

10

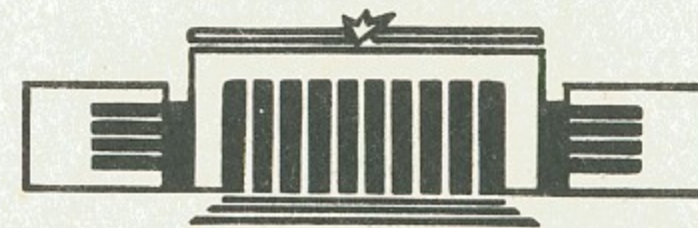


ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

И.А. Котельников

**«ФУНКЦИЯ ОТРАЖЕНИЯ» ИОНОВ ОТ
ДЛИННОЙ АКСИАЛЬНО-НЕСИММЕТРИЧНОЙ
ПРОБКИ**

ПРЕПРИНТ 85-13



НОВОСИБИРСК

АННОТАЦИЯ

Рассматривается движение частиц в резонансном и стохастическом режимах поперечного переноса плазмы в открытых аксиально-несимметричных ловушках. Найдена функция отражения частиц от квадрупольной магнитной пробки с большой длиной, такой, что за время пребывания в области аксиально-несимметричного поля ион смещается по азимуту вокруг оси ловушки на угол, не обязательно малый по сравнению с $\pi/2$.

I. A. Kotelnikov

«THE REFLECTION FUNCTION» OF IONS
FROM A LONG NON-AXISYMMETRIC MIRROR

АБСТРАКТ

Motion of ions at the resonant and stochastic regimes of the radial transport in the non-axisymmetric open traps is considered. The reflection function of the ions from a quadrupole mirror having the length, such, that the ions are displaced in azimuthal direction by an angle is not inevitably small compared to $\pi/2$, is found.

1. В длинных открытых ловушках за один пролет от пробки до пробки ионы смещаются по азимуту на угол $\Delta\theta_m \gtrsim 1$. Столь значительное смещение возникает вследствие дрейфа ионов в радиальном электрическом поле плазмы (имея сопоставимую с ионами скорость дрейфа, электроны значительно быстрее пролетают расстояние между пробками, и для них обычно $\Delta\theta_m \ll 1$). В амбиполярных ловушках со стабилизацией МГД-неустойчивостей аксиально-несимметричным магнитным полем (см. рис. 1) выполнение условия $\Delta\theta_m \gtrsim 1$ означает, что реализуется резонансный — наиболее неблагоприятный — режим поперечного переноса плазмы [1, 2].

Одной из важнейших характеристик скорости поперечных потерь в этом режиме служит так называемая «функция отражения ионов» a [1, 2], которая задает величину радиального смещения Δr_m иона за время пребывания в области аксиально-несимметричного поля пробки (см. рис. 1, а). При вычислении функции отражения a до сих пор рассматривался только случай короткой пробки, когда различие между азимутальным углом иона θ_m непосредственно перед влетом в пробку и углом $\theta_m + \delta\theta_m$ сразу после вылета из нее пренебрежимо мало, т.е. в отличие от $\Delta\theta_m$ азимутальное смещение $\delta\theta_m$ значительно меньше единицы. В последнее время однако стали обсуждаться схемы амбиполярных ловушек с большой длиной аксиально-несимметричных МГД-стабилизаторов [3, 4]. Первая из упомянутых схем [3] представляет собой крупномасштабную амбиполярную ловушку с традиционной компоновкой магнитной системы, когда МГД-стабилизаторы совмещены с пробками (рис. 1, а). В другой схеме [4] МГД-стабилизатор устанавливается в центре ловушки, а пробки предлагается сделать аксиально-симметричными (рис. 1, б). Параметры плазмы, на достижение которых ориентированы проекты [3, 4], таковы, что $\delta\theta_m \gtrsim 1$. Случай $\delta\theta_m \gtrsim 1$ рассматривается в настоящем сообщении.

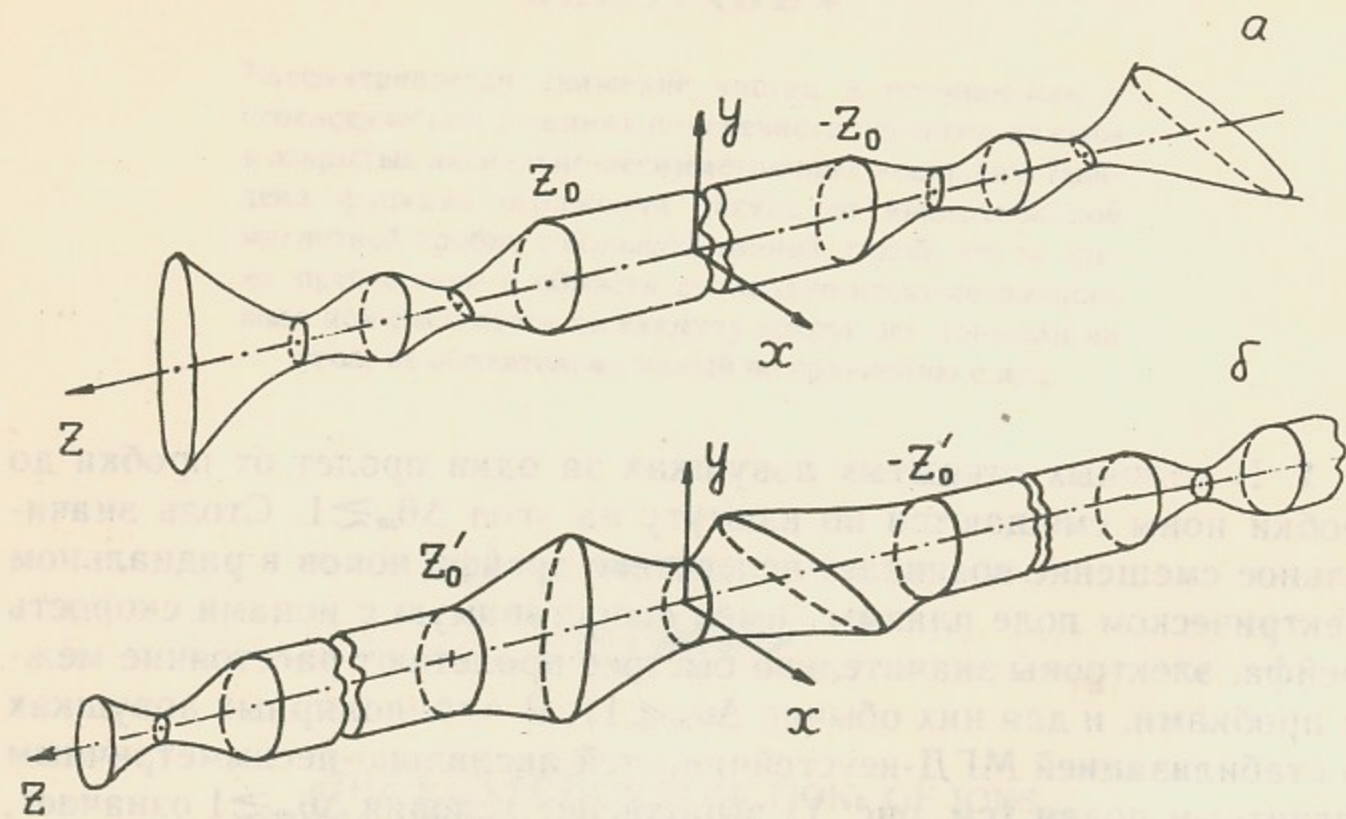


Рис. 1. Магнитные поверхности в амбиполярной ловушке с аксиально-несимметричными пробками (а) и в ловушке с центральным МГД-стабилизатором и аксиально-симметричными пробками (б).

2. Напомним сначала основные сведения, касающиеся отражения ионов от короткой пробки. Аксиально-несимметричная составляющая магнитного поля в амбиполярных ловушках создается бейсбольными (квадрупольными) катушками, которые имеют две взаимно перпендикулярные плоскости симметрии. Отсчитывая угол θ_m от одной из этих плоскостей, радиальное смещение Δr_m можно записать в следующем виде:

$$\Delta r_m = a \sin 2\theta_m, \quad (1)$$

где функция отражения a зависит от энергии ϵ и магнитного момента иона μ . Уравнение (1) справедливо в параксиальном приближении, основанном на малости угла γ между направлением магнитного поля и осью ловушки. Опущенные в правой части (1) члены имеют более высокий порядок малости по параметру γ^2 и содержат следующие за второй четные гармоники азимутального угла θ_m . Для вычисления функции a при $\delta\theta_m \ll 1$ можно использовать формулы, полученные из условия сохранения продольного адиабатического инварианта [5].

Соответствующее выражение для a приведено в обзоре [2].

Переходя к случаю $\delta\theta_m \gtrsim 1$, будем считать, что давление плазмы мало и магнитное поле является вакуумным. Имея в виду, что амбиполярные ловушки [3, 4] в целом, как и отдельные бейсбольные обмотки, обладают двумя взаимно перпендикулярными плоскостями симметрии (см. рис. 1), компоненты вакуумного магнитного поля в параксиальном приближении можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} B_x &= \left(-\frac{1}{2} \frac{dB_{0z}}{dz} - 2b \right) x, \\ B_y &= \left(-\frac{1}{2} \frac{dB_{0z}}{dz} + 2b \right) y, \\ B_z &= B_{0z}, \end{aligned} \quad (2)$$

где оси x, y лежат в плоскостях симметрии, $B_{0z}(z)$ — поле на оси z , направленной вдоль оси ловушки, $b(z)$ задает квадрупольную составляющую поля. С помощью простого интегрирования легко получить уравнение силовой линии, пересекающей экваториальную плоскость $z=0$ в точке x_0, y_0 :

$$\begin{aligned} x &= x_0 X(z), & X(z) &= R^{-1/2} E^{-1/2}, \\ y &= y_0 Y(z), & Y(z) &= R^{-1/2} E^{1/2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$R = B_{0z}(z)/B_{0z}(0), \quad E = \exp \left[4 \int_0^z dz b(z)/B_{0z}(z) \right].$$

Ведущий центр ларморовской орбиты иона в вакуумном магнитном поле движется со скоростью (см., например, [6])

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{mc(v_\perp^2 + 2v_\parallel^2)}{2eB^2} [\vec{B}, \vec{\kappa}] + \frac{c}{B^2} [\vec{B}, \nabla\varphi] + v_\parallel \frac{\vec{B}}{B}, \quad (4)$$

где $\vec{\kappa}$ — вектор кривизны силовой линии, φ — электрический потенциал, v_\perp и v_\parallel — перпендикулярная и параллельная магнитному полю компоненты скорости иона. В параксиальном приближении

$$\kappa_x = x_0 \frac{d^2}{dz^2} X, \quad \kappa_y = y_0 \frac{d^2}{dz^2} Y, \quad \kappa_z \simeq 0,$$

и из (3), (4) следует, что

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\frac{v_{\perp}^2 + 2v_{\parallel}^2}{2\Omega} y X \frac{d^2}{dz^2} Y - \frac{c}{B_{0z}} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + v_{\parallel} \frac{x}{X} \frac{d}{dz} X, \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{v_{\perp}^2 + 2v_{\parallel}^2}{2\Omega} x Y \frac{d^2}{dz^2} X + \frac{c}{B_{0z}} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + v_{\parallel} \frac{y}{Y} \frac{d}{dz} Y, \\ \frac{dz}{dt} &= v_{\parallel} = \sqrt{\frac{2}{m} (\varepsilon - \mu B_{0z} - e\varphi)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\Omega \equiv eB_0/mc, \quad B_0 \equiv B_{0z}(0), \quad \mu = mv_{\perp}^2/2B_{0z} = \text{const.}$$

Введем специальную систему криволинейных координат $\xi^i = (r_*, \theta_*, z)$, в которой первые два контрвариантных компонента ξ^1 , ξ^2 радиус-вектора постоянны вдоль силовой линии и являются полярными координатами точки пересечения силовой линии с экваториальной плоскостью:

$$\begin{aligned} r_*(x, y, z) &= [x^2/X^2(z) + y^2/Y^2(z)]^{1/2}, \\ \theta_*(x, y, z) &= \text{arc tg} [yX(z)/xY(z)]. \end{aligned}$$

Уравнения (5), преобразованные в новую систему координат, принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{dr_*}{dt} &= \frac{v_{\perp}^2 + 2v_{\parallel}^2}{4\Omega} r_* \sin 2\theta_* \left[X \frac{d^2}{dz^2} X - Y \frac{d^2}{dz^2} Y \right] - \frac{c}{B_0 r_*} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta_*}, \\ \frac{d\theta_*}{dt} &= \frac{v_{\perp}^2 + 2v_{\parallel}^2}{2\Omega} \left[\sin^2 \theta_* Y \frac{d^2}{dz^2} Y + \cos^2 \theta_* X \frac{d^2}{dz^2} X \right] + \frac{c}{B_0 r_*} \frac{\partial \varphi}{\partial r_*}, \\ \frac{dz}{dt} &= v_{\parallel}. \end{aligned} \quad (6)$$

Предположим, что электрический потенциал φ , как и в коротких ловушках (см., например, [2, 7]), является функцией модуля индукции B и номера магнитной поверхности (совпадающей в изотропной плазме с поверхностью постоянного давления). Так как амбиполярные ловушки [3, 4] обладают симметрией инь-янь, т.е. функции B_{0z} и $b(z)$ четны, магнитные поверхности аксиально-симметричны в экваториальной плоскости (см., например, [2]), и их номер удобно маркировать радиусом r_* , т.е. $\varphi = \varphi(r_*, B)$. В параксиальном приближении аргумент B функции φ можно заменить на $B_{0z}(z)$. Следовательно, $\varphi = \varphi(r_*, z)$. Магнитные поверхности и распределение потенциала

аксиально-симметричны не только в экваториальной плоскости $z=0$, но и на тех участках ловушек [3, 4], которые заняты соленоидальным полем, поскольку там $E=1$, как и при $z=0$. Это свойство магнитной системы, очевидное для ловушки с аксиально-несимметричными пробками (рис. 1,а), в схеме с центральным расположением МГД-стабилизатора (рис. 1,б) выполняется за счет такого подбора $B_{0z}(z)$ и $b(z)$, чтобы выполнялось условие

$$\int_0^{z_0} dz b(z)/B_{0z}(z) = 0,$$

где $b(z) = 0$ при $z > z_0'$.

В плазме с параметрами, типичными для амбиполярных ловушек, скорость магнитного дрейфа мала по сравнению со скоростью электрического. Поэтому во втором из уравнений (6) достаточно оставить лишь последнее слагаемое в правой части. Напротив, в первом уравнении (6) слагаемое, описывающее электрический дрейф, равно нулю: $\partial \varphi / \partial \theta_* = 0$. Поэтому r_* — составляющая радиус-вектора при движении иона изменяется очень медленно.

Найдем сначала функцию отражения для ловушки с аксиально-несимметричными пробками. Пусть ион стартует из точки $r_* = r_m$, $\theta_* = \theta_m$ на плоскости $z = z_0$, отделяющей пробку от соленоидальной части центрального пробкотрона (рис. 1,а). Отразившись от пробки, ион пересекает эту плоскость в другой точке: $r_m + \Delta r_m$, $\theta_m + \delta \theta_m$. Величину смещения нетрудно вычислить, учитывая, что $|\Delta r_m| \ll r_m$:

$$\Delta r_m = a \sin(2\theta_m + \delta \theta_m) \quad (7)$$

$$a = \frac{r_m}{2\Omega} \int_{z_0}^{z_1} \frac{dz}{v_{\parallel}} (v_{\perp}^2 + 2v_{\parallel}^2) G(z) \cos \left(\frac{2c}{r_m B_0} \int_z^{z_1} \frac{dz}{v_{\parallel}} \frac{\partial \varphi}{\partial r_m} \right), \quad (8)$$

$$\delta \theta_m = \frac{2c}{r_m B_0} \int_{z_0}^{z_1} \frac{dz}{v_{\parallel}(z)} \frac{\partial}{\partial r_m} \varphi(r_m, z), \quad (9)$$

где z_1 — координата точки отражения и

$$G(z) = X(z) \frac{d^2}{dz^2} X(z) - Y(z) \frac{d^2}{dz^2} Y(z).$$

В случае короткой пробки, $\delta \theta_m \ll 1$, в аргументе синуса в правой

части (7) можно опустить $\delta\theta_m$ (ср. (1)), и выражение для функции отражения a , как устанавливается с помощью несложных преобразований, совпадает с формулой (3.35) из обзора [2]. Функция отражения обращается в нуль в магнитном поле, обладающем свойством вложенности [8] (такое поле называют также омнигенным [9] или полем с ортогональной геометрией [10]). Действительно, наличие вложенности означает, что в использованном порядке параксиально-го приближения $G(z) = 0$.

Функция отражения от длинной пробки так же, как и от короткой, не зависит от азимутального угла, с которым ион влетает в пробку. Формально это следует из того, что смещение по азимуту, стоящее в аргументе косинуса в правой части (8), отсчитывается от точки отражения z_1 . Поэтому структура резонансов движения частиц в ловушках с длинными и короткими пробками одинакова. От длины пробки зависит только величина функции отражения и, следовательно, ширина резонансов.

Аналогичный вывод можно сделать, анализируя движение ионов в модифицированной амбиполярной ловушке [4], рис. 1,б. Так как центральный МГД-стабилизатор обладает симметрией инь-янь, радиальные смещения в двух его половинах в значительной степени компенсируются, если за время пролета через область аксиально-несимметричного поля ион не успевает сместиться по азимуту на большой угол, т.е. $\delta\theta'_m \ll 1$. При $\delta\theta'_m > \gamma^2$ величина нескомпенсированной части смещения $\Delta r'_m$ может быть представлена в виде, аналогичном (7), (8):

$$\Delta r'_m = \pm a \cos(2\theta'_m + \delta\theta'_m), \quad (10)$$

$$a' = \frac{r'_m}{2\Omega} \int_0^{z'_0} \frac{dz}{v_{\parallel}} (v_{\perp}^2 + 2v_{\parallel}^2) G(z) \sin\left(\frac{2c}{r'_m B'_0} \int_0^z \frac{dz}{v_{\parallel}} \frac{\partial \varphi'}{\partial r'_m}\right), \quad (11)$$

$$\delta\theta'_m = \frac{2c}{r'_m B'_0} \int_0^{z'_0} \frac{dz}{v_{\parallel}} \frac{\partial \varphi'}{\partial r'_m}(r'_m, z), \quad (12)$$

где r'_m , θ'_m и $r'_m + \Delta r'_m$, $\theta'_m + \delta\theta'_m$ — координаты ведущего центра иона соответственно перед влетом и после вылета из МГД-стабилизатора, т.е. в плоскостях $z = \pm z'_0$ (см. рис. 1б),

$$B'_0 = B_{0z}(z'_0), \quad \varphi'(r'_m, z) = \varphi(r'_m \sqrt{B'_0/B_0}, z).$$

Знаки \pm в правой части (10) соответствуют движению иона в поло-

жительном и отрицательном направлениях оси z .

Условие $\delta\theta'_m > \gamma^2$ обычно выполняется: оно означает, что скорость электрического дрейфа больше скорости магнитного. Если $\delta\theta'_m \sim \gamma^2$, величина a' сравнима с опущенным в (10) членом, пропорциональным $\cos 4\theta'_m$. В этом случае радиальное смещение следует вычислять, удерживая в параксиальном разложении члены следующего порядка по параметру γ^2 . Особенностью модифицированной схемы амбиполярной ловушки является то, что «функция отражения» a' существенным образом зависит от азимутального смещения $\delta\theta'_m$ уже при очень малой его величине: $\gamma^2 < \delta\theta'_m < 1$. В этом смысле центральный МГД-стабилизатор даже с очень малой длиной, такой, что $\delta\theta'_m \ll 1$, оказывается «длинным». Причем, если функция отражения a от аксиально-несимметричной пробки, как правило, уменьшается при удлинении пробки, то величина a' возрастает, если $\delta\theta'_m < 1$. Поэтому даже незначительное электрическое поле способно усилить поперечный перенос.

Автор благодарен Д.Д. Рютову за полезные обсуждения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рютов Д.Д., Ступаков Г.В. — Докл. АН СССР, 1978, т.240, с.1086.
2. Рютов Д.Д., Ступаков Г.В. — В кн: Вопросы теории плазмы. Вып.13/Под ред. Кадомцева Б.Б. М.: Атомиздат, 1983, с.74.
3. Physics Basis for MFTF-B/Ed.: D.E. Baldwin, B.G. Logan, T.C. Simonen. Lawrence Livermore Laboratory, UCID-18496-Part 2, 1980.
4. Димов Г.И. Доклад на заседании Технического комитета МАГАТЭ по открытым ловушкам. Москва, сентябрь 1984.
5. Кадомцев Б.Б. — В кн: Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Т.3. М.: Изд-во АН СССР, 1958, с.285.
6. Сивухин Д.В. — В кн.: Вопросы теории плазмы. Вып.1/Под ред. Леонтовича М.А. М.: Госатомиздат, 1963, с.7.
7. Newcomb W.A. — J. Plasma Physics, 1981, v.26, p.526.
8. Stupakov G.V. — In: Fusion Energy 1981. Selected Lectures Presented at the Spring College on Fusion Energy. Trieste, 26 May—19 June 1981. IAEA, Vienna, 1982, p.255.
9. Hall L.S., McNamara B. — Phys. Fluids, 1975, v.18, p.552.
10. Панов Д.А. — Физика плазмы, 1983, т.9, с.184.

И.А. Котельников

**«ФУНКЦИЯ ОТРАЖЕНИЯ» ИОНОВ ОТ
ДЛИННОЙ АКСИАЛЬНО-НЕСИММЕТРИЧНОЙ ПРОБКИ**

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Подписано в печать 4.02 1985 г. МН 06521
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 0,8 печ.л., 0,7 уч.-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 13

*Набрано в автоматизированной системе на базе фотона-
борного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и от-
печатано на ротапринтере Института ядерной физики СО
АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*