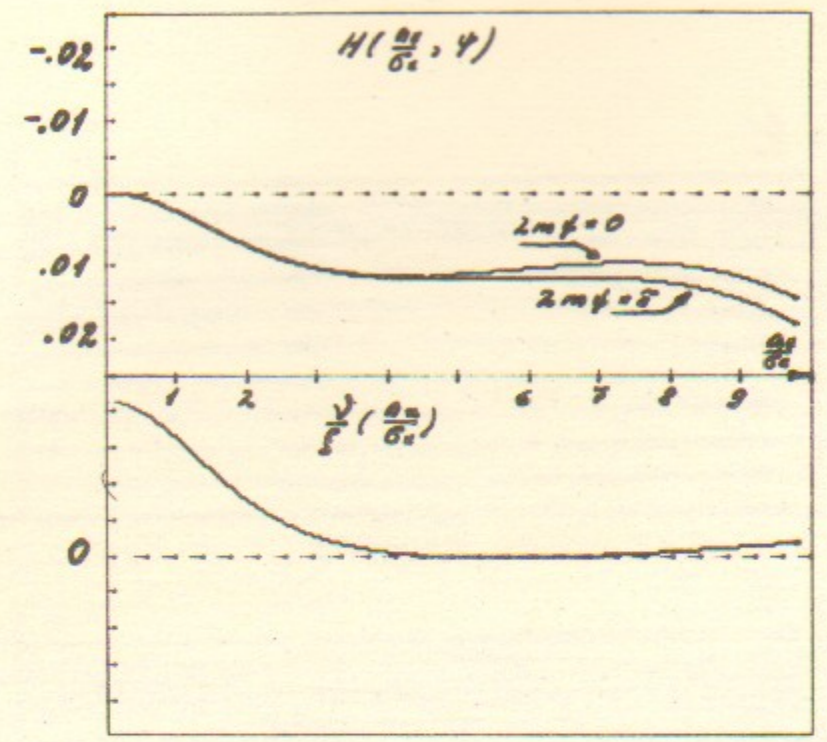
$$\delta = -.0003 \quad \xi = .007 \quad R = -.000013$$

Рис.3. Зависимость H и ΔV от амплитуды бетатронных колебаний при отрицательной машинной кубической нелинейности.



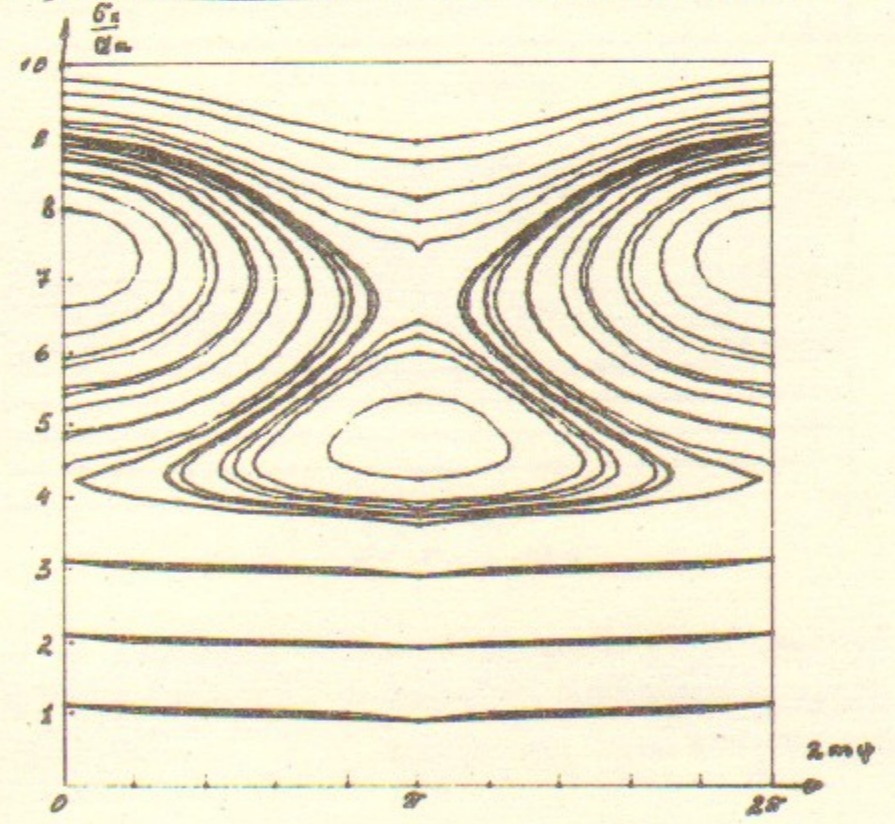
$$\delta = -.0003 \quad \xi = .007 \quad R = -.00001$$

Рис.4. Фазовая плоскость радиального движения частицы при отрицательной машинной кубической нелинейности.



$$\delta = -.0008 \quad \xi = .007 \quad R = .000013$$

Рис.5. Зависимость H и ΔV от амплитуды бетатронных колебаний при положительной машинной кубической нелинейности.

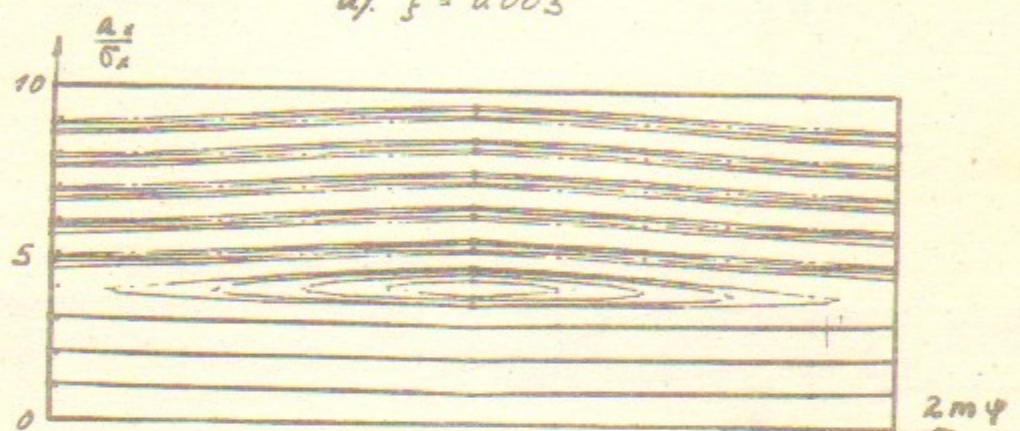


$$\delta = -.0008 \quad \xi = .007 \quad R = .000013$$

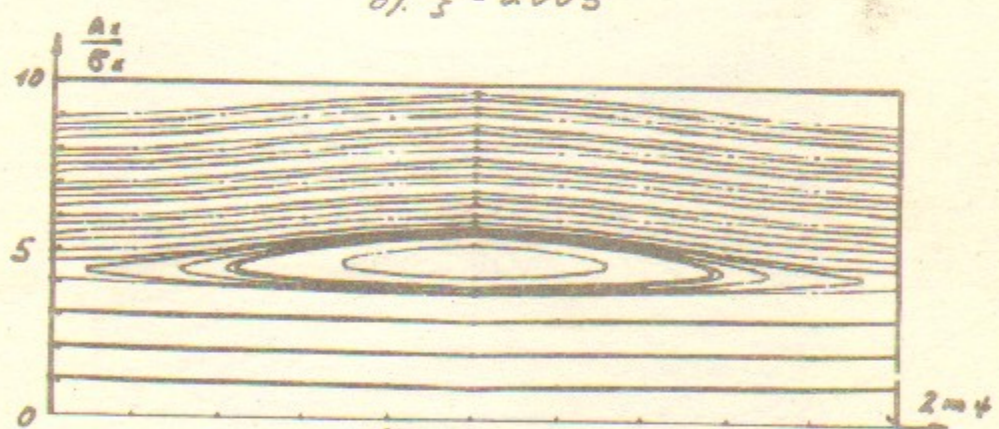
Рис.6. Фазовая плоскость радиального движения частицы при положительной машинной кубической нелинейности.



a). $\xi = 0.003$

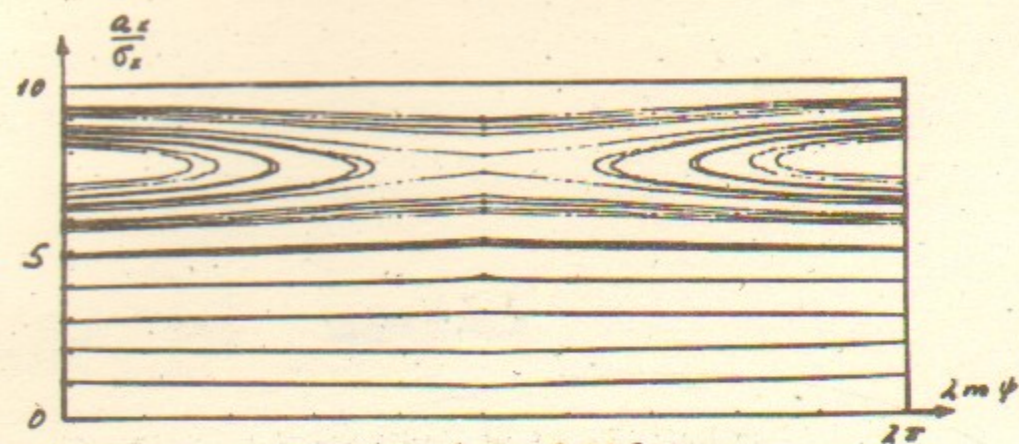


b). $\xi = 0.005$

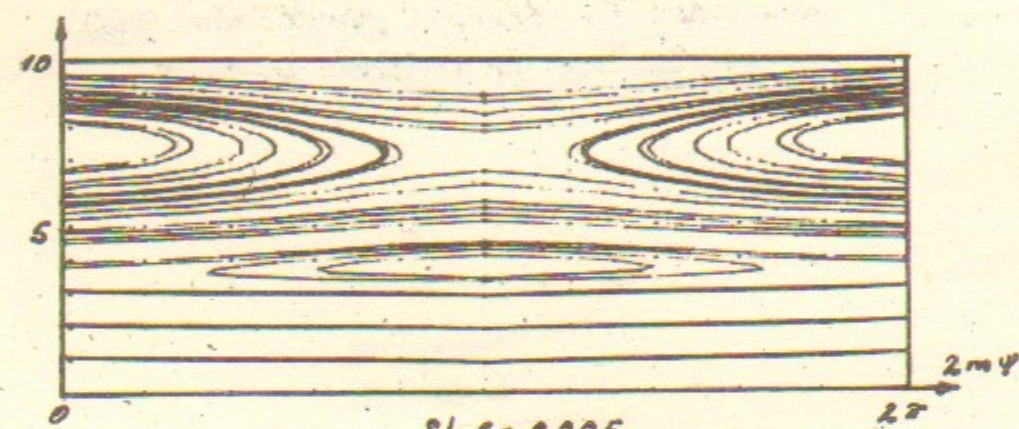


c). $\xi = 0.007$

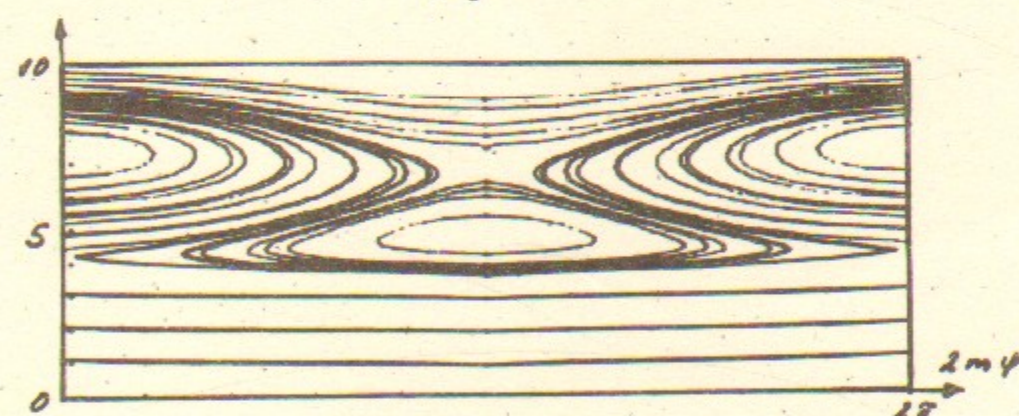
Рис.7. Фазовая плоскость радиального движения частицы при нулевой машинной кубической нелинейности ($\mathcal{R} = 0$) для разных значений параметра ξ . $\delta = -0.0005$.



a). $\xi = 0.003$



b). $\xi = 0.005$



c). $\xi = 0.007$

Рис.8. Фазовая плоскость радиального движения частицы при положительной машинной кубической нелинейности ($\mathcal{R} = 1.3 \cdot 10^5$) для разных значений параметра ξ . $\delta = -0.0008$.

А.Б.Темных

О ВЛИЯНИИ НУЛЕВОЙ ГАРМОНИКИ КУБИЧЕСКОЙ
НЕЛИНЕЙНОСТИ ВЕДУЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ
НАКОПИТЕЛЯ НА ЭФФЕКТЫ ВСТРЕЧИ

Препринт
№ 84-143

Работа поступила - 5 октября 1984 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 18.X-1984 г. МН 06177
Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.1,1 печ.л., 1,0 учетно-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 143.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90