



ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

9

П.Б.Лысянский

ИНТЕГРАЛ СТОЛКНОВЕНИЙ ДЛЯ ПРЯМОГО
СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
КИНЕТИКИ ПЛАЗМЫ

ПРЕПРИНТ 85-11



НОВОСИБИРСК

ИНТЕГРАЛ СТОЛКНОВЕНИЙ ДЛЯ ПРЯМОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО
МОДЕЛИРОВАНИЯ КИНЕТИКИ ПЛАЗМЫ

П.Б.Лысянский

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассмотрен метод пробных частиц, его свойства и возможные области применения. Обращено внимание на важность выполнения законов сохранения частиц, импульса и энергии при моделировании столкновений. Предложена простая функция распределения полевых рассеивающих частиц. На примере классического переноса в плазме показано, что решение нелинейных задач для квазиравновесной плазмы с использованием этой функции позволяет получать качественно правильные результаты даже в случае слабых процессов переноса.

COLLISION OPERATOR FOR MONTE-CARLO
PLASMA KINETIC SIMULATION

P. B. Lysyansky

А Б С Т Р А К Т

The properties of the test particles method and possible fields of its application are discussed. The role of momentum and energy conservation in collisions is emphasized. A simple distribution function for background scattering species is proposed. It is shown that for a plasma close to equilibrium this function gives qualitatively correct results in nonlinear problems even for small transport coefficients.

1. Введение

Исследование процессов переноса и других вопросов кинетики плазмы обычно связано с решением кинетических уравнений. Для частиц плазмы сорта α , имеющих массу m_α и заряд e_α , кинетическое уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{r}} + \frac{e_\alpha}{m_\alpha} \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \right\} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{v}} = C^\alpha \quad (1)$$

Здесь $f_\alpha(\vec{r}, \vec{v})$ — функция распределения компоненты α в 6-мерном фазовом пространстве; $\vec{E}(\vec{r})$ и $\vec{B}(\vec{r})$ — электрическое и магнитное макроскопические поля; C^α — столкновительный член, описывающий изменение количества частиц сорта α в единичном фазовом объеме вследствие столкновений.

В результате решения уравнений (1) для всех компонент плазмы находятся функции $f_\alpha(\vec{r}, \vec{v})$, с помощью которых затем можно получать макроскопические характеристики плазмы: плотность $n_\alpha(\vec{r}) = \int f_\alpha(\vec{r}, \vec{v}) d\vec{v}$, среднюю энергию $\epsilon_\alpha = \int \frac{m_\alpha v^2}{2} f_\alpha(\vec{r}, \vec{v}) d\vec{v}$ и т.д., а также параметры потоков переноса.

Наряду с аналитическим подходом, для анализа кинетических уравнений часто используют численные методы. К сожалению, решение дифференциальных уравнений в частных производных (1), особенно с учетом пространственных координат, ограничено возможностями современных ЭВМ.

Возможен, однако, альтернативный подход к численному решению кинетических задач — прямое статистическое (Монте-Карло) моделирование плазмы [1-3]. Суть метода состоит в следующем. Одна или несколько компонент плазмы моделируются ансамблем пробных частиц. В соответствии с уравнениями движения

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{e}{m} \left\{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \right\} \quad (2)$$

рассчитывается движение частиц по очереди за промежуток времени Δt , малый по сравнению со всеми характерными временами задачи. Одновременно с помощью датчика случайных чисел моделируется процесс рассеяния каждой частицы, приводящий к изменению ее скорости \vec{v} . Делая дальнейшие шаги Δt по времени, можно исследовать развитие процесса или выход на стационарный режим. Описанная модель прямо соответствует реальным процессам

в плазме, поэтому в нее легко могут быть включены эффекты поглощения частиц и ионизации нейтрального газа, эффекты перезарядки и т.п.

После каждого шага по времени Δt производится статистическая обработка ансамбля с целью определения нужных параметров функции распределения.

Точное нахождение функции распределения $f_\alpha(\vec{r}, \vec{v})$ при не очень большом количестве ($10^2 + 10^5$) пробных частиц затруднительно. Однако во многих практически важных случаях в этом нет необходимости, так как целью расчетов является определение макроскопических характеристик плазмы и потоков переноса, которые находятся усреднением по ансамблю соответствующих величин.

К достоинствам методов прямого моделирования следует отнести в первую очередь возможность решения многомерных задач с учетом пространственного движения частиц. Внешние поля $\vec{E}(\vec{r})$ и $\vec{B}(\vec{r})$ в уравнении (2) обычно задаются, но могут быть получены и самосогласованно методом итераций /3/. Количество частиц в ансамбле определяется желаемой точностью при усреднении. Качественные результаты получаются уже при относительно небольшом количестве частиц и, соответственно, малых временах счета. Если речь идет о сравнении результатов моделирования с экспериментально полученными, большая точность не требуется. Кроме того, в практически полезных случаях, как правило, важны численные данные о наиболее существенных плазменных процессах, например, больших потоках переноса, которые и определяют параметры плазмы и ее время жизни.

2. Моделирование столкновений

В отличие от пространственного движения, эффекты столкновений в плазме существенно зависят от количества частиц. При точном рассмотрении каждого столкновения частиц друг с другом с учетом дебаевского экранирования даже для моделирования парных кулоновских столкновений потребуется чрезвычайно большое количество частиц в ансамбле.

Значительно упрощает эту проблему то обстоятельство, что для многих задач кинетики высокотемпературной плазмы кулоновские столкновения частиц можно рассматривать в приближении рассеяния на малые углы /5/. При этом скорость \vec{v} частицы изменя-

ется при столкновениях на малую величину $\Delta \vec{v}$ и движение изображающей точки частицы в пространстве скоростей носит квазинепрерывный диффузионный характер. В этом приближении можно говорить о непрерывном потоке изображающих точек в пространстве скоростей и столкновительный член в уравнении (1) записывается в виде /5/:

$$C^\alpha = \sum_\beta C^{\alpha/\beta} = \sum_\beta \frac{\partial f_\beta}{\partial \vec{v}}$$

где поток в пространстве скоростей

$$f_\beta = \frac{\vec{F}^{\alpha/\beta}}{m_\alpha} f_\alpha - D^{\alpha/\beta} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{v}} \quad (3)$$

Динамическая сила трения $\vec{F}^{\alpha/\beta}$ и тензор диффузии $D^{\alpha/\beta}$ определяются по формулам /5/:

$$D_{ik}^{\alpha/\beta} = -M^{\alpha/\beta} \frac{\partial^2 \Psi_\beta}{\partial v_i \partial v_k} \quad (4)$$

$$\frac{F_i^{\alpha/\beta}}{m_\alpha} + \frac{\partial}{\partial v_k} D_{ik}^{\alpha/\beta} = -\left(1 + \frac{m_\alpha}{m_\beta}\right) M^{\alpha/\beta} \frac{\partial \Psi_\beta}{\partial v_i}$$

Коэффициент $M^{\alpha/\beta} = \lambda \left(\frac{4\pi e_\alpha e_\beta}{m_\alpha} \right)^2$; λ - кулоновский логарифм. Потенциальные функции Розенблюта-Трубникова Ψ_β и Ψ_α находятся интегрированием функции распределения $f_\beta(\vec{r}, \vec{v})$:

$$\Psi_\beta(\vec{r}, \vec{v}) = -\frac{1}{4\pi} \int \frac{f_\beta(\vec{r}', \vec{v}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{v}' \quad (5)$$

$$\Psi_\alpha(\vec{r}, \vec{v}) = -\frac{1}{8\pi} \int |\vec{v} - \vec{v}'| f_\alpha(\vec{r}, \vec{v}') d\vec{v}'$$

Таким образом, рассеяние на малые углы частиц сорта α не требует описания каждого акта столкновений и определяется интегральными характеристиками (5) распределения рассеивающих частиц сорта β .

Это обстоятельство весьма существенно для численного моделирования столкновений. А именно, достаточно изменять скорость \vec{v} каждой пробной частицы на малую случайную величину $\Delta \vec{v}$ так, чтобы смоделировать поток (3). Как показано в /5/, диффузионные коэффициенты - динамическое трение $\vec{F}^{\alpha/\beta}$ и тензор диффузии $D^{\alpha/\beta}$ связаны со скоростями изменения моментов:

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{(v_i - \bar{v}_i)(v_k - \bar{v}_k)} \equiv \langle \Delta v_i \Delta v_k \rangle^{1/2} = 2 D_{ik}^{1/2} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial t} \equiv \langle \Delta v_i \rangle^{1/2} = \frac{E_i}{m_\alpha} + \frac{\partial}{\partial v_k} D_{ik}^{1/2}$$

Приращение скорости $\Delta \vec{v}$ пробной частицы за время Δt находится по формуле:

$$\Delta v_i^{1/2} = \langle \Delta v_i \rangle^{1/2} \Delta t + \xi_k \sqrt{\langle \Delta v_i \Delta v_k \rangle^{1/2} \Delta t} \quad (7)$$

Случайная величина ξ_k получается с помощью генератора случайных чисел и имеет среднее значение $\xi_k = 0$ и дисперсию $\xi_k \xi_l = \delta_{kl}$. Практически удобно использовать относительные скорости $\vec{v} = \vec{v} / v_{op}$ и относительное время $\tau = t / \tau_0$, где $v_0 = \sqrt{2 \varepsilon_0}$, $\tau_0 = 4\pi v_{op}^3 / M^{1/2}$. С учетом (4) и (5) формула (7) при этом принимает вид:

$$\Delta v_i^{1/2} = -\left(1 + \frac{m_\alpha}{m_\beta}\right) \Delta \tau \cdot 4\pi \frac{\partial \Psi_\alpha}{\partial v_i} + \xi_k \sqrt{\frac{\partial^2 \Psi_\beta}{\partial v_i \partial v_k} 8\pi \Delta \tau} \quad (8)$$

Очевидно, что характеристики приращения $\Delta v^{1/2}$, найденного по формулам (7) или (8), совпадают с (6).

3. Выбор функций распределения рассеивающих компонент.

Нахождение потенциальных функций Ψ_β и Ψ_α , в силу известной электростатической аналогии формул (5), связано с решением уравнения Пуассона и не представляет особых трудностей, если известна функция распределения $f_\beta(\vec{r}, \vec{v})$. Здесь следует различать два принципиально разных случая. В первом случае функции распределения рассеивающих полевых частиц f_β известны и не зависят от искомой функции распределения пробных частиц

Такого рода задачи обычно возникают при исследовании поведения пучков частиц в плазме /7/, небольших примесей, а также если параметры плазмы заданы /4/ или известны из результатов эксперимента. Таким задачам соответствует линейное кинетическое уравнение. Решение их прямым методом наиболее просто, так как в этом случае нахождение функций Ψ_β и Ψ_α и диффузионных коэффициентов (6) производится один раз. Для квазистационарных систем с почти равновесной плазмой обычно в качестве

* Некоторые вопросы такого моделирования столкновений рассмотрены в работе /6/

полевых функций $f_\beta(\vec{r}, \vec{v})$ используют распределение Максвелла

$$f_\beta(\vec{r}, \vec{v}) = n(\vec{r}) \left(\frac{m}{2\pi T}\right)^{3/2} \exp\left\{-\frac{m v^2}{2T}\right\} \quad (9)$$

При этом диффузионные коэффициенты (6) принимают простой вид и вычисляются с помощью табулируемых функций Чандрасекара и интеграла ошибок /1,5/.

Более сложной является нелинейная задача, когда пробные частицы моделируют поведение основных компонент — ионов и/или электронов — плазмы. В этом случае функции распределения полевых компонент должны соответствовать распределению пробных частиц. В качестве примера можно привести исследование кинетики плазмы в открытой ловушке /3/ с сильно неравновесной ионной компонентой плазмы. Самосогласованное решение этой задачи прямым моделированием достигается с помощью итерационного процесса. При этом диффузионные коэффициенты находятся после каждой итерации, а функция распределения полевых ионов заменяется текущей функцией распределения пробных ионов. Это в данном примере возможно при умеренном количестве пробных частиц, поскольку искомая функция распределения сильно отличается от равновесной и эти отличия можно легко вычислить, усредняя небольшой статистический ансамбль.

Часто, однако, оказывается необходимым исследовать кинетику квазиравновесной плазмы. К таким задачам относится изучение процессов переноса в плазме замкнутых тороидальных и открытых амбиполярных /2/ магнитных ловушек. При прямом моделировании в подобных задачах обычно также используют в качестве функции распределения полевых компонент плазмы распределение Максвелла (9) /1,2,4/.

Такая методика, вообще говоря, не корректна, и следует обратить внимание на возможность получения при этом качественно неправильных результатов *. Дело в том, что столкновительный член в уравнении (1) должен удовлетворять соотношениям:

$$\begin{aligned} \int C^{1/2} d\vec{v} &= 0 \\ \int m_\alpha \vec{v} C^{1/2} d\vec{v} &= 0 \\ \int \frac{m_\alpha v^2}{2} C^{1/2} d\vec{v} &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

* Д. Д. Рюттов. Частное сообщение.

Эти условия вытекают из законов сохранения частиц, импульса и энергии при столкновениях. Принятие в качестве полевой функции (9) может привести к неправильной передаче импульса и энергии и, следовательно, к трению и обмену энергией между пробными и полевыми частицами одной компоненты плазмы. Это вносит дополнительные фиктивные потоки частиц и энергии.

Чтобы прояснить суть вопроса, рассмотрим классический перенос плазмы, состоящей из электронов и ионов H^+ в магнитном поле. В качестве пробных частиц возьмем ионы, для которых запишем стационарное кинетическое уравнение:

$$\vec{v} \frac{\partial f_i}{\partial \vec{r}} + \frac{e}{m} \{ \vec{E} + \frac{1}{c} [\vec{v} \vec{B}] \} \frac{\partial f_i}{\partial \vec{v}} = C^{i/i} (f_i, f_i^*) + C^{i/e} (f_i, f_e^*) \quad (II)$$

Здесь f_i — функция распределения пробных частиц, f_i^* и f_e^* — функции распределения полевых ионов и электронов, которые необходимо выбрать так, чтобы результаты моделирования, соответствующие решению уравнения (II), давали близкие к правильным (в смысле первого приближения /В/) значения коэффициентов переноса. Покажем, что этим условиям удовлетворяют максвелловские функции распределения полевых частиц со смещением по скорости

$$f^*(\vec{r}, \vec{v}) = n(\vec{r}) \left(\frac{m}{2\pi T} \right)^{3/2} \exp \left\{ - \frac{m [\vec{v} - \vec{V}(\vec{r})]^2}{2 T(\vec{r})} \right\} \quad (I2)$$

4. Классический перенос ионов плазмы в однородном магнитном поле.

В нашем рассмотрении будем следовать схеме, предложенной в /В/. Поскольку уравнение (II) отличается от точного кинетического уравнения для ионов только столкновительным членом, можно сразу написать линеаризованное уравнение для поправки к функции распределения:

$$I_{ii}^*(\phi, \phi^*) - f_{oi} \cdot [\vec{v} \vec{\omega}] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \vec{v}} = f_{oi} \cdot \left(\frac{m v^2}{2T} - \frac{5}{2} \right) \vec{v} \cdot \nabla T \quad (I3)$$

$$\vec{\omega} = - \frac{e \vec{B}}{m c}$$

В этом уравнении для простоты опущен член в правой части, соответствующий тензору вязких напряжений. Здесь Φ, Φ^* — малые поправки к функциям распределения:

$$f_i(\vec{v}) \approx f_{oi}(v) \cdot [1 + \Phi(\vec{v})] \quad (I4)$$

$$f_i^*(\vec{v}) \approx f_{oi}^*(v) \cdot [1 + \Phi^*(\vec{v})]$$

Столкновения с электронами в первом приближении не учитываются. В отличие от точного линейного приближения ион-ионного столкновительного члена

$$I_{ii}(\phi) = C^{i/i} (f_{oi}, f_{oi} \phi) + C^{i/i} (f_{oi} \phi, f_{oi})$$

в нашем случае столкновительный член имеет вид:

$$I_{ii}^*(\phi, \phi^*) = C^{i/i} (f_{oi} \phi, f_{oi}) + C^{i/i} (f_{oi}^* \phi, f_{oi}^* \phi^*), \quad (I5)$$

так как функция распределения полевых ионов $f^*(\vec{v})$, вообще говоря, не совпадает в точности с функцией распределения пробных ионов $f_i(\vec{v})$.

Уравнение (I3) для поправки Φ записано в системе, где средняя скорость ионов $\vec{v} = 0$ и f_{oi} имеет вид (9). Параметры $n(\vec{r})$, $T(\vec{r})$ и $\vec{V}(\vec{r})$ функции распределения полевых ионов (I2) подбираются так, чтобы выполнялись условия (I0). Очевидно, значения $n(\vec{r})$ и $T(\vec{r})$ должны соответствовать локальным значениям плотности и температуры ансамбля пробных ионов. Однако выбор параметра $\vec{V}(\vec{r}) = 0$, когда средние скорости пробных и полевых ионов совпадают, не обеспечивает сохранения импульса при столкновениях. Остаточное трение между пробной и полевой ионными компонентами эквивалентно термосиле. Введение дополнительной средней скорости $\vec{V}(\vec{r})$ полевой компоненты устраняет эту фиктивную силу трения.

Для нахождения коэффициентов переноса необходимо найти добавку $\Phi(\vec{v})$, решив уравнение (I3). Следуя /В/, запишем

$$\Phi(\vec{v}) = \vec{\varphi}(v^2) \cdot \vec{v}$$

$$\Phi^*(\vec{v}) = \vec{V} \cdot \vec{v}$$

Будем искать вектор \vec{V} и функцию $\vec{\varphi}(v^2)$ в виде

$$\vec{v} = \rho' \nabla(\ln T) + \rho'' [\vec{\omega} \cdot \nabla(\ln T)]$$

$$\vec{\varphi}(v^2) = A' \nabla(\ln T) + A'' [\vec{\omega} \cdot \nabla(\ln T)] \quad (I6)$$

(рассматривается случай, когда градиент температуры направлен поперек магнитного поля). Подставив (I6) в (I3) и приравняв нулю коэффициенты при $\nabla(\ln T)$ и $[\vec{\omega} \cdot \nabla(\ln T)]$, получим уравнения для A' и A'' , которые приводятся к одному уравнению относительно комплексной величины $A = A' + i\omega A''$

$$I_{ii}^*(A\vec{v}, \rho\vec{v}) - i\omega f_{oi} A\vec{v} = f_{oi} \cdot \left\{ \frac{m v^2}{2T} - \frac{5}{2} \right\} \vec{v} \quad (I7)$$

$$\rho = \rho' + i\omega \rho''$$

Разложим функцию $A(v^2)$ по полиномам Лагерра

$$A(v^2) = \tau \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k L_k^{(3/2)}(x); \quad x = \frac{m v^2}{2T}; \quad \tau = \frac{3\sqrt{m} T^{3/2}}{4\sqrt{2\pi} \lambda e^4 n} \quad (I8)$$

Умножим (I7) на

$$-\frac{2}{15} \frac{m}{nT} \vec{v} L_k^{(3/2)}(x) d\vec{v}$$

Интегрируя по скоростям и используя ортогональность полиномов Лагерра, получим бесконечную систему алгебраических линейных уравнений для определения коэффициентов α_k :

$$\sum_{j=1}^{\infty} \alpha_{kj} a_j + \beta_{ko} \rho + i\omega \tau \frac{(k+3/2)!}{k! (5/2)!} \alpha_k = \delta_{1k}; \quad k=1, 2, \dots \quad (I9)$$

где

$$\alpha_{kj} = -\frac{2\tau m}{15nT} \int L_k^{(3/2)}(x) v_{\beta} C^{i/i} \{ f_0 L_j^{(3/2)}(x) v_{\beta}, f_0 \} d\vec{v}$$

$$\beta_{ko} = -\frac{2\tau m}{15nT} \int L_k^{(3/2)}(x) v_{\beta} C^{i/i} \{ f_0, f_0 v_{\beta} \} d\vec{v}$$

Для нахождения величины ρ воспользуемся уравнением сохранения импульса при столкновениях:

$$\int m \vec{v} \{ C^{i/i} (f_0 A\vec{v}, f_0) + C^{i/i} (f_0, f_0 \rho\vec{v}) \} d\vec{v} =$$

$$= \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_{oj} a_j + \rho \beta_{oo} = 0$$

$$\rho = -\frac{1}{\beta_{oo}} \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_{oj} a_j \quad \text{в (I9), получим}$$

Подставив окончательно:

$$\sum_{j=1}^{\infty} (\alpha_{kj} - \frac{\beta_{ko}}{\beta_{oo}} \alpha_{oj}) a_j + i\omega \tau \frac{(k+3/2)!}{k! (5/2)!} \alpha_k = \delta_{1k} \quad (20)$$

Ограничимся двумя членами ряда в разложении (I8). Запишем систему уравнений (I9) в матричном виде:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & -\omega^2 \tau & 0 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & 0 & -\frac{7}{4} \omega^2 \tau \\ \tau_i & 0 & \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ 0 & \frac{7}{4} \tau & \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1' \\ a_2' \\ a_1'' \\ a_2'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (I8)$$

Используя симметрию коэффициентов $\alpha_{ik} = \alpha_{ki}$, запишем в общем виде решение этой системы:

$$a_1' = D^{-1} \{ \alpha_{22} D_{\alpha} + \frac{49}{16} \omega^2 \tau^2 \alpha_{11} \}; \quad a_1'' = -D^{-1} \tau \{ \alpha_{22}^2 + \frac{7}{4} \alpha_{12}^2 + \frac{49}{16} \omega^2 \tau^2 \}$$

$$a_2' = \alpha_{21} D^{-1} \{ \frac{7}{4} \omega^2 \tau^2 - D_{\alpha} \}; \quad a_2'' = \alpha_{12} \tau \{ \alpha_{22} + \frac{7}{4} \alpha_{11} \}$$

$$D = \frac{49}{16} \omega^4 \tau^4 + \{ \alpha_{22}^2 + \frac{7}{2} \alpha_{12}^2 + \frac{49}{16} \alpha_{11} \} \omega^2 \tau^2 + D_{\alpha}$$

$$D_{\alpha} = \alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12}^2$$

Коэффициенты переноса - поток тепла, термосила и т.д. - выражаются через коэффициенты разложения (I8): a_1' , a_2' , a_1'' , a_2'' . Специфика столкновительного члена фактически входит только через численные значения трех элементов матрицы: α_{11} , α_{12} , α_{22} . Опуская громоздкие простые вычисления, приведем эти значения для столкновительных членов I_{ii} и I_{ii}^* :

	α_{11}	α_{12}	α_{22}
I_{ii}	0,8	0,6	2,25
I_{ii}^*	1,25	0,16	1,24

Приведенные выше рассуждения позволяют сделать следующий вывод:

получаемые с помощью моделирования (при использовании столкновительного члена I_{ii}^*) коэффициенты переноса отличаются от "правильных" (в смысле первого приближения) на коэффициент порядка единицы. Для иллюстрации приведем соответствующие потоки тепла:

$$\vec{q} = -\frac{5}{2} \frac{nT\tau}{m} \cdot (a_1' \nabla T + a_2'' [\vec{\omega} \cdot \nabla T]);$$

$$\vec{q} = \frac{nT\tau}{m} \cdot \frac{(2\omega^2\tau^2 + 2.645)\nabla T - (\frac{5}{2}\omega^2\tau^2 + 4.65)\tau[\vec{\omega} \cdot \nabla T]}{\omega^4\tau^4 + 2.7\omega^2\tau^2 + 0.677} \text{ для } I_{ii} \quad (21)$$

$$\vec{q}^* = \frac{nT\tau}{m} \cdot \frac{(3.13\omega^2\tau^2 + 1.55)\nabla T - (\frac{5}{2}\omega^2\tau^2 + 13)\tau[\vec{\omega} \cdot \nabla T]}{\omega^4\tau^4 + 2.09\omega^2\tau^2 + 0.75} \text{ для } I_{ii}^* \quad (22)$$

Интересно отметить, что найденное в работе /4/ с помощью прямого моделирования значение q приблизительно в 2 раза ниже теоретического значения, полученного по формуле (21) при $\omega = 0$. Величину возможного потока тепла для этого случая можно вычислить с помощью приведенной выше процедуры. Учитывая, что при численном моделировании в работе /4/ средняя скорость полевых частиц была равна нулю, получим значение q^* , которое при $\omega = 0$ в 2,2 раза ниже теоретического. Это, по-видимому, объясняет несоответствие, отмеченное авторами работы /4/.

5. Заключение

Прямое статистическое моделирование является эффективным методом исследования кинетических процессов в плазме. Приближение рассеяния на малые углы дает практическую возможность численного моделирования кулоновских столкновений частиц. Исследование процессов с квазиравновесной плазмой можно проводить, используя распределение Максвелла (12) со сдвигом по скорости в качестве рассеивающих полевых функций распределения. Точность результатов, получаемых при таком моделировании, во многих практически важных случаях достаточна.

Существенно, что моделирование даже таких слабых процессов переноса, как классические, дает качественно правильные результаты и величины получаемых коэффициентов переноса отличаются от точных на множитель порядка единицы.

Автор благодарит Д.Д.Рютова за инициирование и интерес к работе, Г.Е.Векштейна и Г.В.Ступакова за полезные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. Rognlien T.D., Cutler T.A. Nucl. Fusion, 1980, 20, 1003.
2. Лысянский П.Б., Тиунов М.А., Фомель Б.М. Физика плазмы, 1982, 8, 672.
3. Лысянский П.Б. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 82-32, 1982.
4. Khan S.A., Rognlien T.D. Phys. Fluids, 1981, 24, 1442.
5. Трубинов Б.А. В сб. Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1963, вып. I;
Спитцер Л. Физика полностью ионизованного газа. М.: Мир, 1965.
6. Иванов М.Ф., Швец В.Ф. ЖВМ и МФ, 1980, 20, 683.
7. Goldston R.J. et al. Journal of Comp. Phys. 1981, 43, 61.
8. Брагинский С.И. В сб. Вопросы теории плазмы. М.: Атомиздат, 1963, вып. I.

П.Б.Лысянский

ИНТЕГРАЛ СТОЛКНОВЕНИЙ ДЛЯ ПРЯМОГО
СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ КИ-
НЕТИКИ ПЛАЗМЫ

Препринт
№ 84- II

Работа поступила - 14 декабря 1984 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 31. I - 1985 г. МН 06513
Формат бумаги 60x90 I/16 Усл. I, 0 печ. л., 0,9 учетно-изд. л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № II.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90