



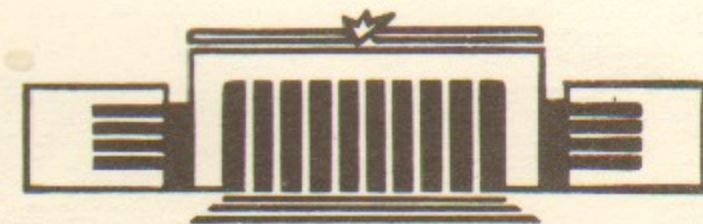
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

25

А. Н. Дубровин, А. А. Жоленц

НАКОПИТЕЛЬ С УКРОЧЕННЫМ СГУСТКОМ  
ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ВЫСОКОЙ СВЕТИМОСТИ

ПРЕПРИНТ 85-113



НОВОСИБИРСК

НАКОПИТЕЛЬ С УКРОЧЕННЫМ СГУСТКОМ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ  
 ВЫСОКОЙ СВЕТИМОСТИ

А.Н.Дубровин, А.А.Жоленц

АННОТАЦИЯ

В работе рассмотрен проект электрон-позитронного накопителя на энергию 4-6 ГэВ со светимостью до  $10^{33}$  см<sup>-2</sup>сек<sup>-1</sup>. Отличительной особенностью проекта является введение в магнитную структуру накопителя двух  $\alpha$ -вставок, позволяющих плавно уменьшать коэффициент расширения орбит и получать короткие сгустки, необходимые для реализации микро-бета-функции  $\beta_z = 1$  см. Дополнительно,  $\alpha$ -вставки дают возможность эффективно увеличивать эмиттанс пучка без увеличения энергетического разброса и потерь энергии на синхротронное излучение.

ВВЕДЕНИЕ

Светимость установки со встречными пучками на одно место встречи в случае столкновения с частотой  $f$  двух пучков, состоящих из  $m$  сгустков по  $N$  частиц в каждом сгустке, равна

$$L = f m \frac{N^2}{S}$$

Здесь  $S$  - площадь столкновения, для гауссовского распределения частиц по всем координатам  $S = 4\pi \sigma_z \sigma_x$ , где  $\sigma_{z,x}$  - вертикальный и горизонтальный размеры пучка в месте встречи, причем предполагается, что изменение поперечного размера на длине сгустка мало. Как известно, при высокой энергии предельные токи пучков ограничиваются электромагнитным взаимодействием пучков в месте встречи, которое описывается параметром  $\xi$ , имеющим смысл сдвига частоты бетатронных колебаний из-за взаимодействия /1/

$$\xi_{x,z} = \frac{N r_e \beta_{x,z}}{2\pi \gamma \sigma_{x,z} (\sigma_x + \sigma_z)}$$

где  $r_e$  - классический радиус электрона,  $\gamma$  - релятивистский фактор,  $\beta_{x,z}$  - значение  $\beta$ -функций в месте встречи. Через параметры  $\xi_x, \xi_z$  светимость записывается в виде:

$$L = \frac{f m \pi}{r_e^2} \left(1 + \frac{\sigma_z}{\sigma_x}\right)^2 \gamma^2 \epsilon_x \xi_x \xi_z / \beta_z$$

где  $\epsilon_x$  - горизонтальный эмиттанс пучка.

Существенный прогресс в увеличении светимости накопителей был достигнут за счет организации малых  $\beta$ -функций в месте встречи. Однако этот способ повышения светимости имеет свое естественное ограничение, связанное с тем, что реальный сгусток имеет конечную длину. При малой  $\beta$ -функции, сравнимой с длиной сгустка, возникают следующие эффекты: во-первых, увеличивается поперечный размер сгустка на краю области взаимодействия; во-вторых, увеличивается глубина модуляции набега бетатронной фазы между местами встречи из-за наличия продольных колебаний /2,3/; в-третьих, увеличивается модуляция силы встречного пуч-

ка. Все эти эффекты приводят к тому, что при  $\beta_z \leq \beta_e$ , где  $\beta_e$  — длина сгустка, светимость перестает расти с уменьшением  $\beta$ -функции. Для дальнейшего прогресса в увеличении светимости путем уменьшения  $\beta$ -функции в месте встречи нужно уметь уменьшать длину сгустка.

Проанализируем, каким образом можно добиться укорочения сгустка. Для этого запишем выражение для длины сгустка /4/

$$\beta_e = \frac{\Delta c}{\Omega_s} \beta_E = R \sqrt{\frac{\Delta \cdot 2\pi E}{q e V_s \sin \varphi_s}} \cdot \beta_E .$$

Здесь  $\beta_E = \sqrt{\left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2}$  — разброс энергий частиц в пучке,  $\Delta$  — коэффициент расширения орбит,  $\Omega_s = \omega \sqrt{\frac{\Delta q e V_s \sin \varphi_s}{2\pi E}}$  — частота синхротронных колебаний,  $\omega$  — частота обращения частиц,  $V$ ,  $q$  — напряжение и кратность ВЧ,  $2\pi R$  — длина накопителя,  $e V \cos \varphi_s = W_{3R}$ , где  $W_{3R}$  — потери энергии частицы на излучение за оборот.

Обычно длиной сгустка управляют с помощью параметров ВЧ-системы. Однако значительное повышение напряжения ВЧ при высокой энергии связано с большими техническими трудностями, а увеличение кратности, не сопровождающееся соответствующим повышением напряжения, приводит, как известно, к уменьшению энергетического размера сепаратрисы и ограничено временем жизни пучка.

В данной работе рассмотрен другой способ укорочения сгустка — уменьшение коэффициента расширения орбит с помощью модификации магнитной структуры накопителя. При таком способе укорочения сгустка энергетический размер сепаратрисы растет и появляется возможность дополнительно сжать сгусток за счет увеличения кратности, не ухудшая времени жизни пучка. Заметим также, что при уменьшении коэффициента  $\Delta$  уменьшается и частота синхротронных колебаний, что снижает влияние модуляций бетатронного движения синхротронным, в то время как увеличение напряжения и кратности ВЧ ведет к увеличению частоты синхротронных колебаний.

## § I. Получение малого коэффициента расширения орбит

Коэффициент расширения орбит, описывающий удлинение орбиты частицы с неравновесной энергией, равен /5/

$$\Delta = \langle k \Psi \rangle = \frac{1}{2\pi R} \oint k \Psi ds , \quad (I.1)$$

где  $k$  — кривизна орбиты в магните,  $\Psi$  — дисперсионная функция,  $s$  — азимут, интеграл берется по периметру накопителя.

Способом получения малого  $\Delta$  может быть введение специального участка (или нескольких участков), на котором произведение  $k \Psi$  меньше нуля. Этот участок, который в дальнейшем будем называть  $\Delta$ -вставкой, компенсирует положительный вклад в интеграл (I.1) остального кольца. Вставка должна быть согласована с элементами периодичности. Такое согласование автоматически достигается выбором зеркально-симметричной вставки и занулением производных  $\beta$  и  $\Psi$ -функций в центре вставки. На рис.5 показан пример построения  $\Delta$ -вставки и поведение на ней  $\beta$  и  $\Psi$ -функций. Сделаем краткие пояснения к схеме получения отрицательной  $\Psi$ -функции. Фокусирующая линза  $F_1$  переполисовывает  $\Psi$ -функцию, т.е. делает её отрицательной, одновременно она фокусирует  $\beta_x$  и дефокусирует  $\beta_z$ . Линза  $D_1$ , расположенная в области малой  $\beta_x$ -функции, дает возможность управлять  $\beta_z$ . Линза  $F_2$  ограничивает рост  $\Psi$  и  $\beta_x$ . На магните  $M$  набирается отрицательный интеграл  $\int k \Psi ds$ . Линзы  $F_3$ ,  $D_2$ ,  $F_4$  нужны для получения нулевых производных в середине вставки, их действие напоминает действие первых трех линз в обратном порядке. Изменяя фокусное расстояние линзы  $F_1$  или расстояние между линзами  $F_1$  и  $F_2$ , можно менять значение  $\Psi$ -функции на магните, а также можно регулировать поле и длину магнита  $M$ , получая требуемый интеграл  $\int k \Psi ds$ .

Оценим теперь дополнительное увеличение эмиттанса пучка за счет синхротронного излучения в магните  $M$ , где по принципу построения  $\Delta$ -вставки имеются большие  $\beta$  и  $\Psi$ -функции. Эмиттанс пучка определяется выражением /4/

$$\epsilon_x = \frac{55 \sqrt{3}}{96} \frac{\Lambda \gamma^2}{G_x \langle k^2 \rangle} \cdot F , \quad (I.2)$$

где  $\Lambda$  — комптоновская длина волны электрона,  $G_x \approx 1$  — параметр затухания, а фактор  $F$  равен

$$F = \langle k^3 (\beta \psi'^2 + \frac{1 + \beta'^2}{\beta} \psi^2 - \beta' \psi \psi') \rangle. \quad (I.3)$$

Для оценки будем считать, что в начале магнита  $M$  производные  $\psi'$  и  $\beta_x$  занулены. Тогда можно записать соотношение:

$$\frac{\beta_M}{\beta_0} = \frac{\psi_M^2}{\psi_0^2}, \quad (I.4)$$

где  $\psi_0 \approx \frac{R}{\nu^2}$ ,  $\beta_0 \approx \frac{R}{\nu}$  — взяты на элементе периодичности,  $\nu$  — жесткость элемента периодичности,  $\psi_M$ ,  $\beta_M$  взяты в начале магнита  $M$ . На магните  $M$   $\beta_x$  — функцию можно считать постоянной, поэтому член  $\beta' \psi \psi'$  в (I.3) мал из-за малости производной  $\beta'_x$ . Также относительно мал член  $\frac{\psi^2}{\beta} \approx \frac{\psi_0^2}{\beta_0}$ , который дает примерно такой же вклад в эмиттанс, как и в элементе периодичности. Основной же вклад в эмиттанс дает член  $\beta \psi'^2$ :

$$\int k_M^3 \beta \psi'^2 ds \approx \beta_M k_M^5 \frac{\ell_M^3}{3}, \quad (I.5)$$

где  $k_M$ ,  $\ell_M$  — кривизна орбиты и длина магнита  $M$ . Считая, что  $n$  вставок компенсируют вклад в коэффициент расширения орбит  $\lambda \approx \frac{1}{\nu^2}$  от элементов периодичности, запишем

$$\frac{2n}{2\pi R} k_M |\psi_M| \ell_M \approx \frac{1}{\nu^2}. \quad (I.6)$$

Используя соотношения (I.4), (I.5), (I.6), для фактора  $F$  можно получить:

$$F_M \approx \frac{k_M^3 \ell_M}{n \nu}. \quad (I.7)$$

При большой жесткости вклад в эмиттанс от вставки может стать преобладающим по сравнению со вкладом от элементов периодичности, для которых фактор  $F$  равен  $F_0 \approx \frac{k_0^3 R}{\nu^3}$ , где  $k_0$  — кривизна орбиты в элементе периодичности. Заметим, что интеграл (I.5) зависит от возрастания  $\psi$  — функции только косвенно, из-за возрастания  $\beta_x$  — функции. Поэтому можно, не увеличивая эмиттанс,

дополнительно увеличить  $\psi$  — функцию на магните  $M$  с помощью сильного магнита  $M_1$  с отрицательным полем, введенного между линзами  $F_1$  и  $D_1$ .

## § 2. Синхротронные колебания с малым коэффициентом расширения орбит

I. В пренебрежении радиационными эффектами продольное движение частиц в накопителе описывается гамильтонианом с каноническими переменными  $\delta = \frac{E - E_s}{E_s}$  — относительное изменение энергии и  $\varphi$  — фаза частицы относительно ускоряющего напряжения

$$H(\delta, \varphi) = \varphi \omega \left( \lambda \frac{\delta^2}{2} + \lambda_1 \frac{\delta^3}{3} + \frac{\Delta E}{E} \delta \right) + \frac{\omega e V (\cos \varphi_s \cdot \varphi - \sin \varphi)}{2\pi E_s}. \quad (2.1)$$

Вывод уравнений движения и получение гамильтониана (2.1) даны в приложении А.

Малость коэффициента  $\lambda$  привела к необходимости введения дополнительных членов в гамильтониан. При этом член с  $\lambda_1$  возникает из-за более точного учета положения орбиты частицы с неравновесной энергией, а член с  $\frac{\Delta E}{E}$  возникает из-за учета влияния бетатронного движения и смещения частоты ВЧ-генератора и приводит к сдвигу равновесной энергии:

$$\frac{\Delta E_s}{E_s} = \frac{\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 4\lambda_1 \frac{\Delta E}{E}}}{2\lambda_1} \approx \frac{\Delta E}{E} \cdot \frac{1}{\lambda}. \quad (2.2)$$

Приближенное равенство справедливо при  $\lambda^2 \gg 4\lambda_1 \frac{\Delta E}{E}$ . Вводя новую переменную  $\hat{\delta} = \delta + \frac{\Delta E_s}{E_s}$ , запишем гамильтониан в форме, совпадающей с гамильтонианом работы /5/, описывающей синхротронное движение вблизи критической энергии:

$$H(\hat{\delta}, \varphi) = \varphi \omega \left( \hat{\lambda} \frac{\hat{\delta}^2}{2} + \lambda_1 \frac{\hat{\delta}^3}{3} \right) + \frac{\omega e V (\cos \varphi_s \cdot \varphi - \sin \varphi)}{2\pi E_s}. \quad (2.3)$$

Здесь  $\hat{\lambda}^2 = \lambda^2 - 4\lambda_1 \frac{\Delta E}{E}$ , в дальнейшем будем значок  $\hat{\phantom{x}}$  опускать.

Исследуем поведение фазовых траекторий, которые задаются уравнением  $H = \text{const}$ . Для удобства разделим  $H$  на коэффициент перед  $\frac{\delta^2}{2}$ , тогда

$$h = H / \varphi \omega d = h_\delta + h_\varphi, \quad (2.4)$$

$$h_\delta = \frac{\delta^2}{2} + \frac{d_1}{2} \frac{\delta^3}{3}; \quad h_\varphi = \frac{eV}{2\pi E_3 \varphi d} (\cos \varphi_3 \cdot \varphi - \sin \varphi).$$

На рис. 1 изображены графики обоих потенциалов. Нас будут интересовать устойчивые колебания вокруг точки равновесия  $\varphi = \varphi_3$ ,  $\delta = 0$ . Колебания характеризуются их энергией, совпадающей с гамильтонианом. При малых энергиях колебания будут обычными гармоническими, траектории которых изображаются на фазовой плоскости эллипсами. По мере роста энергии размеры эллипса увеличиваются. При энергиях, сравнимых с глубиной ям, колебания перестают быть чисто гармоническими, но остаются периодическими. Наконец, когда энергия становится равной глубине одной из ям, периодичность движения нарушается. При больших энергиях движение становится неустойчивым и частица теряется. Граничной энергии на фазовой плоскости соответствует сепаратриса, которая отделяет область устойчивых колебаний от области неустойчивого движения. Сепаратриса определяется ямой с меньшей глубиной. Выпишем выражения для глубин обеих ям:

$$\Delta h_\delta^{\text{max}} = h_\delta(-\frac{d}{d_1}) = \frac{1}{6} \left(\frac{d}{d_1}\right)^2; \quad (2.5)$$

$$\Delta h_\varphi^{\text{max}} = 2 h_\varphi(-\varphi_3) = \frac{2 eV}{2\pi E_3 \varphi d} (\sin \varphi_3 - \cos \varphi_3 \cdot \varphi_3) \quad (2.6)$$

Заметим, что с уменьшением  $d$  глубина  $\delta$ -ямы падает, а  $\varphi$ -ямы — растет. Поэтому при некотором  $d = d^*$  глубины ям сравниваются. Если  $d > d^*$ , то движение ограничивается  $\varphi$ -ямой (что соответствует обычной ситуации); при  $d < d^*$  определяющей становится  $\delta$ -яма. Поведение сепаратрисы при последовательном уменьшении  $d$  показано на рис. 2. Сначала энергетический размер сепаратрисы растет пропорционально  $\frac{1}{\sqrt{d}}$ , а размер по фазе остается постоянным; при  $d = d^*$  рост энергетического размера прекращается и он сменяется сужением как энергетического (пропорционально  $d$ ), так и фазового (пропорционально  $d^{3/2}$ )

размера.

2. Сужение сепаратрисы невыгодно при инжекции, когда пучок имеет большой фазовый размер. С другой стороны, когда колебания пучка затухнут, сепаратрису можно сжать до размеров, определяемых только временем жизни пучка. Осуществляя регулировку размеров сепаратрисы с помощью коэффициента  $d$ , можно иметь большую сепаратрису при инжекции, увеличивая  $d$ , а затем уменьшить  $d$  до нужной величины. Таким образом, к  $d$ -вставке предъявляется еще одно важное требование: вставка должна переживать при циркулирующих пучках от почти нулевого вклада в коэффициент расширения орбит при инжекции до, практически, его полной компенсации. Достигается это путем согласованного изменения фокусировки линз вставки. На рис. 6 изображены графики  $\beta$  и  $\Psi$ -функций при минимальном значении вклада в коэффициент расширения орбит. Видно, что уменьшение вклада в  $d$  достигнуто не только уменьшением  $\Psi$ -функции на входе магнита, но и перефокусировкой её с помощью линзы  $F_2$  и даже частичной компенсации, когда  $\Psi$ -функция становится положительной.

3. Выше было показано, что при  $d < d^*$  область устойчивых колебаний на фазовой плоскости сжимается. Это дает ограничение на минимальное значение  $d$  по времени жизни пучка. Для оценки времени жизни  $\tau_e$  можно воспользоваться выражением /5/

$$\tau_e \approx \tau_3 \frac{e^{\chi_3}}{\chi_3}, \quad (2.7)$$

где  $\tau_3$  — время затухания синхротронных колебаний,  $\chi_3 = \frac{h_{\text{max}}}{h}$ ,  $\bar{h} = \frac{d^2}{2}$  — установившееся значение энергии колебаний,  $h_{\text{max}} = \frac{1}{6} \left(\frac{d}{d_1}\right)^2$  — максимально возможная энергия колебаний, совпадающая с глубиной потенциальной ямы. Задавшись определенным временем жизни  $\tau_e$ , из уравнения (2.7) получим  $\chi_3^{\text{min}}$  и ограничение на  $d$ :

$$d^2 \geq 6 \chi_3^{\text{min}} \cdot d_1^2 \bar{\delta}^2 \quad (2.8)$$

Другое ограничение на  $d$  накладывают бетатронные колебания. Они изменяют коэффициент  $d$  на  $d_{\text{эфф}} = \sqrt{d^2 - 4 d_1 \frac{\Delta \ell}{\ell}}$ , зависящий от члена  $\frac{\Delta \ell}{\ell}$ , пропорционального квадрату амплитуды бетатронных колебаний. Для частиц с большими бетатронными амплитудами  $d_{\text{эфф}}$ , в случае  $d_1 > 0$ , падает вплоть до нуля, что ведет

к потере частицы. Полный анализ ограничений на  $\lambda$  из-за этого эффекта требует совместного рассмотрения синхротронных и бетатронных колебаний. Однако ограничение на  $\lambda$  снизу можно получить сразу, потребовав устойчивости движения для частицы с максимальной и бетатронной и синхротронной амплитудами, т.е. выполнения условия (2.8) с коэффициентом  $\lambda_{эфф}$  в левой части, вычисленного для частиц с максимальной бетатронной амплитудой. Реальное ограничение будет более слабым, т.к. число частиц с большими бетатронными амплитудами экспоненциально мало. Таким образом, ограничение на  $\lambda$  из-за времени жизни пучка можно записать в виде:

$$\lambda^2 \geq 6 \lambda_3^{min} \lambda_1^2 \bar{\delta}^2 + 4 \lambda_p^{min} \lambda_1 \frac{\Delta E}{E}, \quad (2.9)$$

где  $\lambda_p^{min} = A_{max}^2 / A^2$ ,  $A$  - амплитуда бетатронных колебаний,  $\lambda_3^{min}$  вычисляется аналогично  $\lambda_3^{min}$  с заменой времени затухания  $\tau_3$  в соотношении (2.7) на время затухания бетатронных колебаний  $\tau_p$ .

Очевидный способ ослабить ограничение (2.9) - уменьшить коэффициент  $\lambda_1$ , который равен

$$\lambda_1 = \langle k \psi_1 \rangle + \langle \frac{\psi_1'^2}{2} \rangle. \quad (2.10)$$

Здесь  $\psi_1$  - квадратичная дисперсионная функция /6/. Видно, что коэффициент  $\lambda_1$  складывается из строго положительного члена  $\langle \frac{\psi_1'^2}{2} \rangle$  и члена  $\langle k \psi_1 \rangle$ , который в принципе можно уменьшать, управляя поведением функции  $\psi_1$  с помощью секступольных линз.

4. Рассмотрим еще один эффект, ограничивающий  $\lambda$ , который связан с тем, что из-за квантовых флуктуаций излучения скачком меняется амплитуда бетатронных колебаний и, согласно соотношению (2.2), равновесная энергия. Это приводит к дополнительному удлинению сгустка и увеличению энергетического разброса пучка. Для вычисления этого эффекта запишем совместные уравнения бетатронных и синхротронных колебаний:

$$\frac{d\delta}{dt} = B_1 \psi - \Gamma_3 \delta + \tilde{F}; \quad (2.11)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = -B_2 (\delta + C - C_{rf});$$

$$\frac{dC}{dt} = -\Gamma_\beta C + D + \tilde{F},$$

где член  $C = \frac{\Delta E}{E} \cdot \frac{1}{\lambda}$  пропорционален квадрату амплитуды бетатронных колебаний,  $B_1 B_2 = \Omega_s^2$  - квадрат частоты синхротронных колебаний,  $D/\Gamma_\beta = \bar{C}$ ,  $C_{rf} = \bar{C}$  - компенсация  $\bar{C}$  за счет сдвига частоты ВЧ,  $\Gamma_{\beta,3}$  - параметры затухания,  $\tilde{F}$ ,  $\tilde{F}$  - члены, учитывающие флуктуации излучения. Эти уравнения и их решение можно представить в матричном виде:

$$\frac{d\vec{y}}{dt} + M\vec{y} = \vec{f}(t); \quad (2.12)$$

$$\vec{y} = \int_0^t L(t-\tau) \vec{f}(\tau) d\tau. \quad (2.13)$$

Здесь строка  $y = (\delta, \psi, C - \bar{C})$ , строка  $f = (\tilde{F}, 0, \tilde{F})$ ,  $M$  - матрица коэффициентов системы (2.11),  $L(t)$  - матрица, столбцы которой являются решением однородного уравнения (2.12),  $L(0) = E$  - единичная матрица. Прделав стандартную процедуру усреднения по актам излучения, получим

$$\bar{\delta}^2 = \bar{\delta}_0^2 \left( 1 + \left( 1 + \frac{\Gamma_\beta}{\Gamma_3} \right) \frac{(\frac{\Delta E}{E})^2}{\lambda^2 \bar{\delta}_0^2} \right); \quad (2.14)$$

$$\bar{\psi}^2 = \bar{\psi}_0^2 \left( 1 + \frac{\Gamma_\beta}{\Gamma_3} \frac{(\frac{\Delta E}{E})^2}{\lambda^2 \bar{\delta}_0^2} \right), \quad (2.15)$$

где  $\bar{\psi}_0^2$ ,  $\bar{\delta}_0^2$  - размеры без учета бетатронного движения. Из формул (2.14), (2.15) видно, что при малом  $\lambda$  поправка может стать большой и дальнейшее уменьшение  $\lambda$  приведет не к уменьшению, а к увеличению длины сгустка.

5. Рассмотрим требования на стабильность частоты ВЧ  $\omega_{rf}$  и напряжения  $V$ , а также магнитного поля  $B$  накопителя, возникающие из-за сильного уменьшения коэффициента расширения орбит. Медленные изменения этих параметров приводят к плавному сдвигу равновесной энергии:

$$\frac{\Delta E_3}{E_3} = \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{\Delta \omega_{rf}}{\omega_{rf}} - \frac{\Delta B}{B}. \quad (2.16)$$

Малость коэффициента  $\lambda$  приводит к ужесточению требований на

стабильность частоты.

Быстрые изменения параметров (шумы) с частотами порядка частоты синхротронных колебаний, характеризуются возбуждением квадрата амплитуды синхротронных колебаний /5/:

$$\frac{d\delta^2}{dt} = \frac{\pi}{4} \frac{\Omega_s^2}{\lambda} \left( \frac{\mathcal{P}_\omega(\Omega_s)}{\lambda} + \mathcal{P}_B(\Omega_s)\lambda + \frac{\Omega_s^2}{\lambda} \frac{d\eta^2}{\omega_{\beta_s}^2} \mathcal{P}_V(\Omega_s) \right), \quad (2.17)$$

где  $\mathcal{P}_\omega, \mathcal{P}_V, \mathcal{P}_B$  - спектральные интенсивности шумов частоты, напряжения и магнитного поля. Так как  $\Omega_s^2 \sim \lambda$ , то из формулы (2.17) следует, что при уменьшении коэффициента  $\lambda$  ужесточаются требования только на интенсивность шумов частоты ВЧ, на шумы напряжения требования не изменяются, а на шумы магнитного поля требования даже ослабляются.

### § 3. Проект накопителя

На основании изложенных выше идей нами был разработан проект электрон-позитронного накопителя на энергию 4-6 ГэВ. Остановимся на основных пунктах этого проекта.

Магнитная структура накопителя состоит из 68 элементов периодичности, двух вставок, с помощью которых получается малый коэффициент расширения орбит и двух участков встречи, состоящих из экспериментального промежутка и примыкающих к нему участков зануления  $\Psi$ -функции. Общая схема накопителя показана на рис.3. Структура накопителя имеет зеркальную симметрию как относительно линии, соединяющей центры вставок, так и относительно линии, соединяющей места встречи, т.е. состоит из четырех суперпериодов. Такая схема позволяет иметь в каждом пучке по два сгустка и одновременно сталкивать сгустки в противоположных местах встречи, делая разведение их в паразитных местах встречи в центре вставок.

Элемент периодичности имеет структуру FODO. При радиусе кривизны орбиты в элементах периодичности  $R = 51$  м набег бетатронной фазы за оборот, деленный на  $2\pi$  и вычисленный для кольца, состоящего из элементов периодичности, равен  $\nu \approx 13$ . Для коррекции горизонтального и вертикального хроматизма в каждый элемент периодичности введены две секступольные линзы. Набег бетатронной фазы на элементе периодичности, в частности,

выбирался таким образом, чтобы на трех элементах периодичности он был близок к  $\pi$ . Это обеспечивает, как известно, взаимную компенсацию нелинейностей, вносимых секступольными линзами в бетатронное движение. Поведение  $\beta$  и  $\Psi$ -функций на элементе периодичности, а также параметры линз и магнитов, приведены на рис.4.

Схема вставки при большом и малом вкладе в коэффициент расширения орбит обсуждалась выше и приведена на рис.5. Хроматизм вставки компенсируется введением секступольной компоненты в поле магнита  $M$ , а также с помощью дополнительной секступольной линзы. Вклад  $\lambda$ -вставок в горизонтальный эмиттанс пучка в 8 раз больше, чем вклад от всех элементов периодичности. Полное значение эмиттанса при энергии  $E = 5$  ГэВ равно  $\epsilon_x = 2 \cdot 10^{-5}$  см·рад, апертура линз и магнитов позволяет иметь эмиттанс в четыре раза больше с сохранением времени жизни пучков не менее 10 часов. Эмиттанс может быть легко увеличен заменой конечного участка магнита  $M$ , на котором эмиттанс "генерируется" особенно эффективно, сильным коротким магнитом с тем же углом поворота или установкой магнитной змейки со знакопеременным полем.

Оптика экспериментального промежутка, изображенного на рис.7, рассчитана на получение в месте встречи малых  $\beta$ -функций  $\beta_z = 1$  см,  $\beta_x = 100$  см. Расположение ближних к месту встречи линз тесно связано с выбором конкретного детектора. Нами был рассмотрен вариант, в котором ближняя линза расположена в 50 см от места встречи, т.е. находится внутри детектора. Такую линзу планируется делать на постоянных магнитах. Проект детектора с расположенной внутри самарий-кобальтовой линзой с параметрами, близкими к требуемым, рассмотрен в /7/. Получение требуемых значений  $\beta$ -функций в месте встречи при различных энергиях достигается согласованным изменением фокусировки остальных линз экспериментального промежутка.

Зануление  $\Psi$ -функции перед местом встречи достигается удалением из двух элементов периодичности части магнитов и изменением фокусировки линз (рис.8). Здесь же находятся две сильные секступольные линзы для коррекции хроматизма участка места встречи. Окончательная компенсация хроматизма кольца в целом осуществляется секступольными линзами элементов периодичности. Кроме компенсации хроматизма частот бетатронных колебаний, одновременно решалась задача уменьшения хроматичности фокусиров-

ки, т.е. зависимости  $\beta$  - функций от энергии, а также регулировалась квадратичная дисперсионная функция для уменьшения коэффициента  $\lambda_1$ . Значения этих функций до и после коррекции с помощью секступольных линз приведены на рис.9,10.

Рассмотрим ограничения на  $\lambda$ , возникающие в данном проекте накопителя. Возьмем параметры проекта:  $E = 5$  ГэВ,  $\sigma_E = 7.5 \cdot 10^{-4}$ ,  $\lambda_1 = 2.9 \cdot 10^{-2}$ ,  $\frac{\Delta E}{E} = 1.3 \cdot 10^{-7}$ . Тогда соотношение (2.9) запишется в виде:  $\lambda^2 \geq 4.5 \cdot 10^{-7}$ . Заметим, что ограничение (2.8) чисто по синхротронным колебаниям значительно слабее:  $\lambda^2 \geq 7.5 \cdot 10^{-8}$ . Таким образом, в нашем случае ограничение на минимальное значение  $\lambda$  возникает в основном из-за влияния бетатронного движения на синхротронное. В проекте коэффициент расширения орбит выбран равным  $\lambda = 7 \cdot 10^{-4}$ . При таком значении  $\lambda$  удлинение сгустка и увеличение энергетического разброса пучка, предсказываемые формулами (2.15), (2.14), сравнительно малы и составляют 3% и 10% соответственно. Взяв для оценки допустимый сдвиг энергии  $\frac{\Delta E_1}{E_1} \approx 10^{-5}$ , получим необходимую для этого стабильность частот ВЧ  $\frac{\Delta \omega_{r.f.}}{\omega_{r.f.}} \approx 10^{-8}$ , что, по-видимому, является реально достижимым.

Резонаторы ВЧ-системы расположены в освободившихся от магнитов промежутках на участке зануления  $\Psi$  - функции. Здесь можно разместить 8 резонаторов. Рассматривалась возможность применения двух типов ВЧ-генераторов с частотами 180 МГц ( $q = 270$ ) и 900 МГц ( $q = 1350$ ). Максимально возможная кратность в нашем случае определяется фазовым размером сгустка при инжекции, который связан соотношением  $\sigma_\varphi = q \frac{\sigma_E}{R}$  с длиной инжектируемого пучка. При использовании в качестве инжектора накопителя ВЭШ-4 с длиной сгустка  $\sigma_E \approx 5$  см при энергии  $E = 5$  ГэВ, кратность порядка  $10^3$  является максимальной для обеспечения захвата частиц в область автофазировки. Для получения сгустка длиной  $\sigma_E = 1$  см при параметрах накопителя:  $E = 5$  ГэВ,  $\sigma_E = 7.5 \cdot 10^{-4}$ ,  $\lambda = 7 \cdot 10^{-4}$ ,  $q = 270$ , требуется напряжение ВЧ  $eV = 3$  МэВ, что примерно в 1.5 раза больше, чем потери энергии на излучение. При увеличении кратности до  $q = 1350$  длину сгустка можно довести до  $\sigma_E = 0.5$  см.

В таблице I приведены основные расчетные параметры пучков, магнитной структуры и высокочастотной системы накопителя.

Таблица I.

Основные проектные параметры накопителя

Максимальная энергия	6 ГэВ
Периметр равновесной орбиты	440 м
Длина $\lambda$ -вставки	50 м
Длина экспериментального промежутка	20 м
Длина элемента периодичности (э.п.)	4 м
Радиус кривизны орбиты в э.п.	51 м
Частоты бетатронных колебаний $\nu_x, \nu_z$	16.2, 17.2
Естественный хроматизм частот $C_x, C_z$	-46, -64
Линейный коэффициент расширения орбит $\lambda$	$3 \cdot 10^{-3} - 7 \cdot 10^{-4}$
Квадратичный коэффициент расширения орбит $\lambda_1$	$2.9 \cdot 10^{-2}$
Значения $\beta_x, \beta_z$ в месте встречи	1, 100 см
Апертура вакуумной камеры э.п. $A_x, A_z$	50, 25 мм
Максимальные значения $\beta_x, \beta_z, \psi$ на э.п.	7, 7, 0.4 м
Радиационные потери энергии за оборот (здесь и ниже $E_1 = 5$ ГэВ)	1.9 МэВ
Времена радиационного затухания $\tau_x, \tau_z, \tau_s$	8, 8, 4 мс
Энергетический разброс $\sigma_E$	$7.5 \cdot 10^{-4}$
Эмиттанс пучка $\epsilon_x$	$2 \cdot 10^{-5}$ см.рад.
Максимальный радиальный и энергетический размеры пучка в э.п. $\sigma_x, \sigma_{x1}$	1.2, 0, 3 мм
Кратность ВЧ $q$	270
Частота ВЧ генератора	180 МГц
Напряжение ВЧ $eV$	3 МэВ
Частота синхротронных колебаний $\nu_s$	$3.5 \cdot 10^{-3}$
Длина сгустка $\sigma_E$	1 см

Приведем таблицу зависимости светимости накопителя и необходимой мощности ВЧ от энергии и тока пучков. Взяты параметры  $\xi_x = 0.035$ ,  $\xi_z = 0.07$ ,  $\beta_x = 1$  см, шунтовое сопротивление резонатора  $r = 10$  МОм. Для эмиттанса приведены два значения - естественный эмиттанс и максимальный эмиттанс  $\epsilon_{max} = 8 \cdot 10^{-5}$  см.рад. При максимальном значении эмиттанса ограничение (2.9) на коэффициент  $\lambda$  приводит к тому, что  $\lambda$  нужно увеличить в 2 раза по сравнению с коэффициентом  $\lambda$  при естественном значении эмиттанса. Длина сгустка  $\sigma_E = 1$  см обеспечивается повышением напряжения с 3 до 5 МВ (при энергии 5 ГэВ). Соответственно увеличиваются тепловые потери в стенках резонатора  $W_r$ .



$E, \text{ ГэВ}$	$\epsilon_x \cdot 10^5, \text{ см} \cdot \text{ рад.}$	$I_{\Sigma}, \text{ МА}$	$W_{3R}, \text{ кВт}$	$W_r, \text{ кВт}$	$L \cdot 10^{-32}, \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$
5,6	2,6	96	288	115	4,1
5,6	8,0	290	870	319	12,7
5,3	2,4	81	194	73	3,3
5,3	8,0	275	660	202	11,3
5,0	2,1	68	129	46	2,6
5,0	8,0	259	492	128	10,1
4,7	1,8	56	84	28	2,0
4,7	8,0	243	364	78	8,9

При уменьшении длины сгустка до  $\sigma_p = 0,5 \text{ см}$  с помощью увеличения кратности и реализации такой же  $\beta_x$ -функции, светимость удвоится.

Авторы благодарят Г.М.Тумайкина за предложенную тему исследований и интерес к работе.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

Уравнения синхротронного движения с малым коэффициентом расширения орбит /8/.

В общем случае уравнения продольного движения частиц в накопителе имеют вид:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\Delta E_{\text{об}}}{T} = (eV \cos \psi - W_{3R}) / T; \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_{r.f.} - q\omega, \quad (\text{A.2})$$

где  $\Delta E_{\text{об}}$  — изменение энергии частицы за оборот,

$W_{3R}$  — потери на излучение,

$\omega_{r.f.}$  и  $V$  — соответственно, частота и напряжение ВЧ-генератора,

$\omega = \frac{\beta c}{R}$  — мгновенная частота обращения частицы,

$T = \frac{2\pi R}{\omega}$  — время оборота,  $2\pi R$  — длина траектории частицы,

$q$  — кратность ВЧ.

Для равновесной частицы фаза и энергия постоянны, т.е.

$$W_{3R}^s = eV \cos \psi_s; \quad \omega_{r.f.} = q\omega_s, \quad (\text{A.3})$$

а для частицы, имеющей малое отклонение  $\chi(s)$  от равновесной орбиты, изменяется длина траектории:

$$d\tau = \sqrt{(1+k\chi)^2 + \chi'^2} ds \approx (1+k\chi + \frac{\chi'^2}{2}) ds, \quad (\text{A.4})$$

$k$  — кривизна орбиты, вследствие чего меняется и частота обращения.

Представив  $\chi$  в виде:  $\chi = \chi_0 + \chi_\beta$ , где  $\chi_0 = \psi\delta + \psi_1\delta^2$  — отклонение орбиты,  $\delta = (E - E_s)/E_s$ ,  $\psi(s), \psi_1(s)$  — линейная и квадратичная дисперсионные функции, а  $\chi_\beta$  — бетатронные колебания относительно новой орбиты, получим

$$R = R_s (1 + \lambda\delta + \lambda_1\delta^2 + (\frac{\Delta E}{E})_\beta). \quad (\text{A.5})$$

Здесь  $\lambda = \langle k\psi \rangle$ ;  $\lambda_1 = \langle k\psi_1 \rangle + \langle \frac{\psi'^2}{2} \rangle$ ;  $(\frac{\Delta E}{E})_\beta = \langle \chi_\beta'^2/2 \rangle$ ,

скобки  $\langle \rangle$  обозначают усреднение по периметру накопителя.

Используя равенство (A.5), будем иметь следующее выражение для

частоты обращения:

$$\omega = \omega_s (1 - K\delta - K_1\delta^2 - (\frac{\Delta E}{E})_\beta), \quad (A.6)$$

где  $K = \lambda - \frac{1}{\gamma^2}$ ;  $K_1 = \lambda_1 - K\lambda + \frac{3}{2} \frac{\beta^2}{\gamma^2}$ ;  $\gamma$  - релятивистский фактор.

Тогда уравнение (A.2) принимает вид:

$$\frac{d\psi}{dt} = q\omega_s (K\delta + K_1\delta^2 + (\frac{\Delta E}{E})_\beta). \quad (A.7)$$

Учитывая, что  $\lambda \gg \frac{1}{\gamma^2}$ ,  $\lambda \ll 1$ ,  $\lambda \ll \lambda_1$ , можно положить в (A.7)

$K \approx \lambda$  и  $K_1 \approx \lambda_1$ . Необходимость учета в уравнении (A.2) квадратичных членов в разложении частоты вытекает из сравнимости их вклада со вкладом малого члена  $K\delta$ .

Окончательный вид уравнения (A.1) получим, заменяя, как обычно, время оборота  $T$  его равновесным значением  $T_s = 2\pi/\omega_s$ , пренебрегая при этом малой поправкой, возникающей из-за удлинения орбиты.

В итоге сделанных преобразований, получим уравнения синхротронных колебаний с малым коэффициентом  $\lambda$ :

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{\omega_s}{2\pi E_s} (eV(\cos\psi - \cos\psi_s) - \Delta W_{SR}); \quad (A.8)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = q\omega_s (\lambda\delta + \lambda_1\delta^2 + \frac{\Delta E}{E}), \quad (A.9)$$

где  $\Delta W_{SR} = W_{SR} - eV\cos\psi$ . Коэффициент  $\frac{\Delta E}{E}$  состоит из двух частей:  $(\frac{\Delta E}{E}) = (\frac{\Delta E}{E})_\beta + (\frac{\Delta E}{E})_{r.f.}$ . Здесь  $(\frac{\Delta E}{E})_\beta = \frac{1}{\gamma} \langle \gamma \rangle \frac{\beta^2}{2}$ , где  $\beta$  - "амплитуда" бетатронных колебаний ( $\beta^2 = 2\varepsilon$ ,  $\varepsilon$  - эмиттанс пучка);  $\langle \gamma \rangle = \frac{1}{2\pi R} \oint q\beta ds$ ,  $\gamma, \beta$  - параметры матрицы Твисса,  $q$  - параметр фокусировки. Заметим, что интеграл  $\oint q\beta ds$  с точностью до коэффициента совпадает с интегралом для вычисления хроматизма. Член  $(\frac{\Delta E}{E})_{r.f.} = \frac{\Delta\omega_{r.f.}}{\omega_{r.f.}}$  возникает из-за смещения  $\omega_{r.f.}$  относительно  $q\omega_s$ .

Если пренебречь членом  $\Delta W_{SR}$ , то уравнения (A.8), (A.9) будут иметь канонический вид с гамильтонианом:

$$H(\delta, \psi) = q\omega_s (\lambda \frac{\delta^2}{2} + \lambda_1 \frac{\delta^3}{3} + \frac{\Delta E}{E} \delta) + \frac{\omega_s eV}{2\pi E_s} (\cos\psi_s \psi - \sin\psi) \quad (A.10)$$

## ЛИТЕРАТУРА:

1. F. Amman and D. Riston. Space-Charge Effects in Electron-Electron and Positron-Electron Colliding or Crossing Beam Rings.
2. И.Б.Вассерман, Ф.М.Израйлев. Влияние различных типов модуляций на уменьшение порога стохастичности при взаимодействии встречных пучков. Доклад на УП Всесоюзном совещании по ускорителям заряженных частиц, Дубна, 1980 г.
3. S.G. Peggs. Beam-beam synchrotron resonances. U.S.A. Particle Accelerator Conference, Santa Fe, New Mexico, March 21-23, 1983.
4. Г.Брук. Циклические ускорители заряженных частиц, М., Атомиздат, 1970 г.
5. А.А.Коломенский, А.Н.Лебедев. Теория циклических ускорителей. ФМ, М., 1962 г.
6. А.А.Жоленц, Н.И.Иноземцев, А.Б.Темных. Хроматические эффекты на ВЭШ-4. Препринт 83-44, ИЯФ СО АН СССР, Новосибирск, 1983 г.
7. David H. Coward. Luminosity enhancements at SLAC. Proceedings of the third international conference on instrumentation for colliding beam physics, p.222. Novosibirsk, 1984.
8. H. Bruck et al. Limitation in short bunches production within electron storage rings. IEEE, Trans. Nucl. Sci., NS-20, No 3, p.822 (1973).

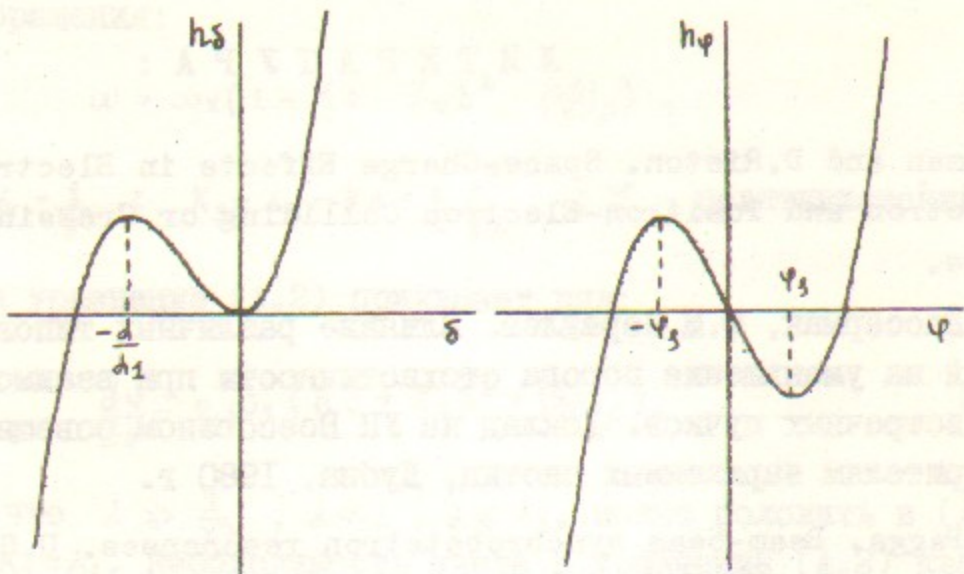


Рис.1. Графики потенциалов (2.4).

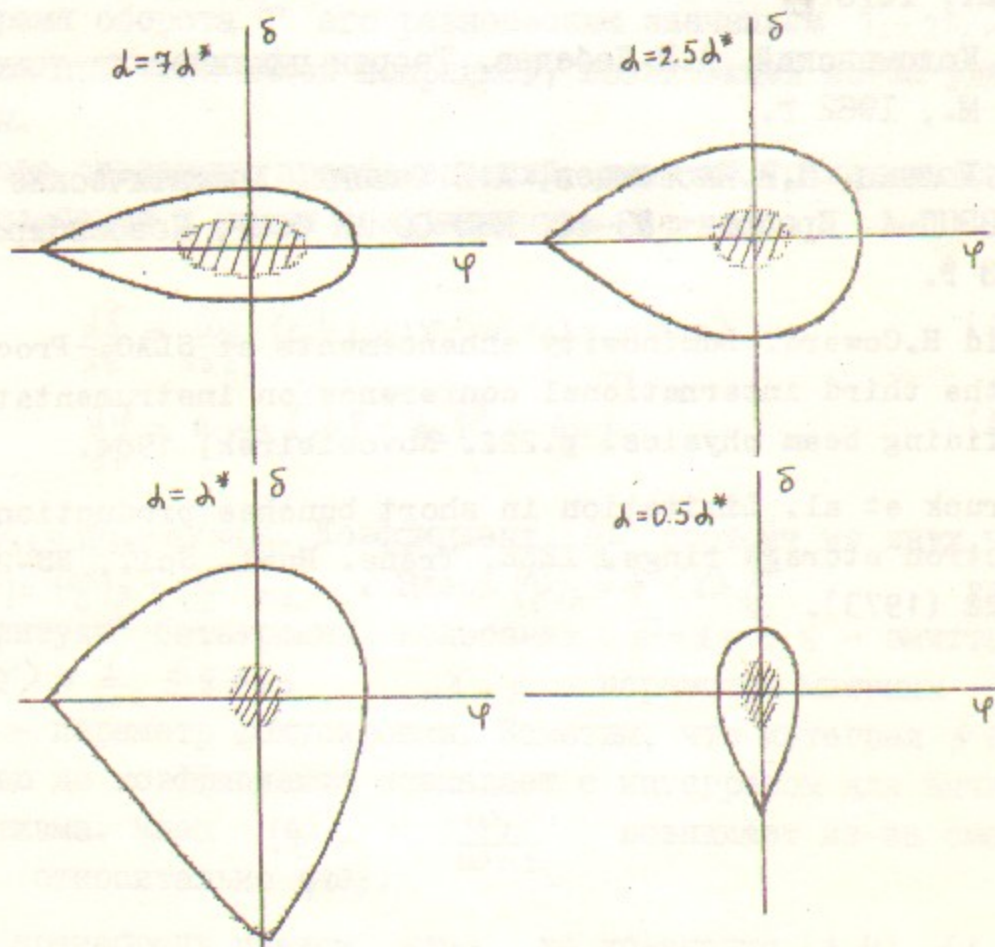


Рис.2. Поведение сепаратрисы при последовательном уменьшении  $\lambda$ . Заштрихована область, занятая пучком.

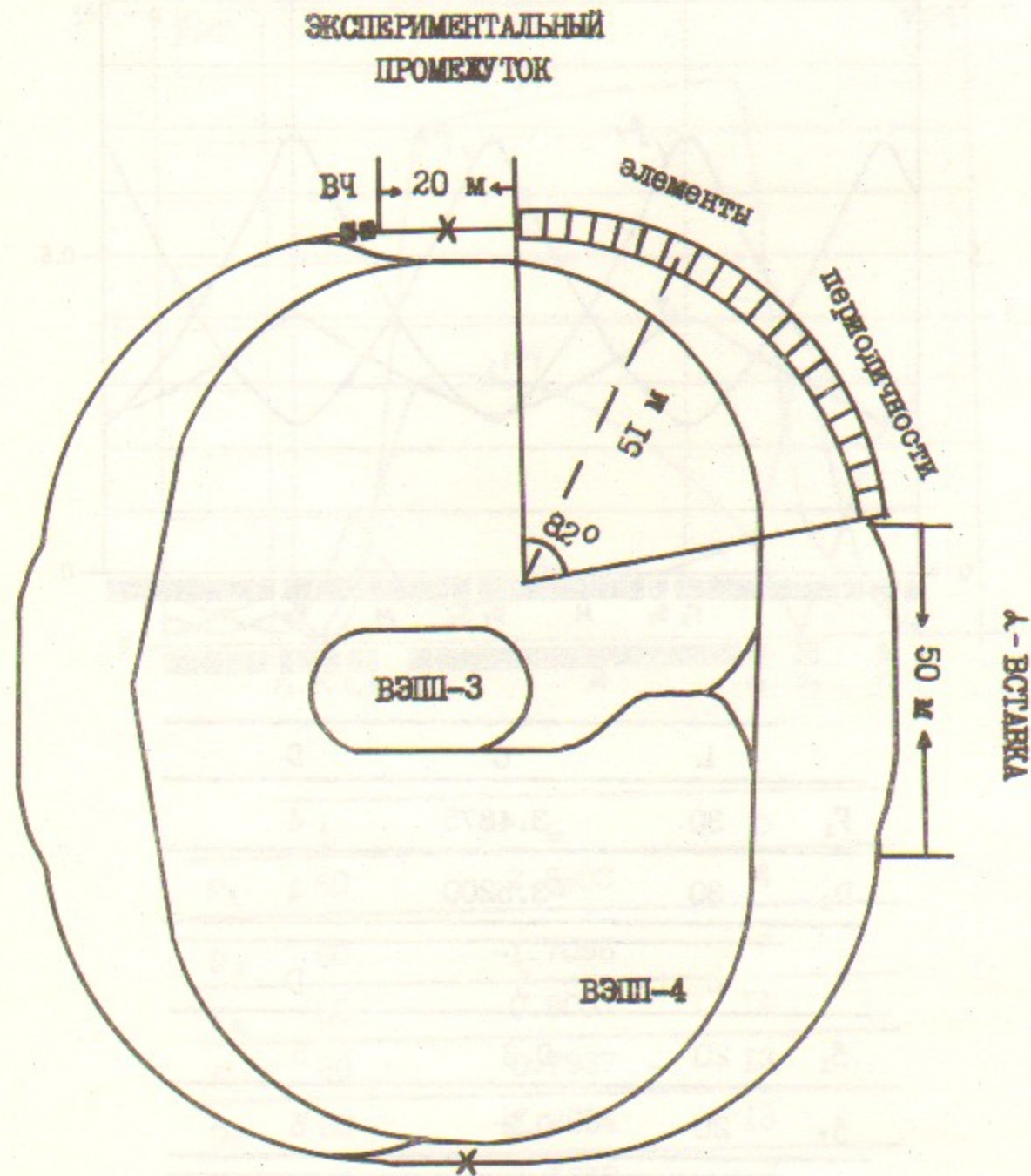
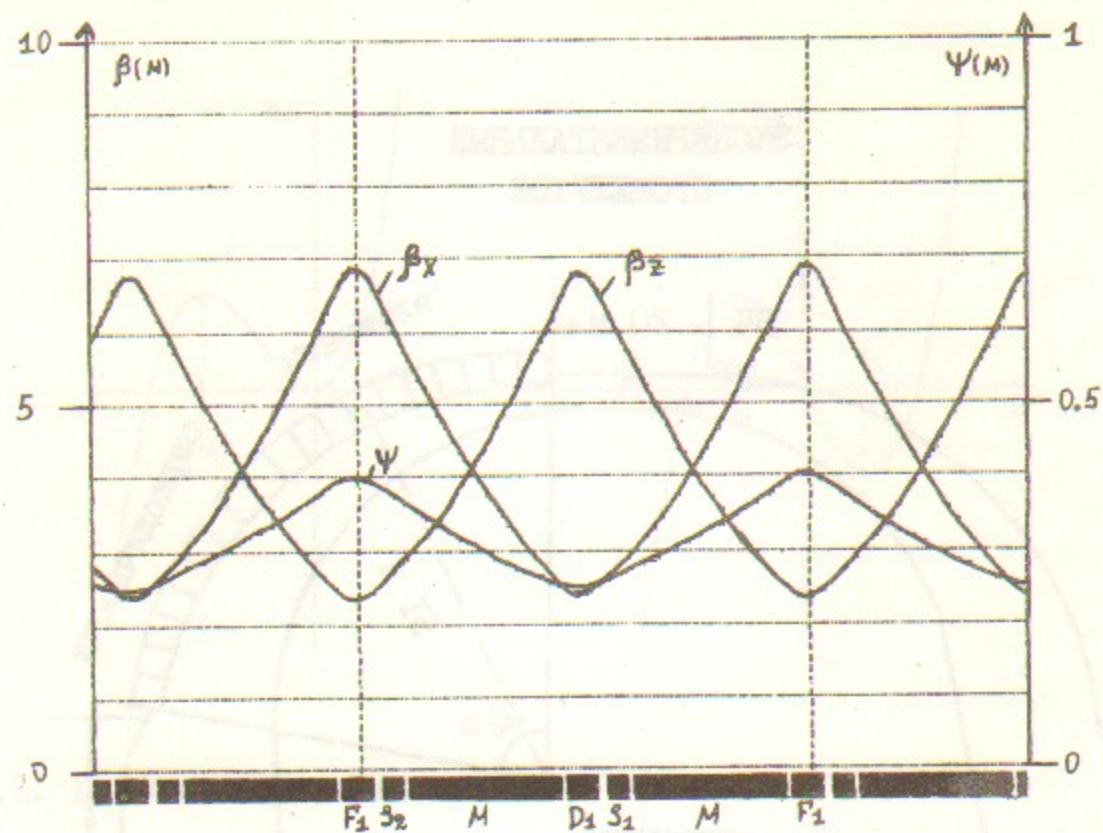
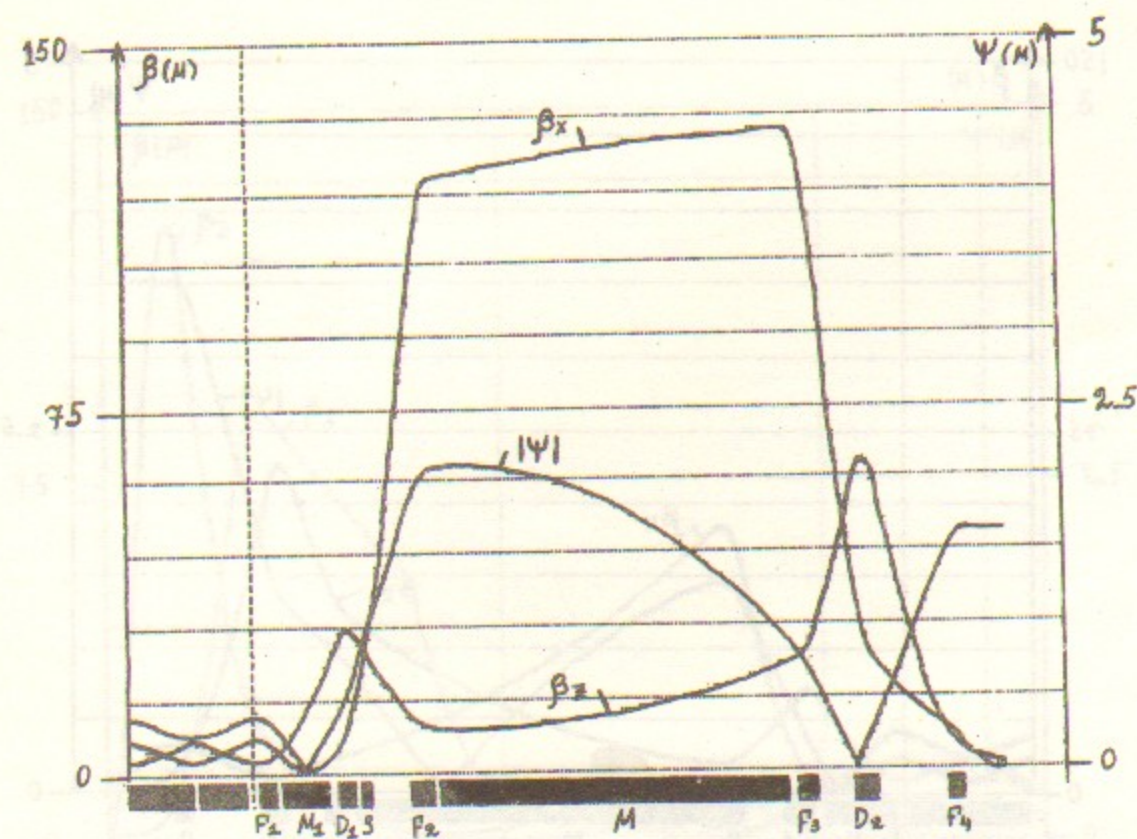


Рис.3. Общая схема проекта накопителя. Изображены элементы периодичности, две вставки, два участка места встречи, инжектор-накопитель ВЭШ-4.



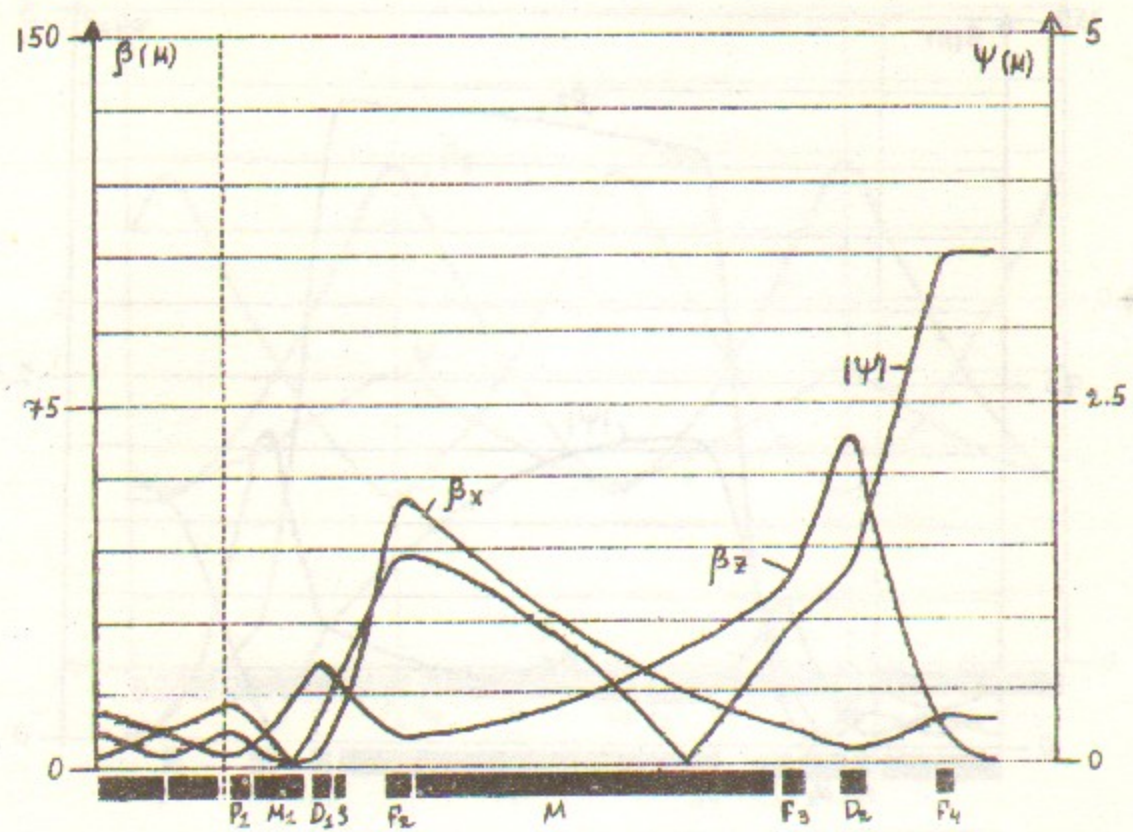
	L	G	D	
F <sub>1</sub>	30	3.4875	4	
D <sub>1</sub>	30	-3.5200	4	
	L	S	D	
S <sub>1</sub>	20	-0.3	5	
S <sub>2</sub>	20	0.2	5	
	L	H	D	F
M	135	5.876	2.5	0.0396

ис.4. Элемент периодичности. На этом и следующих рисунках используются обозначения: M - поворотный магнит, F, D - квадрупольные линзы, S - секступольная линза. В таблицах указаны следующие параметры отдельных элементов структуры: L - длина в см, H, G, S - магнитное поле, квадрупольный и секступольный градиент в кГс, кГс/см и кГс/см<sup>2</sup> соответственно, D - диаметр вписанной в полюса линзы окружности (для магнита - расстояние между полюсами), F - угол поворота в рад.



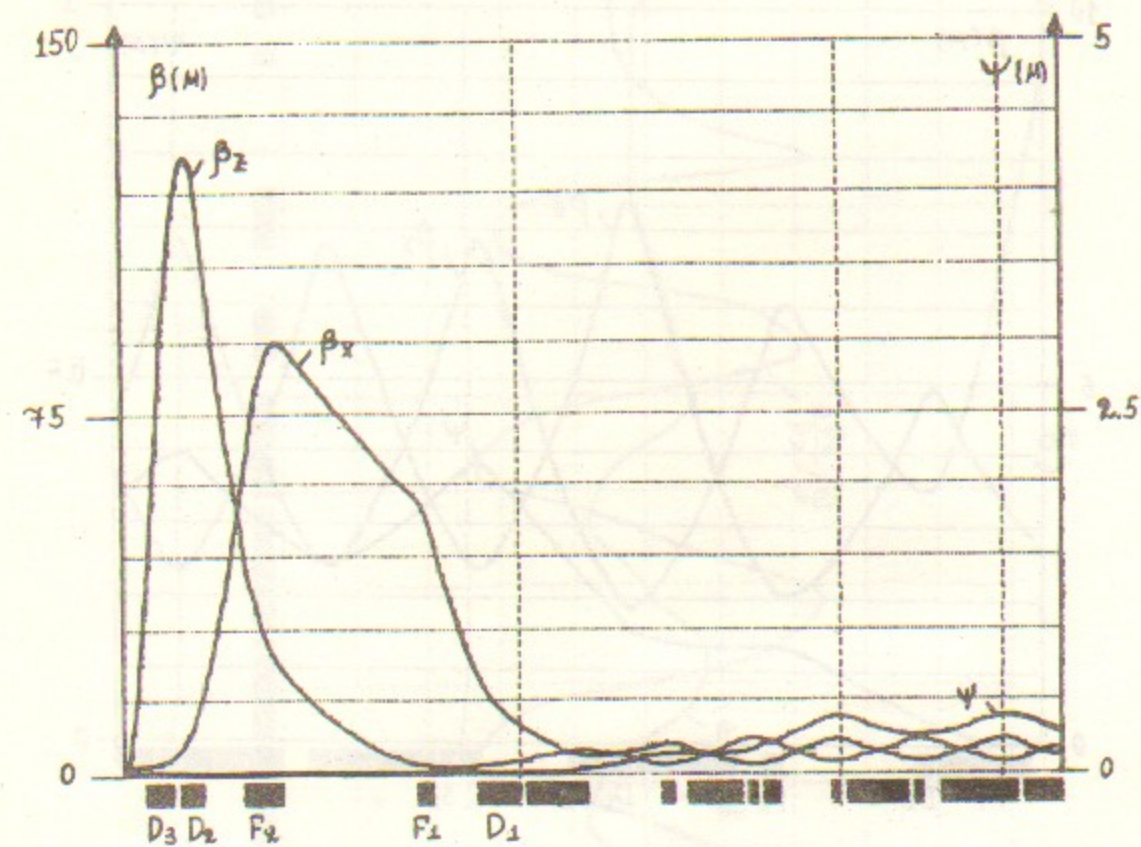
	L	G	D		
F <sub>1</sub>	60	2.8203	4		
D <sub>1</sub>	60	-1.7096	7		
F <sub>2</sub>	80	0.800	14		
F <sub>3</sub>	80	0.7937	13		
D <sub>2</sub>	80	-1.2804	13		
F <sub>4</sub>	60	1.1317	6		
	L	S	D		
S	50	0.105	10		
	L	H	D	F	S
M <sub>1</sub>	190	-10.0	6	-0.10	0
M	1120	4.250	5	0.24	-0.0013

Рис.5. Вставка с большим отрицательным интегралом  $\int k\psi ds$ . Изображена половина вставки и элемент периодичности.



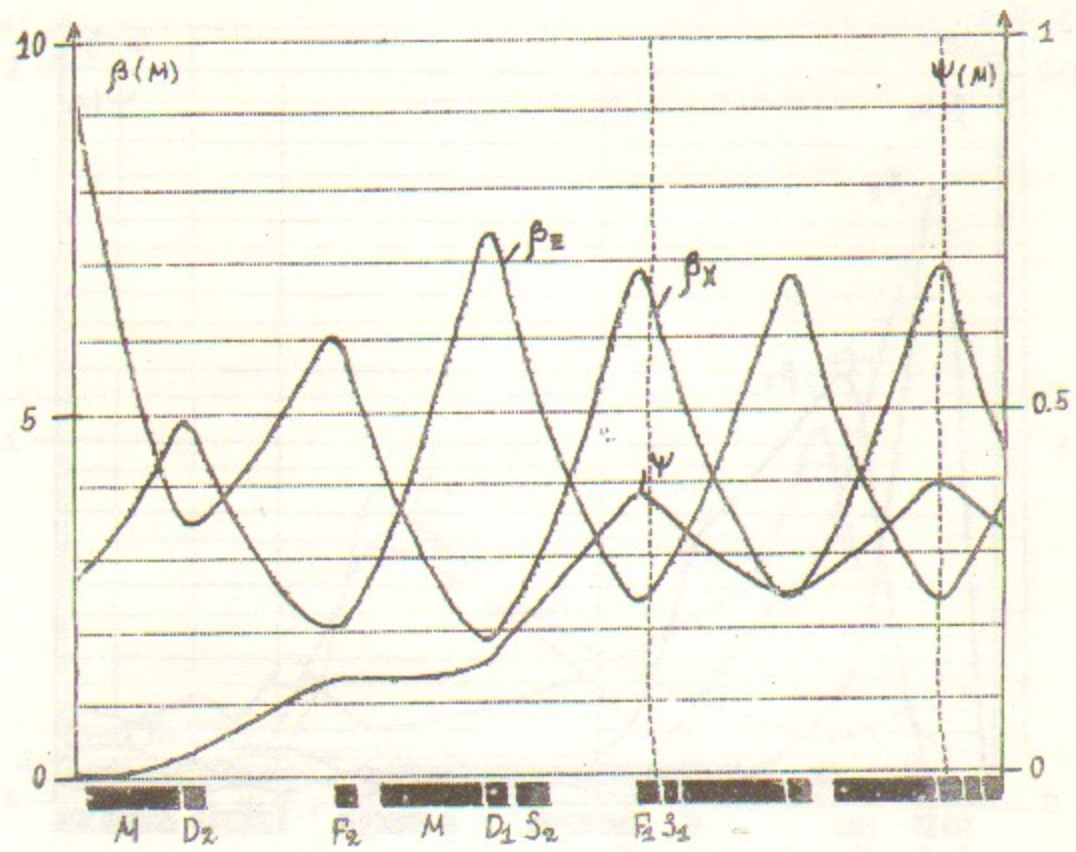
	L	G	D
F <sub>1</sub>	60	2.1572	4
D <sub>1</sub>	60	-1.7096	7
F <sub>2</sub>	80	1.00	14
F <sub>3</sub>	80	0.3458	13
D <sub>2</sub>	80	-1.044	13
F <sub>4</sub>	60	0.7466	6

Рис.6. Вставка с малым интегралом  $\int k \psi ds$ .



	L	G	D
D <sub>1</sub>	100	-0.7356	5
F <sub>1</sub>	50	0.9063	7
F <sub>2</sub>	100	1.0267	10
D <sub>2</sub>	60	-2.1403	12
D <sub>3</sub>	75	-2.300	9

Рис.7. Экспериментальный промежуток. Показан участок зануления  $\psi$  - функции и часть элементов периодичности.

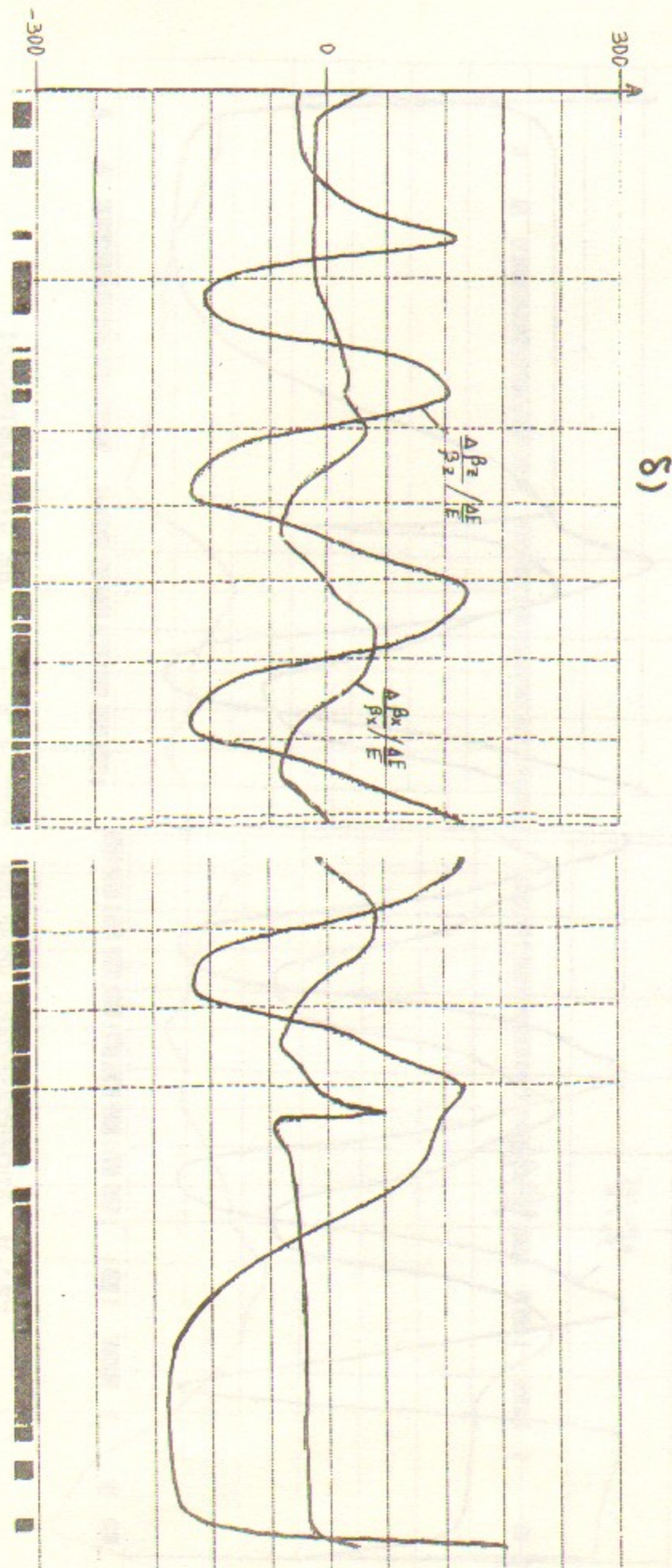


	L	G	D
F <sub>1</sub>	30	3.7725	4
D <sub>1</sub>	30	-3.7823	4
F <sub>2</sub>	30	3.1243	4
D <sub>2</sub>	30	-3.3311	4

	L	S	D
S <sub>1</sub>	20	2	5
S <sub>2</sub>	50	-4	5

Рис.8. Участок зануления  $\psi$  - функции.



8)

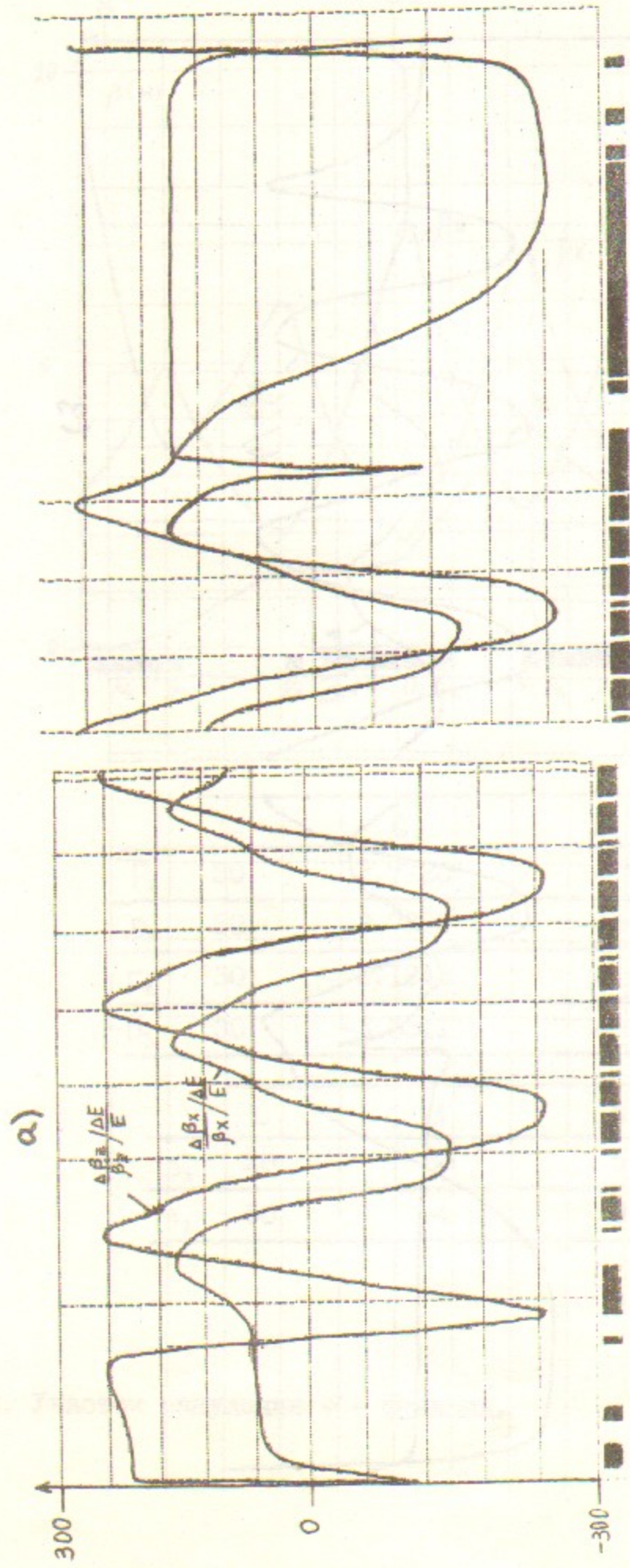
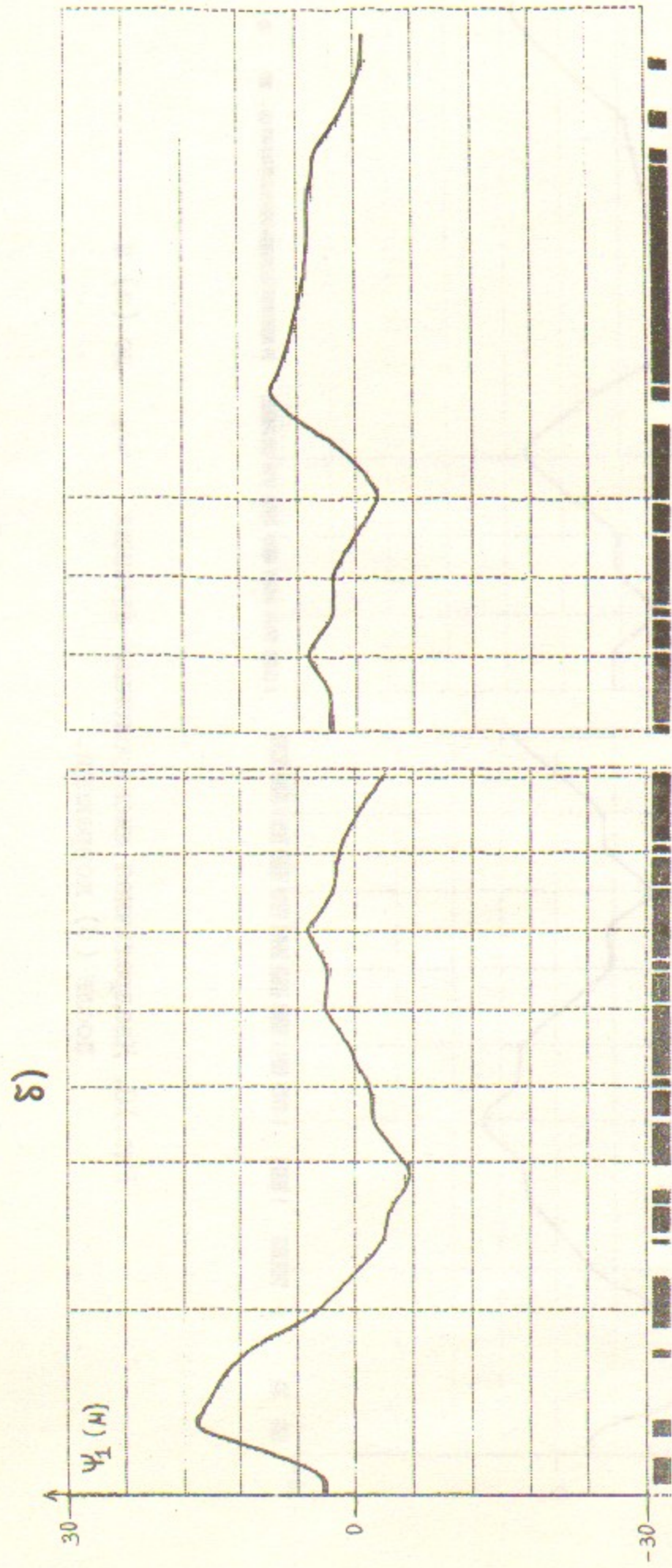


Рис.9. Хроматические функции  $\frac{\Delta \beta_{x,z}}{\beta_{x,z}} / \frac{\Delta E}{E}$  на суперпериоде: место встречи - элементы периодичности - место встречи, до (а) и после (б) коррекции с помощью секступольных линз.



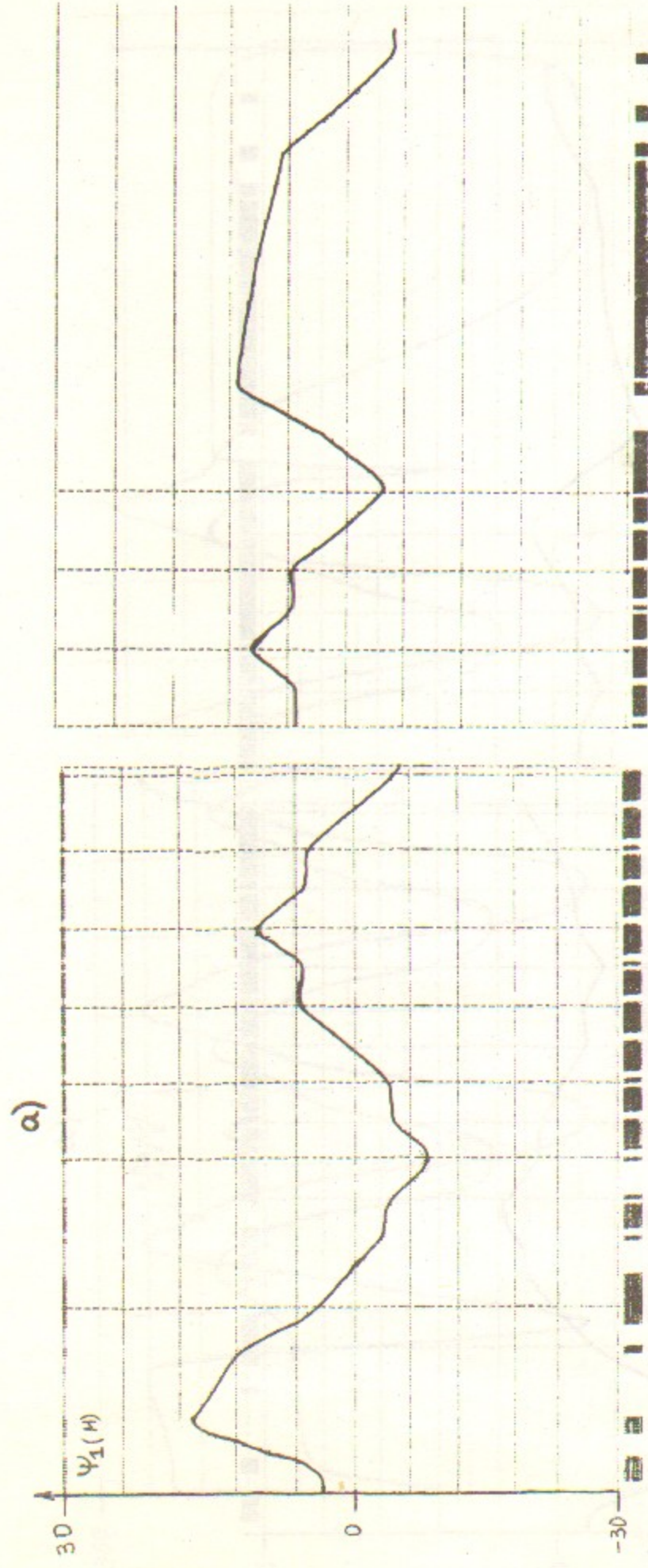


Рис. 10. Квадратичная дисперсионная функция  $\psi_1$  до (а) и после (б) коррекции.



А.Н.Дубровин, А.А.Жоленц

НАКОПИТЕЛЬ С УКОРОЧЕННЫМ СГУСТКОМ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ  
ВЫСОКОЙ СВЕТИМОСТИ

Препринт  
№ 85-ИИЗ

Работа поступила

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов

Подписано к печати 30.08-1985 г. МН 06720

Формат бумаги 60x90 1/16 Усл.2,0 печ.л., 1,6 учетно-изд.л.

Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ №ИИЗ.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90