



К. 93

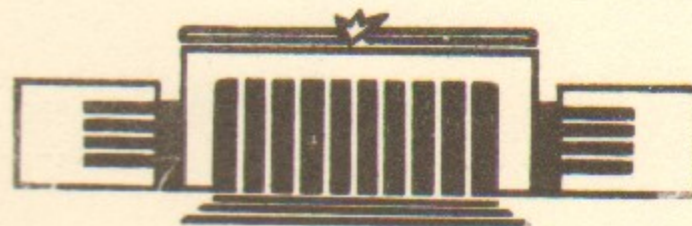
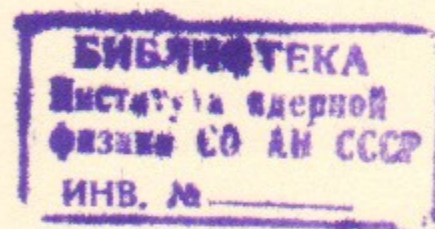
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

36

Э.А.Кураев

ПРОЦЕССЫ КВАНТОВОЙ  
ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ, ИДУЩИЕ  
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ  
ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО  $e^\pm$  ПУЧКА  
С СИНХРОТРОННЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

ПРЕПРИНТ 84-77



НОВОСИБИРСК



ПРОЦЕССЫ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ, ИДУЩИЕ ПРИ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО  $e^{\pm}$  ПУЧКА  
С СИНХРОТРОННЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Э.А.Кураев

А Н Н О Т А Ц И Я

При изучении столкновений фотонов синхротронного происхождения с энергией 20 кэВ с электронами (позитронами) встречного пучка, имеющими в лабораторной системе энергию 5 ГэВ появляется возможность проверить предсказания квантовой электродинамики для сечений некоторых процессов в пределе высоких энергий. Рассмотрено комптоновское рассеяние, рождение пар, расщепление фотона на два фотона, двойное комптоновское рассеяние и тормозное излучение в процессе рождения пар. Полностью дифференциальные сечения и некоторые другие распределения выражены в терминах поперечных компонент импульсов и долей энергий.



Энергия фотонов, отвечающих максимуму интенсивности синхротронного излучения (СИ)  $\hbar\omega_0 = \hbar e N \gamma^2 / 2mc$  для параметров установки ВЭШ-4 с параметрами  $N = 4 \cdot 10^4$  гкусс,  $\gamma = E/m = 10^4$  составляет 20 кэВ квадрат полной энергии в с.ц.и. СИ фотона с энергией  $\hbar\omega = \hbar\omega_0$ , и лептона с энергией  $E = 5$  ГэВ,  $S = 4\omega_0 E = 2PK = 400 \mu\text{эВ}^2$ , велик по сравнению с квадратом массы электрона. Этот факт позволяет проводить вычисление сечений, пренебрегая членами  $m^2/S$  по сравнению с единицей. Ниже мы рассматриваем: в пункте А комptonовское рассеяние, в пункте Б рождение пар, в пунктах В и Г — двойное комptonовское рассеяние и расщепление фотона на два фотона, причем интерференция соответствующих амплитуд в кинематической области главного вклада в сечение процесса расщепления фотона принимается во внимание; в пункте Д рассмотрен процесс образования системы  $e^+e^-\gamma$  СИ-фотоном. В приложении приводится интерполяционная формула и соответствующая таблица для спектрального распределения СИ, любезно представленные автору В.М.Катковым.

В экспериментах с участием фотонов СИ измеряется величина [I, 2a]

$$d\bar{\sigma} = \int d\sigma(4\epsilon\omega) \frac{dN(\omega)}{d\omega} d\omega, \quad (I)$$

где распределение числа СИ-фотонов по частоте  $dN(\omega)/d\omega = dI(\omega)/\omega d\omega$  имеет вид [I]

$$\frac{dN(\omega)}{d\omega} = \frac{\alpha \omega_c \sqrt{3}}{2\pi \gamma^2 \omega} \cdot \chi \int_{\chi}^{\infty} dy K_{5/3}(y), \quad \chi = \frac{\omega}{\omega_c}, \quad \omega_c = \frac{3eN\gamma^2}{2mc}$$

В приложении приводится интерполяционная формула для  $F(\chi) = \chi \int_{\chi}^{\infty} dy K_{5/3}(y)$ , не содержащая интегралов, имеющая точность не хуже процента в области главного вклада в (I).

А) Комptonовское рассеяние хорошо изучено и используется для измерения поляризации пучков [3]. При этом поляризационное состояние электрона и фотона принимаются во внимание. Здесь мы приведем сечение для случая неполяризованных частиц

$$\gamma(k) + e(p) \rightarrow \gamma(k') + e(p')$$



$$d\sigma = 2\pi^2 \frac{m^2 dt}{4s^2} \left( -\frac{s}{u} - \frac{u}{s} \right), \quad S = 2PK = 4E\omega, \quad u = -2PK' = -2E\omega'(1 - \cos\theta_k),$$

$$t = -2PP' = -2EE'(1 - \cos\theta_e) \quad (4)$$

где  $\theta_e = (\vec{p}, \vec{p}')$  - угол рассеяния электрона,  $\theta_k = (\vec{p}, \vec{p}')$  - фотона,

$$\Sigma' = \frac{2E\omega}{E(1 - \cos\theta_e) + \omega(1 + \cos\theta_e)}; \quad W' = \frac{2E\omega}{E(1 - \cos\theta_k) + \omega(1 + \cos\theta_k)}, \quad C_e = \cos\theta_e, \quad C_k = \cos\theta_k. \quad (5)$$

Используя законы сохранения можно найти связь углов  $\theta_e, \theta_k$ :

$$\sin\theta_e = \frac{2\chi \sin\theta_k}{1 + \chi^2 - (1 - \chi^2)\cos\theta_k}, \quad \sin\theta_k = \frac{2\chi \sin\theta_e}{1 + \chi^2 - (1 - \chi^2)\cos\theta_e}, \quad \chi = \omega/E. \quad (6)$$

В случае малых  $\chi = \omega/E$  имеем

$$d\sigma(\omega, \chi) = \frac{\pi d^2}{\omega E} \frac{\sin\theta_e d\theta_e}{1 - \cos^2\theta_e} = \frac{\pi d^2}{\omega E} \frac{\sin\theta_k d\theta_k}{1 - \cos^2\theta_k}, \quad \frac{\omega}{E} \ll 1, \quad \theta_k, \theta_e \gg \frac{m}{E\omega}. \quad (7)$$

Б) Подробнее остановимся на кинематике процессов, идущих по механизму Бете-Гайтлера, описываемых диаграммами Фейнмана, изображенных на рис. Iа. Известно, что в случае, когда полная энергия в системе центра масс фотона и электрона  $\sqrt{S} = 2\sqrt{\epsilon\omega}$  велика по сравнению с массой электрона, главный вклад в сечение, не убывающий с ростом энергии, происходит именно от этих диаграмм.

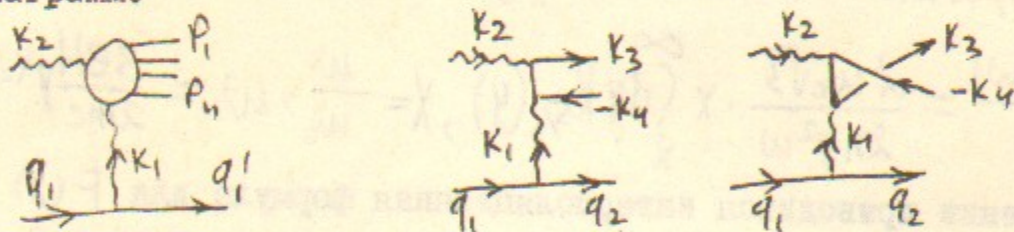


рис. I

Разложим, следуя Судакову, 4-импульс  $K_1$ , виртуального фотона на рис. I по 4-импульсам начальных частиц  $K_2, q_1$ :

$$K_1 = \alpha K_2 + \beta \tilde{q}_1 + K_{1L}, \quad \tilde{q}_1 = q_1 - K_2 \frac{m^2}{2q_1 K_2}, \quad K_2^2 = \tilde{q}_1^2 = 0. \quad (8)$$

Из условия реальности рассеянного электрона  $q_1'^2 = m^2$  находим

$$S\alpha\beta - \bar{K}_1^2 - S\alpha - m^2\beta = 0, \quad \bar{K}_1^2 = -K_{1L}^2 > 0. \quad (9)$$

Исключая с помощью (9) параметр  $\alpha$ , выражение для квадрата 4-импульса виртуального фотона  $K_1^2$  запишем в виде

$$K_1^2 = -\bar{K}_1^2 - \frac{\beta}{1-\beta} (\bar{K}_1^2 + m^2\beta) = -\frac{1}{1-\beta} (\bar{K}_1^2 + m^2\beta^2). \quad (10)$$

Параметр  $\beta$  связан с квадратом инвариантной массы, образовавшейся системы частиц  $f$ :

$$S_1 = \left( \sum_i p_i \right)^2 = (K_1 + K_2)^2 = S\beta - \frac{1}{1-\beta} (\bar{K}_1^2 + m^2\beta^2). \quad (11)$$

В области главного вклада в сечение инвариантная масса образовавшейся системы порядка нескольких МэВ  $\sqrt{S_1} \sim 2m$ , поэтому параметр  $\beta$  мал

$$\beta \sim S_1/S \sim m^2/\epsilon\omega \ll 1. \quad (12)$$

Поперечная к оси пучков компонента суммарного 4-импульса системы образовавшихся частиц  $|K_1^\perp|$  в области главного вклада в сечение также не превосходит нескольких МэВ. В силу законов сохранения имеем приближенное равенство:

$$K_1 \approx \frac{S_1}{S} q_1 + K_{1L} = \sum p_i. \quad (13)$$

Из (13) видно, что система частиц с 4-импульсами  $p_i$ , образованная при столкновении фотона  $K_2$  синхротронного происхождения с электроном большой энергии имеет энергию

$$\sim \frac{S_1}{S} E \sim \frac{1}{400} E \sim 12,5 \text{ мэВ} \quad (S_1 \sim 4m^2, E = 5 \text{ ГэВ}, \omega = 20 \text{ кэВ})$$

и летит в направлении, обратном направлению начального фотона (вдоль электрона).

Простейшим процессом, идущим в  $\alpha^3$ -порядке, т.е. по механизму Бете-Гайтлера является процесс образования фотоном СИ пары  $e^+e^-$  на электроном (рис. Iб):

$$\gamma(k_2) + e(q_1) \rightarrow e^-(k_3) + e^+(k_4) + e(q_2).$$

Для его описания разложим аналогично (8) 4-импульсы образовавшейся  $e^+e^-$  пары:

$$K_{3,4} = \alpha_{3,4} K_2 + \beta_{3,4} q_1 + K_{3,4}^\perp \quad (8a)$$



Преобразуем элемент объема фазового пространства конечных частиц к виду

$$\frac{d^3k_3 d^3k_4 d^3q_2}{(2\pi)^9 2\varepsilon_3 2\varepsilon_4 2\varepsilon_2} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_2 + q_1 - k_3 - k_4 - q_2) = (2\pi)^{-5} d^4k_3 d^4k_4 d^4k_1 d^4q_2 \cdot$$

$$\delta^{(4)}(q_1 - q_2 - k_1) \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - k_3 - k_4) \delta(k_3^2 - m^2) \delta(k_4^2 - m^2) \delta(q_2^2 - m^2) =$$

$$= (2\pi)^{-5} (S/2)^2 d^2k_1 d^2k_3 d\alpha_1 d\beta_1 d\alpha_3 d\beta_3 \delta(k_3^2 - m^2) \delta(k_4^2 - m^2) \delta(q_2^2 - m^2) =$$

$$= (2\pi)^{-5} d\beta_3 d^2k_1 d^2k_3 (4\beta_3 S)^{-1} d^4k = \frac{S}{2} d\alpha d\beta d^2k_1. \quad (I4)$$

Следует отметить, что имеется, в силу закона сохранения 4-импульса, соотношение

$$\alpha_3 + \alpha_4 = 1, \quad \alpha_3 = \frac{m^2 + \vec{k}_3^2}{S\beta_3}, \quad \alpha_4 = \frac{m^2 + \vec{k}_4^2}{S\beta_4}, \quad S\beta_3 + S\beta_4 = S, \quad \vec{k}_3 + \vec{k}_4 = \vec{k}_1, \quad (I5)$$

которое может быть использовано как тестовый критерий для отбора событий  $\gamma e \rightarrow e^+ e^- e$ .

Вычисление просуммированного по спиновым состояниям всех частиц квадрата модуля матричного элемента проще всего провести с помощью метода обобщенных вершин [26]:

$$\sum_{\text{сп}} |M|^2 = 32 (4\pi d)^2 (k_1^2)^{-2} \cdot \frac{1}{4} \hat{\gamma}_p(k_3 + m) \hat{V}_p(-k_4 + m) \hat{V}_p,$$

$$\hat{V}_p = S \hat{\gamma}_p \left( \frac{\alpha_4}{S\beta_3} - \frac{\alpha_3}{S\beta_4} \right) + \frac{\hat{q}_1 \hat{k}_1 \hat{\gamma}_p}{S\beta_4} - \frac{\hat{\gamma}_p \hat{k}_1 \hat{q}_1}{S\beta_3}.$$

Сечение после несложных выкладок приобретает вид

$$d\sigma_{\gamma e \rightarrow eee} = \frac{2\alpha^3}{\pi^2} \frac{d\beta_3}{\beta_3} \frac{d^2k_1 d^2k_3}{[k_1^2 + m^2 (S/2)^2]^2} \left\{ \left( \frac{\vec{k}_1 (\vec{k}_4 + \vec{k}_3)}{S\beta_3 S\beta_4} \right)^2 (S_1 + 2m^2) + \right.$$

$$\left. + \frac{(S\beta_3 + S\beta_4)}{(S\beta_3)^2 (S\beta_4)^2} (\vec{k}_1 (\vec{k}_4 - \vec{k}_3)) (\vec{k}_1 (\alpha_4 \vec{k}_3 - \alpha_3 \vec{k}_4)) + \frac{\vec{k}_1 d_3 d_4 ((S\beta_3)^2 + (S\beta_4)^2)}{(S\beta_3)^2 (S\beta_4)^2} \right\} \varepsilon_{\beta_3} = \varepsilon_3, \quad (I6)$$

$$\varepsilon_{\beta_4} = \varepsilon_4,$$

величины  $\alpha_{3,4}$  определены выше (см. (I5)),  $\varepsilon_{\beta_{3(4)}}$  — энергии электрона (позитрона),  $|\vec{k}_{3(4)}|/\varepsilon_{3(4)} = \theta_{3,4}$  углы вылета электрона (позитрона) к оси пучков ( $\vec{p}$ ).

Некоторые распределения могут быть получены из результатов работ [3а]. Приведем распределение по азимутальному уг-

лу  $\varphi$  между вектором поляризации фотона и поперечным к оси пучка импульсом пары:

$$2\pi \frac{d\sigma}{d\varphi} = 2\alpha_0^2 \left\{ \frac{28}{9} \frac{\beta_3}{m^2} - \frac{218}{27} - \left( \frac{4}{9} \frac{\beta_3}{m^2} - \frac{20}{27} \right) \left( \frac{2}{3} \cos 2\varphi + \xi_1 \sin 2\varphi \right) \right\},$$

где  $\xi_{1,3}$  — параметры Стокса, характеризующие степень линейной поляризации фотона.

В) Рассмотрим процесс двойного комптоновского рассеяния (дкр):

$$\gamma(k_2) + e(q_1) \rightarrow \gamma_3(k_3) + \gamma_4(k_4) + e'(q_2). \quad (I7)$$

Этот нетривиальный процесс квантовой электродинамики (интересный сам по себе) может имитировать процесс расщепления света светом (см. раздел Г).

Рассмотрим случай, когда углы между импульсами образовавшихся фотонов и импульсов начального и конечного электронов велики по сравнению с  $m/\varepsilon$ . При этом можно положить  $m = 0$  и использовать формализм спиральных амплитуд [4]. Остановимся более подробно на этом формализме в применении к дкр, поскольку полученные здесь результаты нам понадобятся далее для оценки фона к процессу расщепления фотона. Основная формула формализма представляет вектор поляризации фотона с импульсом  $\vec{k}$  и спиральностью  $\lambda$ ,  $e_{\mu}^{(\lambda)}(k)$ , излучаемого в процессе с участием начального фермиона с 4-импульсом  $q_1$ , и конечного с 4-импульсом  $q_2$  в виде  $e_{\mu}^{(\lambda)}(k) = 2^{-1/2} (e_{\mu}^{\parallel} + i\lambda e_{\mu}^{\perp})$ ,  $\lambda = \pm 1$ , где

$$e_{\mu}^{\parallel} = N(k) [q_1 \cdot k \cdot q_2 - q_2 \cdot k \cdot q_1], \quad e_{\mu}^{\perp} = (e_4)^2 = -1, \quad (e^{\perp} e^{\parallel}) = 0, \quad q_1^2 = q_2^2 = k^2 = 0,$$

$$e_{\mu}^{\perp} = N(k) \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} q_1^{\alpha} q_2^{\beta} k^{\gamma}, \quad N^{-2}(k) = 2(q_1 q_2) (q_1 k) (q_2 k). \quad (I8)$$

Пользуясь свойством  $\gamma$ -матриц:

$$2i\gamma^{\mu} \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} = \gamma^5 (\gamma_{\alpha} \gamma_{\beta} \gamma_{\gamma} - \gamma_{\beta} \gamma_{\alpha} \gamma_{\gamma}),$$

выражение для  $\hat{e}^{(\lambda)}(k) = \gamma_{\mu} e_{\mu}^{(\lambda)}(k)$  запишем в виде

$$\hat{e}^{(\lambda)}(k) = \frac{-N(k)}{2\sqrt{2}} [\hat{k} \hat{q}_1 \hat{q}_2 (1 + \lambda \gamma_5) - \hat{q}_1 \hat{q}_2 \hat{k} (1 - \lambda \gamma_5) \pm (q_1 q_2) \hat{k} \gamma_5]$$



В этом выражении последнее слагаемое может быть опущено в силу сохранения тока. Окончательное выражение для вектора поляризации имеет вид (см. (40)).

$$\hat{e}^\lambda(k) = \frac{N(k)}{2\sqrt{2}} [\hat{q}_1 \hat{q}_2 \hat{k} (1-\lambda\delta_5) - \hat{k} \hat{q}_1 \hat{q}_2 (1+\lambda\delta_5)], \lambda = \pm 1, e_\lambda^* = e_{-\lambda}. \quad (19)$$

Состояния электрона с поляризацией описываются спинорами  $U_\lambda(p)$ , которые строятся из соответствующих спиноров  $U(p)$  следующим образом

$$U_\lambda(p) = \frac{1}{2}(1+\lambda\delta_5)U(p), \quad \bar{U}_\lambda(p) = \frac{1}{2}\bar{U}(p)(1-\lambda\delta_5), \quad \lambda = \pm 1 \quad (20)$$

Из (19) и свойства

$$1-\delta_5^2 = 0, \quad (1 \pm \delta_5)^2 = 2(1 \pm \delta_5) \quad (21)$$

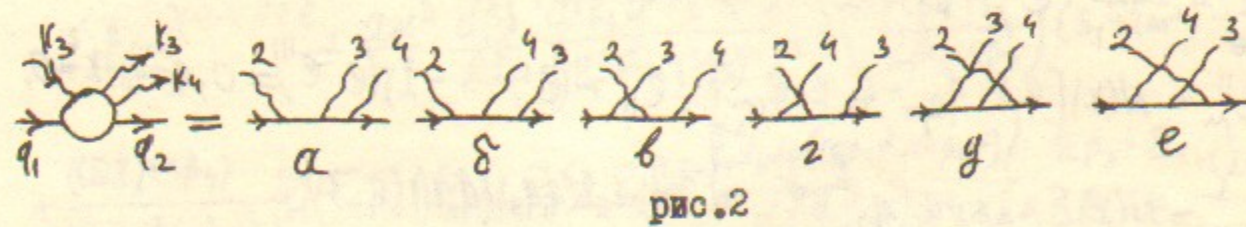
видно, что спиральность начального и конечного электронов совпадают.

Спиральные амплитуды определим следующим образом (см. (40))

$$M_{\lambda\lambda}^{\lambda_2\lambda_3\lambda_4} = \bar{U}_\lambda(q_2) \hat{M}_{\mu\nu\rho} U_\lambda(p) e_{\lambda_2}^\mu(k_2) e_{\lambda_3}^\nu(k_3) e_{\lambda_4}^\rho(k_4). \quad (22)$$

Для примера мы вычислим одну из спиральных амплитуд, скажем  $M_{++}^{+++}$ .

Вклад в  $M_{++}^{+++}$  дают только две Фейнмановские диаграммы рис.2д, е:



Имеем

$$M_{++}^{+++} = -8ie^3 N(k_2)N(k_3)N(k_4) 2^{-9/2} \left\{ \frac{\hat{q}_2 \hat{k}_2}{(-2\chi_2')} \hat{q}_2 \hat{q}_1 \hat{k}_4 \frac{\hat{q}_1 \hat{k}_3}{(-2\chi_3)} \hat{q}_2 \hat{q}_1 \hat{k}_3 - \frac{\hat{q}_2 \hat{k}_2}{(-2\chi_2')} \hat{q}_2 \hat{q}_1 \hat{k}_3 \frac{\hat{q}_1 \hat{k}_4}{(-2\chi_4)} \hat{q}_2 \hat{q}_1 \hat{k}_4 \right\} U_+(q_1) \quad (23)$$

где  $\chi_i = q_1 k_i$ ,  $\chi_i' = q_2 k_i$ ,  $i = 2, 3, 4$ . Пользуясь уравнением

Дирака для спиноров начального и конечного электронов

$$\bar{U}_\pm(q_2) \hat{q}_2 = \hat{q}_1 U_\pm(q_1) = 0, \quad q_1^2 = q_2^2 = 0, \quad (24)$$

перепишем (23) в виде

$$M_{++}^{+++} = 8ie^3 2^{-9/2} N(k_2)N(k_3)N(k_4) \bar{U}_+(q_2) \left[ \hat{q}_1 \hat{k}_2 \hat{q}_2 \hat{q}_1 \hat{k}_4 (\hat{q}_1 - \hat{k}_3) \hat{q}_2 + \hat{q}_1 \hat{k}_2 \hat{q}_2 \hat{q}_1 \hat{k}_3 (\hat{q}_1 - \hat{k}_4) \hat{q}_2 \right] U_+(q_1) = 8ie^3 2^{-9/2} N_2 N_3 N_4 \bar{U}_+(q_2) \hat{q}_1 \hat{k}_2 \hat{q}_2 \hat{q}_1 \hat{q}_2 \hat{k}_2 \hat{q}_2 U_+(q_1) = 64ie^3 2^{-9/2} N(k_2)N(k_3)N(k_4) (q_1 q_2)^2 \chi_2' \bar{U}_+(q_2) \hat{k}_2 U_+(q_1) \quad (25)$$

где мы воспользовались (24) и законом сохранения 4-импульса (17).

Перепишем результат вычисления спиральных амплитуд дкр

$$M_{++}^{\lambda_2\lambda_3\lambda_4} = \frac{64ie^3}{(2\sqrt{2})^3} N(k_2)N(k_3)N(k_4) (q_1 q_2)^2 \bar{U}_+(q_2) \hat{M}^{\lambda_2\lambda_3\lambda_4} U_+(q_1),$$

$$\hat{M}^{+++} = \chi_2' \hat{k}_2, \quad \hat{M}^{++-} = \chi_3 \hat{k}_3, \quad \hat{M}^{+--} = \chi_4 \hat{k}_4, \quad (26)$$

$$\hat{M}^{---} = \chi_2 \hat{k}_2, \quad \hat{M}^{-+-} = \chi_4' \hat{k}_4, \quad \hat{M}^{-+} = \chi_3' \hat{k}_3, \quad \hat{M}^{--} = \hat{M}^{++} = 0,$$

$$M_{--}^{-\lambda_2-\lambda_3-\lambda_4} = \frac{64ie^3}{(2\sqrt{2})^3} N(k_2)N(k_3)N(k_4) (q_1 q_2)^2 \bar{U}_-(q_2) \hat{M}^{+\lambda_2+\lambda_3+\lambda_4} U_-(q_1).$$

При нахождении сечения дкр нам необходимы модули спиральных амплитуд. Пользуясь соотношением

$$|U_+(q_2) \hat{k}_i U_+(q_1)| = 2 [q_2 k_i \cdot q_1 k_i]^{1/2} \quad (27)$$

получим с помощью (26)

$$\sum_\lambda |M_{\lambda\lambda}^{gkp}|^2 = 8(4\pi d)^3 q_1 q_2 \sum_{i=2,3,4} (\chi_i^2 + \chi_i'^2) \chi_i \chi_i' / \prod_{j=2,3,4} \chi_j \chi_j'. \quad (28)$$

Перепишем сечение процесса двойного комптоновского рассеяния в описанной выше кинематике в низшем порядке теории возмущений



$$d\sigma^{ex \rightarrow ex\gamma} = \frac{\alpha^3(q_1 q_2)}{2! 16\pi^2 W \varepsilon} A d\Gamma, \quad d\Gamma = \frac{d^3 k_3 d^3 k_4 d^3 p_2}{W_3 W_4 \varepsilon_2} \delta^{(4)}(q_1 + k_2 - q_2 - k_3 - k_4), \quad (29)$$

$$A = \frac{\chi_2^2 + \chi_2'^2}{\chi_3 \chi_3' \chi_4 \chi_4'} + \frac{\chi_3^2 + \chi_3'^2}{\chi_2 \chi_2' \chi_4 \chi_4'} + \frac{\chi_4^2 + \chi_4'^2}{\chi_2 \chi_2' \chi_3 \chi_3'}$$

Множитель  $1/2!$  в (29) учитывает тождественность фотонов.

Необходимо сказать несколько слов о сечении дкр (29).

Множитель  $q_1 q_2$  отражает факт подавления сечения при рассеянии на малый угол — общее свойство тормозного излучения. Это особенно наглядно в случае, когда один из конечных фотонов — мягкий, в этом случае сечение содержит множитель сопровождающего излучения  $-(q_1/\chi_3 - q_2/\chi_3')^2 \sim q_1 q_2$ . Бывает удобно переписать сечение (29) в терминах долей энергий и поперечных импульсов конечных фотонов (см. (II))

$$k_{3,4} = \beta_{3,4} q_1 + k_{\perp 3,4}, \quad k_{3,4}^{\perp 2} = -\vec{k}_{3,4}^{\perp 2} < 0, \quad |\vec{k}_{3,4}| = \varepsilon \beta_{3,4} \theta_{3,4} \quad (30)$$

$$2q_1 q_2 = (1-\Delta)^{-1} [(\vec{k}_3 + \vec{k}_4)^2 + m^2(1+(1-\Delta)^2)], \quad 2q_1 k_{3,4} = \beta_{3,4} (m^2 + \varepsilon^2 \theta_{3,4}^2), \quad 2q_2 k_2 = S(1-\Delta), \quad 2q_2 k_{3,4} = S(1-\beta_{3,4}), \quad \Delta = \beta_3 + \beta_4, \quad d\Gamma = \frac{2}{S} \frac{d^3 k_3 d^3 k_4}{W_3} = \frac{2}{S} \frac{d\beta_3 d^2 k_{\perp 3} d^2 k_{\perp 4}}{\beta_3}$$

Г) В процессе расщепления СИ-фотона на два фотона при рассеянии на электронах встречного пучка (Р.Ф.) то же самое конечное состояние из электрона и двух фотонов, что и в процессе дкр. Как мы увидим ниже характерные кинематические области для конечных частиц в этих процессах сильно различаются, что позволяет надеяться выделить сечение Р.Ф., имеющее порядок  $10^{-31} \text{ см}^2$  на фоне "большого" сечения дкр, имеющего порядок  $10^{-29} \text{ см}^2$  в этой области энергий.

Главный вклад в сечение дкр, как видно из (29, 30), исходит от области очень малых углов излучения фотонов к оси пучков  $\theta_{3,4} \sim m/\varepsilon$ . В области же углов  $\theta \gg m/\varepsilon$  малых по сравнению с  $\theta \sim 1$ , дающей главный вклад в сечение Р.Ф., вклады в сечение

процесса  $\gamma e \rightarrow \gamma \gamma e$  (I7) от этих механизмов также как и от интерференции их амплитуд сравниваются и имеют порядок  $10^{-31} \text{ см}^2$ . В этой области решающей является зависимость от переданного импульса между электронами или (см. (30)) от величины суммарного поперечного импульса конечных фотонов  $|\vec{k}_3 + \vec{k}_4|$ . Вклады в дифференциальное сечение дкр, интерференции и Р.Ф. соответственно пропорциональны:

$$\left[ \frac{(\vec{k}_3 + \vec{k}_4)^2 + m^2}{\varepsilon W} \right], \quad \frac{d}{\pi}, \quad \left( \frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \left[ \frac{\varepsilon W}{(\vec{k}_3 + \vec{k}_4)^2 + m^2} \right] \frac{S}{S_1} \quad (31)$$

Из (31) можно заключить, что события для процесса (I7) с величиной суммарного поперечного импульса конечных фотонов, не превышающей массы электрона, происходят преимущественно от процесса Р.Ф. С увеличением энергии начального фотона  $W$  механизм Р.Ф. для процесса  $\gamma e \rightarrow \gamma \gamma e$  будет преобладающим. Ниже мы приведем явные выражения для вкладов от механизма Р.Ф. и интерференции амплитуд дкр и Р.Ф. в дифференциальное сечение (I7).

Матричный элемент процесса Р.Ф. (см. рис.3) имеет вид [5] (см. (39))

$$M_{\lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}^{2122} = \frac{(4\pi\alpha)^{5/2}}{8\pi^2} \bar{u}_{\lambda_2}(q_2) \hat{G}^{\mu\nu\sigma} u_{\lambda_1}(q_1) \varepsilon_{\mu}^{\lambda_2}(k_2) \varepsilon_{\nu}^{\lambda_3}(k_3) \varepsilon_{\sigma}^{\lambda_4}(k_4) = \frac{(4\pi\alpha)^{5/2}}{8\pi^2} \frac{\bar{u}_{\lambda_2}(q_2) \hat{G}^{\lambda_2 \lambda_3 \lambda_4} u_{\lambda_1}(q_1)}{(q_1 - q_2)^2} \quad (32)$$

С использованием кинематики процессов, идущих по механизму Бете-Гайтлера (см. раздел Б) и калибровочной инвариантности тензора  $\hat{G}$  величину  $\bar{u} \hat{G} u$  преобразуем к виду:

$$\begin{aligned} \bar{u}_{\lambda_2}(q_2) \hat{G} u_{\lambda_1}(q_1) &= \bar{u}_{\lambda_2}(q_2) \gamma_{\mu} u_{\lambda_1}(q_1) G_{\nu} g^{\mu\nu} = \bar{u}_{\lambda_2}(q_2) \gamma_{\mu} u_{\lambda_1}(q_1) G_{\nu} \\ \cdot \left( g_{\mu\nu}^{\perp} + \frac{1}{q_1 k_2} (q_1^{\mu} k_2^{\nu} + q_1^{\nu} k_2^{\mu}) \right) &= \frac{1}{q_1 k_2} \bar{u}_{\lambda_2}(q_2) \hat{k}_2 u_{\lambda_1}(q_1) G^{\mu} q_{1\mu} = \\ &= \frac{2}{S} \bar{u}_{\lambda_2}(q_2) \hat{k}_2 u_{\lambda_1}(q_1) \frac{-(\hat{G} q_1)_{\perp}}{\beta} = \frac{2 S \delta_{\lambda_2 \lambda_1}}{S_1 + (\vec{k}_3 + \vec{k}_4)^2} (\hat{G} (\vec{k}_3 + \vec{k}_4)). \end{aligned} \quad (33)$$



Вклад в дифференциальное сечение (I7) от механизма Р.Ф. имеет вид:

$$d\sigma_{\text{РФ}} = \frac{\alpha^5}{2! \pi^4} \frac{d\beta_3}{\beta_3} \frac{d^2 \vec{k}_3 d^2 \vec{k}_4}{2(s_1 + \vec{k}_1^2)^2} \frac{d^2 \vec{k}_1 \delta^{(2)}(\vec{k}_1 - \vec{k}_3 - \vec{k}_4)}{[\vec{k}_1^2 + m^2 (\frac{s_1 + \vec{k}_1^2}{s})^2]^2} \cdot \frac{1}{8} \sum_{\lambda_1, \lambda_2 = \pm 1} |\delta_{\lambda_1 \lambda_2} \vec{k}_1 \vec{e}_{\lambda_2 \lambda_1}|^2 \quad (34)$$

Пользуясь результатами работы [5] и пренебрегая членами не сингулярными при  $|\vec{k}_1| \rightarrow 0$  перепишем (34) в виде

$$d\sigma_{\text{РФ}} = \frac{\alpha^5 2^{-9}}{2! \pi^4} \frac{d^2 k_4 d^2 k_3 d\omega_3 \vec{k}_3^2}{\omega_3 (\vec{k}_1^2 + m^2 \frac{2z}{\omega_3^2}) 2st} \left\{ [ |B_{+++}|^2 + |B_{++-}|^2 + |B_{+-+}|^2 + |B_{-++}|^2 ] \sin^2 \varphi + [ |A_{+++}|^2 + |A_{++-}|^2 + |A_{+-+}|^2 + |A_{-++}|^2 ] \cos^2 \varphi \right\} \quad (35)$$

где

$$\begin{aligned} A_{+++} &= E(2st) + E(2ts); & \mathcal{G}(2st) &= B_{+++}; \\ A_{++-} &= E(ts2) + \frac{2}{s} E(s2t) + \frac{t}{s} E(st2); & \mathcal{G}(s2t) &= B_{++-}; \\ A_{+-+} &= \frac{2}{t} E(t2s) - \frac{2}{t} E(ts2); & \mathcal{G}(t2s) &= B_{+-+}; \\ A_{-++} &= E_{-++}(2st) + E_{-++}(2ts); & \mathcal{G}_{-++}(2st) &= B_{-++}; \\ \varphi &= \vec{k}_3 \wedge \vec{k}_1, & \vec{k}_1 &= \vec{k}_3 + \vec{k}_4, \end{aligned} \quad (36)$$

$$z + s + t = 0,$$

$$z = \frac{s_1}{4m^2} = (k_3 + k_4)^2 / 4m^2, \quad s = (k_2 + k_4)^2 / 4m^2, \quad t = (k_2 - k_3)^2 / 4m^2.$$

Величины  $\mathcal{G} \equiv \mathcal{G}_{+++}, E \equiv E_{+++}, \mathcal{G}_{-++}, E_{-++}$  имеют вид:

$$\begin{aligned} E(2st) &= -\frac{2t}{z} + \left( \frac{4st}{z^2} - \frac{2s}{z} \right) (B(t) - B(s)) + \frac{s(t-2)}{z^2 t} T(z) + \left( \frac{2s(s-t)}{z^2} - \frac{4s^2}{z^3} - \frac{4}{z} - \frac{2t}{sz} + \frac{s^2}{z^2 t} \right) T(s) + \left( \frac{2s(s-t)}{z^2} - \frac{4s^2 t}{z^3} + \frac{s(2-t)}{z^2 t} \right) T(t) + \frac{t-2}{t^2} I_0(z, s) + \\ &+ \frac{s}{tz} I_0(z, t) + \left( \frac{2}{z} - \frac{2s(s-t)}{z^2} + \frac{4s^2 t}{z^3} - \frac{s}{tz} + \frac{3s}{z^2} \right) I_0(s, t); \end{aligned}$$

$$E_{-++}(2st) = \frac{s(2-t)}{z^2 t} (T(z) + T(s) + T(t)) + \frac{1}{t} I_0(z, s) - \frac{t}{z^2} I_0(s, t); \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(z, s, t) &= \frac{4s+2z}{z} B(s) + \frac{4t+2z}{z^2} B(t) - \frac{2s+2t+ts}{z^2 st} T(z) + \left( -\frac{4st}{z^3} + \frac{2}{z} + \frac{1}{st} - \frac{3}{z^2} \right) (T(s) + T(t)) + \left( \frac{t}{z^2 s} - \frac{s}{z^2 t} + \frac{1}{z^2 s} \right) I_0(z, s) + \left( \frac{s}{z^2 t} - \frac{t}{z^2 s} + \frac{1}{z^2 t} \right) I_0(z, t) + \\ &+ \left( \frac{4st}{z^3} - \frac{2}{z} - \frac{1}{st} + \frac{s}{z^2} + \frac{1}{stz} \right) I_0(s, t); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{-++}(2st) &= -2 - \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{s} + \frac{1}{t} \right) (T(z) + T(s) + T(t)) + \left( \frac{1}{t} + \frac{1}{zs} \right) I_0(z, s) + \\ &+ \left( \frac{1}{s} + \frac{1}{zt} \right) I_0(z, t) + \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{st} \right) I_0(s, t). \end{aligned}$$

Входящие в (37) функции таковы:

$$B(z) = -1 + \frac{1}{2} b(z) \ln \left| \frac{b(z)+1}{b(z)-1} \right| - i \frac{\pi}{2} b(z) \theta(z-1),$$

$$T(z) = \frac{1}{2} \left| \ln \frac{b(z)+1}{b(z)-1} \right|^2 - i \pi \operatorname{arctg} \operatorname{ch} \sqrt{z} \cdot \theta(z-1),$$

$$I_0(z, s) = F(z, a) + F(s, a), \quad a = \left( 1 + \frac{t}{zs} \right)^{1/2}, \quad (38)$$

$$F(z, a) = \int_0^1 \frac{dx}{a^2 - x^2} \ln |1 - z(1-x^2)| + \frac{i\pi}{2a} \ln \frac{a-b(z)}{a+b(z)} \theta(z-1)$$

$$b(z) = \left( 1 - \frac{1}{z} \right)^{1/2}.$$



Найдем теперь вклад в дифференциальное сечение процесса (17) от интерференции амплитуд дкр и Р.Ф. механизмов в области главного вклада Р.Ф.

Вектора поляризаций фотонов, использованные в определении (32) имеют вид [5]:

$$\begin{aligned} \Sigma_M^{\lambda_2} &= \frac{i\lambda_2}{4\sqrt{2}\Delta} [k_4 k_2 \cdot k_{3m} - (k_2 k_3) k_{4m} - i\lambda_2 \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} k_4^\alpha k_2^\beta k_3^\gamma], \\ \Sigma_M^{\lambda_3} &= \frac{i\lambda_3}{4\sqrt{2}\Delta} [k_3 k_4 \cdot k_{2m} - k_2 k_3 \cdot k_{4m} - i\lambda_3 \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} k_4^\alpha k_2^\beta k_3^\gamma], \\ \Sigma_M^{\lambda_4} &= \frac{-i\lambda_4}{4\sqrt{2}\Delta} [k_3 k_4 \cdot k_{2m} - k_2 k_4 \cdot k_{3m} + i\lambda_4 \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} k_4^\alpha k_2^\beta k_3^\gamma], \end{aligned} \quad (39)$$

$$\Delta = 2^{-3} (k_2 k_3) (k_2 k_4) (k_3 k_4) \equiv \Sigma st, \quad k_2^2 = k_3^2 = k_4^2 = 0,$$

$$\varepsilon^{\lambda_i} \varepsilon^{*\lambda_i} = -1, \quad \varepsilon^{\lambda_i} k_i = 0.$$

Вектора поляризации фотонов, использованные в (22) таковы

$$\begin{aligned} \varepsilon_M^{\lambda_2} &= \frac{N(k_2)}{\sqrt{2}} [q_{2m} \cdot k_2 - q_{1m} k_2' + i\lambda_2 \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} q_1^\alpha q_2^\beta k_2^\gamma], \quad k_i = k_i q_i, \\ \varepsilon_M^{\lambda_3} &= \frac{N(k_3)}{\sqrt{2}} [q_{2m} \cdot k_3 - q_{1m} k_3' - i\lambda_3 \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} q_1^\alpha q_2^\beta k_3^\gamma], \quad k_i' = k_i q_2, \\ \varepsilon_M^{\lambda_4} &= \frac{N(k_4)}{\sqrt{2}} [q_{2m} \cdot k_4 - q_{1m} k_4' - i\lambda_4 \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} q_1^\alpha q_2^\beta k_4^\gamma], \end{aligned} \quad (40)$$

$$\text{где } N(k_i) = [2q_1 q_2 \cdot k_i k_i']^{-1/2}, \quad e^{\lambda_i} e^{\lambda_i*} = -1, \quad e^{\lambda_i} k_i = 0.$$

Вектора поляризации (39), (40) связаны следующими соотношениями

$$e^{(\lambda_i)} = \lambda_i e^{-i\varphi_i(\lambda_i)} \varepsilon^{(\lambda_i)}, \quad i=2,3,4, \quad (41)$$

где

$$e^{-i\varphi_2} = \frac{N(k_2)}{4\sqrt{2}\Delta} [k_2 k_4 (k_2 k_3' - k_3 k_2') + k_2 k_3 (k_4 k_2' - k_2 k_4') + i\lambda_2 k_1 k_2 \cdot \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} q_1^\mu k_4^\alpha k_2^\beta k_3^\gamma], \quad k_1 = k_3 + k_4 - k_2, \quad (42)$$

$$\varphi_3 = \varphi_2(\lambda_2, k_2 \leftrightarrow \lambda_3, k_3); \quad \varphi_4 = \varphi_2(\lambda_2, k_2 \leftrightarrow \lambda_4, k_4).$$

Это следует из (39, 40), поскольку

$$\varepsilon^{\lambda_i} e^{* \lambda_i} = -e^{i\varphi_i} \cdot \lambda_i \delta_{\lambda_i \lambda_i}, \quad i=2,3,4.$$

Сечение процесса  $\gamma e \rightarrow \gamma \gamma e$  можно схематически записать в виде

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^5 d\Gamma}{2! 8s} \left\{ a^2 \sum_{\lambda\lambda'} |q_1 \varepsilon^{i\lambda\lambda'}|^2 + b^2 \sum_{\lambda\lambda'} |q_1 m^{\lambda\lambda'}|^2 + 2ab \sum_{\lambda\lambda'} \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \sqrt{q_1 \varepsilon^{i\lambda\lambda'}} \cdot q_1 m^{\lambda\lambda'} \exp(i\varphi_{\lambda_2 \lambda_3 \lambda_4}) \right\} \quad (43)$$

где

$$\varphi_{\lambda_2 \lambda_3 \lambda_4} = \varphi_2(\lambda_2) + \varphi_3(\lambda_3) + \varphi_4(\lambda_4); \quad (44)$$

первое слагаемое отвечает вкладу механизма Р.Ф.,

$$a = \frac{(4\pi\alpha)^{5/2}}{8\pi^2 (q_1 - q_2)^2 4\sqrt{2}\Delta}, \quad b = \frac{64(4\pi\alpha)^{3/2}}{(2\sqrt{2})^3 N(k_2)N(k_3)N(k_4)(q_1 q_2)^2} \quad (45)$$

второе - дкр, а третье - их интерференции в кинематической области  $|\vec{k}_1| = |\vec{k}_3 + \vec{k}_4| \leq m$ . В этой области в полной аналогии с (33) имеем  $(q_1, \varepsilon) \approx s(\vec{k}_1 \vec{\varepsilon})_\perp / s_1$ . Принимая также во внимание, что  $\varepsilon_{\lambda\lambda'} = -\varepsilon_{\lambda'\lambda}$ ,  $\varepsilon^{\lambda\lambda'} = \varepsilon^{\lambda'\lambda}$  после небольших преобразований вклад интерференции запишем в виде

$$d\sigma_{int} = \frac{\alpha^2 g_0^2}{2! \pi^3} \left( \frac{2q_1 q_2 \cdot |\vec{k}_{3\perp}|}{|\vec{k}_{1\perp}| \Sigma st} \right)^{1/2} \left\{ \cos\varphi [-A_{+++} \cos\varphi_{+++} + \frac{t^2}{2^2} A_{++-} \cos\varphi_{++-} + \frac{s^2}{2^2} A_{+-+} \cos\varphi_{+-+}] + \sin\varphi [B_{+++} \sin\varphi_{+++} - \frac{t^2}{2^2} B_{++-} \sin\varphi_{++-} - \frac{s^2}{2^2} B_{+-+} \sin\varphi_{+-+}] \right\} \frac{d^2 k_3^\perp d^2 k_4^\perp d\omega_3}{\chi_3 \chi_4 \omega_3}, \quad (\vec{k}_1)_\perp = (\vec{k}_3 + \vec{k}_4)_\perp. \quad (46)$$



где величины  $z, s, t, A, B$  определены в (36, 37),  $\phi_{\{s\}}$  в (49), (42), см. также (30).

Д) Рассмотрим процесс тормозного излучения при рождении  $e^+e^-$  пары СИ-фотоном на электроне. Он описывается диаграммами Фейнмана, изображенными на рис.4, 5.

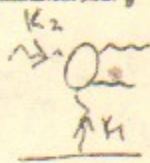


рис.3



рис.4

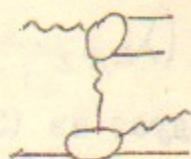


рис.5

В кинематической области главного вклада в сечение процесса

$$\gamma(k_2) + e(q_1) \rightarrow e(q_2) + e(k_4) + e(k_3) + \gamma(k)$$

отвечающей механизму рис.4 образовавшаяся пара вместе с фотоном с полной энергией  $\sim (s_1/s)\varepsilon$  (см. (16)) и долями энергий  $\sim 1$  от энергии виртуального фотона  $\varepsilon\beta_1$  летит в направлении, обратном направлению импульса начального фотона, тогда как фотон, образованный по механизму рис.5 жесткий, летит вместе с рассеянным на угол  $\sim m/\varepsilon$  электроном и имеет энергию одного порядка с его энергией. Образовавшаяся пара при этом имеет кинематику, сходную с кинематикой пары на рис.4. Поэтому вклад интерференции амплитуд рис.4 и рис.5 в сечение мы опустим, так как он подавлен — содержит дополнительный множитель  $m^2/s$  по сравнению со вкладами механизмов рис.4, 5.

Тормозное излучение жесткого фотона (рис.5) представляет собой один из компонентов радиационной поправки (Р.п.) к сечению образования  $e^+e^-$  пары по механизму Бете-Гайтлера (рис.1б) фотоном на электроне. Как было показано в работе [6] (см. [6], приложение Д) учет второго компонента Р.п. — виртуальных поправок и поправок от излучения мягких фотонов к электронному блоку полностью компенсирует вклад излучения жестких реальных фотонов. По этой причине мы его рассматривать не будем.

Процесс образования системы  $(e^+e^- \gamma)$ , описываемый диаграммой рис.4 может быть источником фоновых событий при изучении процесса расщепления фотона (рис.3) в постановке, когда детектируется один фотон, а (возможные)  $e^+e^-$  пары не детекти-

руются.

При вычислении сечения этого процесса можно использовать результаты работ [7], где рассматривался аналогичный процесс при рассеянии фотона на ядре. В данном случае необходимо переписать сечение в терминах поперечных компонент импульсов и долей энергий от энергии виртуального фотона  $k_1$ :  $\varepsilon s_1/s$ .

$$d\sigma_{e\gamma \rightarrow \gamma e^+ e^-} = \frac{\alpha^2 z_0^2}{8\pi^3} L \frac{X}{s_1^2} ds_1 \frac{d^3k}{W} \frac{d^3k_3}{\varepsilon_3} \frac{d^3k_4}{\varepsilon_4} \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - k_3 - k_4), \quad (47)$$

где

$$L = \int_0^{m^2} d\vec{q}^2 [\vec{q}^2 + m^2 (s_1/s)^2]^{-1}, \quad s_1 = (p_+ + p_- + k)^2, \quad (48)$$

величина  $X = \frac{1}{4} \sum_{\text{сн}} |M|^2$  имеет вид [9]

$$-X = 2(ab-c)[(a+b)(x+2) - (ab-c) - 8] - 2x(a^2+b^2) - 8c + \frac{4x(x+1)}{AB}(A+B) - 4x\left(\frac{a}{B} + \frac{b}{A}\right)\left(2 + \frac{z}{x} - z\right) + \frac{4x^3}{AB}(1-z) - \frac{8x^2}{AB} - 2g(ab+c(1-x)), \quad (49)$$

$$a = \sum_i^3 x_i^{-1}, \quad b = \sum_i^3 (x_i')^{-1}, \quad c = \sum_i^3 (x_i x_i')^{-1}, \quad x = \sum_i^3 x_i = \sum_i^3 x_i',$$

$$z = \sum_i^3 x_i x_i', \quad A = x_1 x_2 x_3, \quad B = x_1' x_2' x_3', \quad g = \sum_i^3 \left( \frac{x_i}{x_i'} + \frac{x_i'}{x_i} \right).$$

Входящие в (49) инварианты  $x_i, x_i'$  определяются так

$$m^2 x_1 = k_2 k_4, \quad m^2 x_2 = k_4 k_1, \quad m^2 x_3 = -k_4 k, \quad m^2 x_1' = k_2 k_3, \quad m^2 x_2' = k_4 k_3, \quad m^2 x_3' = -k_3 k. \quad (50)$$

Вводя параметризацию для импульсов, образовавшихся  $e^+, e^-, \gamma$  согласно (8), (8а) и исключая параметры  $\alpha$  с помощью  $\delta$ -функций, отвечающих условию реальности конечных частиц, переписем (47) в виде

$$d\sigma_{e\gamma \rightarrow \gamma e^+ e^-} = \frac{\alpha^2 z_0^2 ds_1}{4s_1^2 \pi^3} L X \frac{d^2k d\beta_3 d\beta d^2k_3}{s\beta\beta_3\beta_4} \delta(\alpha_3 + \alpha_4 + \alpha - 1), \quad (51)$$



где  $\beta_3 + \beta_4 + \beta = \frac{S_1}{S}$ ,  $\vec{k}_3 + \vec{k}_4 + \vec{k} = 0$ ,  $\alpha_3 = \frac{\vec{k}_3^2 + m^2}{S\beta_3}$ ,  $\alpha_4 = \frac{\vec{k}_4^2 + m^2}{S\beta_4}$ ,  $\alpha = \frac{\vec{k}^2}{S\beta}$ , (52)

а инварианты  $\chi_i, \chi_i'$  (50), входящие в определение  $X$  имеют вид

$$\begin{aligned} 2k_2k_4 &= S\beta_4, \quad 2k_3k_2 = S\beta_3, \quad 2k_1k_3 = S\beta_1\alpha_3, \quad \beta_1 = S_1/S, \\ 2k_1k_4 &= S\beta_1\alpha_4, \quad 2k_2k_3 = (\beta_3\beta)^{-1} [(\vec{k}_3\beta - \beta_3\vec{k})^2 + m^2\beta^2], \\ 2k_3k_4 &= (\beta_4\beta)^{-1} [(\vec{k}_4\beta - \beta_4\vec{k})^2 + m^2\beta^2]. \end{aligned} \quad (53)$$

Снова следует отметить, что условие

$$\alpha_3 + \alpha_4 + \alpha = 1, \quad (53)$$

где  $\alpha_i$  определены в (52), можно использовать как тест для отбора событий этого процесса.

Приведем в заключение инклюзивное по частоте и углу вылета фотона, образованного в процессе  $\gamma e \rightarrow \gamma e^+e^-$  в случае  $k = \theta\omega \gg m$ :

$$\frac{d\sigma}{d\omega d\Omega} = \frac{\alpha^4}{4\pi^2\omega_0 k_1^2} L \left\{ A(x) \ln \frac{k^2}{m^2} + B(x) \right\}, \quad L = 2 \ln \frac{S}{m^2}, \quad S = 4\omega_0^2 \quad (54)$$

$\omega_0$  - энергия начального СИ-фотона,  $x = k^2/4\omega_0\omega$ , а функции  $A, B$  имеют вид [7]:

$$\begin{aligned} A(x) &= \frac{1}{3} (20(1-x^3) + 56x(1-x)) + 16x(1+x) \ln x, \\ B(x) &= \frac{32}{3} (1-x^3 - 3x(1-x)) + \frac{8}{3} x(-6+2x+5x^2) \ln x - 16x(1-x) \ln(1-x) \\ &+ 16(-2+x-x^2 + \frac{2}{1-x}) \ln x \ln(1-x) + 8(\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x} - 3x-2x^2) \ln^2 x + \\ &+ 16(2-x+x^2 - \frac{2}{1+x}) \int_0^x \frac{dt}{t} \ln(1-t). \end{aligned} \quad (55)$$

В заключение благодарю В.Ф. Пиндюрина и В.М. Каткова за помощь в составлении приложения, а также А.Е. Бондаря за ценные дискуссии.

Приложение

В.М. Катков нашел интерполяционную формулу для  $F(x) = \int_x^\infty dy K_{5/3}(y)$ :

$$\tilde{F}(y) = (\pi y/2)^{1/2} e^{-y} \left[ 2(1 + \frac{1}{2y})^{1/6} - (1 + \frac{1}{2y})^{-1/2} \right] (1 + \frac{y}{1+y^2})^{1/6} = F(y) (1 + \Delta(y)\%)$$

Ниже мы приведем таблицу значений  $F(y)$  [8] и  $\Delta(y)\%$ :

Таблица

$y$	$10^{-5}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$F(y)$	0,046	0,818	0,90	0,917	0,90	0,87	0,83	0,788	0,742
$\Delta(y)$	3,9	1,9	1,0	0,5	0,4	0,4	0,4	0,3	0,4

Продолжение табл.

$y$	0,9	1	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	10
$F(y)$	0,696	0,65	0,61	0,565	0,49	0,40	0,35	0,3	$2 \cdot 10^{-4}$
$\Delta(y)$	0,2	0,25	0,1	0,06	-0,04	-0,3	-0,45	-0,6	-1,1



Литература

1. В.Н.Байер, В.М.Катков, В.С.Фадин. Излучение релятивистских электронов. Атомиздат, 1973 г.
- 2а. М.С.Золотарев, Э.А.Кураев, В.Г.Сербо. Препринт ИЯФ 81-63 (1981), Новосибирск.
- 2б. Э.А.Кураев, В.С.Фадин. Препринт ИЯФ 78-56 (1978), Новосибирск.
- 3а. Е.А.Винокуров, Э.А.Кураев. ЖЭТФ 63, 1142 (1972).  
Е.А.Винокуров, В.Ф.Болдышев. УФЖ 28, 492 (1982).
- 3б. А.Е.Елинов, А.Е.Бондарь, В.Р.Грошев и др. Труды 8-го Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц, Протвино, 1982 г.
4. P. De Gausmaecker R. Gastmans W. Troost, T.T. Wu DESY-81-050
5. V. Constantini B. De Tollis G. Pistoni Nuovo Cimento 2A p 733-787 (1971)
6. V.N. Baier V.S. Fadin V.A. Khoze and E.A. Kurayev Phys. Rep. 78 N3 (1981)
7. Р.М.Джелжибаев, Э.А.Кураев, В.С.Фадин, В.А.Хозе. ПЖЭТФ 19, р 73-76 (1974); ЯФ 19 р 699-703 (1974).
8. Л.М.Барков и др. Препринт ИЯФ 78-13 (1978), Новосибирск.
9. F. Mandl and T.H.R. Skyrme Proc. Roy. Soc. A 215 (1952), 497.

Э.А.Кураев

ПРОЦЕССЫ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ, ИДУЩИЕ ПРИ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО  $e^{\pm}$  ПУЧКА  
С СИНХРОТРОННЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Препринт  
№ 84-77

Работа поступила - 21 мая 1984 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов

Подписано к печати 11.06-1984 г. МН 04345

Формат бумаги 60x90 1/16 Усл. 1,5 печ.л., 1,2 учетно-изд.л.

Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 77.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90