



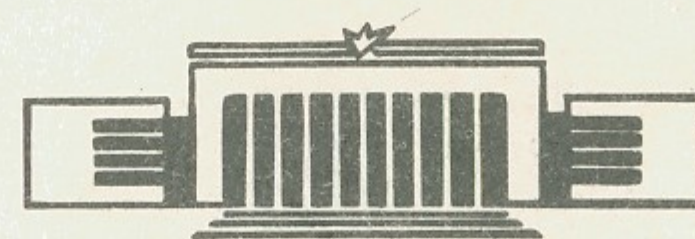
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

1

А.М. Искольдский

**ИМПУЛЬСНЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ
НАГРЕВ МЕТАЛЛОВ:
АПРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ И ПОДОБИЕ**

ПРЕПРИНТ 85-2



НОВОСИБИРСК

ИМПУЛЬСНЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ НАГРЕВ МЕТАЛЛОВ:

АПРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ И ПОДОБИЕ

А.М.Искольдский

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассматриваются априорные оценки и критерии подобия, касающиеся начальных стадий импульсного электрического нагрева металлов, когда величина энергосодержания металла не превышает теплоты сублимации. Кратко обсуждается влияние параметров источников тока, роль замагниченности и скинирования, критерии подобия, характеризующие энергобаланс. Более подробно мы остановились на выборе реологической модели среды и законе сохранения импульса. Далее обсуждаются условия на поверхности проводника, в частности, в связи с выбором вида граничных условий для уравнений, представляющих динамику поверхностных фазовых превращений. В конце приведены некоторые оценки, иллюстрирующие проблему устойчивости форм поверхности проводника из вязкоупругого материала.

§ I Источник

Особенности импульсного нагрева металлов во многом определяются параметрами внешнего источника тепла /тока/. На практике приходится выбирать тип и параметры реальных источников, находить соответствующее описание их для задач численного моделирования и задач аналитического характера, связанных, в частности, с анализом неустойчивостей формы поверхности проводника.

I. Для грубых оценок иногда достаточно ограничиться одним параметром, представляющим источник, например, его характерным временем. Априори можно различным образом ввести это характерное время, если считать удельную плотность мощности основным параметром источника. Если $\langle j^2/\sigma \rangle$ — средняя по времени мощность / j — плотность тока, σ — электропроводность/, то для характерных времен источника /времени до начала плавления, самого плавления, стадии нагрева жидкой фазы, стадии парообразования/ можно принять

$$t_0 \sim \Delta Q / \langle j^2/\sigma \rangle,$$

где ΔQ для стадий нагрева $\Delta Q = n c_v \Delta T$ / ΔT — разность температур, n — массовая плотность, c_v — теплоемкость единицы массы/, а для стадий, на которых имеет место фазовый переход $\Delta Q = n \lambda$, $n \lambda$ — теплота перехода единицы объема. Для стадий нагрева можно наряду с t_0 , ввести характерное время источника, связанное с темпом нагрева

$$t_H = \left\langle \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} \right\rangle^{-1}$$

Здесь угловые скобки обозначают усреднение по времени. Кроме средних можно рассматривать дифференциальные значения величины $t_H = \left(\frac{1}{T} \frac{dT}{dt} \right)^{-1}$. Например, в начальный момент времени, или в момент, когда материал нагрет до температуры плавления. Если источник обеспечивает нагрев проводника до температуры плавления $T_{пл}$ за время $t_{нл}$, то последняя величина также может быть принята за характерное время источника. Например, при нагреве проводников в электрическом контуре с большим волновым сопротивлением выполняется определенное подобие, если температура плавления достигается в одной и той же фазе тока. Когда

это происходит вблизи первого максимума тока, за характерное время естественно принять $t_H = T_{кон}/4$, где $T_{кон}$ - период электрического контура.

Приняв для начальной стадии нагрева меди проводимость в виде $\sigma = \frac{\sigma_0 T_0}{T}$ из $nc_v \frac{dT}{dt} \sim j^2/\sigma$, где σ_0, T_0 - соответственно проводимость и температура в начальный момент, получим

$$\frac{d \ln T}{dt} \sim I_{MAX}^2 \sin^2 \omega t / \sigma_0 T_0 \pi^2 r_0^2 n c_v,$$

где $\omega = 2\pi/T_{кон}$, I_{MAX} - максимальный ток, r_0 - начальный радиус проводника. Если приходится изменять радиус проводника, то указанное выше подобие можно обеспечить, подбирая параметры контура и величину зарядного напряжения, так, чтобы величина $U_c C_0 / L r_0$ оставалась постоянной. Здесь U_c - зарядное напряжение, C_0 - емкость контура, L - его индуктивность. Оценка $t_H \sim t_{нл}$ игнорирует характер изменения температуры во времени. Если об этом что-либо известно, то оказывается возможным уточнить оценку. Например, для источника, обеспечивающего экспоненциальный рост температуры

$$t_H \sim \left\langle \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} \right\rangle^{-1} = \frac{t_{нл} T_0}{T_{нл}}$$

Ближние к такому режимы часто реализуются в эксперименте. Для меди в этих условиях $t_H \approx t_{нл}/4.5$. При линейном росте температуры $t_H \approx t_{нл}/2$.

2. Следующее приближение связано с учетом того обстоятельства, что полный ток I через проводник, включенный в электрический контур, подчиняется дифференциальному уравнению контура

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C_0} \int I dt + R_{эфф} I = 0.$$

Здесь $R_{эфф}$ - величина, пропорциональная поглощенной энергии. Средняя по объему удельная плотность мощности джоулевых источников тепла

$$\frac{I^2 R_{эфф}}{V} = \langle j^2/\sigma \rangle_V.$$

где V - объем проводника. Отсюда для эффективного сопро-

тивления имеем $R_{эфф} = \langle j^2/\sigma \rangle_V / I^2$, а для эффективной проводимости $\sigma_{эфф} = \langle j^2 \rangle_V / \langle j^2/\sigma \rangle_V$. Индуктивность L представляет собой сумму трех составляющих: индуктивности цепи контура L_0 , внешней L_{ext} , и внутренней L_{int} индуктивностей проводника. Как правило $L_0 \gg L_{ext} \gg L_{int}$.

3. Подобное описание источника в численных экспериментах практически не усложняет задачи, однако в аналитических расчетах это не так. Обычно здесь выбирают источник постоянного тока. В нашем случае для стадий плавления и нагрева жидкости такой источник кажется естественным, а для стадии преобразования его правомерность нуждается в обосновании. Оказывается, что для модели, рассматривающей преобразование на поверхности, в результате которого уменьшается сечение проводника, источник постоянного тока в известном смысле оправдан. Кроме него имеет смысл источник, у которого уменьшение тока во времени происходит таким образом, что величина полной мощности $I^2 R_{эфф}$ рассеиваемой в проводнике, сохраняется $[I]$. Можно показать, что источники аналогичного типа возникают и в задаче с более сложной динамикой теплопередачи к границе.

§ 2. Замагничиваемость, скинирование

Пусть x - характерный размер, входящий в задачу. При нагреве проводника на ΔT за время t_H в процессе его расширения с линейным коэффициентом α формируется гидродинамическое течение с характерной скоростью $u \sim \frac{\alpha \Delta T x}{t_H}$. В магнитогидродинамическом приближении электрическое поле /закон Ома/ определяется выражением

$$\mathcal{E} = j/\sigma - [uH]/c,$$

где c - скорость света, u - массовая скорость, H - магнитное поле.

4. Для магнитного числа Рейнольдса, отражающего степень вмороженности магнитных силовых линий имеем

$$Re_m \sim (uH/c) / (j/\sigma).$$

Так как

$$H \sim \frac{4\pi}{c} j x, \quad u \sim \frac{\alpha \Delta T x}{t_H},$$

то

$$Re_m \sim (4\pi \sigma x^2 \alpha \Delta T) / c^2 t_n$$
 Величина $t_n = 4\pi \sigma x^2 / c^2$ — характерное время диффузии магнитного поля. Таким образом

$$Re_m \sim \frac{t_m}{t_n} \alpha \Delta T$$

В наших условиях практически всегда $Re_m \sim 10^{-2} \ll 1$.

Перенос магнитного поля за счет вмороженности характеризуется величиной

$$\text{rot } [uH] \sim uH/x$$

Для характерного времени процесса переноса имеем

$$t_n \sim x/u \equiv t_n / \alpha \Delta T,$$

а эффективность этого процесса определяется отношением $\frac{t_m}{t_n} = Re_m$

Форма профиля магнитного поля образуется во взаимодействии нескольких факторов: производной полного тока во времени; нелинейных эффектов, связанных с зависимостью проводимости от массовой плотности и температуры; за счет изменения площади поперечного сечения проводника; за счет движения по радиусу перепадов проводимости с конечной амплитудой, например, границы раздела твердое тело-жидкость. Оценка вклада изменения поперечного сечения S проводника в электрическое поле для цилиндра дает снова

$$\frac{\delta \mathcal{E}}{\mathcal{E}} \sim \frac{G}{c^2} \frac{dS}{dt} \sim \frac{2\pi^2 r^2 \sigma \alpha \Delta T}{c^2 t_n} \sim Re_m$$

В фазе парообразования с поверхности /в рамках модели с фиксированной температурой поверхности/ скорость движения может нарастать. В процессе такого ускоренного движения движения плотность тока "прижимается" к поверхности, образуя V -
образный профиль плотности тока.

5. Движущаяся граница раздела твердое тело-жидкость, граница, на которой скачком /у меди - в два раза/ меняется проводимость, также приводит к перераспределению поля /плотности

тока/ по радиусу. При сохранении полного тока увеличение его плотности у внешней границы, обусловленное движением межфазной поверхности, оценивается величиной $H^2 / 8\pi \lambda_{nl} n$, $\lambda_{nl} n$ — теплота плавления единицы объема.

Обычно эффект скинирования рассматривается в рамках гидродинамики несжимаемой жидкости $G(T, n) \equiv G(T)$, что позволяет серьезно упростить задачу, ограничившись анализом лишь двух процессов диффузионного типа, описывающих динамику переноса тепла и магнитного поля. Величина ошибки, которую здесь можно допустить оценивается величиной $(n/n_0)^{2\Gamma}$, где $n = n_0(1 - \beta \Delta T)$, $\beta = 3\alpha$ — объемный коэффициент теплового расширения, а Γ — коэффициент Грюнайзена. Для меди при нагреве её от нормальной до предплавильных температур $(n/n_0)^{2\Gamma} \approx 0,25$.

§ 3. Энергобаланс

В законе сохранения энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} [n(e + u^2/2) + H^2/8\pi] + \text{div } g = 0,$$

/ e — плотность внутренней энергии с размерностью $\frac{\text{эрг}}{\text{г}}$ — квадрата скорости, g — поток/ полная энергия единицы объема определяется в основном первым членом, и как правило,

$$nu^2/2 \ll H^2/8\pi \ll ne.$$

Типичные значения для меди, нагреваемой до температуры плавления со скоростью $\sim 10^9 \text{ K/c}$: $nu^2/2 \sim 10^6 \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3}$, $H^2/8\pi \approx 4 \cdot 10^9 \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3}$, $ne \sim 4 \cdot 10^{10} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3}$.

По порядку величины $e \sim c_s^2$, где c_s — скорость звука / 10^5 см/с /.

Доля кинетической энергии в данном случае оценивается квадратом числа Маха $M^2 = (u/c_s)^2$, и имеет второй порядок малости. Обычно величина гидродинамической скорости $u \sim 10^3 \frac{\text{см}}{\text{с}}$, а $M \sim 10^{-2}$.

6. В потоке g удобно выделить четыре составляющие:

$$g_1 = \frac{c^2}{4\pi} [\mathcal{E} H] -$$

поток вектора Пойтинга через поверхность проводника /источник/,

$$g_2 = \alpha \frac{\partial T}{\partial x} -$$

поток тепла, связанный с теплопроводностью,

$$g_3 = ncu -$$

конвективный поток тепла, переносимого вместе с массой,

$$g_4 = u\sigma_M -$$

поток, связанный с процессами деформирования. В условиях одномерного течения σ_M - соответствующее главное значение тензора напряжений.

С учетом малости Re_M для плотности мощности джоулевых источников тепла имеем

$$\text{div } g_1 \sim j^2/\sigma$$

На стадии нагрева этот член определяет динамику роста температуры

$$\frac{\partial ne}{\partial t} \sim nc_u \frac{\partial T}{\partial t} \sim j^2/\sigma$$

Температуропроводность $\lambda = \alpha/nc_u$, характерное время выравнивания тепла за счет теплопроводности $t_\lambda = x^2/\lambda$, $g_1 \sim j^2 x/\sigma$, $g_2 \sim nc_u \lambda T/x$.

Эффективность процессов теплопередачи определяется отношением $g_2/g_1 = Fo$ - критерием Фурье

$$Fo = \frac{nc_u \lambda T \sigma}{j^2 x^2} \equiv \frac{t_H}{t_\lambda}$$

В задачах, где рассматриваются процессы взрыва, часто используется обратная величина $\delta \equiv Fo^{-1}$

Эффективность конвективного переноса тепла определяется критерием Пекле $Pe = g_3/g_2$

$$Pe = (\alpha \Delta T)/Fo$$

Приняв $\sigma_M \sim \alpha \Delta T E$, где $E \sim nc_s^2$ - модуль Юнга, для относи-

тельной энергетической эффективности процессов деформирования получаем оценку $g_4/g_3 \sim \alpha \Delta T$

Величина

$$Pe \cdot Fo = \alpha \Delta T$$

зависит только от свойств материала и темпа нагрева. Раньше мы имели $Re_M \sim \frac{t_M}{t_H} \alpha \Delta T$, поэтому

$$Re_M = \frac{t_M}{t_H} Pe \cdot Fo = \frac{t_M}{t_H} Pe$$

Комплекс $t_M/t_H = 4\pi \sigma \lambda / c_2 = \gamma$ также является константой материала. Для типичных металлов $\gamma = 10^{-3} \div 10^{-4}$. Для меди в жидкой фазе при температуре плавления $\gamma \sim 2 \cdot 10^{-4}$.

Таким образом, мы имеем шесть безразмерных величин: $Re_M, M, Fo, Pe, \alpha \Delta T, \gamma$, связанных двумя соотношениями:

$$Pe \cdot Fo = \alpha \Delta T \quad \text{и} \quad Pe \gamma = Re_M,$$

так что независимыми из них остаются четыре.

7. Если темп нагрева характеризовать величиной Fo , то имеет смысл выделить два его значения $Fo=1$ и $Fo=\alpha \Delta T$. При $Fo \geq 1$ тепло источника успевает отводиться за счет теплопроводности, например, к поверхности, где происходит плавление. Эффективность конвективного теплопереноса здесь величина первого порядка малости $O(\epsilon)$, $g_4/g_3 \sim O(\epsilon^2)$, $Re_M \sim O(\epsilon^2)$, $M \sim O(\epsilon^2)$. В этих условиях анализ упрощается, и задача сводится к решению уравнения теплопроводности без конвективного члена. Ожидаемая точность результата $\sim \alpha \Delta T$.

При $Fo \sim \alpha \Delta T$, $Pe > 1$ и тепловые процессы уже нельзя рассматривать в отрыве от макроскопических движений.

В экспериментах режимы с $Fo > 1$ как правило не используются, так как в этих условиях имеет место низкая воспроизводимость результатов. С уменьшением Fo воспроизводимость растет, и в режимах с $Fo \sim 10^3$ ($Pe \sim 10$), которые в некотором смысле являются обычными, можно добиться того, что уровень случайной ошибки измерений снизится до 1-2%.

Для нагрева меди в стадии жидкости $\alpha \Delta T \sim 0,1$ с $Fo \leq 10^{-2}$

имеем $g_1/g_3 = (\alpha \Delta T)^{-1} \sim 10$, $g_3/g_2 = Pe \sim 10$, $g_4/g_2 > 1$. Здесь процесс переноса тепла за счет теплопроводности оказывается наименее значимым. Сравним два члена $\frac{\partial ne}{\partial t}$ и $\text{div } g_4$: $\frac{\partial ne}{\partial t} \sim \frac{nc_s^2}{t_n}$, $\text{div } g_4 \sim \frac{4\sigma_m - (\alpha \Delta T)^2 nc_s^2}{r t_n}$. Видно, что в энергобаланс энергия деформации входит как величина второго порядка малости.

§ 4 Баланс сил

8. Макроскопическое движение среды возникает под действием пондеромоторных и термоупругих сил. Первые стремятся увеличить, а вторые – при нагреве – уменьшить плотность вещества. Этим силам противодействуют силы инерции и силы трения. В рамках модели несжимаемой сплошной среды термоупругие силы не учитываются. При этом процессы теплопереноса не влияют на характеристики движения и наоборот. Получим критерий, отражающий степень относительного влияния термоупругих и пондеромоторных сил.

Будем характеризовать первые давлением, которое возникает в связи с тем, что за время движения волны разгрузки от точки, расположенной на оси цилиндрического проводника, к поверхности и обратно $t_s = 2r_0/c_s$ при темпе нагрева dT/dt

$$P_T = \beta \frac{dT}{dt} t_s \cdot K,$$

где K – модуль всестороннего сжатия. Давление, обусловленное пондеромоторными силами будем характеризовать величиной $P_M = \frac{H^2}{8\pi}$

Введем безразмерную величину

$$I_s = P_T / P_M = \left(\beta \frac{dT}{dt} t_s \cdot K \right) / \left(H^2 / 8\pi \right).$$

Так как

$$\frac{dT}{dt} \sim \frac{j^2}{\sigma n c_v} = \frac{I^2}{\pi^2 r_0^2 \sigma n c_v},$$

где $n c_v$ – теплоемкость единицы объема, то

$$P_T = \frac{2}{\pi^2} \beta \frac{I^2 c_s}{\sigma c_v}.$$

С другой стороны

$$P_M = H^2 / 8\pi = \frac{4 \cdot 10^{-2} I^2}{8\pi r_0^2}.$$

Здесь ток I в амперах, r_0 – радиус – в сантиметрах, давление P в $\text{г} \cdot \text{см} / \text{см}^2$. Поэтому $I_s = \frac{400 \beta c_s}{\pi r_0 c_v}$ или

$$I_s \approx \frac{400 \alpha c_s}{r_0 c_v \sigma},$$

где c_v – теплоемкость единицы массы в $\text{г} \cdot \text{см}^3 / \text{г} \cdot \text{К}$, проводимость σ в $(\text{ом} \cdot \text{см})^{-1}$, скорость звука в $\text{см} / \text{с}$.

Заметим, что полученный критерий зависит только от свойств материала и геометрических размеров зоны, нагреваемой током. Для меди в предплавильной области $I_s \sim 0,07 / r_0$, а для области нагрева жидкой фазы $I_s \sim 0,3 / r_0$. Отсюда следует, что в подавляющем числе экспериментов по электрическому взрыву проводников, а тем более при рассмотрении динамики взрыва локальных областей на электродах сильноточных вакуумных приборов ($r_0 \sim 10^{-3} \text{ см}$) термоупругие силы существенным образом влияют на характер движения.

9. Объемная плотность сил инерции

$$n \frac{\partial u}{\partial t} \sim \frac{nu}{t_n} \quad (a)$$

Роль их зависит от того, насколько велики силы трения, обусловленные вязкостью. Этот вопрос представляется наименее ясным.

Во-первых, уже в рамках локально-равновесной магнитной гидродинамики вязкость необходимо описывать семью независимыми коэффициентами [2], из которых пять имеют смысл касательной вязкости, один – объемной, а оставшийся представляет перекрестное взаимодействие. В нашем случае почти всегда можно обойтись обычными двумя коэффициентами – касательной и объемной вязкости. Это связано с тем обстоятельством, что характерные магнитогидродинамические эффекты, роль которых определяется магнитным числом Рейнольдса, почти всегда малы.

Если известен коэффициент сдвиговой вязкости η /например, для недеформированной меди при комнатной температуре он равен $\sim 5 \cdot 10^{10}$ пуаз, для жидкой – при температуре плавления $\sim 3 \cdot 10^{-3}$ пуаз/, то для плотности сил трения справедлива

оценка

$$\eta \Delta u \sim \frac{\eta \partial u}{r^2}$$

а отношение сил инерции к силам трения дается обычным числом Рейнольдса

$$Re = \frac{r^2}{t \eta \nu} = \frac{t \nu}{t \eta} \quad (6)$$

Здесь $t \nu = r^2 / \nu$ - время превращения кинетической энергии в тепло за счет сил трения.

Согласно предыдущему пункту для пондеромоторных сил имеем

$$\frac{[\eta \mu]}{c} \sim \frac{\eta^2}{4 \pi x} \quad (c)$$

а для темоупругих

$$\nabla p = \frac{K \beta \Delta T}{r} \sim n C_s \beta \frac{dT}{dt} \quad (d)$$

Наряду с $I_s = d/c$ имеем $c/a = (\frac{v_A}{v})^2 = A$ - число Альфвена, равное отношению пондеромоторных сил к инерционным.

В гидродинамике вязкой жидкости вводится константа вещества $\nu/\eta = Pr$ - число Прандтля, связанная с числом Рейнольдса и Пекле соотношением $Pe = Re \cdot Pr$. Отметим, что в подавляющем числе случаев $u^2 \ll v_A^2 \ll c_s^2$ (v_A - альфеновская скорость).

В сжимаемых жидкостях, рассматривая процессы теплового расширения, с которыми в нашем случае связаны термические напряжения, помимо первой /касательной/ вязкости необходимо учитывать вторую /объемную/. Обычно для жидкостей отношение объемной вязкости к касательной оценивается величиной порядка $10 - 10^3$, хотя прямые измерения величины второй вязкости практически отсутствуют. Качественно учет эффектов второй вязкости ведет к росту гидростатического давления, в том числе и на ненагруженной извне поверхности. Можно ввести два времени, связанные с указанными кинетическими коэффициентами

$$t_1 = \frac{G}{\eta \nu_1}, \quad t_2 = \frac{K}{\eta \nu_2},$$

где G - модуль сдвига, $\eta \nu_1 = \eta_1$ - сдвиговая вязкость, а K - модуль всестороннего сжатия, $\eta \nu_2 = \eta_2$ - объемная вязкость.

Ю. Во-вторых, - и это более серьезное ограничение, - описание среды как локально-равновесной навье-стоксовской представляется не всегда оправданным. По крайней мере в условиях достаточно быстрого нагрева это так. Простейшая зависимость между механическими напряжениями и деформацией, приводящая к навье-стоксовской модели конденсированной среды, нарушается при достаточно быстрых импульсных нагружениях. Для области напряжений, существенно превышающих статический предел упругости, неадекватность модели выражается в "зависимости вязкости от скорости деформирования". Величина эффективной вязкости, которую необходимо вводить в модель, чтобы получить согласие с опытом, существенно различна для различных диапазонов скорости деформирования [3]. Тем самым учитывается роль процессов релаксации, отсутствующих в описании, и вообще говоря, нарушающих локальное равновесие. Релаксационные процессы связаны с перестройкой структуры дефектов, происходящей относительно медленно. Внешне релаксационные процессы обнаруживают себя в том, что в эксперименте становятся заметными эффекты памяти. Эти эффекты можно частично учесть, вводя в локально равновесную модель подходящую вязкость. Например, в задаче о распространении звука в среде с релаксацией давления, можно ввести [4] эффективную вторую вязкость

$$\hat{\nu}_2 \approx (c_\infty^2 - c_0^2) \tau_2,$$

где c_∞^2 - квадрат скорости "быстрого" звука, c_0^2 - "медленного", τ_2 - время релаксации давления. Использовать такой прием можно далеко не всегда.

Для замыкания моделей сплошной среды с релаксирующими степенями свободы необходимо знать времена релаксации и соответствующие модули, - энергетические характеристики релаксирующих степеней свободы, - произведение которых на время релаксации можно рассматривать как эффективную вязкость в определенном выше смысле.

При релаксации сдвиговых напряжений роль максвелловского

модуля играет квадрат поперечной скорости звука l^2 . Так что для эффективной касательной вязкости здесь можно принять $\nu_1 \sim l^2 \tau_1$. Относительную роль сдвиговой и объемной эффективных вязкостей можно характеризовать критерием $R_0 = \frac{l^2 \tau_1}{M \tau_2}$. О величине $l^2 \tau_1$, можно получить некоторые сведения из [3]. Что касается величины $M \tau_2$, то ее необходимо оценивать по экспериментальным данным.

Реологическое уравнение, представляющее среды с экспоненциально затухающей памятью — максвелловские среды, содержит первую производную от потока по времени. Максвелловская среда допускает релаксацию энергии, запасенной в неравновесном поле упругости, в тепловую без макроскопического движения. Процесс релаксации сопровождается производством дополнительной энтропии, связанным с установлением равновесной атомной конфигурацией.

§ 5. Об устойчивости и условиях на поверхности

II. Легко получить оценку величины продольных усилий, развивающихся в нагреваемом достаточно длинном проводнике, для условий, когда время нагрева существенно меньше релаксационного. Пусть время нагрева до температуры плавления превышает характерное звуковое время, так что процессы установления следуют за нагревом без запаздывания. В этих условиях для продольных усилий, обусловленных термоупругостью, имеем

$$\sigma_m = \frac{\epsilon E}{1 - 2\nu_*}$$

где ν_* — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга. Если принять для ν_* , E их "холодные" значения, то для меди в предплавленной области имеем: $E = \alpha \Delta T \sim 2 \cdot 10^{12}$, $E \sim 10^{12}$ дин/см², $\nu_* \approx 0,35$, $\sigma_m \sim 30$ кбар.

12. Указанные напряжения могут привести к изменению исходной формы поверхности проводника, обусловленной развитием эйлеровской неустойчивости. Переход от одной формы проводника к другой сопровождается перераспределением механических напряжений в пространстве. Корректный анализ устойчивости вязкоупругих сред с током провести очень сложно, однако некоторые

особенности этого процесса могут быть проиллюстрированы приведенными ниже оценками качественного характера.

Рассмотрим устойчивость вязкоупругого стержня, нагреваемого на ΔT за время, меньшее продольного звукового. Будем считать, что в результате возникает однородная по сечению осевая нагрузка $\sigma_m \sim \alpha \Delta T E$. Такой стержень неустойчив по отношению к изгибным деформациям. Он теряет продольную устойчивость, если величина нагрузки превышает критическую, удовлетворяющую критерию Эйлера

$$\sigma_m = C \pi^2 E \eta / l^2 S$$

Здесь C — коэффициент, зависящий от способа закрепления концов /в нашем случае он близок к единице, что соответствует шарнирно закрепленным концам/; η — момент инерции поперечного сечения S ; l — длина стержня /половина длины волны неустойчивости/. Для цилиндра $\sigma_m = \frac{C \bar{u}^2}{4} E \frac{r_0^2}{l^2}$. Если длина $l < l_{min}$ удовлетворяющей соотношению

$$\alpha \Delta T = \frac{C \bar{u}^2}{4} \frac{r_0^2}{l_{min}^2}$$

то стержень неустойчив по Эйлеру. Для $l > l_{min}$ действующая нагрузка превышает критическую.

13. Введем характерное время перехода так, чтобы оно росло с увеличением длины волны и падало по мере роста величины превышения нагрузки над критической. Из соображений размерности

$$t(l) \sim \left(\frac{\eta l^2}{\Delta \sigma} \right)^{1/2}$$

где введено обозначение

$$\Delta \sigma = a \left(\frac{1}{l_{min}^2} - \frac{1}{l^2} \right)$$

В этом выражении константа $a = (\pi^2 E r_0^2) / 4$. Обозначая $\epsilon = \frac{l_{min}}{l}$ и учитывая, что $E \sim \eta c_s^2$, для искомого времени получаем оценку

$$t(\rho) \sim \frac{\pi}{4} t_s \frac{1}{\alpha \Delta T \epsilon^2 (1 - \epsilon^2)}$$

В соответствии с ней минимальным временем перехода характеризуется длина волны вдвое большая критической ($\epsilon = 1/2$). Длина волны изгиба с минимальным временем формирования, отнесенная к диаметру проводника порядка $(\pi/\alpha \Delta T)^{1/2}$. Относительная амплитуда стрелы прогиба $\sim \alpha \Delta T$.

По завершении рассмотренного процесса нагрузка распределяется неравномерно как по длине стержня, так и по его поперечному сечению. В связи с этим можно ожидать появления периодичности в распределении зон пластического течения, плавления и разрушения. Выделенная таким образом гармоника, вероятнее всего, будет развиваться и в дальнейшем под действием пондеромоторных сил.

14. При быстром нагреве тонких фольг за счет указанного механизма могут появляться мелкомасштабные складки — результат развития характерной неустойчивости упругих оболочек /Погорелов/.

15. При взрывах проводников в атмосфере газов практически всегда можно пренебречь тепловым потоком вонне, связанным с теплопроводностью газовой фазы. Радиационное охлаждение поверхности проводника, рассматриваемой как поверхность абсолютно черного тела, характеризуется временем

$$t_{\text{rad}} \sim \frac{C_v n x}{6 T^2 C_{\text{st}}}$$

где $C_{\text{st}} = 5,67 \cdot 10^{-5} \frac{\text{эрг} \cdot \text{К}^4}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}$ постоянная Стефана. Это время всегда больше характерного времени нагрева настолько, что радиационными потерями можно пренебречь.

16. Процесс испарения с поверхности можно характеризовать скоростью движения межфазной границы, для этой скорости справедлива следующая оценка $v_{\text{исп}} \sim c_0 e^{-u/T}$, где $c_0 \leq C_3$ некоторая скорость порядка звуковой, а u_0 — энергия сублимации, приходящаяся на один атом. В рамках такой /С.И. Анисимов/ "испарительной" модели для режима нагрева с постоянной скоростью, когда рост температуры на фиксированную величину ΔT происхо-

дит за время t_n , исходя из выражения для толщины испаренного слоя $\Delta l_{\text{исп}} = \int v_{\text{исп}} dt$, получаем для нее следующую оценку

$$\Delta l_{\text{исп}} \leq \frac{t_n c_0 e^{-a}}{a+2}$$

справедливую при $a = \frac{u_0}{\Delta T} \gg 2$. Сравнивая ее с приращением диаметра цилиндрического проводника, обусловленным тепловым расширением:

$$\Delta l_T \sim \alpha \Delta T r_0$$

находим

$$\left(\frac{\Delta l_{\text{исп}}}{\Delta l_T} \right) \sim \frac{t_n c_0 e^{-a}}{\alpha \Delta T r_0 (a+2)} < 1$$

Данное отношение уменьшается с ростом темпа нагрева, так что поперечный размер проводника на рассмотренной линейной стадии должен увеличиваться, несмотря на испарение.

17. На динамику испарения и на устойчивость наиболее влияние оказывают те из рассмотренных процессов, которые представлены оценками, не содержащими координаты (n, x). Таких оценок несколько: t_n — время нагрева, t_{11} — продольное звуковое время, t_1 — представляет равновесную касательную вязкость, t_2 — равновесную вторую вязкость, τ_1 — время релаксации сдвиговых напряжений, τ_2 — время релаксации давления.

Если $t_n \ll t_{11}$, то можно пренебречь влиянием неоднородностей в местах закрепления концов проводников. При комнатных температурах и напряжениях ниже предела упругости, по-видимому, $t_1 > t_2$. В области пластического течения при не слишком высоких температурах может возникать ситуация $\tau_1 > t_1$. В предплавленной области возможно, что $\tau_1 \sim \tau_2 \gg t_1, t_2$. Такая ситуация может сохраниться и по окончании плавления, если при этом соответствующие характерные времена уменьшаются пропорционально. В стадии нагрева жидкого металла до момента взрыва почти наверное $\tau_2 \gg \tau_1, t_1, t_2$.

Основные результаты проведенного анализа можно сформулировать следующим образом.

Границы области безразмерных параметров, к которым относятся эксперименты по импульсному нагреву металла током далеки

от рекордных. В экспериментах по лазерному и лучковому нагреву, по взрыву автоэммиттеров и эмиссионных пятен, по генерации сверхсильных магнитных полей эти границы расположены гораздо дальше.

Действие тока здесь сводится в основном к нагреву металла.

Пренебрегать сжимаемостью и термоупругими силами можно далеко не всегда.

Существенным может оказаться тот факт, что указанные силы носят объемный характер.

Если в эксперименте фиксируются парадоксальные результаты, то объяснение им следует искать скорее всего вне рамок локально-равновесных моделей.

Л и т е р а т у р а

1. Искольдский А.М., Пинус В.К., препринт № 17 ИАиЭ СО АН 1974.
2. Де Гроот С., Мазур П., Неравновесная термодинамика, Москва, Мир, 1964.
3. Годунов С.К., Дерибас А.А., Мали В.И., ФГЭ, 1975, т. II, № I.
4. Искольдский А.М., Роменский Е.И., ПМТФ, 1984, № 2.

ИМПУЛЬСНАЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ НАГРЕВ МЕТАЛЛОВ:
АЛГОРИТМЫ ОЦЕНКИ И ПОДБОРА

А.М.Искольдский

Препринт
№ 85-2

Работа поступила - 7 января 1985 г.

Ответственный за выпуск - С.Г. Попов

Подписано к печати 24.1.1985 г. МН 05027

Формат бумаги 60x90 1/16 усл. л., 1,5 печ. л., 1,2 учетно-изд. л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 1.

Редакция ИИФ СО АН СССР, г. Новосибирск, 90