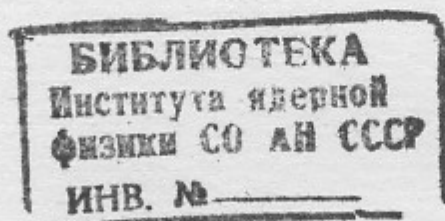




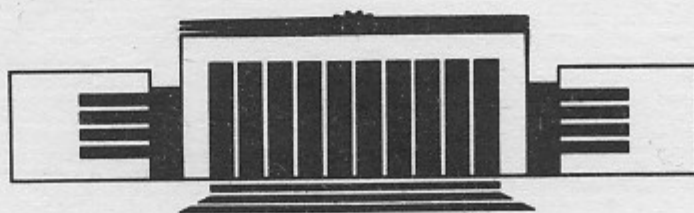
Т. 32  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

А.Б. Темных

**ВЛИЯНИЕ КУБИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ  
ВЕДУЩЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ  
НА ЭФФЕКТЫ ВСТРЕЧИ  
НА НАКОПИТЕЛЕ ВЭПП-4**



ПРЕПРИНТ 86-97



НОВОСИБИРСК

1986

## АННОТАЦИЯ

В работе сделан анализ движения частиц в изолированном нелинейном резонансе, вызванном эффектами встречи, с учетом кубической нелинейности ведущего магнитного поля накопителя, а также представлены экспериментальные данные, полученные на накопителе ВЭПП-4 при изучении влияния кубической нелинейности ведущего магнитного поля на эффекты встречи.

## ВВЕДЕНИЕ

Максимальную светимость ускорителей со встречными пучками часто ограничивают эффекты встречи. Эти эффекты связаны с взаимодействием частиц, движущихся в накопителе, с электромагнитным полем встречного сгустка. Главной особенностью этого взаимодействия является сильная нелинейность электромагнитного поля встречного пучка, которая определяется функцией распределения заряженных частиц в пучке. Именно из-за нелинейности возникают основные трудности при описании движения частиц в накопителе, взаимодействующих со встречным пучком.

Нелинейность электромагнитного поля встречного пучка приводит к появлению нелинейных резонансов в бетатронном движении частиц. Проявление этих резонансов экспериментально наблюдалось на многих установках со встречными пучками: ВЭП-1 [1], ВЭПП-2 [2], АСО [3], DCI [4], DORIS [5], ВЭПП-4 [6]. Экспериментальное изучение эффектов встречи в условиях, когда токи в одном из пучков или в обоих близки к предельным, показало, что, во-первых, увеличивается вертикальный размер взаимодействующих пучков, во-вторых, в функции распределения частиц по амплитудам бетатронных колебаний появляются «хвосты», которые могут достигать стенок вакуумной камеры. При этом резко уменьшается время жизни частиц в накопителе и увеличиваются фоновые загрузки в детектирующей аппаратуре. Данные с установки SPEAR представлены в работе [7], обзор данных с установок CESR, PETRA, PEP в работе [8].

Нелинейные компоненты ведущего магнитного поля, которые

используются для коррекции различных характеристик движения частиц в накопителе, оказывают наиболее сильное влияние на частицы с большими амплитудами бетатронных колебаний, т. е. именно на те частицы движение которых определяет время жизни. Поэтому естественно ожидать, что нелинейность ведущего магнитного поля может значительно изменить картину эффектов встречи с точки зрения ухудшения времени жизни.

В данной работе рассматривается влияние октупольной составляющей ведущего магнитного поля накопителя на характер движения частиц в нелинейных резонансах, которые определяются нелинейным электромагнитным полем встречного сгустка. Одномерный вариант такого движения был рассмотрен в работе [9]. Здесь рассмотрен двухмерный случай, а также представлены результаты экспериментов, которые были сделаны на накопителе ВЭПП-4. Эти результаты согласуются с выводами, полученными при аналитическом изучении влияния октупольной составляющей ведущего магнитного поля на движение частиц в изолированных нелинейных резонансах.

В первой части работы содержится аналитическое описание движения частицы в нелинейном резонансе с учетом октупольной составляющей ведущего магнитного поля. Во второй части описана методика проведения экспериментов и представлены результаты экспериментального изучения влияния кубической нелинейности ведущего магнитного поля на эффекты встречи на накопителе ВЭПП-4.

## 1. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ

С целью упрощения последующих выкладок, относительно движения частиц в накопителе, взаимодействующих со встречным сгустком, сделаем предположения:

- длина встречного пучка достаточно мала;
- вся нелинейность ведущего магнитного поля сосредоточена на одном азимуте в виде октупольной линзы.

Тогда движение частицы в накопителе можно описать гамильтонианом:

$$H = \frac{1}{2} (p_x^2 + K_x(s) \cdot x^2) + \frac{1}{2} (p_z^2 + K_z(s) \cdot z^2) + \\ + V(x, z) \cdot \delta(s-s_1) + W(x, z) \cdot \delta(s-s_2).$$

Здесь  $p_{x,z}$  — поперечные импульсы частицы;  $s$  — азимут;  $K_x(s)$ ,  $K_z(s)$  — получаются из линейного разложения магнитного поля вблизи равновесной орбиты;  $V(x, z)$  — потенциал электромагнитного поля встречного пучка;  $W(x, z)$  — потенциал октупольной линзы;  $s_1$  — азимут места встречи;  $s_2$  — азимут октупольной линзы. Этот Гамильтониан не учитывает синхротронное движение частиц и радиационные эффекты (шум и затухание). Потенциал электромагнитного поля встречного пучка с бигауссовским распределением плотности описывается выражением

$$V(x, z) = \frac{r_0 N}{\gamma} \int_0^\infty dt \frac{1 - \exp\left[-\frac{x^2}{2(\sigma_x^2 + t)} - \frac{z^2}{2(\sigma_z^2 + t)}\right]}{(\sigma_x^2 + t)^{1/2} (\sigma_z^2 + t)^{1/2}},$$

где  $N$  — число частиц во встречном сгустке;  $r_0$  — классический радиус электрона;  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  — размеры пучка в месте встречи. Потенциал октупольной линзы  $W(x, z)$  можно записать в виде

$$W(x, z) = \frac{2}{3} B (x^4 + z^4 - 6x^2 z^2).$$

Параметр  $B$  характеризует силу линзы. После обычного канонического преобразования к переменным «действие-угол»:

$$x, z = (2\beta_{x,z} J_{x,z})^{1/2} \cdot \cos \varphi_{x,z},$$

$$p_{x,z} = -\left(\frac{2J_{x,z}}{\beta_{x,z}}\right)^{1/2} \left(\sin \varphi_{x,z} - \frac{\beta'_{x,z}}{2} \cos \varphi_{x,z}\right)$$

и замены  $\theta = 2\pi s/p$ ;  $p$  — периметр орбиты, получим

$$H = J_x \nu_x + J_z \nu_z + V(J_x, J_z, \varphi_x, \varphi_z) \delta_{2\pi}(\theta_1) + \\ + W(J_x, J_z, \varphi_x, \varphi_z) \delta_{2\pi}(\theta_2).$$

Разложив  $\delta_{2\pi}(\theta)$  в ряд по гармоникам частоты обращения:

$$\delta_{2\pi}(\theta) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \cos(k\theta)$$

и используя разложение:

$$e^{-t \cos y} = I_0(t) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} I_n(t) (-1)^n \cos(ny),$$

где  $I_n(t)$  — модифицированная функция Бесселя порядка  $n$ , получим

$$H = J_x v_x + J_z v_z + V_0(J_x, J_z) + W_0(J_x, J_z) + \sum_{m,n,k=-\infty}^{\infty} V_{2m,2n}(J_x, J_z) \cos(2m\varphi_x + 2n\varphi_z + k\theta) + \sum_{m,n,k=-\infty}^{\infty} W_{m,n}(J_x, J_z) \cos(m\varphi_x + n\varphi_z + k\theta). \quad (1)$$

$V_0(J_x, J_z)$  и  $W_0(J_x, J_z)$  — члены, которые описывают зависимость частот бетатронных колебаний от амплитуды.  $V_{2m,2n}$  и  $W_{m,n}$  — гармоники, которые приводят к появлению нелинейных резонансов в бетатронном движении.

Выражение для  $V_0(J_x, J_z)$ ,  $W_0(J_x, J_z)$  следующие:

$$V_0(J_x, J_z) = \frac{r_0 N}{2\pi\gamma} \int_0^{\infty} dt \frac{1 - \exp(-\mu_x - \mu_z) I_0(\mu_x) I_0(\mu_z)}{(\sigma_x^2 + t)^{1/2} (\sigma_z^2 + t)^{1/2}};$$

$$\mu_x = \frac{J_x \beta_x^*}{2(\sigma_x^2 + t)}; \quad \mu_z = \frac{J_z \beta_z^*}{2(\sigma_z^2 + t)};$$

$\beta_x^*$ ,  $\beta_z^*$  — величины  $\beta$ -функций в месте встречи;

$$W_0(J_x, J_z) = B (J_x^2 \tilde{\beta}_x^2 + J_z^2 \tilde{\beta}_z^2 - 4J_x J_z \tilde{\beta}_x \tilde{\beta}_z).$$

Здесь  $\tilde{\beta}_x$ ,  $\tilde{\beta}_z$  — величины  $\beta$ -функций в месте, где стоит октупольная линза. Выражение для  $V_{2m,2n}(J_x, J_z)$ :

$$V_{2m,2n}(J_x, J_z) = -2 \frac{r_0 N}{2\pi\gamma} \int_0^{\infty} dt \frac{\exp(-\mu_x - \mu_z) I_{2m}(\mu_x) I_{2n}(\mu_z)}{(\sigma_x^2 + t)^{1/2} (\sigma_z^2 + t)^{1/2}}.$$

Выражение для  $W_{m,n}$  легко получить, однако если рабочая точка лежит достаточно далеко от резонансов:  $2v_{x,z} = k$ ,  $4v_{x,z} = k$ , и  $2v_x \pm 2v_z = k$  ( $k$  — целое число), то влиянием этих гармоник на движение частиц можно пренебречь.

Экспериментальные данные по наблюдению бетатронных резонансов в эффектах встречи [6] показывают, что во многих случаях можно пользоваться приближением изолированного резонанса. Если рабочая точка лежит вблизи резонанса  $2mv_x + 2nv_z = k$ , т. е.

выполняется условие  $2mv_x + 2nv_z = k + \delta$ ;  $|\delta| \ll 1$ , в разложении (1) можно оставить только один член с наиболее медленной фазой. Сделав это, получим гамильтониан, который описывает движение частицы в изолированном резонансе:

$$H = J_x v_x + J_z v_z + V_0(J_x, J_z) + W_0(J_x, J_z) + V_{2m,2n}(J_x, J_z) \cos(2m\varphi_x + 2n\varphi_z + k\theta). \quad (3)$$

Важной характеристикой движения частиц в накопителе является зависимость бетатронных частот от амплитуд колебаний. Выражение для такой зависимости можно получить из (3).

$$\Delta v_x = \frac{\partial V_0}{\partial J_x} + 2[R_x J_x - 2(R_x R_z)^{1/2} J_z],$$

$$\Delta v_z = \frac{\partial V_0}{\partial J_z} + 2[R_z J_z - 2(R_x R_z)^{1/2} J_x]. \quad (4)$$

Здесь введены параметры  $R_x$  и  $R_z$ , которые характеризуют машинную кубическую нелинейность:

$$R_x = B \tilde{\beta}_x^2 = \beta_z \frac{\partial v_x}{\partial a_x^2}; \quad R_z = B \tilde{\beta}_z^2 = \beta_x \frac{\partial v_z}{\partial a_z^2}.$$

Надо отметить, что выражения (4) справедливы в случае, если  $\Delta v_{x,z}$  много меньше расстройки от целого или полуцелого резонанса. На рис. 1—3 представлены расчетные зависимости  $\Delta v_{x,z}(J_x, J_z)$  при  $\xi_x = 0,0125$ ;  $\xi_z = 0,05$ ;  $\sigma_x/\sigma_z = 100$  для различных  $R_{x,z}$ . Величины параметров  $R_{x,z}$  выбирались таким образом (см. рис. 2, 3), чтобы при амплитудах бетатронных колебаний, равных апертуре накопителя, сдвиг частот от октупольной линзы был сравним с  $\xi_x$ ,  $\xi_z$ . На рис. 1 при  $R_{x,z} = 0$  разброс частот в пучке определяется только взаимодействием с электромагнитным полем встречного сгустка, см., например, [10]. На рис. 2 и рис. 3, где  $R_{x,z} > 0$  и  $R_{x,z} < 0$  соответственно, при больших амплитудах бетатронных колебаний (точка 2) смещение частот определяется кубической нелинейностью ведущего магнитного поля, при малых амплитудах бетатронных колебаний, т. е. для частиц, находящихся в центре пучка (точка 1), смещение частот равно:  $\Delta v_x = \xi_x$ ,  $\Delta v_z = \xi_z$ .

Для дальнейшего описания движения частицы в изолированном нелинейном резонансе удобно перейти к новым каноническим переменным

$$\alpha = \frac{1}{2} \left( \frac{J_x}{m} + \frac{J_z}{n} \right); \quad \Phi = \frac{1}{2} (2m \varphi_x + 2n \varphi_z + k\theta);$$

$$C = \frac{1}{2} \left( \frac{J_x}{m} - \frac{J_z}{n} \right); \quad \tilde{\Phi} = \frac{1}{2} (2m \varphi_x - 2n \varphi_z).$$

В этих переменных гамильтониан (3) переписывается в виде

$$H = \frac{1}{2} \alpha \delta + V_0(\alpha, C) + W_0(\alpha, C) + V_{2m, 2n}(\alpha, C) \cos(2\Phi). \quad (5)$$

Переменная  $C$  является инвариантом, поэтому полученный гамильтониан описывает уже одномерное движение в переменных  $\alpha, \Phi$ . Следуя работе [11], найдем зависимость частоты от амплитуды:

$$\nu(\alpha) = \frac{\partial \langle H \rangle}{\partial \alpha} = \frac{1}{2} \delta + \frac{\partial V_0}{\partial \alpha} + \frac{\partial W_0}{\partial \alpha}. \quad (6)$$

$\langle \rangle$  означает усреднение по фазе  $\Phi$ . Положение центра области автофазировки (ОБА) нелинейного резонанса  $\alpha_0$  можно найти из уравнения

$$\nu(\alpha_0) = 0. \quad (7)$$

Разложив  $V_0(\alpha, C)$  и  $W_0(\alpha, C)$  в ряд Тейлора вблизи точки  $\alpha_0$  до членов второго порядка:

$$V_0(\alpha, C) = V_0(\alpha_0, C) + \frac{\partial V_0}{\partial \alpha} (\alpha - \alpha_0) + \frac{\partial^2 V_0}{\partial \alpha^2} \frac{1}{2} (\alpha - \alpha_0)^2,$$

$$W_0(\alpha, C) = W_0(\alpha_0, C) + \frac{\partial W_0}{\partial \alpha} (\alpha - \alpha_0) + \frac{\partial^2 W_0}{\partial \alpha^2} \frac{1}{2} (\alpha - \alpha_0)^2 \quad (8)$$

и подставив это разложение в (5), учитывая (6) и (7), получим:

$$H = \frac{1}{2} \frac{\partial \nu}{\partial \alpha} \bar{\alpha}^2 + V_{2m, 2n}(\alpha_0, C) \cos(2\Phi). \quad (9)$$

Здесь  $\bar{\alpha} = \alpha - \alpha_0$ , производная  $\frac{\partial \nu}{\partial \alpha}$  взята в точке  $\alpha = \alpha_0$ . Отметим, что выражение (8) достаточно точно описывает движение при  $\left| \frac{\bar{\alpha}}{\alpha_0} \right| \ll 1$ . Ширина ОБА:

$$\bar{\alpha}_{\max} = 2 \left| \frac{V_{2m, 2n}}{\partial \nu / \partial \alpha} \right|^{1/2}.$$

В работе [9] было показано, что в одномерном случае, при положительной кубической нелинейности ведущего магнитного поля, существует точка, в которой частота бетатронных колебаний не зависит от амплитуды, и если центр ОБА лежит в этой точке или вблизи нее, то ширина ОБА сильно увеличивается. В двухмерном случае условие существования точки с нулевой нелинейностью:

$$\frac{\partial \nu}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha = \alpha^*} = 0, \quad (10)$$

$\alpha^*$  — точка с нулевой нелинейностью. Если центр ОБА находится вблизи такой точки, то для правильного описания движения в разложении (8) необходимо учитывать члены более высокого порядка по  $(\alpha - \alpha_0)$ . Детальное описание движения вблизи точки с нулевой нелинейностью сделано в работе [9], поэтому здесь приводиться не будет. Отметим только, что и в двухмерном случае, если центр ОБА  $\alpha_0$  совпадает или лежит вблизи точки с нулевой нелинейностью  $\alpha^*$ , то величина биений амплитуд бетатронных колебаний сильно увеличивается.

В переменных  $J_x, J_z$  условие нулевой нелинейности получается из условия параллельности резонансной линии и направления биения амплитуд.

Уравнение резонансной линии можно получить, переписав (6) в переменных  $J_x, J_z$ :

$$\frac{1}{2} \delta + \left( 2m \frac{\partial}{\partial J_x} + 2n \frac{\partial}{\partial J_z} \right) (V_0 + W_0) = 0.$$

Направление биений амплитуд определяется инвариантом

$$\frac{1}{2} \left( \frac{J_x}{m} - \frac{J_z}{n} \right) = \text{const}.$$

Условием параллельности направления биений амплитуд и резонансной линии будет

$$\left( m^2 \frac{\partial^2}{\partial J_x^2} + 2mn \frac{\partial^2}{\partial J_x \partial J_z} + n^2 \frac{\partial^2}{\partial J_z^2} \right) (V_0 + W_0) = 0. \quad (11)$$

То же самое выражение получается, если (10) переписать в переменных  $J_x, J_z$ .

Существенным отличием двухмерного движения от одномерного с точки зрения появления точек с нулевой нелинейностью является наличие двух типов резонансов с различными свойствами. Для первого типа резонансов условие нулевой нелинейности выполняется только при положительной кубической нелинейности ведущего магнитного поля, к этому типу относятся одномерные резонансы. Для второго типа резонансов условие нулевой нелинейности может выполняться только при отрицательной кубической нелинейности. Чтобы показать это, перепишем (11) с учетом выражения для  $W_0(J_x, J_z)$  (2):

$$m^2 \frac{\partial^2 V_0}{\partial J_x^2} + 2mn \frac{\partial^2 V_0}{\partial J_x \partial J_z} + n^2 \frac{\partial^2 V_0}{\partial J_z^2} = -2B (\tilde{\beta}_x^2 m^2 + \tilde{\beta}_z^2 n^2 - 4mn \tilde{\beta}_x \tilde{\beta}_z). \quad (12)$$

Для одномерных резонансов типа  $mv_x = k$  выражение (12) можно переписать в виде

$$\frac{\partial^2 V_0}{\partial J_x^2} = -2B \tilde{\beta}_x^2 = -2R_x.$$

Учитывая, что  $\frac{\partial^2 V_0}{\partial J_x^2} < 0$ , во всей области изменения  $J_x, J_z$  получим, что для одномерных резонансов типа  $mv_x = k$  равенство (12) может выполняться только при  $R_x > 0$ . Такое же утверждение справедливо и для резонансов типа  $nv_z = k$ . Аналогичные предсказания можно сделать в случае эллиптического пучка для резонансов  $mv_x + nv_z = k$ , если  $m \cdot n > 0$ . Для этих резонансов левая часть уравнения (12) всегда отрицательна, потому, что  $\frac{\partial^2 V_0}{\partial J_x^2}, \frac{\partial^2 V_0}{\partial J_x \partial J_z}, \frac{\partial^2 V_0}{\partial J_z^2} < 0$  во всей области изменения амплитуд  $J_x, J_z$ . Поэтому необходимым при  $R_{x,z} > 0$  является условие  $m^2 \tilde{\beta}_z^2 + n^2 \tilde{\beta}_x^2 - 4mn \tilde{\beta}_x \tilde{\beta}_z > 0$ . Это условие отражено на рис. 4, где в плоскости  $m, n$  представлены области, для которых условие нулевой нелинейности выполняются при  $R_{x,z} > 0$  и  $R_{x,z} < 0$  соответственно. В случае  $m \cdot n < 0$  знак левой части (12) зависит от амплитуд бетатронных колебаний и от эллиптичности пучка, поэтому нельзя выписать простые соотношения между  $R_{x,z}, m$  и  $n$ , которые являлись бы необходимыми или достаточными условиями существования областей с нулевой нелинейностью.

В случае круглого пучка при  $\beta_x^* = \beta_z^*$ ,  $\frac{\partial^2 V_0}{\partial J_x^2} = \frac{\partial^2 V_0}{\partial J_x \partial J_z} = \frac{\partial^2 V_0}{\partial J_z^2} < 0$ , левая часть (12) всегда меньше нуля независимо от

$m, n$  и амплитуд бетатронных колебаний, поэтому необходимым условием выполнения (12) при  $R_{x,z} > 0$  является:  $m^2 \tilde{\beta}_z^2 + n^2 \tilde{\beta}_x^2 - 4mn \tilde{\beta}_x \tilde{\beta}_z > 0$ , при  $R_{x,z} < 0$ :  $m^2 \tilde{\beta}_x^2 + n^2 \tilde{\beta}_z^2 - 4mn \tilde{\beta}_x \tilde{\beta}_z < 0$ . Это также отражено на рис. 4.

На рис. 5 и рис. 6 представлены резонансные линии в плоскости амплитуд бетатронных колебаний  $a_x = (2\beta_x J_x)^{1/2}$ ,  $a_z = (2\beta_z J_z)^{1/2}$ , а также величины и направления векторов биений амплитуд бетатронных колебаний в нелинейных резонансах  $14v_x = 120$  и  $10v_x + 4v_z = 124$  при различной величине кубической нелинейности ведущего магнитного поля. Параметры, при которых были сделаны вычисления (поперечные размеры встречного пучка, величины  $\beta_{x,z}$  в месте встречи) соответствуют стандартному режиму накопителя ВЭПП-4 на энергии 5 ГэВ (см. табл. 1).

На рис. 5,а и 5,б представлены векторы биений амплитуды бетатронных колебаний на резонансе  $14v_x = 120$  для различных  $v_x$  при нулевой и отрицательной кубической нелинейности ведущего магнитного поля. Видно, что принципиальных отличий нет. На рис. 5,в, где представлены векторы биений амплитуды бетатронных колебаний при положительной кубической нелинейности, имеется принципиальное отличие от двух предыдущих случаев. Здесь видны области, где направление вектора биений амплитуды бетатронных колебаний совпадает с направлением резонансной линии. В этих областях, они отмечены на рис. 5,в, выполняется условие нулевой нелинейности и величина вектора биений амплитуды бетатронных колебаний в 5—6 раз больше, чем в предыдущих случаях.

На рис. 6,а,б изображены векторы биений амплитуд бетатронных колебаний на резонансе  $10v_x + 4v_z = 124$ . Этот резонанс относится ко второму типу (см. рис. 4) Для него условие нулевой нелинейности выполняется при отрицательном значении кубической нелинейности ведущего магнитного поля, рис. 6,б.

Таким образом видно, что знак машинной кубической нелинейности может существенно влиять на характер движения частиц в изолированном нелинейном резонансе.

Рассмотрим влияние машинной кубической нелинейности на эффекты встречи с точки зрения перекрытия ОБА нелинейных резонансов и возникновения стохастичности в бетатронном движении. Выпишем условие перекрытия ОБА двух нелинейных резонансов:  $mv_x = k$ ,  $nv_x = l$  при условии, что зависимость частоты от амплитуды определяется машинной нелинейностью:  $\Delta v_x = 2R_x J_x$ . Расстояние между центрами ОБА в частотном пространстве:

$$\delta v_x = \frac{k}{m} - \frac{l}{n}.$$

В амплитудном:

$$\Delta J_x = \frac{1}{2R_x} \delta v_x.$$

Ширина ОБА:

$$\Delta J_m = 2 \left| \frac{V_m}{2R_x} \right|^{1/2}; \quad \Delta J_n = 2 \left| \frac{V_n}{2R_x} \right|^{1/2}.$$

Здесь  $V_m$  и  $V_n$  — гармоники соответствующих резонансов. Условие перекрытия ОБА:

$$\left| \frac{\Delta J_m + \Delta J_n}{2\Delta J_x} \right| = \frac{|V_m|^{1/2} + |V_n|^{1/2}}{|\delta v_x|} |2R_x|^{1/2} \approx 1.$$

Из этого выражения видно, что при увеличении абсолютной величины кубической машинной нелинейности облегчается условие перекрытия ОБА нелинейных резонансов.

В следующей части работы представлены результаты экспериментов, которые в какой-то мере подтверждают вывод о существенном изменении характера движения частиц в изолированном нелинейном резонансе под влиянием машинной кубической нелинейности, а также вывод о возможном перекрытии ОБА нелинейных резонансов при большой абсолютной величине машинной кубической нелинейности.

## 2. МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Эксперименты, результаты которых описаны в данной работе, были сделаны на накопителе ВЭПП-4 в апреле-мае 1985г.

При изучении фоновых условий в детекторе МД-1 на накопителе ВЭПП-4 было замечено, что эффективным способом уменьшения фона является искусственное уменьшение апертуры накопителя с помощью введения вертикального пробника. Это означает, что если не приняты специальные меры, то частицы, вышедшие из пучка на большие амплитуды бетатронных колебаний, могут попасть на стенку вакуумной камеры и родить ливень заряженных

частиц и тормозных  $\gamma$ -квантов в прямой видимости регистрирующей аппаратуры детектора. В случае детектора МД-1 фон на 80% определялся именно этим процессом. В работе [6] были описаны эксперименты по наблюдению бетатронных резонансов, в которых использовался факт зависимости скорости счета фоновых  $\gamma$ -квантов в аппаратуре МД-1 от скорости выхода частиц из пучка на большие амплитуды.

Уменьшить фон в детекторе можно, намеренно уменьшив апертуру накопителя с помощью пробника, который стоит в таком месте, откуда вторичные частицы не попадают в регистрирующую аппаратуру. На накопителе ВЭПП-4 для этих целей использовался вертикальный пробник, стоящий достаточно далеко от регистрирующей аппаратуры детектора. Вблизи от этого пробника в направлении движения позитронов был поставлен счетчик типа «сэндвич», который регистрировал ливни от частиц, вышедших из пучка и попавших в пробник. Взаимное расположение пробника и счетчика схематично представлено на рис. 7.

После установки счетчика были сделаны измерения зависимости времени жизни позитронного тока и скорости счета  $\dot{N}_\Phi$  от положения пробника. Результаты этих измерений представлены графиками на рис. 8 и 9.

Рис. 8 иллюстрирует зависимость нормированной скорости счета  $\dot{N}_\Phi/I$  от обратного времени жизни. Видно, что эта зависимость линейная и хорошо аппроксимируется выражением

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_0} + \alpha \left( \frac{\dot{N}_\Phi}{I} \right), \quad (13)$$

где  $T$  — время жизни,  $T_0$  и  $\alpha$  — подгоночные коэффициенты:  $T_0 \approx 1000$  мин.,  $\alpha = 1.2 \cdot 10^{-4}$  мин $^{-1} \cdot$ кГц $^{-1} \cdot$ мА. Зная выражение для зависимости времени жизни от величины апертуры:

$$T = \frac{1}{2} \tau_B \exp(\xi)/\xi; \quad \xi = s^2/2\sigma_z^2$$

(здесь  $\tau_B$  — время радиационного затухания,  $\sigma_z$  — среднеквадратичный размер пучка с гауссовским распределением частиц по амплитудам бетатронных колебаний) и учитывая (13), можно найти расчетную зависимость  $\dot{N}_\Phi/I$  от положения пробника.

На рис. 9 представлены графики расчетной и измеренной зависимости  $\dot{N}_\Phi/I$  от положения пробника. Сравнивая эти графики, можно сделать вывод о существовании негауссовских «хвостов» в

функции распределения частиц по амплитудам бетатронных колебаний. Такие же «хвосты» в функции распределения наблюдались на установках SPEAR [7], CERN, PEP, PETRA [8].

Для управления кубической нелинейностью на накопителе ВЭПП-4 были установлены две октупольные линзы. Места расположения этих линз были выбраны из соображений максимальной эффективности (см. рис. 10). Эти же линзы использовались для коррекции связи бетатронных колебаний, которая возникала при вертикальном смещении орбиты в стоящих рядом секстипольных линзах. На рис. 11 представлен график зависимости нелинейности вертикальных бетатронных колебаний от тока в обмотках октупольных линз. Нелинейность измерялась как разность бетатронных частот при нулевой амплитуде бетатронных колебаний и при максимально возможной. Видно, что эта зависимость линейная и ее можно аппроксимировать выражением:

$$R_z[\text{см}^{-1}] = \beta_z \frac{\partial \nu_z}{\partial a_z^2} = -46.8 - 14.8 \cdot I_{\text{окт}} [\text{А}].$$

Методика, которая использовалась для измерения нелинейности вертикальных бетатронных колебаний, по ряду причин оказалась непригодной для измерения нелинейности горизонтальных бетатронных колебаний. Однако, зная  $\beta_x$  и  $\beta_z$  в местах, где стоят октупольные линзы ( $\tilde{\beta}_x = 44$  м,  $\tilde{\beta}_z = 110$  м; см. рис. 10), и сделав некоторые предположения относительно источника машинной кубической нелинейности при выключенных октупольных линзах, можно оценить нелинейность горизонтальных бетатронных колебаний:

$$R_x[\text{см}^{-1}] = \beta_x \frac{\partial \nu_x}{\partial a_x^2} \simeq -4.6 - 2.3 \cdot I_{\text{окт}} [\text{А}].$$

Во всех экспериментах, которые описаны ниже, нас интересовала зависимость скорости потерь частиц из пучка от положения рабочей точки накопителя. При введенном в апертуру пробнике, эта скорость, как было отмечено выше, пропорциональна  $\dot{N}_\Phi/I$ . Во всех случаях расстояние от пробника до центра пучка составляло  $30-35\sigma_z$ . В процессе измерений рабочая точка либо «заметала» в плоскости  $\nu_x, \nu_z$  квадрат со сторонами  $\Delta\nu_x, \Delta\nu_z$ , либо проходила по горизонтальным ( $\nu_z = \text{const}$ ) или по вертикальным ( $\nu_x = \text{const}$ ) линиям с достаточно мелким шагом  $\delta\nu_x, \delta\nu_z < 0.001$ . При этом после каждого шага измерялись нормированная скорость счета  $\dot{N}_\Phi/I$  и удельная светимость. Данные, полученные в случаях, когда ра-

бочая точка «заметала» области (рис. 12, рис. 15,а и 15,б) позволяли выявить и надежно идентифицировать одномерные и двумерные нелинейные резонансы. При изучении отдельных резонансов рабочая точка проходила по отрезкам, которые пересекают резонансы.

На рис. 12 представлены результаты измерений в случае, когда рабочая точка «заметала» квадрат с центром в точке  $\nu_x = 8.56, \nu_z = 9.60$  со сторонами  $\Delta\nu_x = 0.04, \Delta\nu_z = 0.04$ . Параметры накопителя, при которых было сделано измерение, приведены в табл. 1, ток в электронном пучке был около 5 мА, величины параметров  $\xi_x, \xi_z$ , которые можно вычислить, зная удельную светимость и радиальный размер пучка в месте встречи, были, соответственно, 0.007 и 0.03. Области с различным уровнем потерь частиц имеют разную штриховку. На этом рисунке видны резонансы:

$$7\nu_x = 60,$$

$$\nu_x + 4\nu_z = 47,$$

$$5\nu_x + 2\nu_z = 62,$$

$$4\nu_x - 2\nu_z = 15.$$

Не вдаваясь в подробное описание данных, представленных на рис. 12, отметим только, что без встречного пучка потери частиц на перечисленных резонансах намного меньше.

Три резонанса:  $7\nu_x = 60, \nu_x + 4\nu_z = 47$  и  $5\nu_x + 2\nu_z = 62$  были изучены более детально с точки зрения влияния кубической нелинейности ведущего магнитного поля. Для этого в плоскости  $\nu_x, \nu_z$  были выбраны линии, по которым рабочая точка пересекала резонансы в местах, где их взаимное влияние было минимально. Эти линии показаны на рис. 12.

**Резонанс  $7\nu_x = 60$ .** На рис. 13,а—13,д представлены зависимости скорости потерь частиц и удельной светимости от положения рабочей точки на линии, пересекающей резонанс  $7\nu_x = 60$ , при различной величине кубической нелинейности ведущего магнитного поля.

Из этих измерений видно, что, во-первых, резонанс  $7\nu_x = 60$  никак не отражается на величине удельной светимости, во-вторых, величина кубической нелинейности ведущего магнитного поля очень сильно влияет на скорость потерь частиц (ср. рис. 13,а и рис. 13,б) и не влияет на величину удельной светимости. Эти факты хорошо согласуются с представлением, что машинная нелиней-



ность влияет на движение частиц только с большими амплитудами, которые определяют времена жизни, и практически не влияют на движение частиц с малыми амплитудами бетатронных колебаний, которыми определяются среднеквадратичный размер пучка и удельная светимость.

На рис. 14,а приведен график, где по вертикали отложена величина максимальных потерь частиц при пересечении рабочей точки резонанса  $7\nu_x=60$  в зависимости от величины кубической нелинейности ведущего магнитного поля. Из этого графика видно, что скорость потерь частиц на резонансе  $7\nu_x=60$  сильно увеличивается при положительной кубической нелинейности, имеет минимум при нулевой и медленно увеличивается при изменении кубической нелинейности в сторону отрицательных значений. Такую зависимость легко объяснить с помощью результатов, полученных при аналитическом рассмотрении. Сильное увеличение потерь при положительной кубической нелинейности можно объяснить появлением областей с нулевой нелинейностью, в которых сильно увеличивается вектор биений амплитуд бетатронных колебаний (рис. 5,в). Небольшое увеличение потерь при изменении кубической нелинейности в сторону отрицательных значений может быть связано с перекрытием ОБА сателлитных резонансов, которые возникают из-за различного рода модуляций [12].

**Резонанс  $\nu_x+4\nu_z=47$ .** На рис. 14,б приведен график зависимости максимальных потерь частиц из позитронного пучка при пересечении рабочей точки резонанса  $\nu_x+4\nu_z=47$  от величины кубической нелинейности. Согласно выводам, которые были сделаны при аналитическом рассмотрении, этот резонанс принадлежит к тому же типу, что и резонанс  $7\nu_x=60$  (см. рис. 4), т. е. условия нулевой нелинейности для него могут выполняться только при положительной величине кубической машинной нелинейности. На графике рис. 14,б видно сильное увеличение потерь частиц при положительной кубической нелинейности. Это также можно объяснить появлением областей с нулевой нелинейностью. Из того же графика видно, что дальнейшее увеличение кубической нелинейности приводит к уменьшению потерь на резонансе, возможно, это происходит из-за перемещения областей с нулевой нелинейностью в сторону меньших амплитуд бетатронных колебаний.

То обстоятельство, что потери не увеличиваются при изменении машинной кубической нелинейности в сторону отрицательных значений, возможно, связано с особенностями ОБА сателлитных резонансов, или с какими-либо другими причинами, сейчас не извест-

ными. Большую ясность в подобные вопросы может внести численное моделирование.

**Резонанс  $5\nu_x+2\nu_z=62$ .** Для этого резонанса условие нулевой нелинейности может выполняться только при отрицательной величине кубической нелинейности ведущего магнитного поля (см. рис. 4). Это в какой-то мере подтверждают данные, приведенные в виде графика на рис. 14,в. Здесь видно более сильное увеличение потерь частиц при изменении кубической нелинейности в сторону отрицательных значений, что можно объяснить появлением областей с нулевой нелинейностью, и менее сильное — при изменении кубической нелинейности в сторону положительных значений.

Увеличение потерь в последнем случае может быть связано с несколькими причинами. Одной из них может быть не очень удачный выбор линии сечения этого резонанса (рис. 12). В области, где линия пересекает резонанс  $5\nu_x+2\nu_z=62$ , судя по рис. 12, на движение частиц влияет гармоника резонанса  $\nu_x-\nu_z+\nu_s=-1$ , и это влияние может значительно изменить картину движения. Подобное увеличение потерь может быть также связано и с перекрытием ОБА сателлитных резонансов.

**Рабочий режим.** Бетатронные частоты накопителя ВЭПП-4 во время набора статистики обычно устанавливались вблизи значений:  $\nu_x=8.54$ ,  $\nu_z=9.57$ . На рис. 15,а и 15,б приведены результаты измерений, которые были сделаны в рабочем режиме накопителя при различной величине машинной кубической нелинейности. На этих рисунках видны резонансы, которые ограничивают смещение рабочей точки в плоскости  $\nu_x$ ,  $\nu_z$  при настройке оптимального режима, и также видно, насколько сильным может быть влияние машинной кубической нелинейности на эффекты встречи.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Аналитическое рассмотрение влияния машинной кубической нелинейности на эффекты встречи было сделано на модели в приближении одной тонкой октапольной линзы на кольце накопителя. Такое приближение сильно упрощает выкладки, однако не совсем правильно отражает действительность. Реально источники нелинейности могут быть произвольным образом распределены по кольцу. Учет этого факта в выражении для октапольного потенциала (2) может привести к некоторому изменению условий сущест-

ования областей с нулевой нелинейностью для разных резонансов (см. рис. 4). В нашем случае контролируемые источниками нелинейности бетатронных колебаний были две тонкие октупольные линзы, которые хорошо вписываются в модель. Их вклад в нелинейность бетатронных колебаний был сравним с вкладом других источников, места расположения которых неизвестны. Поэтому условия существования областей с нулевой нелинейностью имеют некоторую неопределенность.

Экспериментальные данные, которые описаны в данной работе, согласуются с выводами о появлении при определенных условиях областей с нулевой нелинейностью. Эти же данные показывают, насколько важно уметь контролировать нелинейность бетатронных колебаний в случаях, когда максимальная светимость установки ограничена эффектами встречи.

В заключение автор выражает благодарность группе механиков и группе магнитных измерений комплекса ВЭПП-4 за активную помощь в подготовке и установке октупольных линз, а также С.И. Мишневу и Г.М. Тумайкину за обсуждение затронутых в работе вопросов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ауслендер В.Л., Кулипанов Г.Н., Мишнев С.И., Наумов А.А., Попов С.Г., Скринский А.Н., Тумайкин Г.Н. Атомная энергия, 1966, т.20, вып.3, с.213.
2. Мишнев С.И. Диссертация. Новосибирск, 1975.
3. Bergher M. et al. Detailed Study of the Beam-Beam Interaction at the ORSAY Storage Ring (ACO). Proc. of the IX-th Conf. on High Energy Accel., 1974, p.410.
4. Chehab R. et al. Two Beam Behaviour with DCI. Proc. of the 11-th International Conf. on High Energy Accelerators. Geneva (1980), p.702.
5. Piwinski A. Satellite Resonances Due to Beam-Beam Interaction. IEEE, 1977, v.NS-24, N 3, p.1408.
6. Темных А.Б. Наблюдение бетатронных резонансов в эффектах встречи на накопителе ВЭПП-4. Препринт ИЯФ СО АН СССР 84-131. Новосибирск, 1984.
7. Wiedemann H. Experiments on the Beam-Beam Effect in  $e^+e^-$  Storage Rings. — Nonlinear Dynamics and the Beam-Beam Interaction, ed. M. Month, Am. Inst. of Phys., 1979, N 4.
8. Seeman J.T. Beam-Beam Interaction, Luminosity, Tails and Noise. Proc. of the 12-th Inter. Conf. on High Energy Accelerators, 1983, p.212.
8. Темных А.Б. О влиянии нулевой гармоники кубической нелинейности ведущего магнитного поля накопителя на эффекты встречи. Препринт ИЯФ СО АН СССР 84-143. Новосибирск, 1984.
10. Tennyson J. Proc. of the Beam-Beam Interaction Seminar. SLAC-PUB-2624, 1980, p.3.
11. Чириков Б.В. Нелинейные резонансы. Новосибирск, 1977.
12. Вассерман И.Б., Израйлев Ф.М. Препринт ИЯФ СО АН СССР 81-25. Новосибирск, 1981.

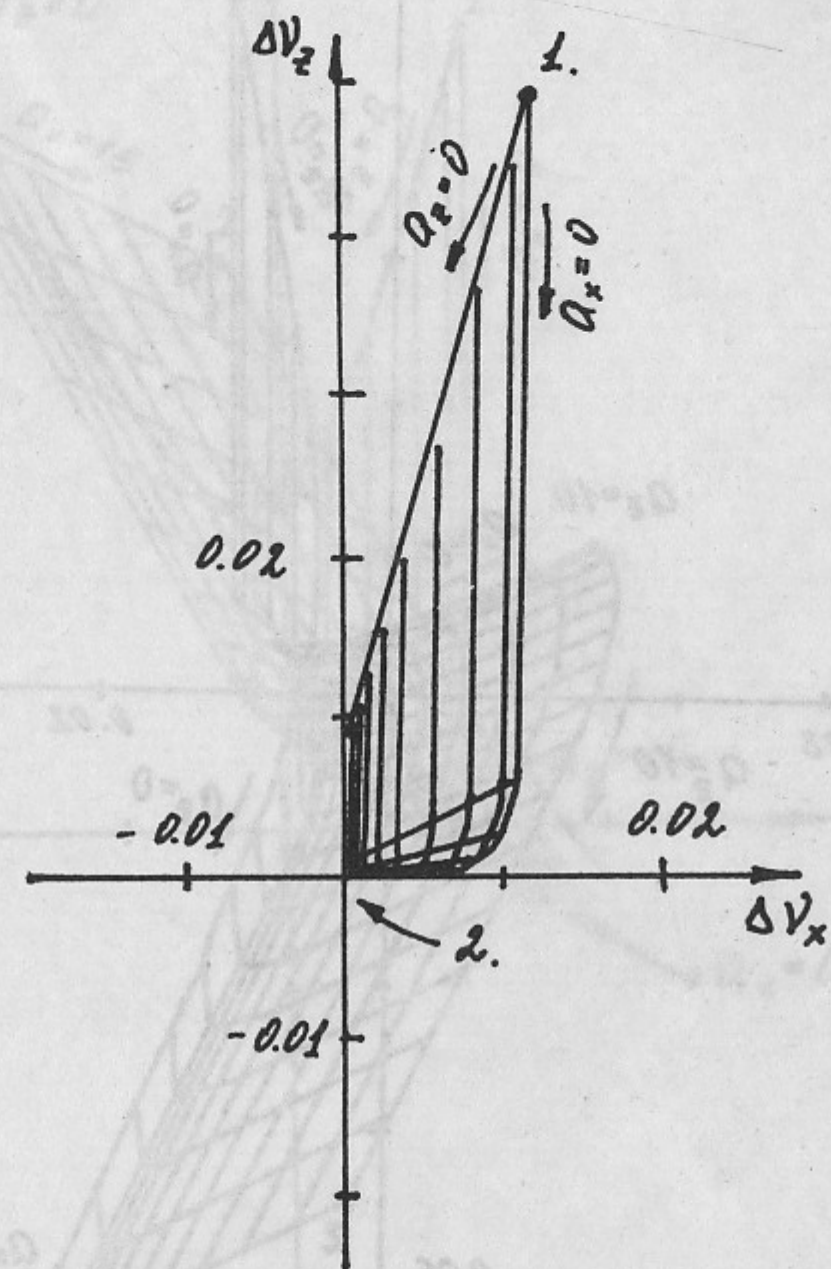


Рис. 1. Зависимость сдвига бетатронных частот от амплитуд бетатронных колебаний при нулевой машинной кубической нелинейности. ( $\xi_x=0.0125$ ,  $\xi_z=0.005$ ,

$$\sigma_x^*/\sigma_z^*=100, R_{x,z}=\beta_{x,z} \frac{\partial v_{x,z}}{\partial a_{x,z}}=0):$$

$$a_x=0, a_z=0 (1); a_x=15 \text{ мм}, a_z=10 \text{ мм} (2); (\beta_x=\beta_z=1200 \text{ см}).$$

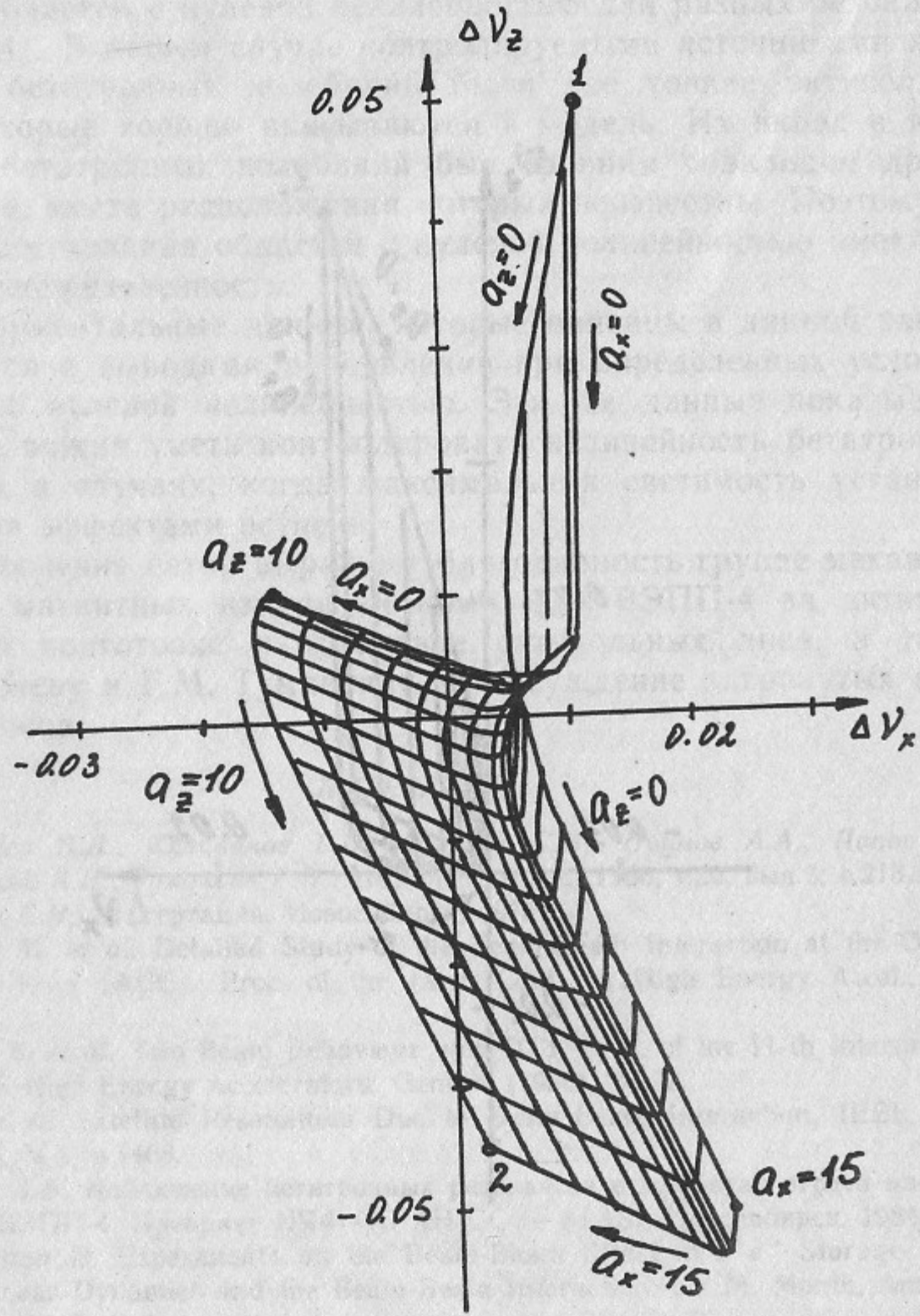


Рис. 2. Зависимость сдвига бетатронных частот от амплитуд при положительной машинной кубической нелинейности. ( $\xi_x=0.0125$ ,  $\xi_z=0.05$ ,  $R_{x,z} = \beta_{x,z} \frac{\partial v_{x,z}}{\partial a_{x,z}} = 12 \text{ см}^{-1}$ ; эллиптичность в месте встречи  $\sigma_x^*/\sigma_z^* = 100$ ):  $a_x=0$ ,  $a_z=0$  (1);  $a_x=15$  мм,  $a_z=10$  мм (2); ( $\beta_x=\beta_z=1200$  см).

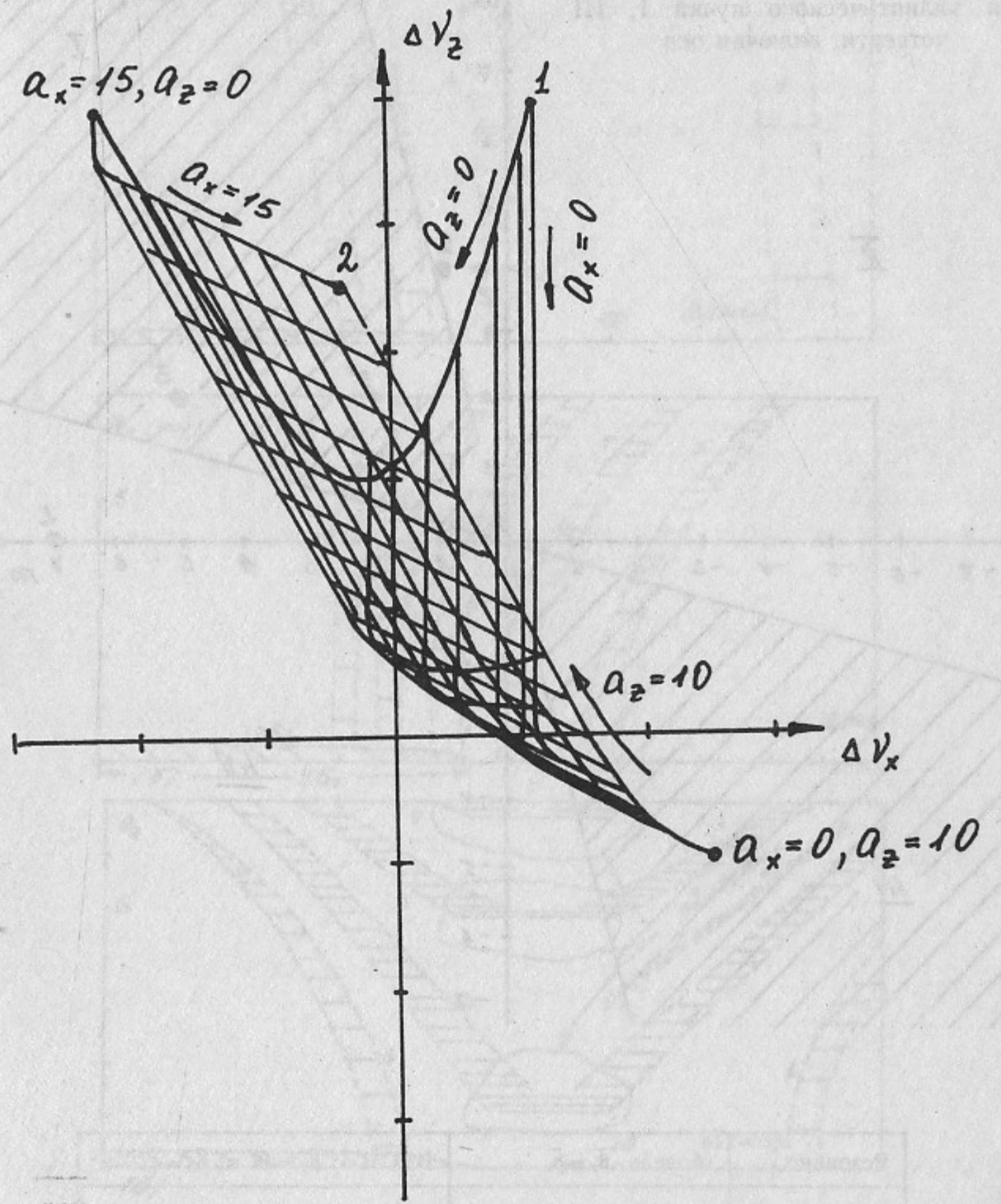
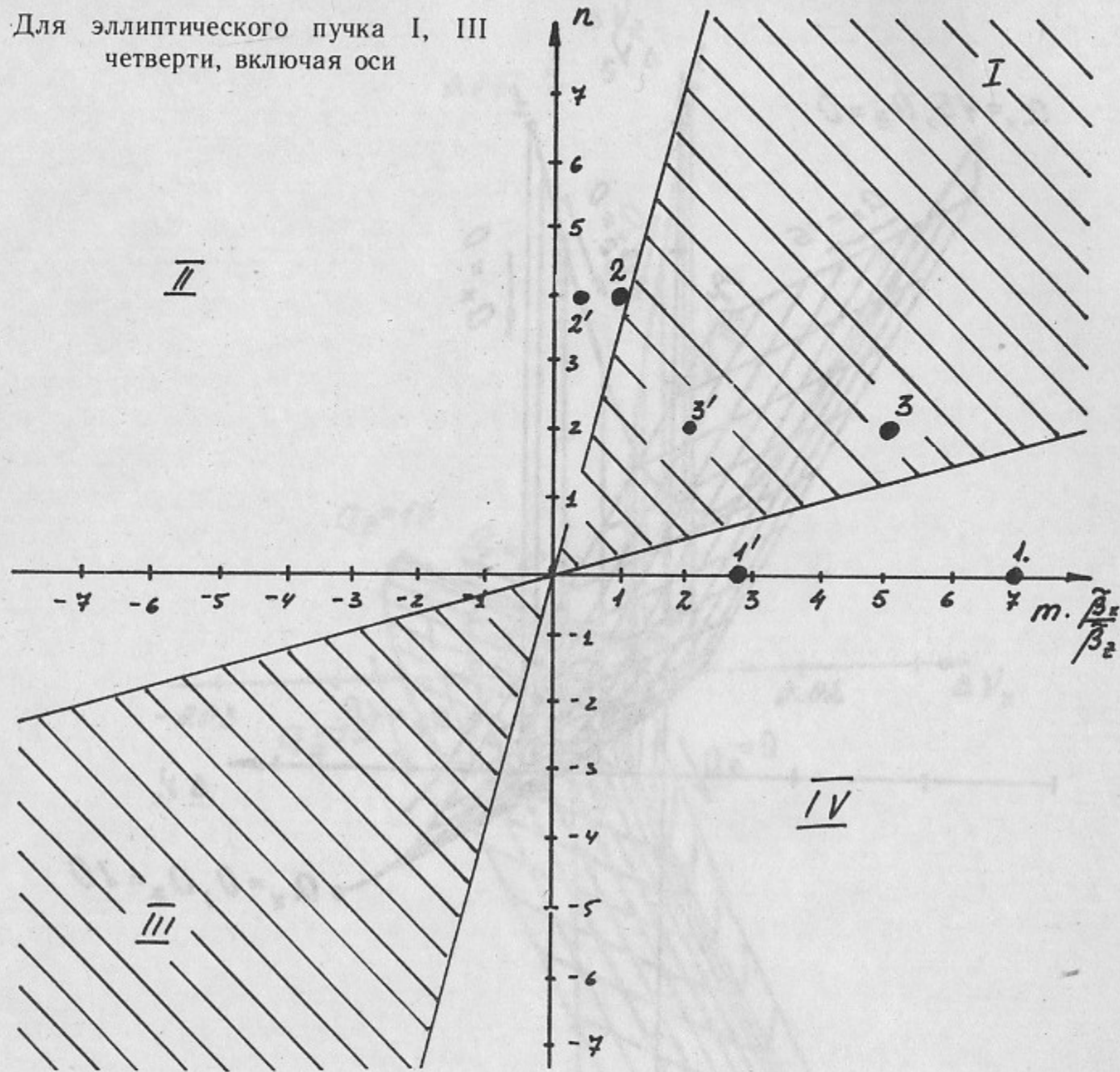


Рис. 3. Зависимость сдвига бетатронных частот от амплитуд при отрицательной машинной кубической нелинейности. ( $\xi_x=0.0125$ ,  $\xi_z=0.05$ ,  $R_{x,z} = \beta_{x,z} \frac{\partial v_{x,z}}{\partial a_{x,z}} = -12 \text{ см}^{-1}$ ; эллиптичность в месте встречи  $\sigma_x^*/\sigma_z^* = 100$ ):  $a_x=0$ ,  $a_z=0$  (1);  $a_x=15$  мм,  $a_z=10$  мм (2); ( $\beta_x=\beta_z=1200$  см).

Для эллиптического пучка I, III четверти, включая оси



Резонанс	Модель: $\bar{\beta}_x = \bar{\beta}_z$	ВЭПП-4: $\bar{\beta}_x = 44$ м, $\bar{\beta}_z = 110$ м
$7\nu_x = 60$	точка 1, см. рис. 5	точка 1', см. рис. 13; 14,а
$\nu_z + 4\nu_x = 47$	точка 2	точка 2', см. рис. 14,б
$5\nu_x + 2\nu_z = 62$	точка 3, см. рис. 6	точка 3', см. рис. 14,в

Рис. 4. Необходимые условия появления областей с нулевой нелинейностью для резонансов  $m\nu_x + n\nu_z = k$  (заштрихована область, где  $m^2\bar{\beta}_x^2 + n^2\bar{\beta}_z^2 - 4mn\bar{\beta}_x\bar{\beta}_z < 0$ ).

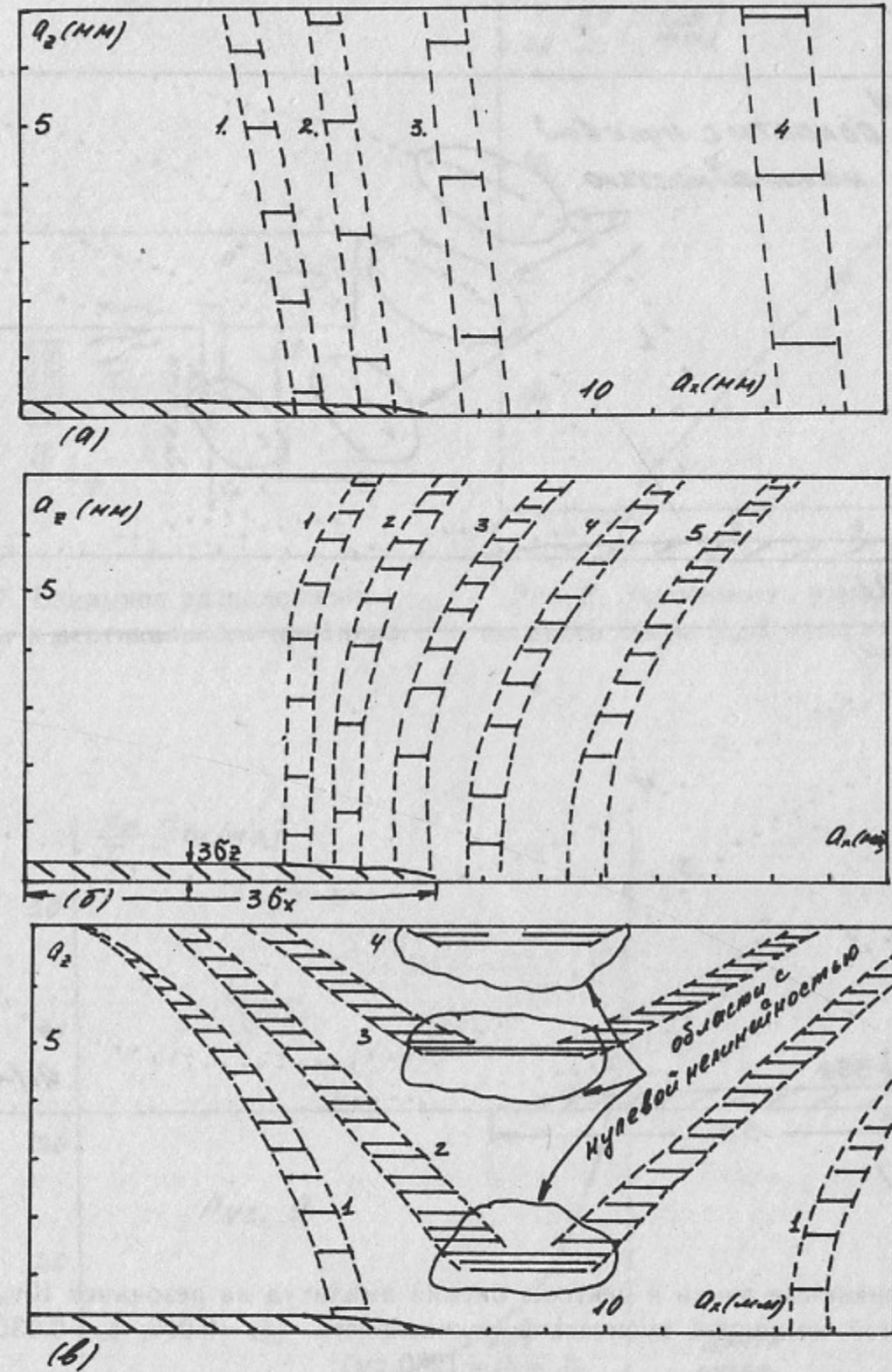
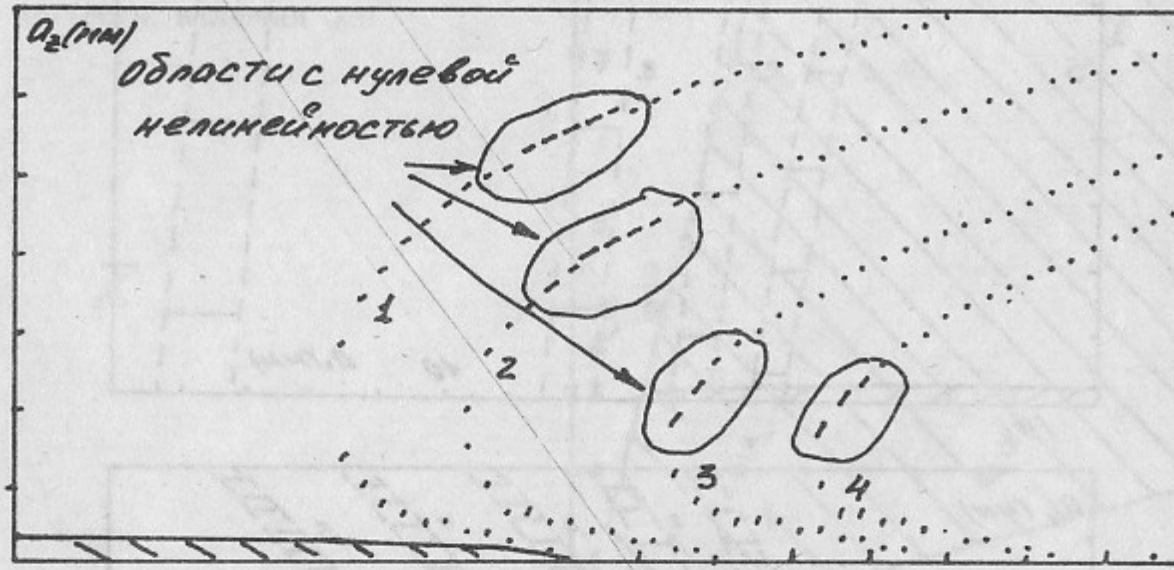


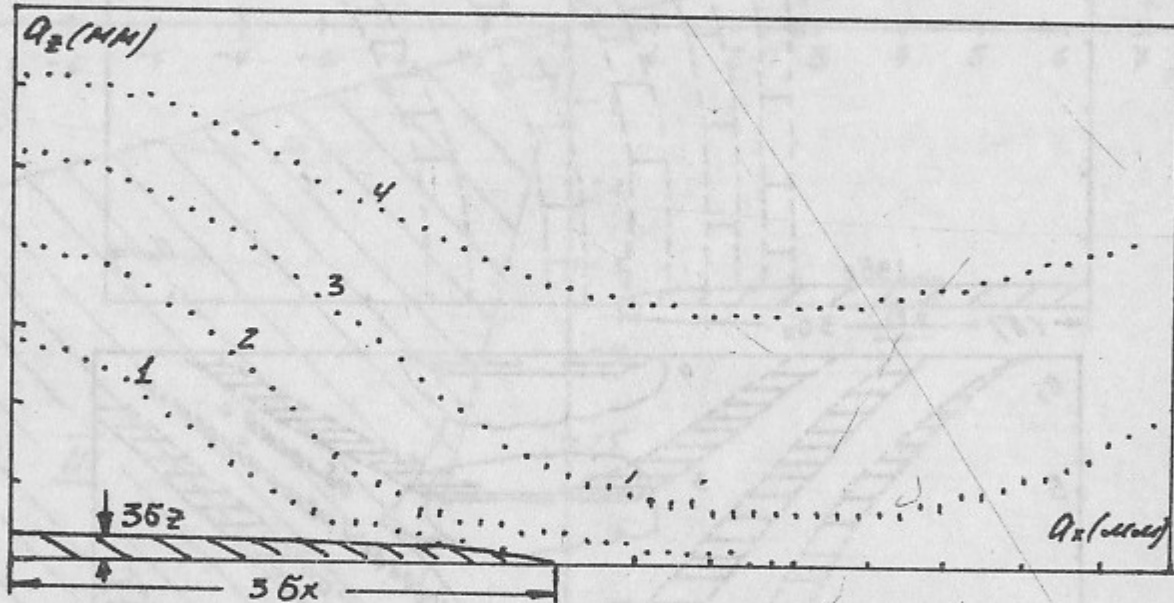
Рис. 5. Резонансные линии и векторы биений амплитуды на резонансе  $14\nu_x = 120$  при различной машинной кубической нелинейности. ( $\xi_x = 0.009$ ;  $\xi_z = 0.035$ ;  $\beta_x = \beta_z = 1200$  см):

$\nu_x = 8.568$  (1);  $\nu_x = 8.569$  (2);  $\nu_x = 8.570$  (3);  $\nu_x = 8.571$  (4);  $\nu_x = 8.572$  (5); а:  $\beta_x \frac{\partial \nu_x}{\partial a_1^2} = \beta_z \frac{\partial \nu_z}{\partial a_2^2} = 0$ ;

б:  $\beta_x \frac{\partial \nu_x}{\partial a_1^2} = \beta_z \frac{\partial \nu_z}{\partial a_2^2} = -3.6$  см<sup>-1</sup>; в:  $\beta_x \frac{\partial \nu_x}{\partial a_1^2} = \beta_z \frac{\partial \nu_z}{\partial a_2^2} = +3.6$  см<sup>-1</sup>.



(a)



(б)

Рис. 6. Резонансные линии и векторы биений амплитуд на резонансе  $10v_x + 4v_z = 124$  при различной машинной кубической нелинейности. ( $\xi_x = 0.009$ ;  $\xi_z = 0.035$ ;  $v_z = 9.60$ ;  $\beta_x = \beta_z = 1200$  см):

а:  $v_x = 8.555$  (1),  $v_x = 8.557$  (2),  $v_x = 8.559$  (3),  $v_x = 8.560$  (4),  $\beta_x \frac{\partial v_x}{\partial a_x^2} = \beta_z \frac{\partial v_z}{\partial a_z^2} = -14.4$  см;

б:  $v_x = 8.553$  (1),  $v_x = 8.555$  (2),  $v_x = 8.557$  (3),  $v_x = 8.559$  (4);  $\beta_x \frac{\partial v_x}{\partial a_x^2} = \beta_z \frac{\partial v_z}{\partial a_z^2} = +14.4$  см.

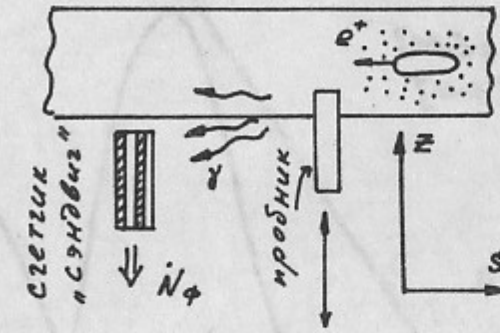


Рис. 7. Взаимное расположение счетчика и вертикального пробника.

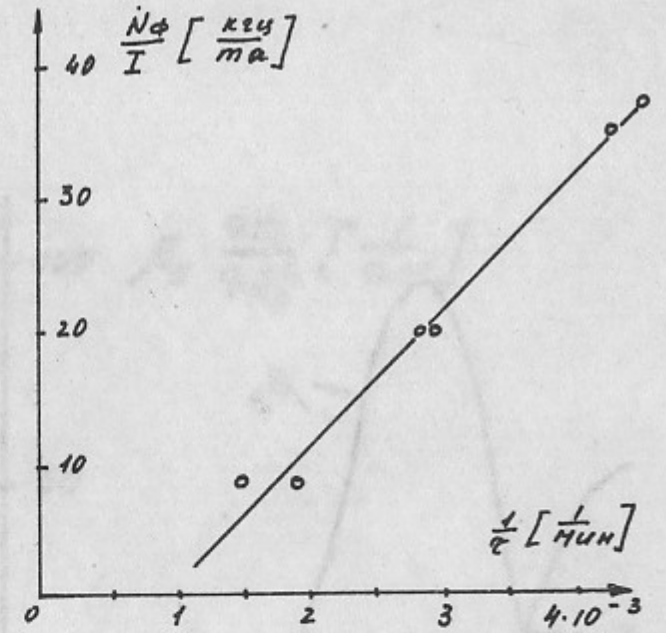


Рис. 8. Зависимость нормированной скорости счета  $\dot{N}_\Phi/I$  от времени жизни.

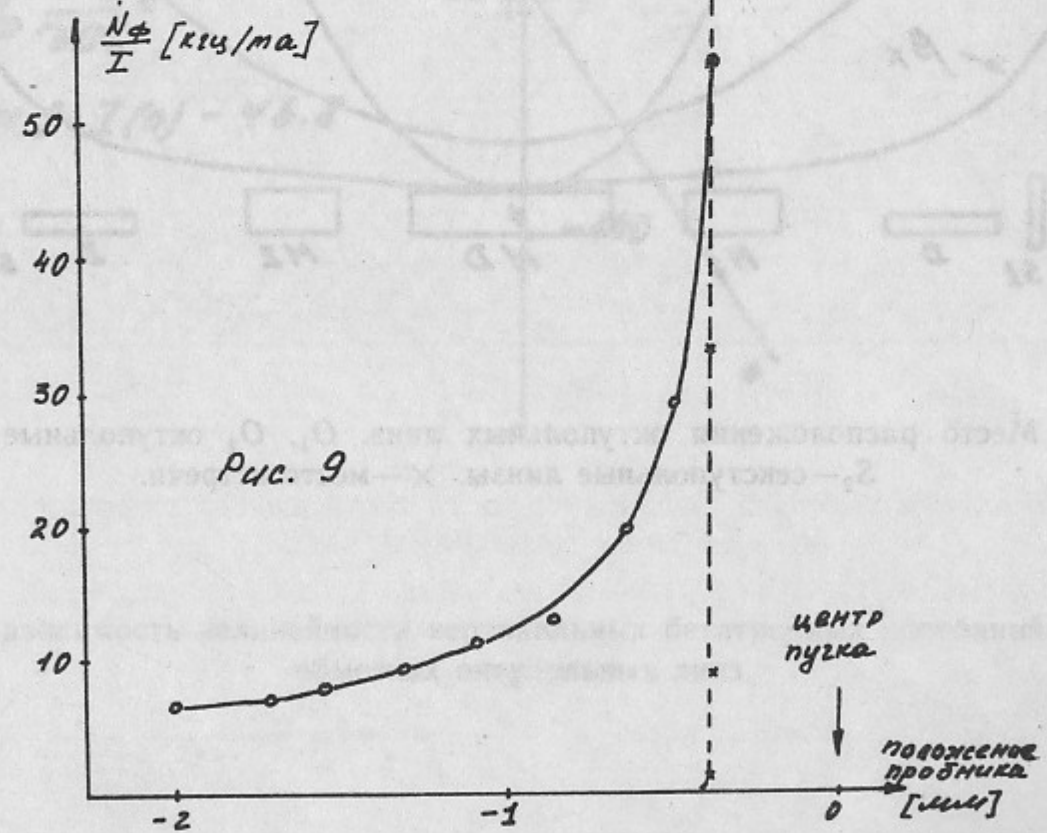


Рис. 9. Расчетная и измеренная зависимость скорости счета  $\dot{N}_\Phi/I$  от положения пробника:  $\circ$  — измерения;  $+$  — расчет;  $\sigma_z = 0.064$  мм (из удельной светимости).

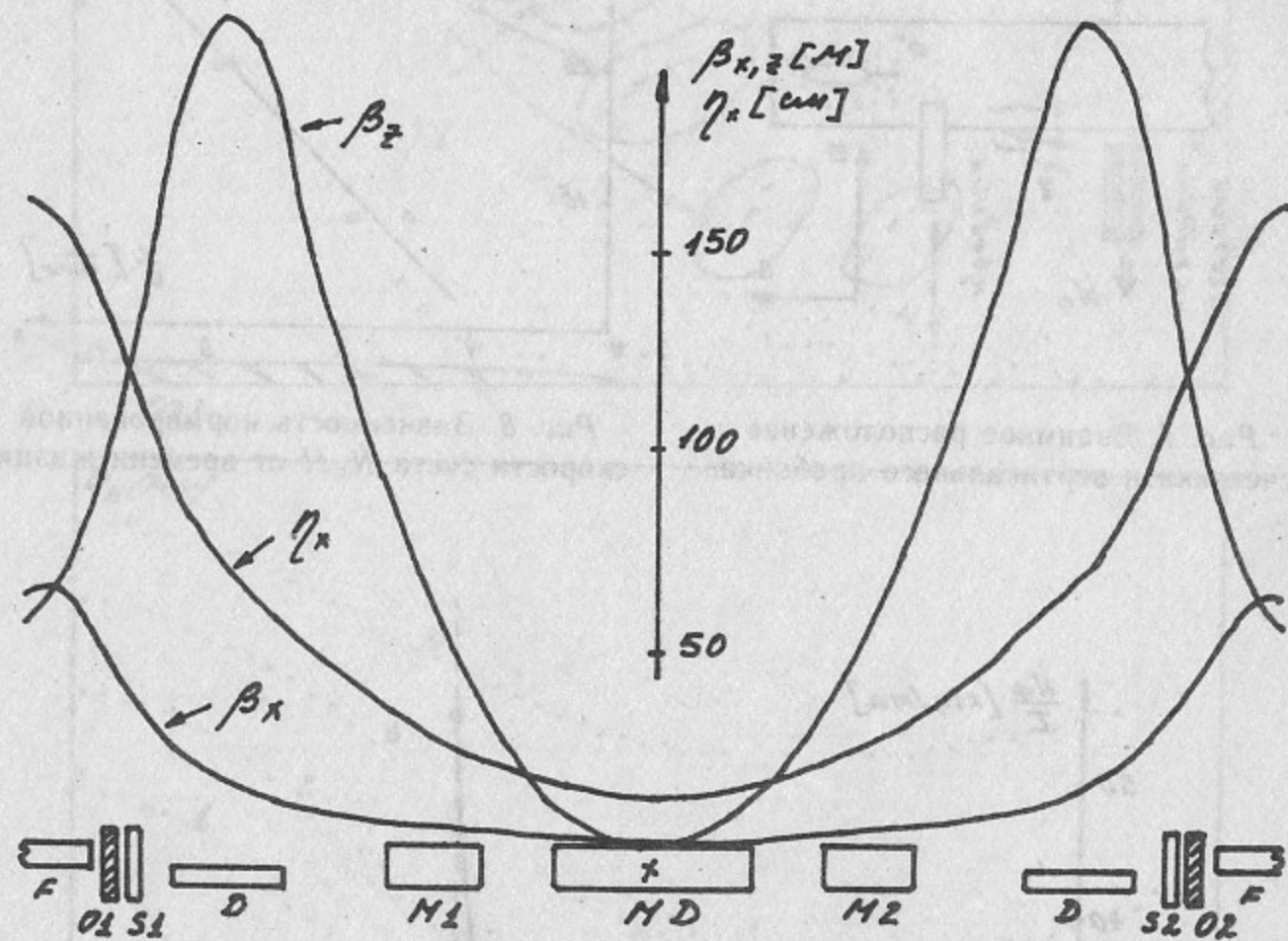


Рис. 10. Место расположения октупольных линз.  $O_1, O_2$  октупольные линзы  $S_1, S_2$ —секступольные линзы.  $\times$ —место встречи.

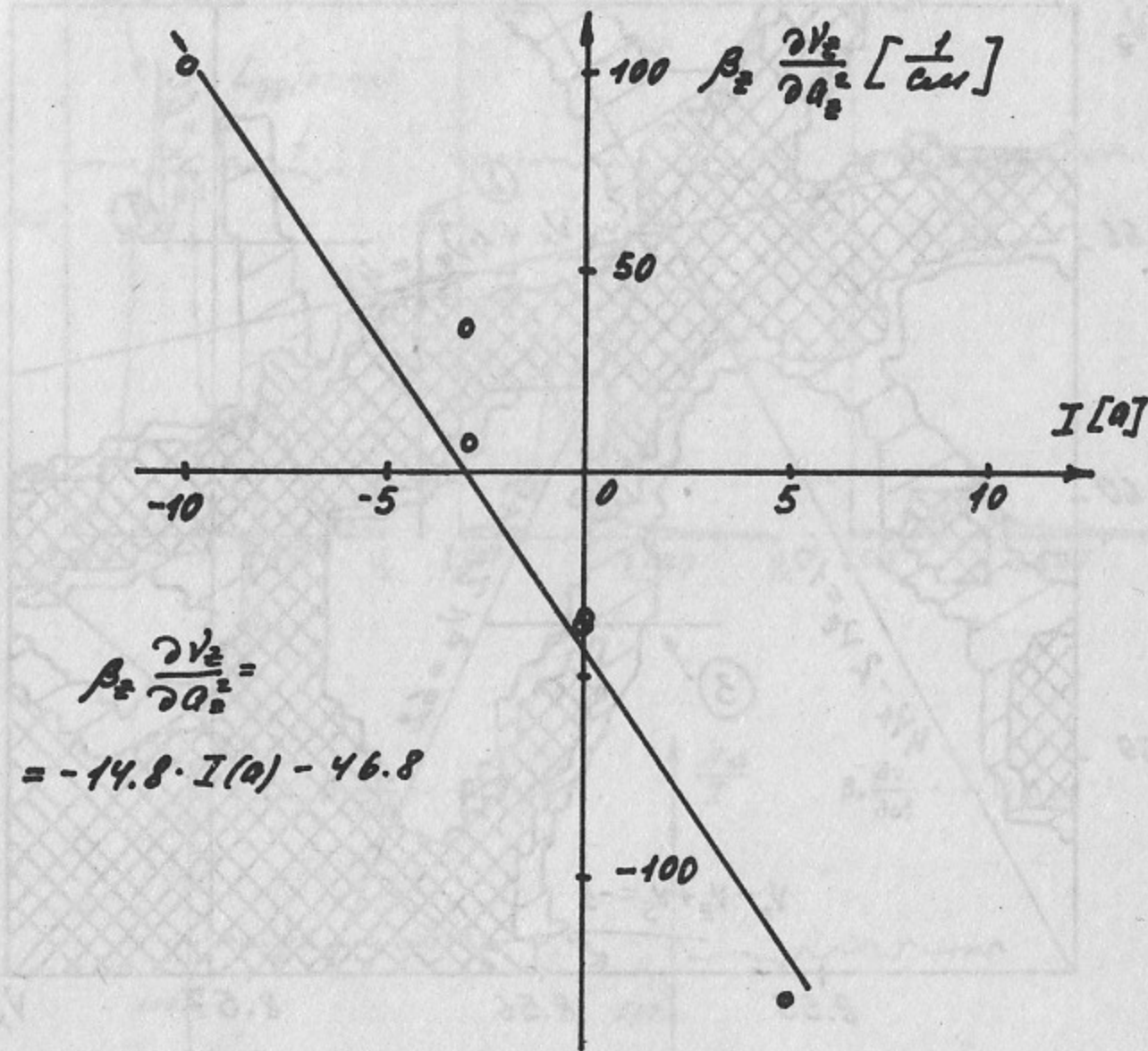


Рис. 11. Зависимость нелинейности вертикальных бетатронных колебаний от тока в обмотках октупольных линз.

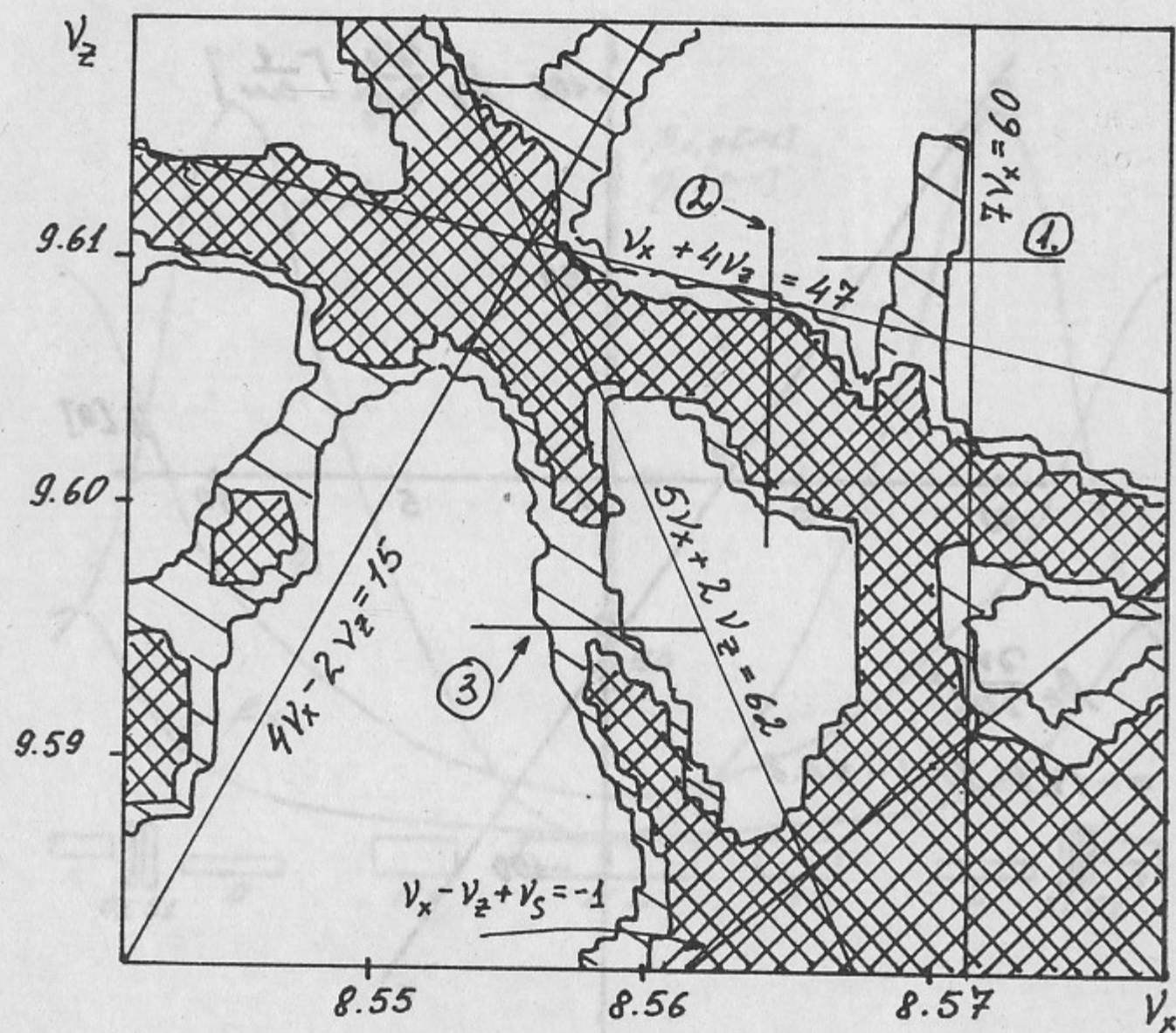


Рис.12. Зависимость скорости потерь частиц из позитронного пучка от положения рабочей точки ( $\xi_x \approx 0.008$ ,  $\xi_z \approx 0.03$ ):  
 1—сечение резонанса  $7v_x=60$ ; 2—сечение резонанса  $v_x+4v_z=47$ ; 3—сечение резонанса  $5v_x+2v_z=62$ .

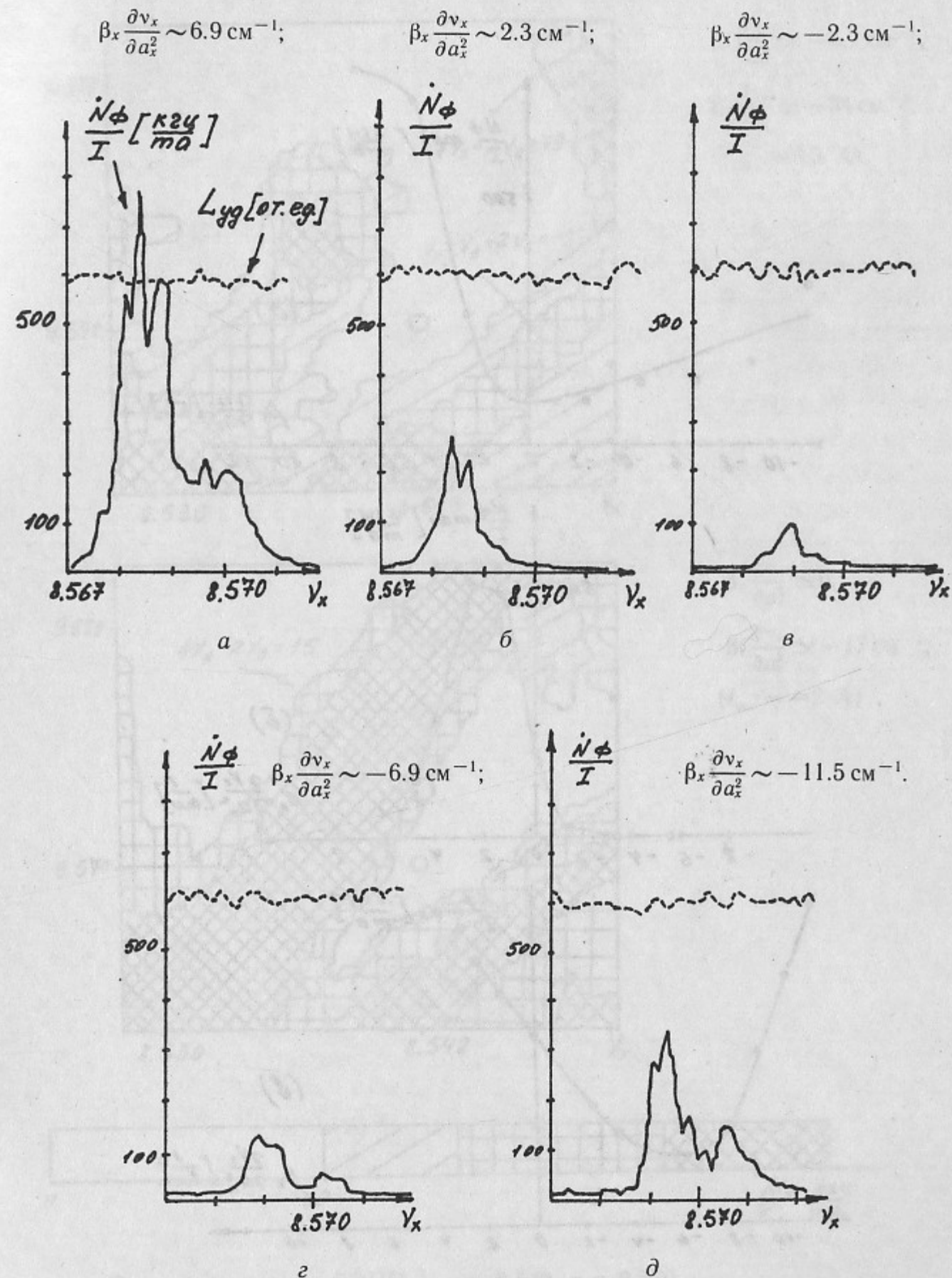
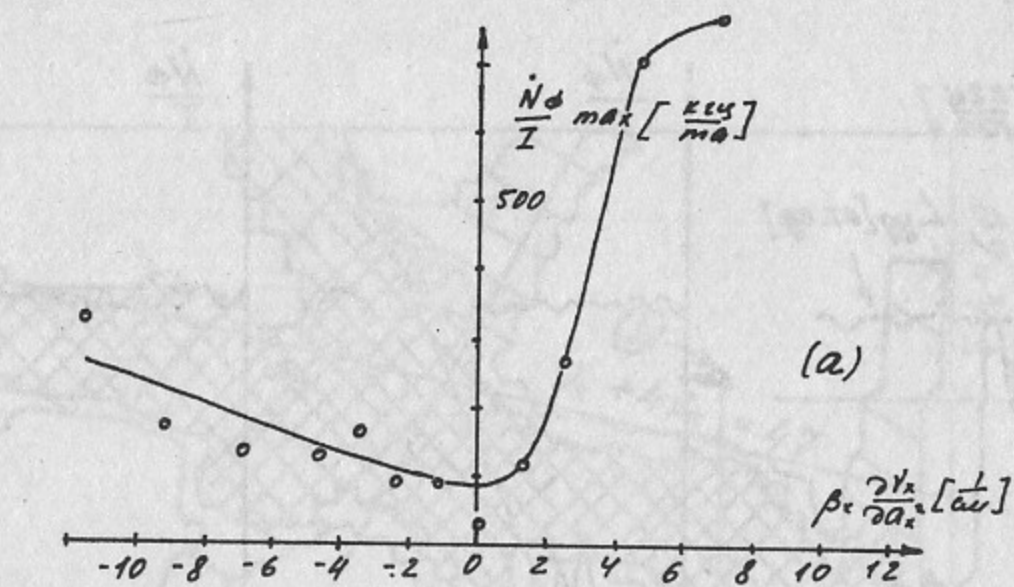
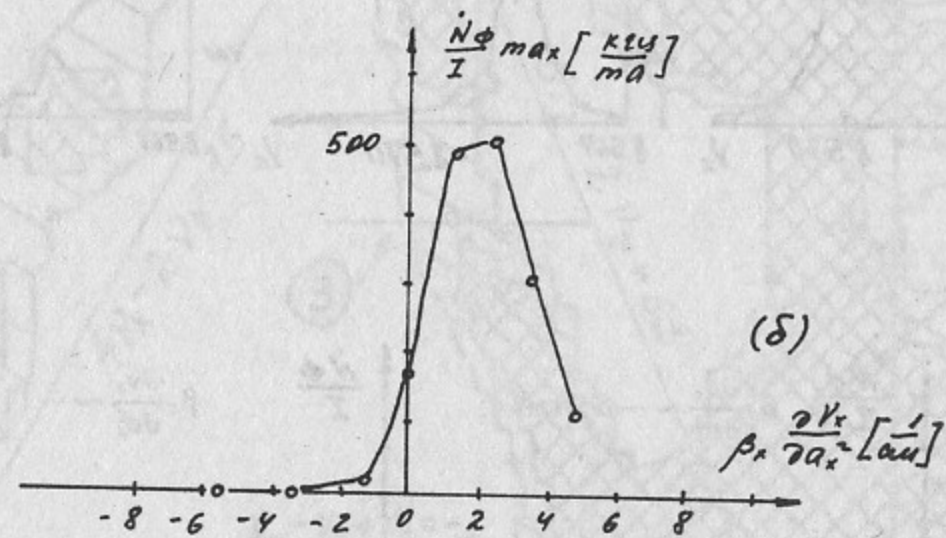


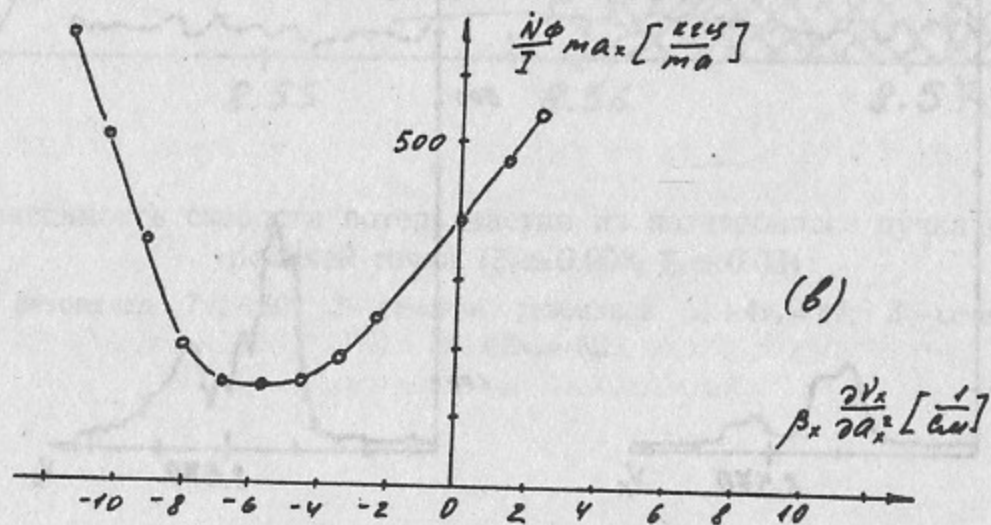
Рис.13. Зависимость  $\frac{\dot{N}_\Phi}{I}(v_x)$  и  $L_{yg}(v_x)$  на резонансе  $7v_x=60$  при различной величине машинной кубической нелинейности ( $\xi_x \sim 0.009$ ,  $\xi_z \approx 0.035$ ):



(a)

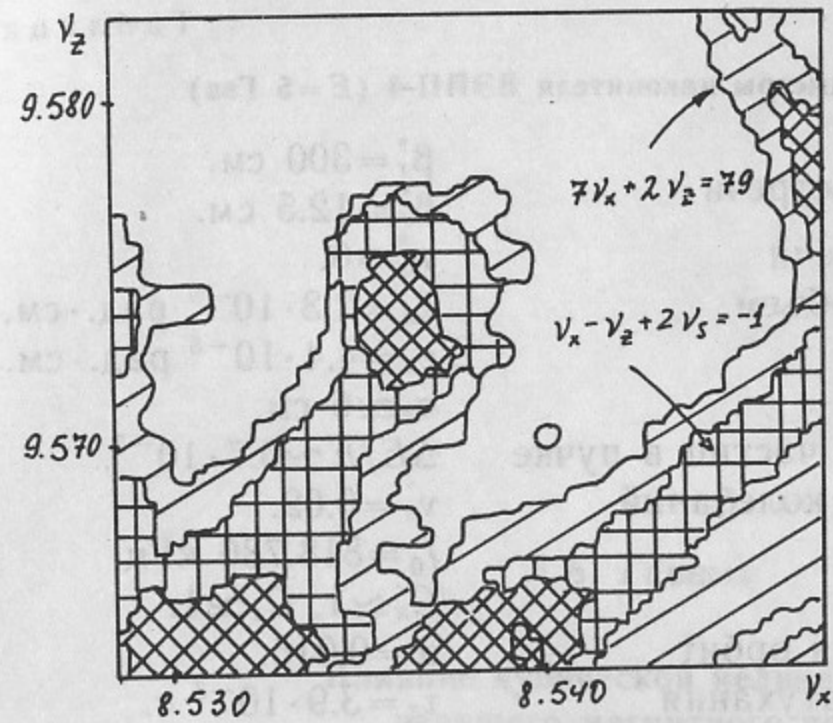


(б)



(в)

Рис.14. Зависимость потерь частиц из позитронного пучка от машинной кубической нелинейности ( $\xi_x \approx 0.009$ ,  $\xi_z \approx 0.035$ ) на резонансах:  $7v_x = 60$  (a);  $v_x + 4v_z = 47$  (б);  $5v_x + 2v_z = 62$  (в).

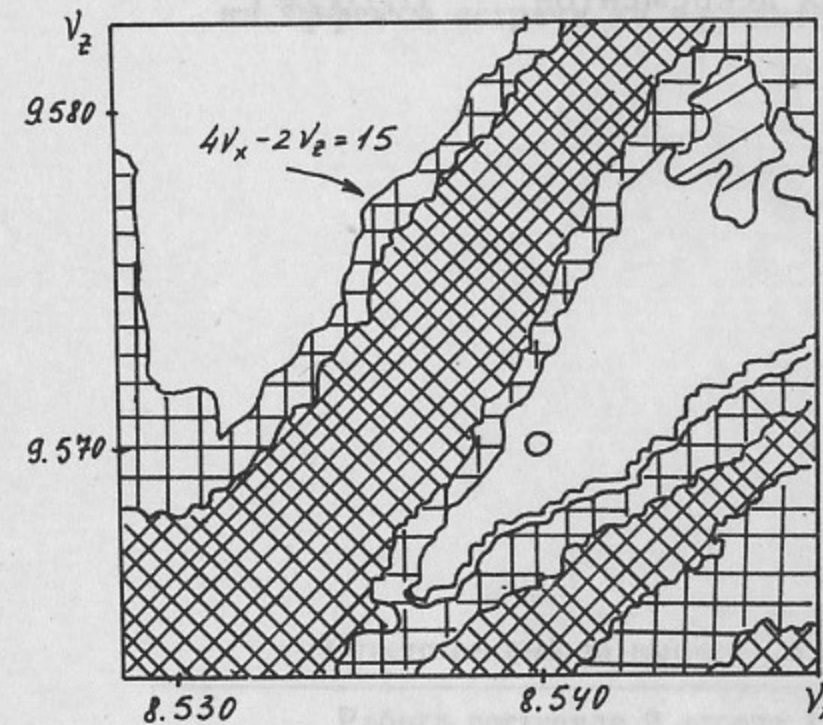


$$\beta_x \frac{\partial v_x}{\partial a_x^2} \approx -5.7 \text{ см}^{-1},$$

$$\beta_z \frac{\partial v_z}{\partial a_z^2} \approx -54 \text{ см}^{-1},$$

$$(I_{\text{окт}} = 0.5 \text{ А}).$$

a

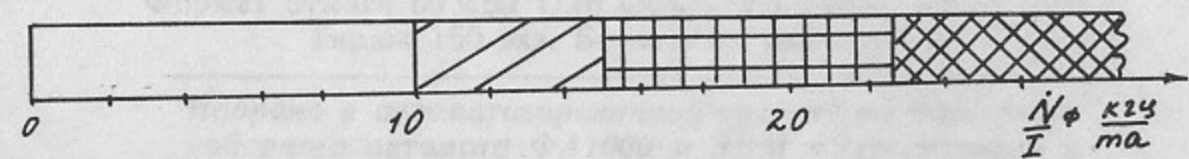


$$\beta_x \frac{\partial v_x}{\partial a_x^2} \approx 0,$$

$$\beta_z \frac{\partial v_z}{\partial a_z^2} \approx -17 \text{ см}^{-1},$$

$$(I_{\text{окт}} = -2 \text{ А}).$$

б



○ — рабочая точка ВЭПП-4;  $v_x \approx 8.540$ ,  $v_z \approx 9.570$ .

Рис.15. Влияние машинной кубической нелинейности на потери частиц из позитронного пучка вблизи обычной рабочей точки ВЭПП-4. ( $J(-) = 7$  мА,  $J(+)$  = 0.71 мА,  $E = 5142$  МэВ,  $\xi_x \approx 0.01$ ,  $\xi_z \approx 0.042$ ):



Таблица 1

Основные параметры накопителя ВЭПП-4 ( $E=5$  Гэв)

Бета-функции в месте встречи	$\beta_x^* = 300$ см.
Дисперсия в месте встречи	$\beta_z^* = 12.5$ см.
Бетатронный фазовый объем невозмущенных пучков	$\eta_x^* = 0.$
Длина сгустков	$\epsilon_x = 2.3 \cdot 10^{-5}$ рад.·см,
Энергетический разброс частиц в пучке	$\epsilon_z = 4.4 \cdot 10^{-8}$ рад.·см.
Частота синхротронных колебаний	$\sigma_e \simeq 6$ см.
Частота обращения	$\Delta E/E \simeq 0.7 \cdot 10^{-3}.$
Хроматизм	$\nu_s = 0.02.$
Коэффициент уплотнения орбит	$f_0 = 818.780$ кГц.
Время радиационного затухания	$C_x \simeq 1, C_z \simeq 1.$
Отношение безразмерных декрементов	$\alpha = 0.016.$
	$\tau_z = 3.9 \cdot 10^{-3}$ с.
	$G_x/G_s = 1.$

А.Б. Темных

Влияние кубической нелинейности  
ведущего магнитного поля  
на эффекты встречи на накопителе ВЭПП-4

---

 Ответственный за выпуск С.Г.Попов
 

---

Работа поступила 9 апреля 1986 г.  
 Подписано в печать 13.06. 1986 г. МН 11754  
 Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 2.6 печ.л., 2,2 уч.-изд.л.  
 Тираж 150 экз. Бесплатно. Заказ № 97

---

Набрано в автоматизированной системе на базе фото-  
 наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и  
 отпечатано на ротапинтере Института ядерной физики  
 СО АН СССР,  
 Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.