

23

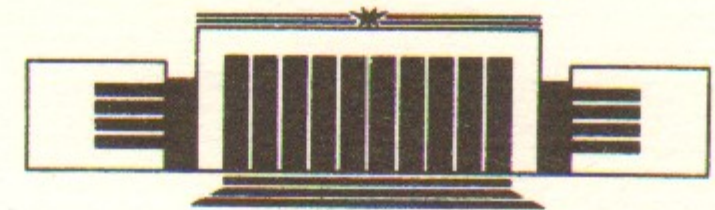
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР



Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ.  
ЗЛЕКТРОННАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ И  
СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. I

ПРЕПРИНТ 86-153



НОВОСИБИРСК  
1986



ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ. ЭЛЕКТРОННАЯ  
НЕЛИНЕЙНОСТЬ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. I.

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

А Н Н О Т А Ц И Я

Проведены численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по исследованию одномерных бегущих ленгмюровских волн в теплой плазме с неподвижными ионами.

Найдены граничные параметры волн (границы), при которых становятся существенными электронная нелинейность, захват электронов с невозмущенными скоростями  $V \sim 2V_T$  и  $V \sim 0$ , опрокидывание волн.

Исследована эволюция ленгмюровских волн большой амплитуды с параметрами  $\lambda/r_d = 100$ ;  $V_\phi/V_T = 16$ ; диапазон амплитуд  $\sqrt{e\phi_0/m}/V_\phi \sim 0,1-0,6$  от границы электронной нелинейности до границы захвата (несамосогласованная модель без эффектов, связанных с захваченными частицами) и  $\sqrt{e\phi_0/m}/V_\phi \sim 0,6-1,0$  от границы захвата до области выше границы опрокидывания (самосогласованная модель).

Найдено, что электронная нелинейность проявляется в периодическом (с периодом порядка плазменного) изменении формы волны (обострении  $n(x)$ , укрупнении  $E(x)$ ) и модуляции ее амплитуды.

Показано, что этот процесс приводит к формированию области стохастического движения (стохастического слоя) вблизи сепаратрисы, ограничивающей область движения захваченных частиц на фазовой плоскости. Ширина слоя возрастает с ростом начальной амплитуды волны. В самосогласованной модели из-за ускорения электронов на стадии формирования стохастического слоя происходит затухание и устанавливается волна меньшей амплитуды.

При параметрах волны выше границы  $x$ -опрокидывания  $\sqrt{e\phi_0/m}/V_\phi \gtrsim 0,8$  происходит опрокидывание волны. При развитии опрокидывания и многопоточкового движения энергия волны, в основном, поглощается ускоренными электронами хвоста функции распределения, часть энергии идет на нагрев основной массы электронов. Температура плазмы возрастает с ростом начальной амплитуды волны.



LARGE AMPLITUDE LANGMUIR WAVES. ELECTRON  
NONLINEARITY AND STOCHASTICITY. I.

N.S. Buchelnikova, E.P. Matochkin

A b s t r a c t

The numerical experiments (PIC-method) were made to study one-dimensional running Langmuir waves in the warm plasma with fixed ions.

The threshold parameters of the waves (the borders) are found for which the electron nonlinearity, the trapping of electrons with unperturbed velocities  $V^0 \sim 2V_T$  and  $V^0 \sim 0$ , the breaking of the wave are essential.

The evolution of large amplitude Langmuir waves is studied. The parameters of the waves:  $\lambda/r_d = 100$ ;  $V_{ph}/V_T = 16$ ; the amplitudes  $\sqrt{e\phi_0/m}/V_{ph} \sim 0,1 - 0,6$  from the electron nonlinearity border up to the trapping border (nonselfconsistent model without effects, due to the trapped electrons) and  $\sqrt{e\phi_0/m}/V_{ph} \sim 0,6 - 1,0$  from the trapping border up to the region above the breaking border (selfconsistent model).

It is found that the electron nonlinearity shows itself in the periodic (with a plasma period) modification of the wave form (sharpening of  $n(x)$ , steepening of  $E(x)$ ) and in the modulation of the wave amplitude.

This process leads to the formation of the region in the phase space, where the motion of electrons is stochastic. This region (stochastic layer) is formed near the separatrix - the border of the region of trapped particles motion. The width of the layer increases with initial wave amplitude. In the self-consistent model the formation of the layer leads to the acceleration of some electrons and to the initial damping of the wave. The final wave amplitude is lower than the initial one.

When the wave parameters are higher than x-breaking border  $\sqrt{e\phi_0/m}/V_{ph} \geq 0,8$ , the wave breaks. The development of the breaking and of the multistream motion leads to practically full damping of the wave. The energy of the wave is absorbed mainly by the accelerated electrons (the tails of the distribution function) and partly by the heated electrons. The plasma temperature increases with initial wave amplitude.

ЛЕНГМУРОВСКИЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ. ЭЛЕКТРОННАЯ  
НЕЛИНЕЙНОСТЬ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. I.

Н.С. Бучельникова, Е.П. Маточкин

В настоящей работе описаны численные эксперименты (метод частиц в ячейках) по изучению эволюции бегущих и стоячих ленгмюровских волн большой амплитуды, по исследованию эффектов, связанных с электронной нелинейностью плазмы, захватом электронов и опрокидыванием волны. Исследовались ленгмюровские волны в одномерной теплой плазме с неподвижными ионами. Работа разбита на три части. В первой части (I, настоящая работа) рассматриваются бегущие ленгмюровские волны - в начальный момент времени задаются возмущения плотности  $\tilde{n}(x)$  и скорости  $\tilde{v}(x)$  электронов, соответствующие линейной ленгмюровской волне. Во второй части (II, /Ia/) рассматриваются стоячие ленгмюровские волны - в начальный момент задается возмущение скорости электронов. В третьей части (III, /Iб/) рассматриваются стоячие ленгмюровские волны с другой начальной фазой - в начальный момент задается возмущение плотности.

Некоторые явления, связанные с электронной нелинейностью, исследовались нами ранее /2-4/. Были определены границы электронной нелинейности и захвата - начальные параметры волн, при которых эти явления становятся существенными /2б, г/. Исследовались некоторые случаи эволюции волн большой амплитуды /2-4/.

Теоретическое исследование эффектов, связанных с электронной нелинейностью плазмы, было начато работами /5,6/. Нелинейные ленгмюровские волны исследовались также в работах /7-22/. Ряд работ посвящен нелинейным волнам в движущейся плазме /I6-I8/, в релятивистской плазме /I4, I6, I8-2I/. Обобщенный подход, позволяющий описать нелинейные бегущие продольные волны в холодной плазме, включая релятивистские эффекты и эффекты, связанные с движением плазмы, развит в работе /I6/.

Практически все эти работы используют гидродинамическое описание плазмы, справедливое только для холодной плазмы. Основные результаты этих работ можно кратко сформулировать следующим образом: электронная нелинейность плазмы приводит к



изменению формы ленгмюровской волны — обострению возмущения скорости  $\tilde{v}(x)$ , укрупнению распределения электрического поля  $E(x)$  /5,6,14,16/. В одномерной холодной плазме возможно существование стационарных нелинейных волн — волн Ахиэзера-Любарского /5,14,16,22/. В холодной плазме частота этих волн равна плазменной /5,14,16/. В теплой плазме частота немного уменьшается за счет малой добавки, зависящей от  $v_T/v_\phi$  и амплитуды /9,10/. В релятивистской плазме также существуют стационарные нелинейные волны, которые переходят в нелинейные волны Ахиэзера-Любарского /5/ в нерелятивистском пределе /16/. Нелинейные волны в движущейся плазме можно получить лоренцевским преобразованием из волн Ахиэзера-Любарского /16/. В задачах с начальными условиями проявление электронной нелинейности зависит от начальных условий /7/.

В работах /6,16,22/ показано, что уравнения, использованные для описания нелинейной волны в холодной плазме, становятся неприменимыми в области амплитуд волны  $\sqrt{e\varphi_0/m} \geq v_\phi$  /6/,  $\tilde{v}_0 \geq v_\phi$  /16/. В этой области должно происходить опрокидывание волны и должно развиваться многопоточное движение. Приведенное условие принимается за границу опрокидывания.

В работе /13/ в рамках water bag модели с прямолинейной функцией распределения по скорости учтен эффект адиабатического нагрева при описании нелинейных волн в теплой плазме. Показано, что нелинейная волна может существовать (полученное уравнение имеет реальные корни) при условии, что амплитуда волны меньше некоторой  $E_{max}$ . Это  $E_{max}$  принимается за границу опрокидывания. В холодной плазме оно эквивалентно условию  $\sqrt{e\varphi_0/m} \geq v_\phi$ , в теплой плазме  $E_{max}$  падает с ростом температуры плазмы и  $v_T/v_\phi$ .

Развитие опрокидывания стоячей ленгмюровской волны в одномерной холодной плазме исследовалось в численных экспериментах (метод частиц в ячейках) /23/. Эволюция нелинейных ленгмюровских волн в неоднородной холодной плазме исследовалась аналитически в работе /22/. Найдено, что в неоднородной плазме даже малая нелинейность может привести к опрокидыванию за конечное время. Отметим, что особый интерес к опрокидыванию как эффективному механизму передачи энергии волны в плазме

му, проявляется в связи с проблемой лазерного нагрева плазмы /24-31/, коллапса /22/ и т.п.

В работах /32,22/ исследована роль электронной нелинейности при развитии модуляционной неустойчивости и коллапса. В работе /22/ показано, что опрокидывание может являться основным механизмом диссипации энергии при коллапсе.

В настоящей работе описаны численные эксперименты, выполненные методом частиц в ячейках. Такие численные эксперименты эквивалентны кинетическому описанию плазмы. В них проявляется ряд эффектов, потерянных при гидродинамическом описании и в water bag модели, таких как захват электронов волной, ускорение электронов, стохастические эффекты. В гидродинамическом описании при увеличении амплитуды нелинейной волны увеличивается ее укрупнение, но не появляется никаких новых эффектов вплоть до опрокидывания волны. В кинетическом описании даже в слабо-нелинейных волнах проявляются стохастические эффекты. При увеличении амплитуды волны прежде, чем станет возможным опрокидывание, становятся существенными эффекты, связанные с захватом и ускорением электронов.

В настоящей работе исследуются ленгмюровские волны в одномерной теплой плазме с неподвижными ионами. Определяются области начальных параметров, в которых становятся существенными электронная нелинейность, захват электронов, опрокидывание волн. Численные эксперименты проводятся в широком диапазоне начальных параметров бегущих ленгмюровских волн:  $\lambda/r_d \sim 20-100$ ;  $v_\phi/v_T \sim 3,6-16$ ;  $E_0^2/8\pi nT \sim 10^{-4}-10^2$ ;  $v_z/v_\phi \sim 0,2-2$ ;  $v_z = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ . Этот диапазон параметров включает предельные случаи, когда электронная нелинейность незначительна, и случаи, когда волна опрокидывается.

Найдена (или уточнена) граница электронной нелинейности — начальные параметры волн, при которых электронная нелинейность приводит к заметному укрупнению волны.

В теплой плазме заметную роль играет захват электронов. Найдена (или уточнена) граница захвата электронов в теплой (захват и ускорение электронов с невозмущенными скоростями  $v^0 \sim 2v_T$ ) и в холодной (захват и ускорение электронов с  $v^0 \sim 0$ ) плазме. При параметрах волны на этих границах волной



захватываются электроны с начальными скоростями  $V \geq 2 V_T$  или  $V^0 \geq 0$ , т.е. значительная часть электронов плазмы.

В области параметров волны выше этих границ захвата на начальном этапе развития волны ускоряется заметная часть электронов. Найдена граница так называемого  $X$ -опрокидывания /3/, при котором ускоряются практически все электроны плазмы. Эту границу и можно считать границей опрокидывания. Действительно, выше этой границы опрокидывание играет определяющую роль, хотя часть электронов продолжает ускоряться.

Найдено, что границы захвата и  $X$ -опрокидывания лежат в области параметров  $\sqrt{e\phi_0/m} < V_\phi$ ;  $\tilde{V}_0/V_\phi < 1$ .

Исследование эволюции ленгмюровских волн и эффектов, связанных с электронной нелинейностью, захватом электронов и опрокидыванием, проводится в широком диапазоне амплитуд волны  $E_0^2/8\pi nT \sim 10^{-2} - 10^2$ ;  $V_\phi/V_\phi \sim 0,2 - 2$  при длине волны  $\lambda/r_d = 100$ , и фазовой скорости  $V_\phi/V_T = 16$ .

В рассматриваемой нами модели начальная максвелловская функция распределения электронов по скоростям из-за ограниченности числа счетных частиц обрезана на скорости  $V \sim \pm 2 V_T$ . Из-за этого в области начальных параметров волны ниже границы захвата модель является несамосогласованной. Из-за отсутствия электронов в области захвата, ограниченной сепаратрисой, в модели потеряны все нелинейные эффекты, связанные с захваченными частицами, такие как начальное затухание волны, модуляция амплитуды, стохастические эффекты, связанные с движением захваченных частиц и с модуляцией амплитуды. Для нас это имеет и положительную сторону, поскольку позволяет выделить эффекты, связанные с электронной нелинейностью. Отметим, что потерянные эффекты не должны играть существенной роли, так как фазовая скорость волны велика и в область захвата могло бы попасть только малое число электронов.

В рамках этой модели найдено, что при наших начальных условиях в области начальных параметров волны выше границы электронной нелинейности стационарная волна Ажизера-Любарского /5/ не устанавливается. Электронная нелинейность проявляется в периодическом (с периодом равным плазменному) изменении формы волны (обострении  $\tilde{V}(x)$ ,  $\tilde{n}(x)$ ,  $\phi(x)$  и укручении  $E(x)$ )

и модуляции ее потенциала. В спектральном описании этот процесс проявляется в модуляции амплитуды волны и периодическом возбуждении ее гармоник с фазовыми скоростями, близкими к фазовой скорости волны.

Анализ траекторий пробных частиц позволяет сделать вывод о характере движения электронов в различных областях фазового пространства. При начальных параметрах волны ниже границы электронной нелинейности частицы в зависимости от их начальных координат  $X_0, V_0$  разделяются на захваченные и пролетные и имеют регулярные траектории. Периодический процесс, связанный с электронной нелинейностью, приводит к стохастизации движения электронов вблизи сепаратрисы (частица переходит из захваченной в пролетную и обратно через случайные промежутки времени), т.е. к образованию стохастического слоя. Ширина слоя возрастает с ростом начальной амплитуды волны. В работах II, III мы покажем, что основную роль в образовании слоя играет модуляция амплитуды волны и потенциала в результате периодического процесса, обусловленного электронной нелинейностью. Отметим, что образование стохастического слоя приводит к эффективному расширению области захвата.

В области начальных параметров волны выше границы захвата определяющую роль в развитии ленгмюровской волны играют электроны с малыми начальными скоростями из глубины функции распределения. В этой области параметров модель является самосогласованной.

Отметим, что при больших амплитудах волны из-за большого начального возмущения скорости  $\tilde{V}(x)$  начальная функция распределения  $f(x, V_0)$  отличается от максвелловской  $f_0(V^0)$ :  $f(x, V_0) = f_0[V^0 + \tilde{V}(x)]$ .

Найдено, что электроны с малыми начальными скоростями участвуют в формировании стохастического слоя. Их ускорение на начальном этапе приводит к затуханию волны, но через некоторое время устанавливается волна меньшей амплитуды и вблизи ее сепаратрисы образуется стохастический слой. Такая картина наблюдается вплоть до границы  $X$ -опрокидывания включительно, причем амплитуда установившейся волны уменьшается с ростом амплитуды начальной волны. При  $X$ -опрокидывании на на-



чальном этапе ускоряется значительная часть электронов, что приводит к сильному затуханию волны.

В области начальных параметров выше границы  $\chi$  — опрокидывания определяющую роль играет опрокидывание волны и развитие многопоточкового движения, хотя на начальном этапе электроны ускоряются и здесь. При опрокидывании волна затухает, энергия волны поглощается электронами. Однако, позже некоторая часть энергии опять перекачивается в волну, затем вновь поглощается электронами и т.д. Наблюдаются нерегулярные затухающие колебания электрического поля. В результате этого движение электронов приобретает некоторые черты стохастического движения. Энергия волны поглощается, в основном, электронами хвоста функции распределения  $|v| > 2 v_T$ , но часть ее идет на нагрев основной массы электронов и температура плазмы возрастает. Начальная стадия развития опрокидывания имеет такой же характер, как было найдено в работе /23/. Более поздние стадии в работе /23/ не рассматривались.

Исследованию стохастического слоя в районе сепаратрисы при действии на волну различных возмущений посвящено значительное число теоретических и численных работ /33-51/. Наибольшее внимание уделялось исследованию стохастического слоя при возмущении волны второй волной /36-41/ и исследованию близких к этой задаче моделей взаимодействия двух резонансов — стандартного отображения /33,42/ и гамильтониана Уокера-Форда /43,44/.

Исследовалась также задача об образовании стохастического слоя при модуляции амплитуды волны /45-47, 50/ и ее частоты /51/. В работе /45/ рассматривалась самосогласованная задача о затухании ленгмюровских волн большой амплитуды с учетом захваченных частиц и частиц вблизи сепаратрисы. Качественно показано, что частицы вблизи сепаратрисы переходят из захваченных в пролетные и обратно. В работах /46,47,50/ проведен теоретический анализ движения частицы в волне с модулированной амплитудой. Показано, что модуляция приводит к образованию стохастического слоя в районе сепаратрисы, причем ширина слоя возрастает с амплитудой модуляции. Показано /47/, что переход частиц из пролетных в захваченные и обратно является проявлением стохастической неустойчивости движения частиц — траекто-

рии этих частиц на фазовой плоскости расходятся (коэффициенты Ляпунова для них больше нуля).

Образование стохастического слоя вблизи сепаратрисы при движении захваченных в волне частиц было найдено в работе /48/ в рамках приближенной модели (так называемой модели пенала). Некоторые стохастические эффекты, связанные с движением захваченных частиц рассматривались в работе /49/.

В работе /50/ численно (метод частиц в ячейках) исследовалась самосогласованная задача об эволюции бегущей ленгмюровской волны конечной амплитуды ( $\lambda/r_d = 20$ ;  $V_\phi/V_T \sim 35$ ) в теплой плазме. Было найдено, что после начального затухания устанавливается волна меньшей амплитуды. Амплитуда этой волны модулируется в результате движения захваченных частиц. Из-за этой модуляции образуется стохастический слой в районе сепаратрисы. С ростом начальной амплитуды волны растет глубина модуляции и возрастает ширина слоя. Отметим, что в работе /50/ рассматривались волны с начальными параметрами, которые лежат вблизи найденной нами границы нелинейности, так что электронная нелинейность мала и связанные с ней стохастические эффекты не играют существенной роли.

Численные эксперименты проводились в одномерной системе с периодическими граничными условиями. Ионы задавались неподвижными ( $M/m = 10^{10}$ ). Для электронов задавалось максвелловское распределение скоростей  $f_0(v^0)$  с начальной температурой  $T_e$  и тепловой скоростью  $\sqrt{T_e/m} = v_T$  ( $v^0$  — невозмущенная скорость).

Для понижения начального уровня шумов использовался метод "спокойного старта". Из-за ограниченности числа счетных частиц ( $N_e = N_i = 10^4$ ) функция распределения обрезана на скорости  $v = \pm 2 v_T$ . Как мы уже отмечали, это ограничивает возможности рассматриваемой модели и приводит к потере эффектов, обусловленных электронами хвоста функции распределения. Сохраняются только эффекты, обусловленные электронами с  $|v^0| \lesssim 2 v_T$ .

Для задания бегущей ленгмюровской волны (I) в начальный момент времени задаются возмущения скорости и плотности соот-



ветствующие линейной ленгмюровской волне  $\tilde{V}(x) = -\tilde{V}_0 \sin kx$ ,  $\tilde{n}(x) = -\tilde{n}_0 \sin kx$ , причем  $\tilde{n}_0/n_0 = \tilde{V}_0/V_\phi$ . При этом потенциал волны  $\varphi(x) = \varphi_0 \sin kx$ , электрическое поле волны  $E(x) = -E_0 \cos kx$  и  $E_0 = 4\pi e \tilde{n}_0/k$ .

Для задания стоячей ленгмюровской волны с амплитудой  $2E_0$  задаются прямая и обратная бегущие волны с амплитудами  $E_0$ . Фазы волн выбираются так, что в работе II в начальный момент задается возмущение скорости  $\tilde{V}(x) = -\tilde{V}_0 \sin kx$ , а поле  $E(x) = 0$ . В работе III задается возмущение плотности  $\tilde{n}(x) = \tilde{n}_0 \sin kx$  и поле  $E(x) = 2E_0 \cos kx$ , а  $\tilde{V}(x) = 0$ .

Длина волны  $\lambda$  (волновой вектор  $k = 2\pi/\lambda$ ) обычно задается равной длине системы  $L$ , так что номер гармоники  $N = L/\lambda = I$ .

Возмущение скорости  $\tilde{V}(x)$  накладывается на начальную максвелловскую функцию распределения  $f_0(v^0)$ , не зависящую от  $x$ . При больших амплитудах волны функция распределения по возмущенным скоростям  $v_0$  заметно отличается от максвелловской и зависит от  $x$  —  $f(x, v_0) = f_0[v^0 + \tilde{V}(x)]$ . В области максимума  $\tilde{V}(x)$   $f(v_0) = f_0(v^0 + \tilde{V}_0)$ , в области минимума —  $f(v_0) = f_0(v^0 - \tilde{V}_0)$ . Из-за разного начального возмущения  $\tilde{V}(x)$  в случаях I, II, III начальные функции распределения  $f(x, v_0)$  различны.

В наших численных экспериментах обычно используются счетные параметры — шаг по координате  $\Delta x = l r_d$ , шаг по времени  $\tau = 5 \cdot 10^{-2} T_{oe}$ , где  $T_{oe} = 2\pi/\omega_{oe}$  — период плазменных колебаний,  $r_d$  — дебаевский радиус. Контроль правильности расчета проводится по сохранению полной энергии и импульса системы.

Для анализа фазовых траекторий движения электронов в разных областях фазового пространства использовались пробные частицы с нулевым зарядом и массой, но таким же отношением  $e/m$  как у электрона. Такие частицы не обмениваются энергией с волной, но траектории их не отличаются от траекторий электронов с теми же начальными координатами.

Для определения области стохастического движения в фазовом пространстве исследовались траектории отдельных частиц и групп частиц с близкими начальными координатами и скоростями, а также использовался метод, аналогичный отображению Пуанка-

ре. Это отображение обычно используется в численных экспериментах, посвященных исследованию стохастических явлений. При анализе движения частиц ему эквивалентен стробоскопический метод анализа траекторий частиц (см., например, /38,49/). Этот метод заключается в том, что на фазовую плоскость наносятся координаты и скорости частицы в моменты времени, различающиеся на некоторое  $\Delta t$ . Обычно  $\Delta t > T_0 = 2\pi/\omega_0$  (иногда выбирается  $\Delta t = T_B$ , где  $T_B$  — период захваченных частиц) и траектория частицы усредняется по колебаниям с периодом  $T_0$ . В случае регулярного движения частицы точки  $x, v$  ложатся на определенные кривые, задаваемые константой движения. В случае стохастического движения, точки  $x, v$  разбросаны по фазовой плоскости в некоторой области.

В нашем случае на фазовую плоскость в данный момент времени наносятся координаты и скорости всех электронов и заданных пробных частиц. Мы используем метод, аналогичный стробоскопическому анализу. При этом фазовые плоскости выводятся в моменты времени, соответствующие определенной фазе волны, через  $\Delta t = T_0$  и накладываются друг на друга. Усреднения траектории не производится. Нас не интересует область  $x, v$  основной массы электронов, обычно анализируется область движения пробных частиц. Для экономии времени счета обычно анализировались траектории не отдельных частиц, а достаточно большой группы частиц с близкими  $x_0, v_0$ . Если траектории этих частиц лежат в области регулярного движения, то их  $x, v$  в разные моменты времени ложатся на определенные кривые. Если траектории лежат в области стохастического движения, то за достаточно большое время их  $x, v$  заполняют всю эту область. Отметим, что тонкие детали строения стохастической области могут быть потеряны, так как период наложения  $\Delta t$  и, следовательно, фаза волны задаются с точностью до шага по времени  $\tau$ .

Ранее при исследовании ленгмюровских волн большой амплитуды /2/ мы наблюдали некоторые проявления электронной нелинейности обострение возмущения плотности  $\tilde{n}(x)$  и потенциала  $\varphi(x)$ , укрупнение поля волны  $E(x)$ . Была найдена граница электронной нелинейности — начальные параметры волны, при которых



возмущение волны становится заметным. Удобно определять эту границу, например, по обострению возмущения плотности  $\tilde{n}(x)$ , когда отношение максимального возмущения  $\tilde{n}_+$  к минимальному  $\tilde{n}_-$  начинает превышать единицу. Была найдена также граница захвата — начальные параметры волны, при которых появляются электроны, ускоренные до скоростей  $v > v_\phi$ , что соответствует границе захвата электронов с начальными невозмущенными скоростями  $v^0 \sim 2v_T$ .

В настоящей работе мы несколько уточняем границу нелинейности и определяем некоторые новые границы (Рис. Iа, б, таблица I).

Граница электронной нелинейности ранее определялась по отношению  $\tilde{n}_+/\tilde{n}_-$ :  $1,0 < \tilde{n}_+/\tilde{n}_- \leq 1,10$ . На рис. Iа, б приведены кривые I для  $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,03$  и II — для  $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,10$ .

Кривые III, IV соответствуют границам захвата электронов с начальными скоростями  $v^0 \sim 2v_T$  и  $v^0 \sim 0$  (граница захвата для холодной плазмы).

Кривая V соответствует ускорению практически всех электронов плазмы. В стоячих волнах этому явлению соответствует так называемое X-опрокидывание [3]. Отметим, что эта кривая практически одинакова для теплой и для холодной плазмы. Кривую V можно рассматривать как границу опрокидывания волны. Действительно, выше этой границы волна опрокидывается и развивается многопоточковое движение.

Кривая VI соответствует предельным начальным параметрам при задании синусоидального возмущения плотности  $\tilde{n}_0/n_0 \approx 1$ .

Из Рис. Iб видно, что в области достаточно больших длин волн  $\lambda/r_d > 20-50$  границы представляют собой практически прямые линии, т.е. не зависят от длины волны и фазовой скорости. Значения  $\tilde{n}_0/n_0$ ,  $\tilde{v}_0/v_\phi$ ,  $v_3/v_\phi$  для границ разных явлений при  $\lambda/r_d = 100$ ,  $v_\phi/v_T = 16$  приведены в таблице I и на Рис. I.

Ранее [2г, д] границы нелинейности и захвата определялись нами в более широком диапазоне длин волн до  $\lambda/r_d = 1000$ . Было найдено, что в области длин волн  $\lambda/r_d > 20-50$  границы нелинейности и захвата  $\sqrt{e\varphi_0/m}/v_\phi$  (или  $v_3/v_\phi$ ) практически не зависят от  $\lambda/r_d$  и  $v_\phi/v_T$ .

Таблица I. Границы.

$$\lambda/r_d = 100; v_\phi/v_T = 16$$

Граница	$\frac{\tilde{v}_0}{v_T}$	$\frac{\tilde{v}_0}{v_\phi}$	$\frac{\tilde{n}_0}{n_0}$	$\frac{\sqrt{e\varphi_0/m}}{v_T}$	$\frac{\sqrt{e\varphi_0/m}}{v_\phi}$	$\frac{v_3}{v_\phi}$
Эл. нелинейность ( $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,03$ )	0,18	0,01	0,01	1,68	0,10	0,20
Эл. нелинейность ( $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,1$ )	0,48	0,03	0,03	2,77	0,17	0,35
Захват электронов с $v^0 \sim 2v_T$	5,6	0,35	0,35	9,44	0,59	1,18
Захват электронов с $v^0 \sim 0$ в холодной плазме	7,1	0,45	0,45	10,6	0,67	1,34
X-опрокидывание	10	0,64	0,64	12,6	0,80	1,60
Опрокидывание ( $\tilde{n}_0/n_0 \sim 1$ )	16	1	1	16	1	2

$\tilde{v}_0$ ,  $\tilde{n}_0$ ,  $\varphi_0$  — амплитуда начальных возмущений скорости, плотности и потенциала;  $v_3 = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ .



В работе /2г/ мы исследовали затухание ленгмюровских волн в широком диапазоне параметров, соответствующем области между границей захвата и границей  $\chi$ -опрокидывания. Было найдено, что в этой области декремент затухания близок к декременту затухания Ландау  $\gamma_L$ , если выполнено условие  $\sqrt{e\phi_0/m} \lesssim V_T$ , т.е.  $e\phi_0/T_e \lesssim 1$ . Если  $\sqrt{e\phi_0/m} > V_T$  и  $e\phi_0/T_e > 1$ , декремент затухания отличается от  $\gamma_L$ . Отношение  $\gamma/\gamma_L$  экспоненциально растет с ростом фазовой скорости волны и с ростом ее амплитуды. При больших фазовых скоростях и амплитудах волны декремент затухания на много порядков превосходит декремент затухания Ландау /2г/.

Мы нашли, что граница  $\chi$ -опрокидывания (кривая У на Рис.1а,б) практически одинакова для теплой и холодной плазмы. Однако, в работе /13/ в рамках water bag модели было найдено, что граница опрокидывания (граничная амплитуда) падает с ростом температуры плазмы и отношения  $V_T/V_\phi$ . Мы уже отмечали, что в модели работы /13/ учитывается адиабатический нагрев электронов в нелинейной волне, но не учитываются кинетические эффекты такие как захват и ускорение электронов волной. Наши результаты показывают, что эти эффекты и в теплой, и в холодной плазме становятся существенными при амплитудах  $\tilde{V}_0 < V_\phi$ ,  $\sqrt{e\phi_0/m} < V_\phi$ , меньших, чем граница опрокидывания, найденная в гидродинамическом приближении в работах /6,16/  $\tilde{V}_0 \gg V_\phi$ ,  $\sqrt{e\phi_0/m} \gg V_\phi$  и в water bag модели /13/. Это показывает, что адиабатический нагрев, учтенный в работе /13/, играет меньшую роль, чем захват и ускорение электронов.

Следует отметить, что понятие опрокидывания в кинетической модели несколько неопределенно. Действительно, развитие волны с параметрами выше границ захвата III и IV и выше границы  $\chi$ -опрокидывания У различается скорее количественно, чем качественно. Для определенности мы будем называть опрокидыванием развитие волны в области выше границы У, где более четко выражено многопоточное движение.

Начальные параметры волн, эволюция которых рассматривается в настоящей работе, приведены в таблице 2. На рис.1а,б показано положение начальных параметров волн в рассматриваемых случаях относительно границ. Видно, что случай I-0 лежит на

Таблица 2. Начальные данные

В  $t = 0$  задано  $\tilde{n}(x) = -\tilde{n}_0 \sin kx$ ;  $\tilde{V}(x) = -\tilde{V}_0 \sin kx$ ;  
 $\lambda/r_d = 100$ ;  $V_\phi/V_T = 16$ ;  $T_0/T_{0e} = 0,9941$ ;  $kr_d = 6,3 \cdot 10^{-2}$ ;  $(kr_d)^2 = 3,9 \cdot 10^{-3}$

Случай	I-0	I-1	I-2	I-3	I-4	I-5 I-5a	I-6	I-7	I-8	I-9	I-10
$E_0$	7,0	15,5	35,2	100	150	200	300	400	450	550	626
$\tilde{V}_0/V_T$	0,18	0,39	0,9	2,6	3,8	5,1	7,6	10,2	11,5	14,0	16,0
$\tilde{V}_0/V_\phi$	0,011	0,025	0,056	0,16	0,24	0,32	0,48	0,64	0,72	0,88	1,0
$\tilde{n}_0/n_0$	0,011	0,025	0,056	0,16	0,24	0,32	0,48	0,64	0,72	0,88	1,0
$E_0^2/8\pi nT$	0,016	0,077	0,40	3,2	7,2	12,8	28,9	51,3	65,0	97,1	126
$W_w/W_e^0$	0,035	0,17	0,89	7,2	16,2	28,8	64,9	115	146	218	282
$e\phi_0/T_e$	2,8	6,2	14,2	40,3	60,4	80,5	120	161	181	221	252
$V_z/V_T$	3,4	5,0	7,5	12,7	15,6	18,0	22,0	25,4	26,9	29,8	31,8
$V_z/V_\phi$	0,21	0,31	0,47	0,79	0,97	1,1	1,4	1,6	1,7	1,9	2,0
$T_B/T_{0e}$	9,5	6,4	4,2	2,5	2,0	1,8	1,45	1,25	1,18	1,07	1,0

$E_0$  нормирована на  $m r_d / e T_{0e}$ ;  $\tilde{V}_0, \tilde{n}_0$  - начальные возмущения скорости и плотности;  
 $W_w^0 = W_E^0 + \Delta W_e^0$  - начальная энергия волн;  $\Delta W_e^0 = W_e^0 - W_e^0$ ;  $W_e^0$  - тепловая энергия электронов плазмы;  $V_z = 2\sqrt{e\phi_0/m}$  - граница области захвата;  $T_B = \frac{2\pi}{k\sqrt{e\phi_0/m}}$  - период захваченных частиц;  $T_B = 2\pi/\omega_{ce}$ .  
 Случай I-5a - предельная невозмущенная скорость электронов  $V^0 = 1,5 V_T$ .



границе нелинейности I, случай I-I - вблизи границы нелинейности II. Случаи I-2 и I-4 лежат между границей нелинейности II и границей захвата III, случай I-5 - вблизи границы III. Случай I-6 лежит вблизи границы захвата холодной плазмы IV, а случай I-7 - вблизи границы  $\chi$ -опрокидывания У. Выше этой границы лежат случаи I-8, I-9. Предельным параметрам UI соответствует случай I-10.

Отметим, что во всех случаях, которые лежат ниже границ захвата III, IV (случаи I-0 - I-5) рассматриваемая нами модель является неполной и несамосогласованной из-за отсутствия электронов с  $v^0 > 2v_T$ . В случаях I-6 - I-10, которые лежат выше границы захвата IV, модель можно считать самосогласованной - поскольку в эволюции волны участвуют электроны с  $v^0 \sim 0-2v_T$ , роль электронов хвоста с  $v^0 > 2v_T$  становится несущественной.

Рассмотрим эволюцию начального возмущения.

В случае I-0 развивается бегущая ленгмюровская волна. Анализ фазовых плоскостей электронов и распределения скорости  $\tilde{v}(x)$ , распределения возмущения плотности  $\tilde{n}(x)$ , потенциала  $\varphi(x)$ , поля  $E(x)$ , в разные моменты времени показывает, что все они практически синусоидальны. Исключение представляет небольшая несимметрия  $\tilde{n}(x) = \tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,03$ . Таким образом, в этом случае наблюдается близкая к линейной ленгмюровская волна.

В случаях I-I - I-5 роль электронной нелинейности возрастает и с ростом начальной амплитуды волны проявляется все более и более четко. Это хорошо видно по Рис.2, 3, где приведены фазовые плоскости электронов,  $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$  и  $E(x)$  для случаев I-3 и I-5. Видно, что электронная нелинейность проявляется в укрупнении и обострении распределения скорости. Это приводит к обострению  $\tilde{n}(x)$  и формированию в  $t \sim 0,5 T_{oe}$  пика плотности. В результате распределение потенциала также становится несимметричным, максимальное отрицательное значение потенциала возрастает к  $t \sim 0,5 T_{oe}$ . Распределение поля  $E(x)$  укрупняется. Однако в  $t > 0,5 T_{oe}$  обострение и укрупнение уменьшаются и к  $t \sim 1 T_{oe}$  все распределения близки к начальным синусоидальным.

В следующий период к  $t/T_{oe} \sim 0,5$  происходит новое обострение и укрупнение и т.д. Таким образом, процесс имеет периодический характер - в моменты времени пропорциональные  $T_{oe}/2$  достигается максимальное укрупнение волны, в моменты пропорциональные  $T_{oe}$  волна вновь становится синусоидальной. Периодически меняются и максимальные значения возмущения плотности, потенциала и т.д. (Рис.4). Периодический характер процесса в случаях I-I - I-5 сохраняется в течение длительного времени (проверено до  $t/T_{oe} \sim 20-30$ ).

Особенно четко периодичность процесса проявляется при спектральном описании. Действительно, укрупнению поля соответствует возбуждение гармоник  $N = II, III \dots$  начальной волны  $N = I$ . Из Рис.5, 6 видно, что амплитуда гармоник меняется периодически: амплитуда начальной волны периодически падает и возвращается к начальному значению, амплитуды гармоник  $N = II, III \dots$  периодически возрастают, достигают максимума в  $t \sim \frac{T_{oe}}{2}$  и вновь обращаются в ноль в  $t \sim T_{oe}$ . Амплитуда гармоник  $N = II, III \dots$  и изменение амплитуды начальной волны  $\Delta E^I = E_0 - E_{min}^I$  возрастают с ростом амплитуды начальной волны (Рис.7а, 7б).

Отметим, что гармоники  $N = II, III \dots$  являются проявлением укрупнения поля волны и не являются ленгмюровскими волнами. Их фазовые скорости близки к фазовой скорости волны и немного возрастают с ростом ее амплитуды. В случаях I-2 - I-5  $V_{\phi}^{II} \sim (0,8-0,9) V_{\phi}^I$ ,  $V_{\phi}^{III} \sim (0,7-0,8) V_{\phi}^I$ .

На рис.6 показано изменение во времени энергии электрического поля основной волны и гармоники  $N = II$ , а также энергии электронов  $\Delta W_e$  ( $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ ) в случае I-5. Видно, что при периодическом изменении энергии гармоник периодически меняется и энергия электронов - при периодическом укрупнении волны энергия электронов периодически возрастает и вновь падает. Периодическое поглощение энергии электронами увеличивает модуляцию амплитуды волны  $\Delta E^I$ .

При увеличении амплитуды начальной волны процесс сохраняет периодический характер вплоть до границы захвата. В случаях, параметры которых лежат выше границы захвата, становится существенным затухание волны. Небольшое затухание волны (гармоники  $N = I$ ) и рост энергии электронов видны уже



в случае I-5 (Рис.6). Однако, и в этих случаях после начального затухания устанавливается нелинейная волна меньшей амплитуды и процесс сохраняет периодический характер. Мы вернемся к этому ниже.

Проводился анализ траекторий движения электронов на фазовой плоскости. Для этого анализа задавались пробные частицы с начальными координатами на фазовой плоскости  $X_0, V_0; V_0 \equiv \tilde{V}^c$  - возмущенная скорость внутри или вне области захвата, ограниченной сепаратрисой  $V_c(x) = V_\phi \pm 2\sqrt{e\phi_0/m} \sin k(x-x')$ , где  $x'$  - координата узла сепаратрисы.

При начальных параметрах волны ниже границы нелинейности I или вблизи нее частицы с  $X_0, V_0$  внутри области захвата не выходят из области захвата и имеют замкнутые эллиптические траектории. Частицы с  $X_0, V_0$  вне области захвата являются пролетными, их траектории всегда лежат выше или ниже области захвата в зависимости от начальных координат  $X_0, V_0$ .

Такой же характер траекторий сохраняется и в случаях с параметрами, лежащими выше границы нелинейности, например, в случае I-I (Рис.8 - траектории частиц  $N = 1-3, 6, 7, 8-10$ ). Однако, здесь вблизи сепаратрисы появляются траектории, которые ведут себя необычно. Так траектория частицы  $N = 4$  с  $X_0, V_0$  внутри области захвата выходит из области захвата и частица становится пролетной. Траектория частицы  $N = 5$  с  $X_0, V_0$  вне области захвата, наоборот, ведет себя подобно траектории захваченной частицы.

Существует некоторая область начальных координат в районе сепаратрисы, в которой частицы ведут себя "ненормально". Ширина этой области возрастает с ростом начальной амплитуды волны. Будем называть ее областью стохастического движения или стохастическим слоем. Ниже мы покажем справедливость такого названия.

На Рис.9а показана область захвата, ограниченная сепаратрисой, для случай I-5. Разными знаками отмечены  $X_0, V_0$  частиц с нормальными (-) и ненормальными (x) траекториями (траектории прослеживались до  $\frac{t}{T_0} \sim 7$ ). Видно, что часть частиц с  $X_0, V_0$  внутри области захвата выходит из захвата, а часть частиц с  $X_0, V_0$  вне области захвата, наоборот, захватывается, т.е. существует

область стохастического движения. Внутри этой области существует некоторая тонкая структура - ненормальные траектории перемежаются небольшими областями (островами) нормальных. Вне этой области траектории ведут себя нормально - траектории частиц с  $X_0, V_0$  внутри области захвата все время лежат внутри нее, а траектории частиц с  $X_0, V_0$  вне нее все время лежат вне нее.

Отметим, что нижняя граница стохастической области лежит ниже сепаратрисы, так что область захвата эффективно расширяется в область меньших начальных скоростей частиц.

На рис.9а показаны возмущенные начальные скорости электронов  $V_0$ . При больших амплитудах волны возмущение скорости  $\tilde{V}(x)$  настолько велико (в случае I-5  $\tilde{V}_0/V_\phi \sim 0,3$ ), что функция распределения по скоростям  $f(x, V_0)$  сильно отличается от максвелловской. Чтобы понять, какая область максвелловского распределения электронов попадает в область захвата или в стохастическую область, следует перейти к невозмущенным скоростям частиц  $V^0(x) = V_0(x) - \tilde{V}(x)$ . На рис.9б показаны кривые  $V^0(x)$ , соответствующие сепаратрисе  $V_c(x)$  и нижней границе стохастической области  $V_a(x)$ . Видно, что нижняя граница области захвата соответствует  $V^0 \sim 3,5 V_T$ , а нижняя граница стохастической области -  $V^0 \sim 2 V_T$ . Это показывает, что в результате образования стохастической области в захват дополнительно вовлекается значительное число электронов с  $V^0$  от  $2V_T$  до  $3,5 V_T$  из глубины функции распределения.

На рис.10а, 10б показана зависимость от амплитуды волны нижней границы области захвата  $V_c = V_\phi - V_3$  и нижней границы области стохастичности  $V_a$  в возмущенных (Рис.10а) и невозмущенных (рис.10б) начальных скоростях электронов. Видно, что с ростом амплитуды ширина стохастической области увеличивается и ее нижняя граница смещается в сторону меньших начальных скоростей электронов.

Частицы с начальными  $X_0, V_0$  в стохастической области ниже сепаратрисы вместо того, чтобы быть пролетными, вовлекаются в захват. При начальном максвелловском распределении это должно привести к тому, что с ростом начальной амплитуды в захват будет вовлекаться большее и большее число электронов. В самосогласованной задаче это должно привести к сильному



росту начального затухания.

Анализ траекторий частиц с  $X_0, V_0$  в области стохастического движения показывает, что траектории имеют вид, характерный для стохастического слоя вблизи сепаратрисы. Действительно, эти траектории с течением времени меняют свой характер — частица переходит из пролетной в захваченную и обратно через случайные промежутки времени. Характерная траектория электрона такого типа (случай I-6) показана на Рис. II. Начальные координаты  $X_0, V_0$  этой частицы лежат в области захвата. В первый период  $T_{oe}$  частица захватывается, но уже в  $t \gtrsim T_{oe}$  выходит из захвата и становится пролетной с большой скоростью  $V > V_\phi$ . В  $t/T_{oe} \gtrsim 5$  она вновь захватывается, в  $t/T_{oe} \gtrsim 7$  выходит из захвата с  $V < V_\phi$ , в  $t/T_{oe} \gtrsim 8$  вновь захватывается и т.д. Как было показано в работе /47/, такие траектории являются проявлением локальной стохастической неустойчивости.

Анализ траекторий частиц с близкими начальными координатами, лежащими в стохастической области, показывает, что эти траектории быстро расходятся. Это является характерным признаком стохастического движения.

Характерные траектории частиц с близкими  $X_0, V_0$ , лежащими ниже области захвата (случай I-5), показаны на Рис. I2a, б в лабораторной системе (Рис. I2a) и в системе координат волны (рис. I2б). Видно, что до  $t/T_{oe} \sim 0,7$  все траектории близки, но позже начинают расходиться. Частица  $N = 2$  захватывается, а в  $t/T_{oe} \gtrsim 3$  выходит из захвата с  $V > V_\phi$ . Частица  $N = 1$  тоже захватывается, делает полный оборот и в  $t/T_{oe} \gtrsim 4$  выходит из захвата с  $V < V_\phi$ . Частицы  $N = 4$  и 5 вначале пролетные с  $V < V_\phi$ , а позже захватываются:  $N = 4$  в  $t/T_{oe} \gtrsim 2,5$ ,  $N = 5$  — в  $t/T_{oe} \gtrsim 3,5$ . Таким образом, малые различия в начальных координатах приводят к большому различию траекторий частиц.

На рис. I2б показана также характерная траектория захваченной частицы  $N = 6$ . Видно, что траектория несколько меняется с течением времени до  $t/T_{oe} \sim 7$  она раскручивается, потом снова скручивается (не показано на Рис. I2б), снова раскручивается и т.д. Однако область, в пределах которой проходит траектория, невелика и траектория не выходит за пределы об-

ласти захвата (во-всяком случае за время  $\sim 30 T_{oe}, \sim 15-20 T_B$ ) и качественно отличается от траекторий в районе сепаратрисы.

Приведенные факты позволяют утверждать, что вблизи сепаратрисы образуется стохастический слой — область, в которой движение частиц является стохастическим. Образование заметного слоя наблюдается при начальных параметрах волны, больших границы электронной нелинейности. Ширина стохастического слоя растет с ростом начальной амплитуды и ростом нелинейности волны. Это позволяет утверждать, что причиной образования стохастического слоя является периодический процесс, обусловленный электронной нелинейностью. Следует подчеркнуть, что этот процесс не приводит к хаотизации электрического поля — колебания  $E(x, t), \varphi(x, t)$  остаются регулярными. Движение частиц становится стохастическим в регулярном поле.

Как было показано выше, в динамическом описании электронная нелинейность проявляется в периодическом изменении величины и формы потенциального барьера  $\varphi(x)$ . Из-за малого различия в начальных скоростях и координатах частицы могут подойти к потенциальному барьеру в близкие, но разные моменты времени. В результате изменения барьера это различие может оказаться достаточным для того, чтобы одна частица прошла через барьер, а другая отразилась от него. При многократном прохождении через барьер траектории частиц с близкими  $X_0, V_0$  расходятся.

В спектральном описании электронная нелинейность проявляется в модуляции амплитуды волны и периодическом возбуждении ее гармоник. Фазовые скорости гармоник отличны от фазовой скорости волны, но близки к ней, так что при любых амплитудах их области захвата пересекаются с областью захвата основной волны. И модуляция амплитуды, и наличие гармоник с пересекающимися областями захвата могут дать вклад в стохастизацию движения частиц. Действительно, в работах /46, 47, 50/ показано, что модуляция амплитуды волны приводит к образованию стохастического слоя. Хорошо известна и стохастическая неустойчивость движения частиц в поле нескольких гармоник с пересекающимися областями захвата /33-35/.

Проанализировав стохастические явления в стоячих ленгмю-



ровских волнах с различной начальной фазой (работы II, III /I/), мы покажем, что основную роль в наших случаях, по-видимому, играет модуляция амплитуды.

Для того, чтобы выяснить структуру и определить ширину стохастического слоя в разных случаях изучалось движение группы пробных частиц с близкими начальными координатами, лежащими в пределах стохастической области вне области захвата. Использовался метод, аналогичный отображению Пуанкаре: фазовые плоскости, выведенные в разные моменты времени через  $\Delta t = T_0 = 2\pi/\omega_0$  накладывались друг на друга. При этом траектория данной частицы отмечается точками через  $\Delta t$ .

Отображение Пуанкаре часто используется для анализа того, является ли данная траектория стохастической или регулярной. Мы обычно сначала анализируем траектории за время  $\sim 7-10 T_{0e}$ , как это описано выше, и выбираем область  $X_0, V_0$ , в которой траектории являются стохастическими. Интересует нас область фазового пространства, в которую попадают эти траектории в течение длительного времени. В принципе эта область могла бы быть описана одной траекторией за достаточно большое время. Задание группы частиц с заведомо стохастическими траекториями позволяет обрисовать эту область за более короткое время.

Область, в которую попадают заданные частицы в разные моменты времени, соответствует области стохастического движения, т.е. стохастическому слою. Повторение процедуры наложения фазовых плоскостей показывает, что с течением времени стохастический слой несколько расширяется, но за  $20-30 T_{0e}$  устанавливается и больше практически не меняется. При этом нижняя граница стохастического слоя практически не отличается от нижней границы  $V_a$ , найденной по начальным координатам стохастических траекторий, прослеженных за время  $\sim 7 T_{0e}$  (Рис. 10а, б).

На рис. 13 показаны фазовые плоскости, "просуммированные" за  $t \sim 20-30 T_{0e}$  с  $\Delta t = T_0$  (отображение с  $\Delta t = T_0$ ) для случаев I-1 - I-5а, I-5 (несамосогласованная модель) и самосогласованных случаев I-6, I-7, которые будут рассмотрены позже. Из Рис. 13 видно, что стохастический слой сосредоточен вблизи сепаратрисы и ее узлов и включает область как вне, так

и внутри области захвата. Ширина стохастического слоя возрастает с ростом начальной амплитуды волны. Отметим, что тонкой структуры слоя типа островов, видимых на Рис. 9а, на фазовых плоскостях Рис. 13 не наблюдается, хотя это может быть просто следствием неточности наложения фазовых плоскостей из-за шага по времени.

В таблице 3 приведены некоторые данные, характеризующие стохастический слой в разных случаях, - максимальная  $V_{max}$  и минимальная  $V_{min}$  скорости в слое, соответствующие верхней и нижней границе слоя, ширина слоя в районе максимума  $\Delta_2$  и минимума  $\Delta_1$  сепаратрисы. В таблице также приведена величина  $\delta$ , характеризующая разброс при разном начальном наборе пробных частиц и неопределенность за счет шага по скорости  $\Delta V$ .

Зависимость от начальной амплитуды ширины слоя в районе минимума и максимума сепаратрисы показана на Рис. 14. Как мы уже отмечали, случаи I-2 - I-5а соответствуют несамосогласованной задаче - в этих случаях электроны плазмы с начальными невозмущенными скоростями  $V^0 \lesssim 2 V_T$  не участвуют в развитии стохастического слоя, а хвост электронов с  $V^0 > 2 V_T$  в нашей модели обрезан.

В случае I-5 наблюдается ускорение небольшого числа электронов (Рис. 3) и небольшое затухание. Из Рис. 14 видно, что ширина слоя при этом уменьшается по сравнению со случаем I-5.

На Рис. 14 приведены также данные для самосогласованных случаев I-6, I-7, в которых затухание играет существенную роль. Видно, что стохастический слой существует и здесь.

Рассмотрим случаи I-5, I-6, I-7 более подробно.

Анализ начального распределения электронов на фазовой плоскости в случае I-5 показывает, что начальные координаты  $X_0, V_0$  всех электронов лежат ниже сепаратрисы, но  $X_0, V_0$  некоторого числа электронов лежат в пределах стохастического слоя (Рис. 9). Именно эти электроны ускоряются, образуя хвост на фазовой плоскости (Рис. 3). Анализ траекторий этих электронов показывает, что их движение является стохастическим, а их траектории лежат в пределах стохастического слоя, определенного с помощью пробных частиц.



Таблица 3. Стохастический слой

Случай	I-1	I-2	I-3	I-4	I-5a	I-5	I-6	I-7
$E_0$	15,5	35,2	100	150	200	200	300	400
$V_3/V_T$	5,0	7,5	12,7	15,6	18,0	18,0	22,0	25,4
$(V_\phi + V_3)/V_T$	21,0	23,5	28,7	31,6	34,0	34,0	38,0	41,4
$V_{max}/V_T$	21,0	23,5	29,2	31,8	35,7	35,0	39,0	36,6
$(V_\phi - V_3)/V_T$	11	8,5	3,3	0,51	-2,0	-2,0	-6,0	-9,4
$V_{min}/V_T$	11	8,4	1,9	-1,3	-3,8	-2,5	-3,8	-3,2
$\Delta_1/V_T$	< 0,64	0,48	3,8	6,4	9,5	5,7	8,6	9,5
$\delta_1/V_T$	$\pm 0,64$	$\pm 0,16$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	+1; -1,6	$\pm 0,64$
$\Delta_2/V_T$	< 0,64	0,16	1,9	5,1	7,6	5,1	8,6	9,5
$\delta_2/V_T$	$\pm 0,64$	$\pm 0,16$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	$\pm 0,64$	+2,9; -1	$\pm 0,64$
$\Delta_1/V_3$	< 0,13	0,06	0,3	0,41	0,53	0,32	0,39	0,38
$\delta_1/V_3$	$\pm 0,13$	$\pm 0,02$	$\pm 0,05$	$\pm 0,04$	$\pm 0,035$	$\pm 0,035$	+0,04; -0,08	$\pm 0,025$
$\Delta_2/V_3$	< 0,13	0,02	0,15	0,33	0,43	0,28	0,39	0,38
$\delta_2/V_3$	$\pm 0,13$	$\pm 0,02$	$\pm 0,05$	$\pm 0,04$	$\pm 0,035$	$\pm 0,035$	+0,14; -0,04	$\pm 0,025$

$V_3 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ ;  $V_{max}$ ,  $V_{min}$  - максимальная и минимальная скорость частиц в стохастическом слое (пробные частицы);  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  - ширина стохастического слоя в районе максимума и минимума сепаратрисы;  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  - ошибка определения  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ ;

Случай I-5a - предельная невозмущенная скорость  $V^0 = 1,5 V_T$ .

Уменьшим предельную невозмущенную скорость электронов (уменьшив полное число электронов  $N_e$ ) до  $V^0 \sim 1,5 V_T$  (случай I-5a). При этом предельная скорость оказывается ниже границы стохастического слоя. В результате в случае I-5a не наблюдаются ускоренных электронов и нет затухания. Ширина стохастического слоя, определенная по пробным частицам, в случае I-5a оказывается несколько большей, чем в случае I-5 с затуханием.

Отметим, что случай I-5 нельзя считать самосогласованным, т.к. электронов захватывается меньше, чем должно быть, если хвост с  $V > 2 V_T$  не обрезан. В самосогласованной задаче электроны хвоста в этом случае могут играть существенную роль.

Случаи I-6, I-7 можно считать самосогласованными. Действительно, параметры случая I-6 лежат вблизи, случая I-7 - выше границы захвата электронов холодной плазмы с  $V^0 \sim 0$  (Рис.1). В максвелловской функции распределения в интервале  $0-2 V_T$  электронов заведомо больше, чем в обрезанном хвосте с  $V > 2 V_T$ , так что определяющую роль в эволюции волны должны играть электроны с малыми  $V^0$ .

Напомним, что из-за большого начального возмущения скорости в этих случаях (Таблица 2) начальная функция распределения по возмущенным скоростям  $f(x, v_0)$  сильно отличается от максвелловской.

Для случаев I-6, I-7 на Рис.15, 16 показано изменение во времени энергии электрического поля  $W_E$  и энергии электронов  $\Delta W_e$ , на Рис.17, 18 - фазовые плоскости электронов и распределение  $\tilde{n}(x)$ ,  $\varphi(x)$ ,  $E(x)$  в разные моменты времени, на Рис.19, 20 - изменение во времени амплитуды основной волны  $N=I$  и ее гармоник  $N=II, III$ .

По фазовым плоскостям Рис.17 видно, что в случае I-6 ускоряется значительное число электронов. В более поздние моменты времени часть из них движется подобно пролетным, а часть - подобно захваченным частицам. Ускорение электронов и выход части электронов из захвата на начальном этапе приводит к сильному затуханию волны, причем энергия поля поглощается электронами (Рис.15). Как было показано ранее [27], декремент затухания на много порядков превосходит декремент затухания Ландау.



Как видно из Рис.15, после начального затухания энергия поля осциллирует с периодом  $\sim 2,5-3 T_{oe} \sim 1,5-2 T_B$  с затухающей амплитудой и к  $t/T_{oe} \sim 10-15$  устанавливается на примерно постоянном уровне.

Амплитуды установившейся волны в разных случаях показаны на Рис.21 и приведены в Таблице 4.

Таблица 4. Установившаяся амплитуда  
 $\lambda/r_d = 100; V_\phi/V_T = 16$

Случай	I-6	I-7	I-8	I-9	I-10
$E_0$	300	400	450	550	626
$E_S \pm \Delta E_S$	$200 \pm 9$	$165 \pm 24$	$129 \pm 32$	$63 \pm 38$	$51 \pm 36$
$V_3^0/V_T$	22,0	25,4	26,9	29,8	31,8
$V_3^S/V_T$	17,9	16,3	14,4	10,1	9,1
$V_3^0/V_\phi$	1,4	1,6	1,7	1,9	2,0
$V_3^S/V_\phi$	1,1	1,0	0,90	0,63	0,56
$(V_\phi + V_3^0)/V_T$	38,0	41,4	42,9	45,8	47,8
$V_{max}/V_T$	42	48	51	56	59

$E_0, E_S$  - нормировано на  $m r_d / T_{oe}^2$ ;  
 $E_0, E_S$  - начальная и установившаяся в  $t \geq 20 T_{oe}$  амплитуда;  $\Delta E_S$  - амплитуда колебаний  $E_S$  с периодом  $\sim T_{oe}/2$ ;  $V_3^0 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ ;  $V_3^S = 2\sqrt{e\phi_S/m}$ ;  $\phi_S = E_S/k$ ;  $V_{max}$  - максимальная скорость электронов в  $t \geq 20 T_{oe}$ .

Из Рис.19 видно, что и после затухания сохраняется периодическое изменение амплитуды гармоник с периодом  $\sim T_{oe}$ , соответствующее периодическому укрупнению волны из-за электронной нелинейности. Этот процесс проявляется и в периодическом изменении  $\tilde{n}(x), \phi(x), E(x)$  подобно рассмотренным ранее случаям. Этот процесс продолжается и в области установившейся амплитуды поля  $t/T_{oe} \sim 10-20$ .

Анализ начального распределения электронов на фазовой плоскости в случае I-6 показывает, что начальные координаты

$X_0, V_0$  заметного числа электронов лежат в пределах стохастического слоя, в том числе внутри области захвата. Ускорение этих электронов на начальной стадии развития волны и приводит к ее затуханию.

Периодический процесс, связанный с электронной нелинейностью приводит к развитию стохастического слоя. Свой вклад в развитие слоя дает и модуляция амплитуды волны с периодом  $\geq T_B$ . Действительно, движение электронов в окрестности сепаратрисы является стохастическим. Это подтверждается анализом траекторий электронов. На рис.22 показаны траектории электронов с близкими начальными координатами  $X_0$  и одинаковыми невозмущенными скоростями  $V^0 = 2,15 V_T$ . Видно, что эти траектории расходятся и имеют вид, характерный для траекторий в стохастическом слое.

Области стохастического движения электронов и пробных частиц практически совпадают. Только небольшая часть электронов, ускорившихся на начальном этапе, остается пролетными с большой скоростью. Траектории этих электронов на фазовой плоскости лежат несколько выше стохастического слоя.

Существование стохастического слоя в самосогласованном случае I-6 показывает, что стохастический характер движения частиц вблизи сепаратрисы не является следствием несамосогласованности задачи.

В самосогласованных случаях в развитие стохастического слоя может внести вклад движение захваченных частиц. Если начальное распределение захваченных частиц является максвелловским, их движение приводит к периодическим колебаниям (модуляции) амплитуды волны с периодом порядка периода захваченных частиц  $T_B$ , а модуляция амплитуды приводит к стохастизации движения вблизи сепаратрисы и образованию стохастического слоя /46,47,50/. Такая модуляция проявляется и в случае I-6 в  $t/T_{oe} \sim 1-10$  на стадии развития стохастического слоя. В несамосогласованных случаях I-0 - I-5 эффекты такого сорта потеряны из-за отсутствия захваченных электронов.

Отметим, что при малых фазовых скоростях эти эффекты при малых амплитудах волны могут играть более существенную роль, чем электронная нелинейность. В подобных нашим численным экс-



периментах /50/ исследовались самосогласованные случаи ( $N_e = N_i \sim 10^5$ , так что область захвата заполнена электронами) для волн с параметрами  $\lambda/\Gamma a = 20$ ;  $V_\phi/V_T \sim 3,5$ ;  $E_0 = 2,7$  и  $6,9$ ;  $V_3^0/V_\phi = 0,27$  и  $0,43$ . Эти параметры лежат вблизи границы электронной нелинейности. Было показано, что после начального затухания устанавливается волна меньшей амплитуды с  $V_3^s/V_\phi \sim 0,20$  и  $0,26$  соответственно в двух рассмотренных случаях. Модуляция амплитуды волны, обусловленная движением захваченных частиц, приводит к формированию стохастического слоя. Ширина слоя (по рисункам в работе /50/) достигает величины  $\Delta_1/V_3^s \sim \Delta_2/V_3^s \sim 0,13$  и  $0,37$ . Нами проведены численные эксперименты с несамосогласованными случаями ( $N_e = N_i \sim 10^4$ , т.ч. в области захвата нет электронов) для волн с теми же параметрами, что в работе /50/. В этих случаях нет затухания и модуляции амплитуды. Небольшая электронная нелинейность не приводит к появлению заметного стохастического слоя, во всяком случае  $\Delta/V_3^0 < 0,05$ .

Вернемся к рассмотрению самосогласованных случаев при  $V_\phi/V_T = 16$ . Эволюция волны приобретает новые черты, когда амплитуда волны приближается к границе  $X$ -опрокидывания. В случае I-7, параметры которого лежат вблизи этой границы, на начальной стадии ускоряется большая часть электронов (Рис.18). Это приводит к быстрому затуханию волны (Рис.16). В результате некоторая часть ускоренных электронов выходит из захвата со скоростями, превышающими фазовую скорость, и остается пролетными. Это придает процессу некоторые черты многопоточкового движения (Рис.18). Однако, волна и после затухания имеет заметную амплитуду и развивается с затухающей модуляцией подобно случаю I-6 (рис.16, 18). Установившаяся амплитуда в этом случае меньше, чем в случае I-6 (Рис.21, Таблица 4).

Из Рис.20 видно, что периодический процесс, обусловленный электронной нелинейностью, продолжает играть роль и в этом случае. Этот процесс совместно с модуляцией волны с периодом  $\sim 3-3,5 T_{oe}$ , так же как в случае I-6, приводит к образованию стохастического слоя вблизи сепаратрисы установившейся волны (Рис.13з, 14).

При дальнейшем увеличении начальной амплитуды волны развитие процесса приобретает характер опрокидывания. Энергия волны при этом почти полностью поглощается электронами плазмы.

На Рис.23 показано изменение энергии электрического поля волны и энергии электронов в случае I-9, на Рис.24 - фазовые плоскости электронов и распределение  $\tilde{n}(x), \varphi(x), E(x)$  в разные моменты времени.

Из рис.24 видно, что в случае I-9 происходит опрокидывание волны. На начальной стадии опрокидывания часть электронов ускоряется до значительных скоростей. Амплитуда и энергия волны к  $t/T_{oe} \sim 0,7$  падает почти до нуля (Рис.23), так что ускоренные электроны двигаются практически свободно. По фазовым плоскостям (Рис.24б) видно, что в  $t/T_{oe} \sim 1-2$  развивается многопоточковое движение.

Дальнейшее развитие можно видеть по фазовым плоскостям Рис.24б и изменению энергии волны Рис.23. Видно, что в  $t/T_{oe} \sim 2-3$  часть электронов со скоростями, близкими к фазовой скорости, начинает тормозиться. Это приводит к росту амплитуды волны. При возрастании амплитуды начинают ускоряться электроны, оказавшиеся в соответствующей фазе волны, что вновь приводит к ее затуханию в  $t/T_{oe} \sim 4-5$ . Амплитуда вновь нарастает, а затем падает в  $t/T_{oe} \sim 6-9$ . Менее заметные колебания такого сорта продолжают и далее. Однако они становятся меньше и меньше, так что амплитуда волны устанавливается на некотором, малом по сравнению с начальным, уровне (Рис.21, 23, Таблица 4).

Отметим, что одновременно развивается компонента стоячей волны, что видно по периодическим колебаниям с периодом  $\sim T_{oe}/2$  энергии поля и электронов (Рис.23). Природа этой компоненты остается неясной.

На рис.25а, 25б показаны траектории группы электронов в случае I-9. Анализ траекторий электронов, попавших на начальном этапе в фазу ускорения и участвующих в многопоточковом движении, показывает, что электроны, ускорившиеся до больших скоростей, остаются пролетными, их траектории имеют сравнительно регулярный характер (Рис.25а,  $N = 3,4$ ). Частицы, оказавшиеся вблизи области захвата нарастающей волны ( $N = 1,2$ ) движутся по более сложным траекториям - во время сильных изменений амплитуды волны (например,  $t/T_{oe} \sim 2-5$ ) частица то захватывается, то выходит из захвата, причем некоторые частицы в результате тормозятся ( $N = 2$ ), а некоторые ускоряются ( $N = 1$ ).



После установления волны малой амплитуды можно ожидать, что вблизи ее сепаратрисы будут проявляться эффекты, связанные с электронной нелинейностью. Однако, амплитуда волны невелика, так что стохастический слой должен быть малым.

Сложный характер имеют траектории частиц, попавших на начальном этапе в фазу торможения (Рис.25б). Во время сильных изменений амплитуды ( $t/T_{0e} \sim 2-5, 6-9$ ) траектории частиц с близкими начальными координатами становятся различными и расходятся. Так в  $t/T_{0e} \sim 3-5$  расходятся траектории частиц  $N = 1$  и 3. Частицы  $N = 2$  и 3 продолжают двигаться практически вместе до  $t/T_{0e} \sim 7-8$ , после чего тоже расходятся. При этом некоторые частицы (например,  $N = 1$ ) сохраняют значительную скорость.

Таким образом, в этом случае практически все электроны интенсивно обмениваются энергией с электрическим полем. Движение значительного числа электронов приобретает черты стохастического.

В случае I-9 вид фазовых плоскостей, функции распределения по скорости заметно меняются с течением времени до  $t/T_{0e} \sim 10-12$ , но позже устанавливаются и практически не меняются. Из Рис.23 видно, что энергия волны необратимо поглощается электронами плазмы. Анализ функции распределения по скоростям показывает, что энергия поглощается, в основном, ускоренными электронами и идет в хвосты функции распределения. Однако, наблюдается и уширение функции распределения, т.е. нагрев электронов плазмы. В случае I-9 температура электронов, определенная по ширине  $f(v)$ , на уровне 0,6, составляет  $T_e \sim 1,5 T_e^0$ .

При дальнейшем увеличении начальной амплитуды волны процесс сохраняет характер опрокидывания. Предельным случаем при наших начальных условиях, является случай I-10, где начальное возмущение плотности имеет предельную величину  $\tilde{n}_0/n_0 \sim 1$ .

Развитие опрокидывания в этом случае идет несколько быстрее, чем в случае I-9, но качественно не отличается от него. За  $t/T_{0e} \sim 10-15$  устанавливается некоторое квазистационарное состояние. Амплитуда установившейся волны в этом случае меньше, чем в случае I-9 (Рис.21, Таблица 4).

Установившаяся фазовая плоскость в случае I-10 в сравнении с фазовыми плоскостями случаев I-6 - I-9 показана на

Рис.26. На Рис.27 показана установившаяся функция распределения по скоростям в случае I-10 в сравнении с начальной максвелловской функцией распределения. Видно, что энергия волны поглощается, в основном, ускоренными электронами, но наблюдается и нагрев электронов плазмы. Температура электронов в случае I-10 достигает величины  $T_e \sim 6 T_e^0$ .

На рис.28а показана доля начальной энергии волны  $W_w^0$ , содержащаяся в электрическом поле  $\delta W_E/W_w^0$ , ускоренных электронах  $\delta W_z/W_w^0$  ( $v > 2v_T$ ) и нагретых электронах  $\delta W_h/W_w^0$  ( $v \leq 2v_T$ ) в установившемся состоянии в зависимости от начальной энергии. На Рис.28б показана температура  $T_e/T_e^0$  и  $\delta W_z/W_w^0$  в зависимости от амплитуды волны. Видно, что энергия поля падает, а энергия  $\delta W_z$  и  $\delta W_h$  и соответственно температура  $T_e$  растут с ростом начальной амплитуды волны, причем основная энергия содержится в ускоренных электронах.

Все исследованные в этой работе самосогласованные случаи I-6 - I-10 лежат выше границы захвата в холодной плазме. Ранее /46/ исследовалось развитие бегущих волн большой амплитуды в холодной плазме. В ряде случаев начальные параметры волн в теплой (настоящая работа) и в холодной (работа /46/) плазме совпадают.

Случай (здесь)	I-6	I-8	I-9	I-10
Случай (/46/)	3-4	3-5	3-6	3-7

Сравнение эволюции волны в теплой и холодной плазме по фазовым плоскостям, функциям распределения, эволюции  $\tilde{n}(x), E(x)$  показывает, что они практически не различаются и приводят к практически одинаковому установившемуся состоянию. Это можно видеть сравнивая, например, Рис.26 и 28а этой работы с Рис.5е-8е и 10в работы /46/. Исключение составляет только случай I-6, где ускоряется и участвует в развитии процесса заметно большее число электронов, чем в случае 3-4 из работы /46/.



Литература

- I. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин.
  - а. "Ленгмюровские волны большой амплитуды. Электронная нелинейность и стохастические эффекты II". Препринт ИЯФ СО АН СССР №86-154, Новосибирск, 1986.
  - б. "Ленгмюровские волны большой амплитуды. Электронная нелинейность и стохастические эффекты III". Препринт ИЯФ СО АН СССР №86-155, Новосибирск, 1986.
2. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин.
  - а. Физика плазмы 7, вып.2, 383, 1981.  
Препринты ИЯФ СО АН СССР № 77-39, 1977; № 78-17, 1978; № 79-21, 1979.
  - б. Plasma Physics 23, 35, 1981.  
Препринт ИЯФ СО АН СССР № 78-19, 1978.
  - в. Comments Plasma Phys. Contr. Fusion 6, No 1, 21, 1980.
  - г. Физика плазмы 6, вып.5, 1097, 1980.  
Препринт ИЯФ СО АН СССР № 79-112, 1979.
  - д. Препринт ИЯФ СО АН СССР № 79-21; 1979.
3. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Стоячие ленгмюровские волны большой амплитуды. Развитие возмущения скорости электронов". Препринт ИЯФ СО АН СССР № 84-46, Новосибирск, 1984.
4. Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин "Стоячие ленгмюровские волны большой амплитуды. Нагрев электронов I(a) и II(б)".
  - а. Препринт ИЯФ СО АН СССР № 82-106, Новосибирск, 1982.
  - б. Препринт ИЯФ СО АН СССР № 83-01, Новосибирск, 1983.
5. А.И.Ахиезер, Г.Я.Любарский. ДАН СССР 80, 193, 1951.
6. J.M.Dawson. Phys. Rev. 113, 383, 1959.
7. М.В.Конюков. ЖЭТФ 37, 799, 1959.
8. G.Kalman. Ann. Phys. 10, 1, 29, 1960.
9. H.Wilhelmsson. Phys. Fluids 4, 335, 1961.
10. В.Л.Сизоненко, К.Н.Степанов. Физика плазмы и проблемы УТС, вып.4. Наукова Думка, Киев, 1965, стр.93.
11. Н.С.Репалов, Н.А.Хижняк. Высокочастотные свойства плазмы, вып.3. Наукова Думка, Киев, 1968, стр.90.
12. P.Bertrand, M.R.Feix. Phys. Lett. 28A, 68, 1968.  
P.Bertrand, G.Baumann, M.R.Feix. Phys. Lett. 29A, 489, 1969
13. T.P.Coffey. Phys. Fluids 14, 1402, 1971.
14. А.И.Ахиезер, И.А.Ахиезер, Р.В.Половин, А.Г.Ситенко, К.Н.Степанов. Электродинамика плазмы. Москва, Наука, 1974, стр.386.
15. A.Decoster. Phys. Reports 47, 285, 1978. p.415-421.
16. A.C.L.Chian. Plasma Phys. 21, 509, 1979.
17. P.C.Clemmow, J.P.Dougherty. Electrodynamics of particles and plasmas. Addison-Wealey, New-York, 1969.
18. A.C.L.Chian. Phys. Lett. 73A, 180, 1979,
19. А.И.Ахиезер, Р.В.Половин ЖЭТФ 30, 915, 1956.
20. Н.С.С.Ванг Phys. Fluids 6, 1115, 1963.  
Н.С.С.Ванг, М.С.Лојко Phys. Fluids 6, 1458, 1963.
21. A.C.L.Chian, P.C.Clemmow. J. Plasma Phys. 14, 505, 1975.
22. М.Б.Исиченко, В.В.Яньков. Физика плазмы 12, 169, 1986.
23. И.М.Гельфанд, Н.М.Зуева, В.С.Имшенник, О.В.Локуцкий, В.С.Рябенский, Л.Г.Хазин. Ж. выч. мат. и мат.физ. 7, 323, 1967.
24. J.P.Freidberg, R.W.Mitchell, R.L.Morse, L.I.Rudinski. Phys. Rev. Lett. 28, 795, 1972.
25. P.Koch, J.Albriton. Phys. Rev. Lett. 32, 1420, 1974.  
J.Albriton, P.Koch. Phys. Fluids 18, 1136, 1975.
26. K.G.Estabrook, E.J.Valeo, W.L.Kruer. Phys. Fluids 18, 1151, 1975.  
W.L.Kruer. Phys. Fluids 22, 1111, 1979.
27. D.W.Forslund, J.M.Kindel, K.Lee, E.L.Lindman. Phys. Rev. A11, 679, 1975.



28. J.F.Drake, Y.C.Lee, K.Nishikawa, N.L.Tsintsadze. Phys. Rev. Lett. 36, 196, 1976.
29. С.В.Буланов, Л.М.Коврижных, А.С.Сахаров. ЖЭТФ 72, 1809, 1977.
30. M.Kono, P.Mulser. Phys. Fluids 26, 3004, 1983.
31. М.Б.Исиченко, В.В.Яньков. ЖЭТФ, 87, 1914, 1984.
32. Е.А.Кузнецов. Физика плазмы 2, 327, 1976.
33. В.В.Chirikov. Phys. Reports 52, 263, 1979, стр.336.
34. Г.М.Заславский. Стохастичность динамических систем. Наука, Москва, 1984.
35. А.Лихтенберг, М.Либерман. Регулярная и стохастическая динамика. Мир, Москва, 1984.
36. Г.М.Заславский, Н.Н.Филоненко. ЖЭТФ 54, 1590, 1968.
37. P.K.Kaw, W.L.Kruer. Phys. Fluids 14, 190, 1971.
38. A.B.Rechester, T.H.Stix. Phys. Rev. A19, 1656, 1979.
39. G.Schmidt. Comments Plasma Phys. Contr. Fusion 7, 87, 1982.
40. W.Rozmus, W.Tighe, A.A.Offenberger, K.Estabrook. Phys. Fluids 28, 920, 1985.
- 41a. D.F.Escande. Phys. Reports 121, 165, 1985, p.177, 202, 257.
- б. D.F.Escande, F.Doveil. J. Stat. Phys. 26, 257, 1981.
- в. D.F.Escande, F.Doveil. Phys. Lett. 83A, 307, 1981; Phys. Lett. 84A, 399, 1981.
- г. F.Doveil. Phys. Rev. Lett. 46, 532, 1981.
- д. D.F.Escande Physica 6D, 119, 1982.
42. G.Schmidt. Phys. Rev. A22, 2849, 1980.  
G.Schmidt, J.Bialek Physica 5D, 397, 1982.
43. G.H.Walker, J.Ford. Phys. Rev. 188, 416, 1969.
44. W.M.Zheng. Phys. Rev. A29, 2204, 1984.  
L.E.Reichl, R.de Fainchtein, T.Petrovsky, W.M.Zheng. Phys. Rev. A28, 3051, 1983.

45. I.H.Oei, D.G.Swanson. Phys. Fluids 15, 2218, 1972.
46. J.R.Cary, D.F.Escande, J.L.Tennyson. "Diffusion of particles in a slowly modulated wave". Preprint IFSR-155, Austin, 1984.
47. С.Р.Менюк. Phys. Rev. A31, 3282, 1985.
48. Г.П.Берман, Г.М.Заславский.
- а. "Стохастическая теория движения захваченных частиц". Препринт ИФСО-И8Ф, Красноярск, 1974.
- б. Проблемы теории плазмы. Труды II Международной конференции. Наукова Думка, Киев, 1976, стр.226.
- в. Физика плазмы 3, 1338, 1977.
49. G.R.Smith, N.R.Pereira. Phys. Fluids 21, 2253, 1978.
50. A.Murakami, Y.Nomura, H.Momota.
- а. "Stochasticity of phase trajectory of a charged particle in a plasma wave". Preprint IPPJ-464, Nagoya, 1980.
- б. J.Phys. Soc. Japan 51, 4053, 1982.
51. A.K.Ram, K.Hizanidis, A.Bers. Phys. Rev. Lett. 56, 147, 1986.



Рис.1а,б. Границы нелинейности, захвата, опрокидывания.

- I, II - границы нелинейности по  $\tilde{n}_+/\tilde{n}_- \sim 1,03$  (I) и I, I (II);
- III, IV - границы захвата электронов с  $V^0 \sim 2V_T$  (III) и  $V^0 = 0$  в холодной плазме (IV);
- V - граница  $\chi$ -опрокидывания;
- VI - предельные параметры  $\tilde{n}_0/n_0 \sim 1$ .
- o - начальные параметры случаев I-0 - I-10.
- цифры - граничные параметры при  $\lambda/r_d = 100$ .

Рис.2, 3. Фазовые плоскости электронов, распределение плотности, потенциала и поля в разные моменты времени. Случай I-3 (Рис.2) и I-5 (Рис.3).

$E$  нормировано на  $mr_d/eT_{oe}^2$ .

Рис.4. Зависимость от времени максимального потенциала  $|\frac{e\varphi_{max}}{Te}$  Случай I-3.

Рис.5. Зависимость от времени амплитуды гармоник электрического поля  $N = I, II, III$ . Случай I-3.

Рис.6. Зависимость от времени энергии гармоник электрического поля  $N = I, II$  и энергии электронов  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ . Случай I-5.

Рис.7а,б. Зависимость от начальной амплитуды волны максимальной амплитуды гармоники  $N = II$  (Рис.7а) и максимального изменения амплитуды волны  $N = I$  (Рис.7б).  $\Delta E^I = E^I - E_0$ .

Рис.8. Траектории электронов на фазовой плоскости. Случай I-I.

Цифры в кружочке - номера частиц; цифры - моменты времени  $t/T_{oe}$ ; стрелки -  $V_\phi \pm V_z$ ;  $V_z = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ .

Начальные координаты частиц:

$N$	I	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\chi_0/\lambda$	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0	0	0,5	0,5	0,5
$V_0/V_\phi$	0,89	0,76	0,72	0,69	0,996	0,997	1,00	0,59	0,11	0
$(V_\phi - V_z)/V_\phi$	= 0,688; узлы сепаратрисы $\chi/\lambda = I-0-(-I)$									

Рис.9а. Область захвата, начальное распределение предельной скорости электронов  $\tilde{V}(x)$  и начальные  $\chi_0, V_0$  пробных частиц. Случай I-5.

- - сепаратриса;
- - - - предельные скорости электронов  $\tilde{V}(x)$  в  $t = 0$ ;
- - нормальные траектории;
- x - стохастические траектории;
- ..... - граница области стохастического движения (стохастического слоя).

Рис.9б. Невозмущенные скорости электронов  $V^0$ , соответствующие сепаратрисе (сплошная линия), нижней границе области стохастического движения (.....) и фазовой скорости (— · — · — ·). Случай I-5.

- - - - - предельные скорости электронов.

Рис.10а,б. Нижние границы области захвата  $V_c$  ( $V_c = V_\phi - V_z$ ) и области стохастического движения  $V_a$  в зависимости от начальной амплитуды волны.

Шкала  $V$  - возмущенные начальные скорости частиц  $V_0$  (Рис.10а) и невозмущенные начальные скорости  $V^0$  (Рис.10б).

Рис.11. Траектория электрона на фазовой плоскости. Случай I-6.

Цифры - моменты времени  $t/T_{oe}$ ;

Стрелки -  $V_\phi \pm V_z$ ;  $V_z = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ .

$\chi_0/\lambda = 0,5$ ;  $V_0/V_\phi = -0,19$ ;  $(V_\phi - V_z)/V_\phi = -0,29$ ;

узлы сепаратрисы  $\chi/\lambda = 0-I-2\dots$ .

Рис.12а,б. Траектории электронов на фазовой плоскости в лабораторной системе (Рис.12а) и в системе координат волны (Рис.12б). Случай I-5.

Цифры в кружочке - номера частиц; цифры - моменты времени  $t/T_{oe}$ ; стрелки -  $V_\phi \pm V_z$ ;  $V_z = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ .

Начальные координаты частиц:

$N$	I	2	3	4	5	6
$V_0/V_\phi$	-0,12	-0,14	-0,15	-0,16	-0,18	0,75
$\chi_0/\lambda$	= 0,5; $(V_\phi - V_z)/V_\phi = -0,06$ ; узлы сепаратрисы $\chi/\lambda = 0-I-2\dots$					



Рис. I3а-з. Фазовые плоскости электронов (отображение с  $\Delta t = T_0 = 2\pi/\omega_0$ ). Области стохастического движения (стохастический слой).

Рис. а б в г д е ж з  
Случай I-1 I-2 I-3 I-4 I-5а I-5 I-6 I-7  
 $t/T_{0e}$  27 28 21 26 31 20 20 19

В  $t = 0$  задано по 50 частиц с  $X_0, V_0$  вне области захвата, но внутри области стохастического движения. Начальные  $X_0, V_0$  приведены в Таблице 5.

— — — — внешняя граница стохастического слоя в случаях I-6 и I-7.

Таблица 5. Начальные координаты частиц

Рис. №	Случай	$X_0/\lambda = 0,5$		$X_0/\lambda = 0$
		$(V_\phi - V_z^0)/V_\phi$	$V_0/V_\phi$	$V_0/V_\phi$
I3а	I-1	0,688	0,686 - 0,688	0,999 - 1,000
I3б	I-2	0,530	0,527 - 0,530	0,972 - 1,000
I3в	I-3	0,207	0,119 - 0,195	0,716 - 1,000
I3г	I-4	0,029	-0,070 - 0,025	0,616 - 1,040
I3д	I-5а	-0,121	-0,217 - (-0,127)	0,525 - 1,192
I3е	I-5	-0,121	-0,195 - (-0,119)	0,606 - 1,068
I3ж	I-6	-0,374	-0,400 - (-0,374)	0,750 - 1,255
I3з	I-7	-0,586	-	0,944 - 1,193

$X_0/\lambda = 0,5$  и  $0$  - минимум и узел сепаратрисы соответственно.

Рис. I4а, б. Ширина стохастического слоя в районе минимума ( $\Delta_1$ ) и максимума ( $\Delta_2$ ) сепаратрисы в зависимости от начальной энергии  $W_{\mu^0}$  (Рис. I4а) и амплитуды  $V_z^0$  (Рис. I4б) волны.

$V_z^0 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ ; пределы - разброс при разном наборе пробных частиц и неопределенность за счет шага по скорости  $\Delta V$ .

Рис. I5, I6. Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$  и энергии электронов  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ . Случай I-6 (Рис. I5) и I-7 (Рис. I6).

Рис. I7а, б; I8а, б. Фазовые плоскости электронов, распределение плотности, потенциала и электрического поля в разные моменты времени. Случай I-6 (Рис. I7а, б) и I-7 (Рис. I8а, б).  
 $E$  нормировано на  $mr_d/eT_{0e}^2$ .

Рис. I9, 20. Зависимость от времени амплитуды гармоник электрического поля  $N = I, II, III$ . Случай I-6 (Рис. I9) и I-7 (Рис. 20).

Рис. 21а, б. Амплитуда установившейся волны  $E_s$  (Рис. 21а) и  $V_z^s$  (Рис. I2б) в зависимости от амплитуды начальной волны  $E_0$  или  $V_z^0$   
 $V_z^0 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ ;  $V_z^s = 2\sqrt{e\phi_s/m}$ ;  $\phi_s = E_s/k$ .  
Пределы - амплитуда колебаний  $E_s, V_z^s$  с периодом  $\sim T_{0e}/2$ .

Рис. 22. Траектории электронов на фазовой плоскости в системе координат волны. Случай I-6.  
Цифры в кружочке - номера частиц; цифры - моменты времени  $t/T_{0e}$ ; стрелки -  $V_\phi \pm V_z^0$ ;  $V_z^0 = 2\sqrt{e\phi_0/m}$ .

Начальные координаты частиц:

$N$	1	2	3
$X_0/\lambda$	0,45	0,53	0,49
$V_0/V_\phi$	-0,30	-0,31	-0,32

$(V_\phi - V_z^0)/V_\phi = -0,29$ ; узлы сепаратрисы  $X/\lambda = 0-1-2\dots$

Рис. 23. Зависимость от времени энергии электрического поля  $W_E$  и энергии электронов  $\Delta W_e = W_e - W_e^0$ . Случай I-9.

Рис. 24а, б. Фазовые плоскости электронов, распределение плотности, потенциала и электрического поля в разные моменты времени. Случай I-9.  
 $E$  нормировано на  $mr_d/eT_{0e}^2$ .



Рис.25а,б. Траектории электронов на фазовой плоскости. Случай I-9.

Цифры в кружочке - номера частиц; цифры - моменты времени  $t/T_{oe}$ ; стрелка -  $V_{\phi} + V_3^{\circ}$ ;  $V_3^{\circ} = 2\sqrt{e\varphi_0/m}$ .  
Начальные координаты частиц:

Рис.25а.	N	I	2	3	4
	$x_0/\lambda$	0,84	0,85	0,89	0,91
	$V_0/V_{\phi}$	0,88	0,85	0,71	0,60

Рис.25б.	N	I	2	3
	$x_0/\lambda$	0,84	0,85	0,86
	$V_0/V_{\phi}$	0,63	0,66	0,69

Рис.26а-д. Фазовые плоскости электронов.

Рис.	а	б	в	г	д
Случай	I-6	I-7	I-8	I-9	I-10
$t/T_{oe}$	20	16	16	21	16

Рис.27а-в. Функция распределения электронов по скоростям  $f(v)/f_0(0)$  (а,б) и  $f(v)/f(0)$  (в). Случай I-10  $t/T_{oe} \sim 15$ .

Пунктир - начальная максвелловская функция распределения  $f_0(v)$ .

Рис.28а. Зависимость от начальной энергии волны  $W_w^{\circ}$  энергии электрического поля  $W_E$ , энергии нагрева  $\delta W_h$  и энергии хвостов ускоренных электронов  $\delta W_t$  в  $t/T_{oe} \sim 15-20$ .

Рис.28б. Зависимость от начальной амплитуды  $V_3^{\circ}/V_{\phi}$  температуры электронов  $T_e/T_e^{\circ}$  и энергии хвостов  $\delta W_t/W_w^{\circ}$  в  $t/T_{oe} \sim 15-20$ .  
 $T_e^{\circ}$  - начальная температура.

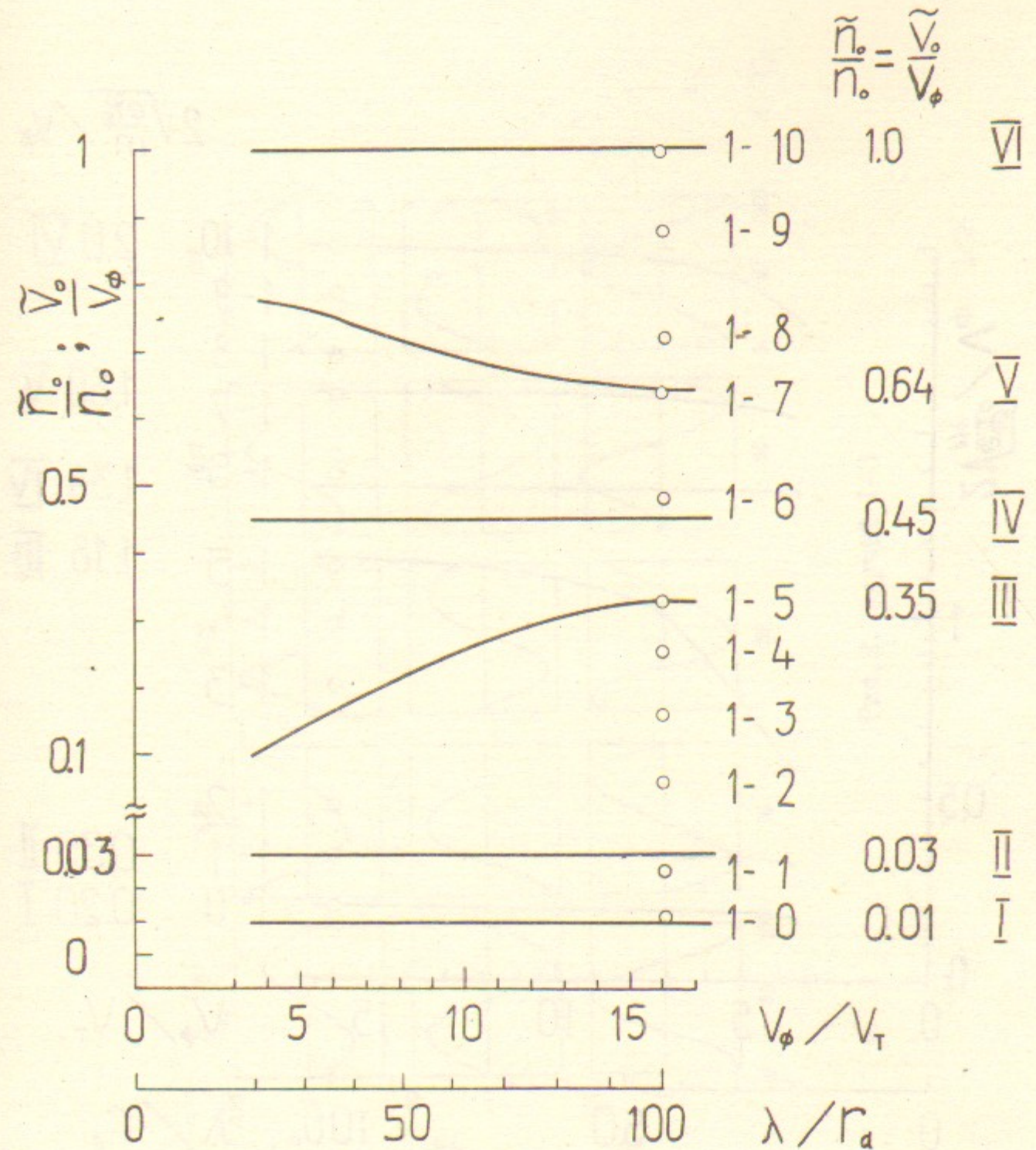


Рис.1а



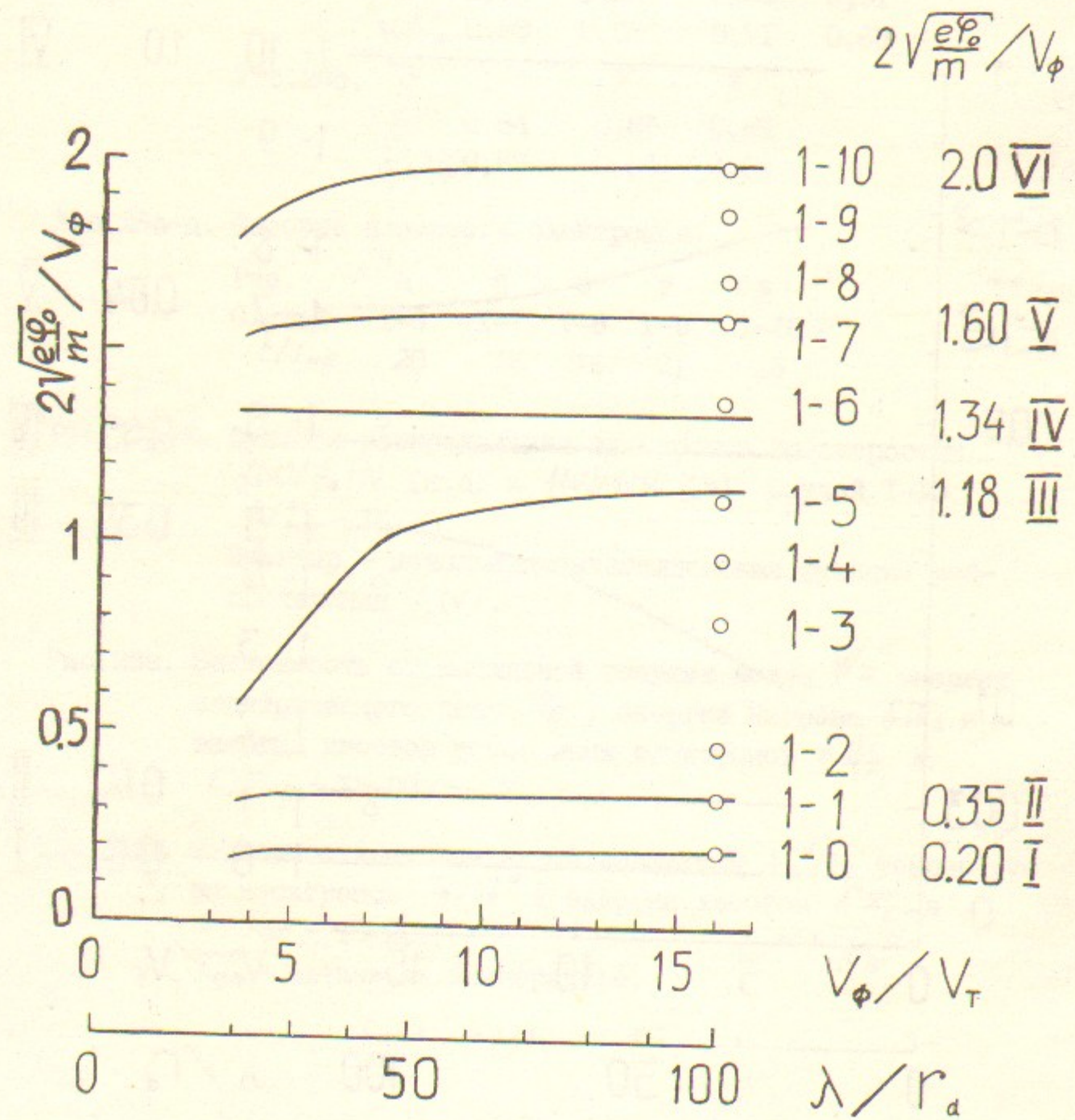


Рис. 1б

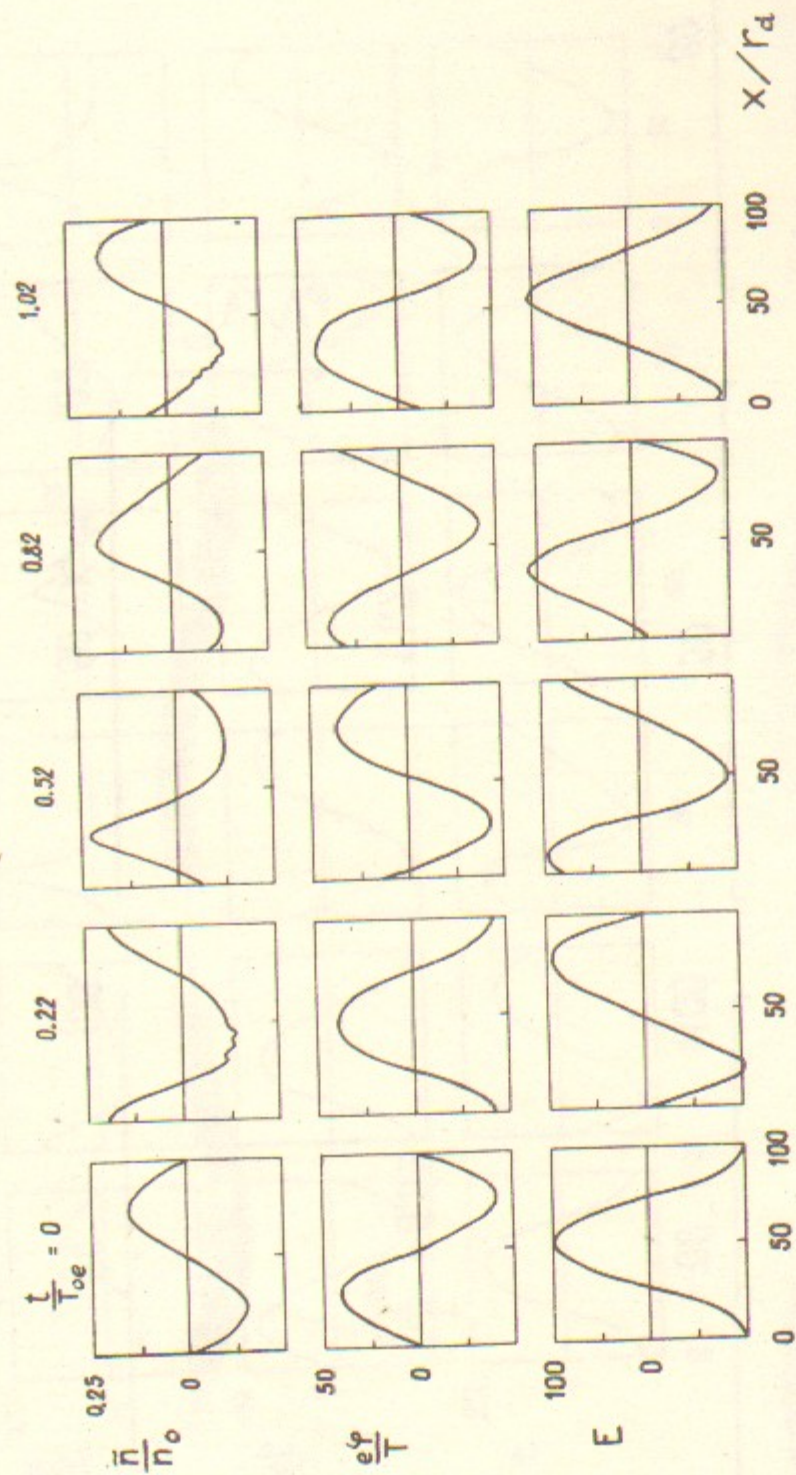


Рис. 2. Случай I-3



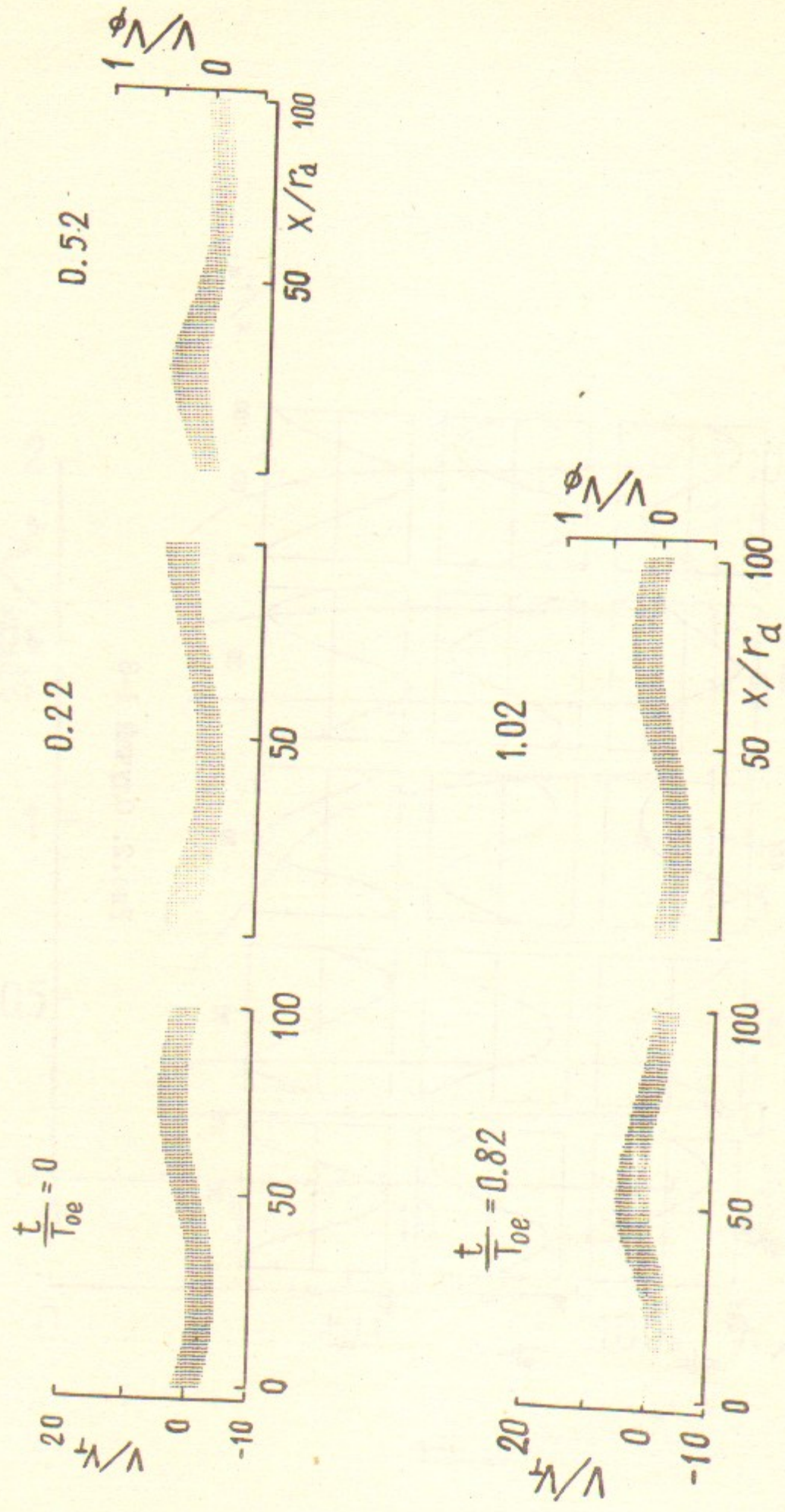


Рис.2. Случай I-3

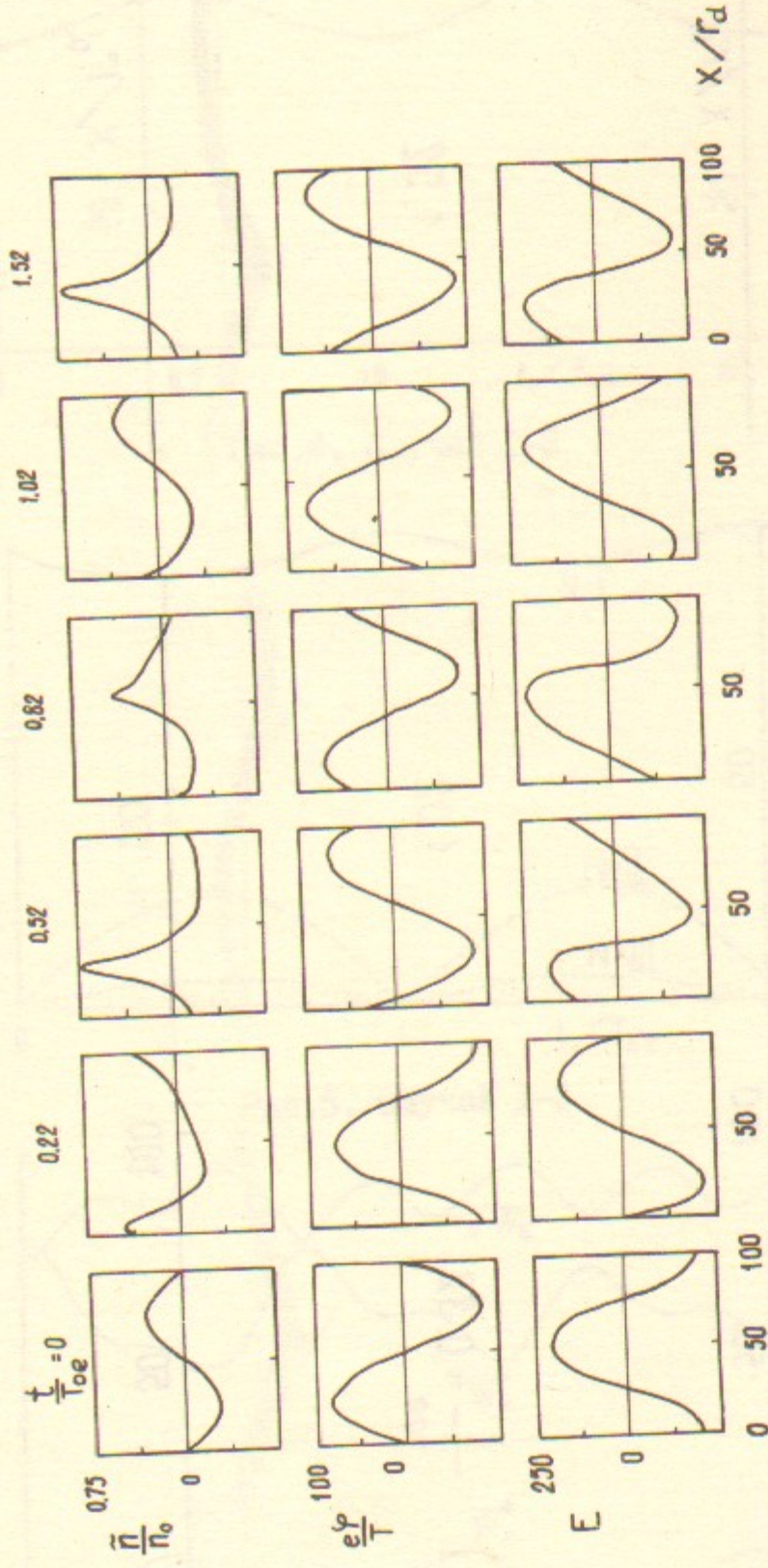


Рис.3. Случай I-5



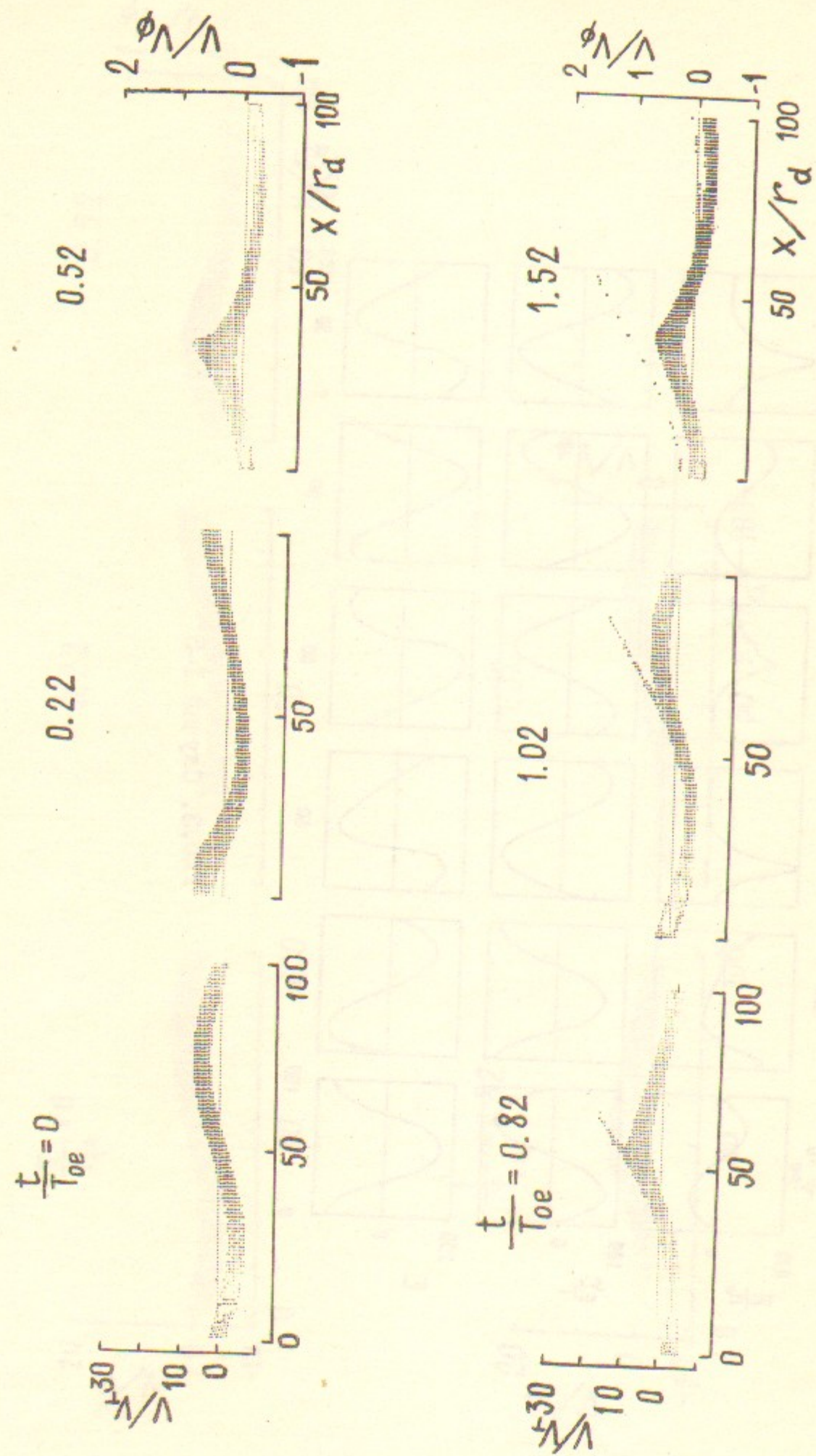


Рис.3. Случай I-5

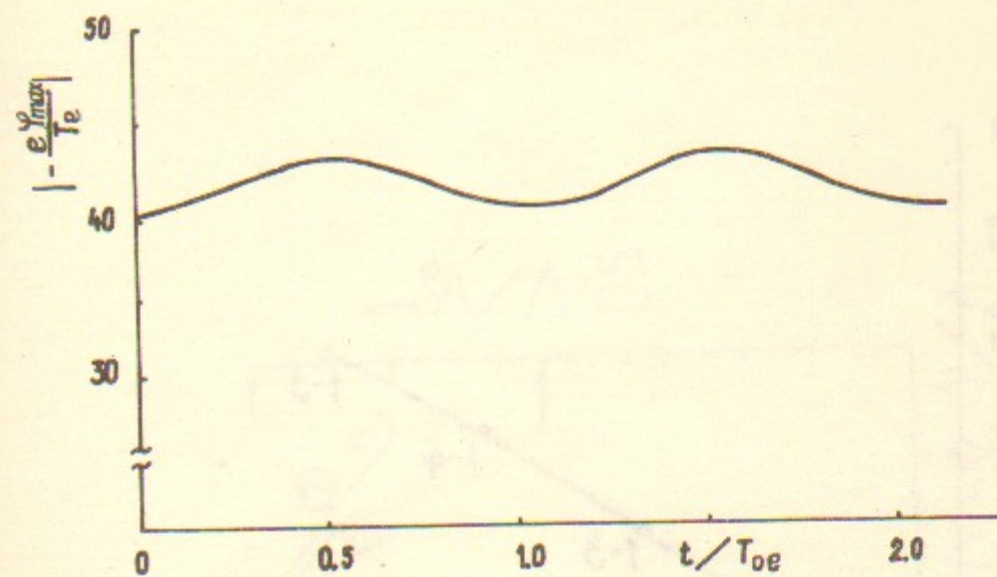


Рис.4. Случай I-3

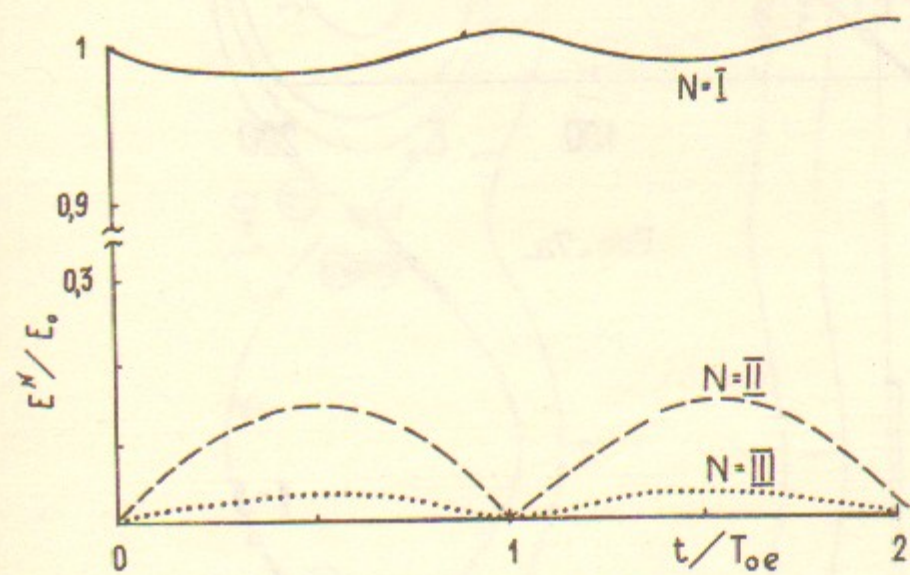


Рис.5. Случай I-3

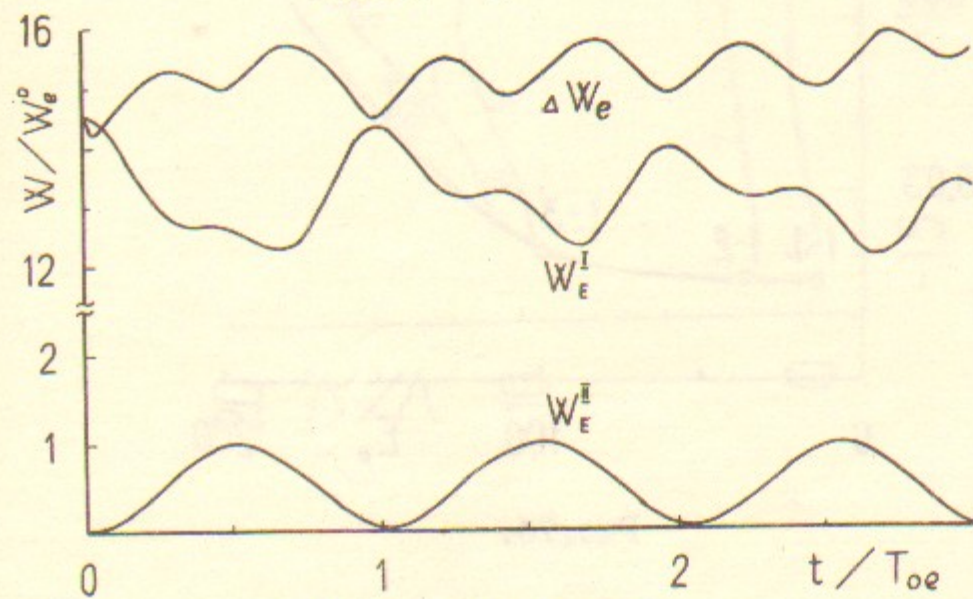


Рис.6. Случай I-5



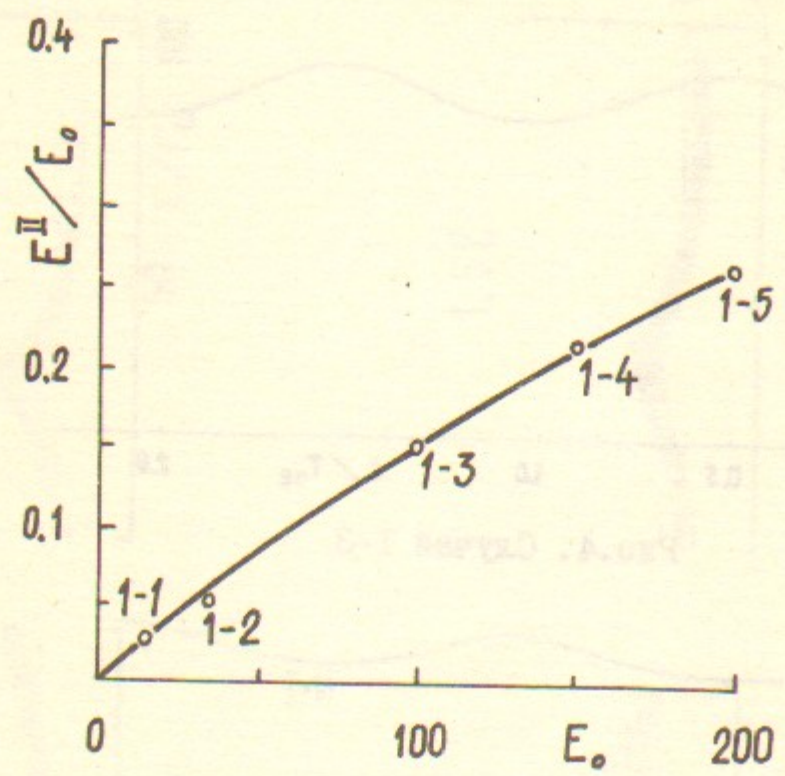


Рис. 7а.

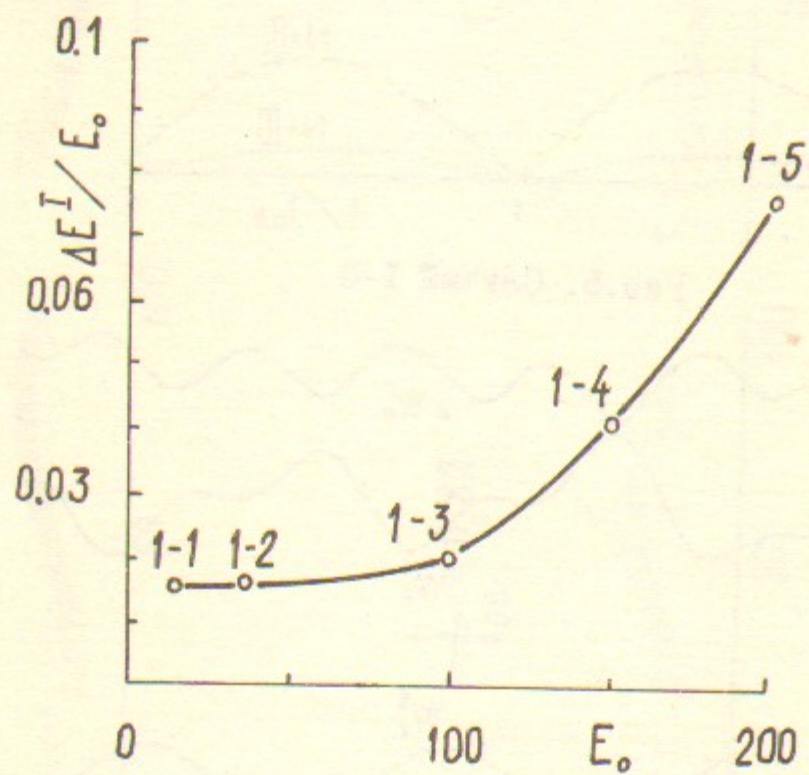


Рис. 7б.

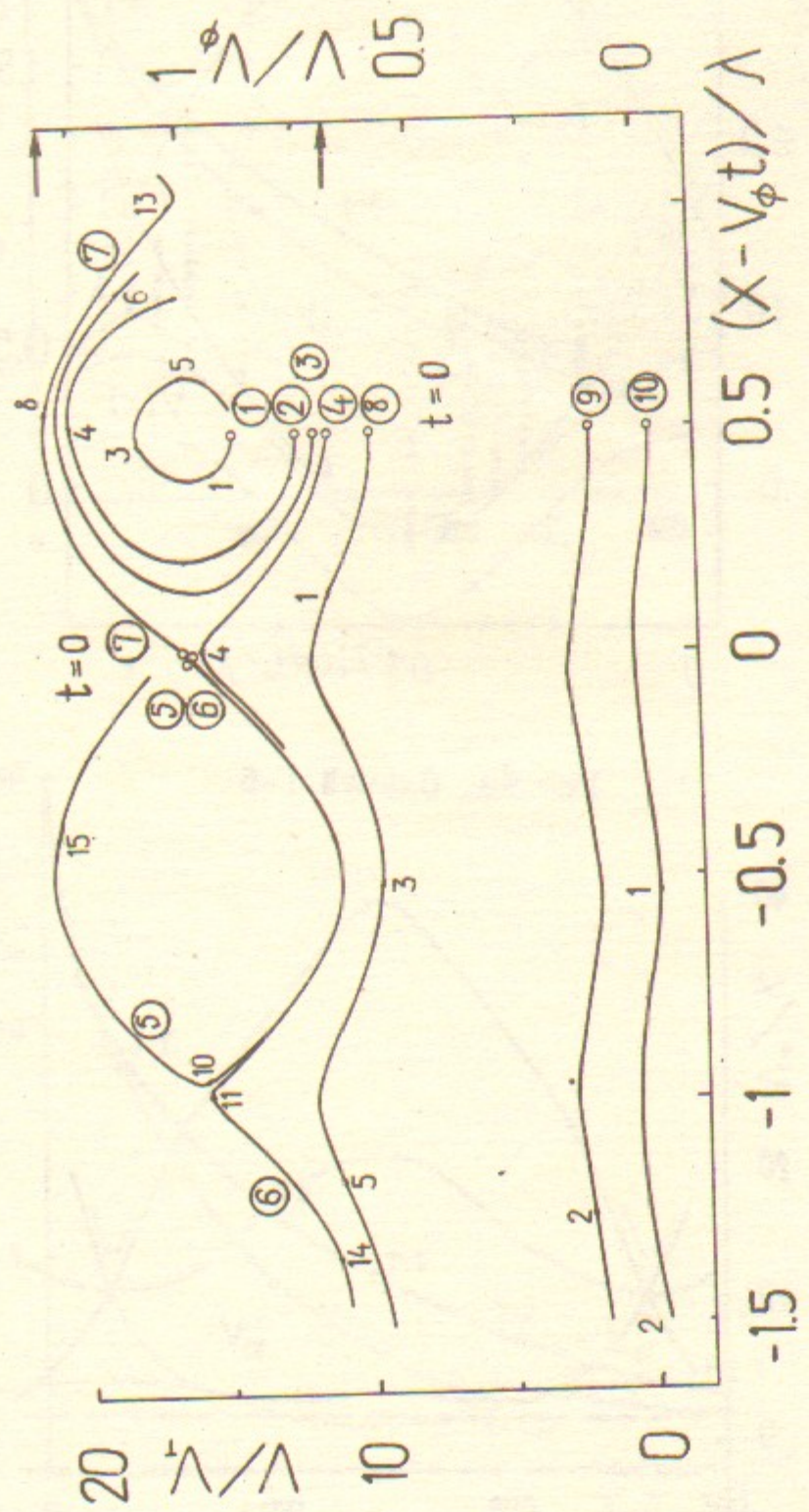


Рис. 8. Случай I-I



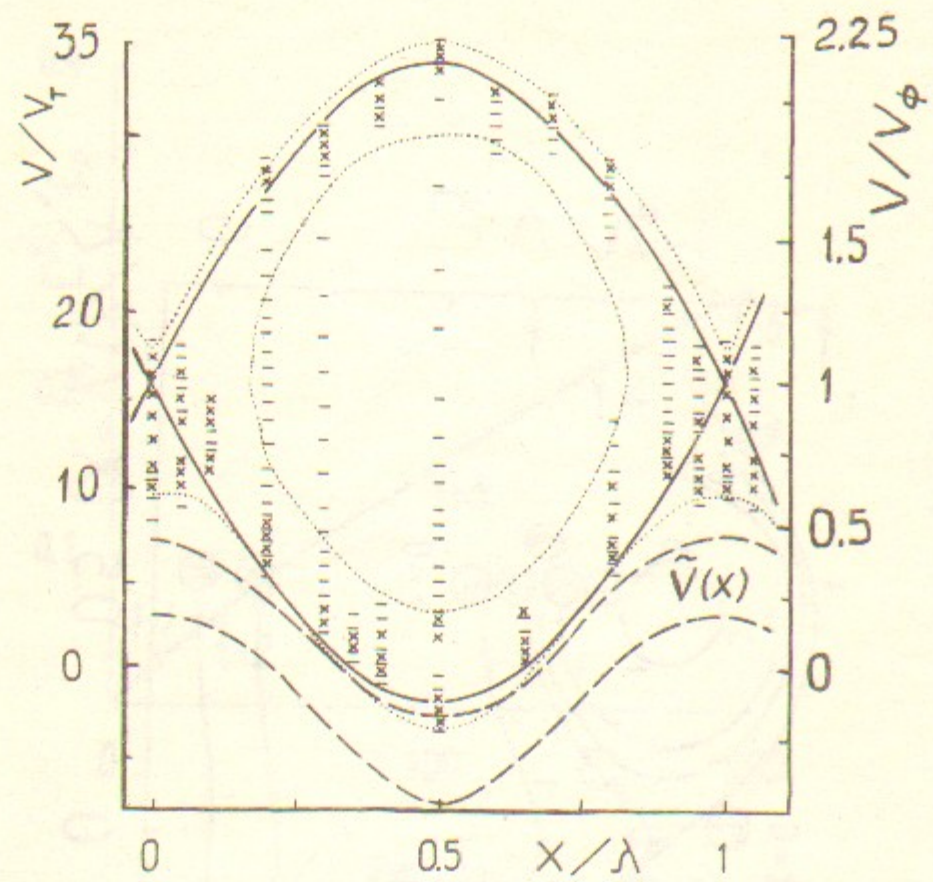


Рис.9а. Случай I-5

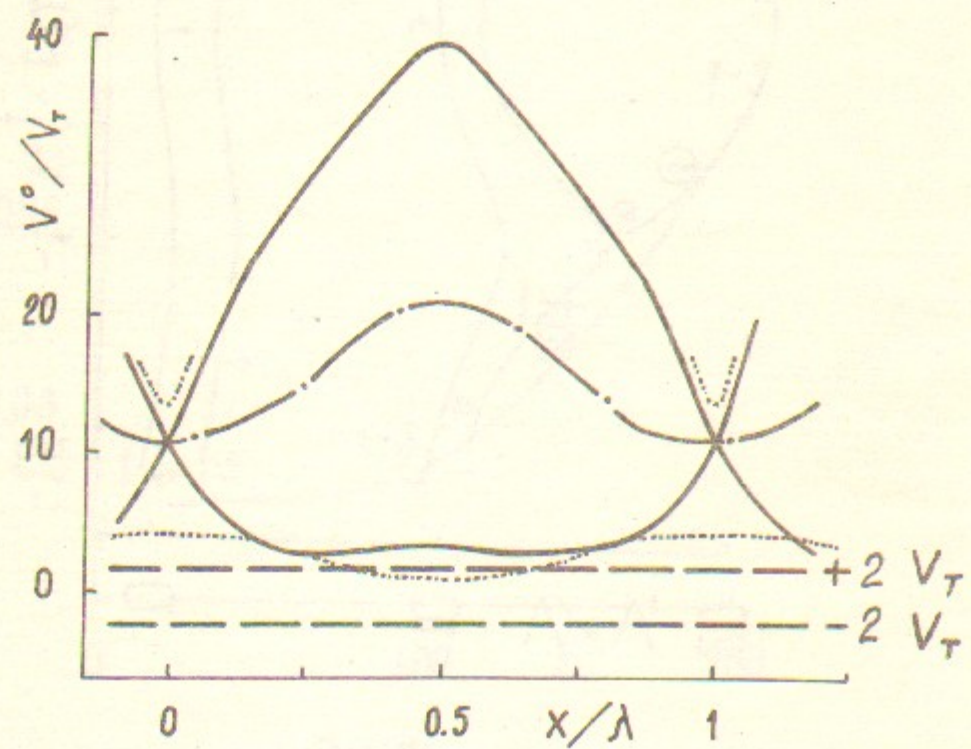


Рис.9б. Случай I-5

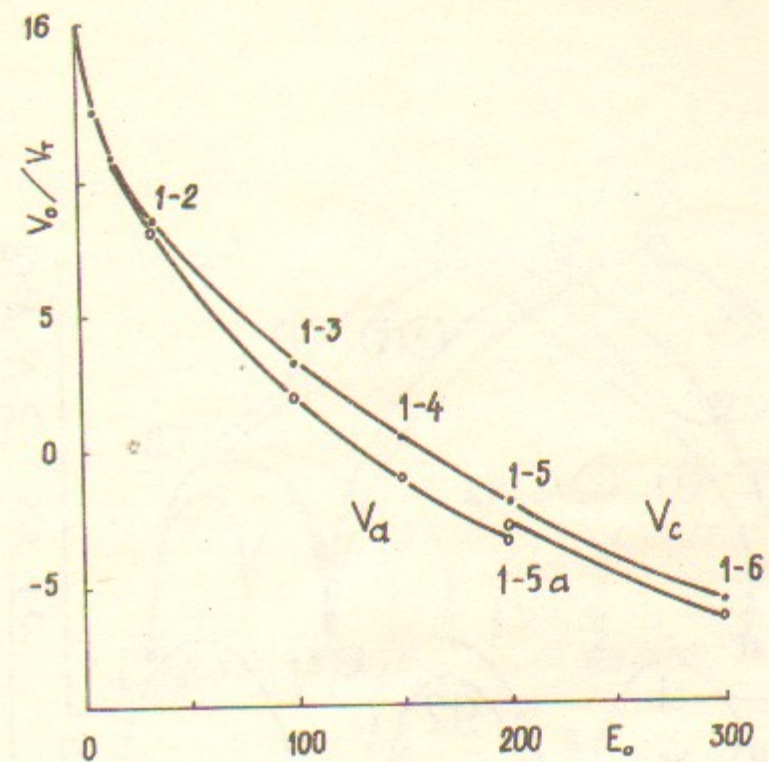


Рис.10а

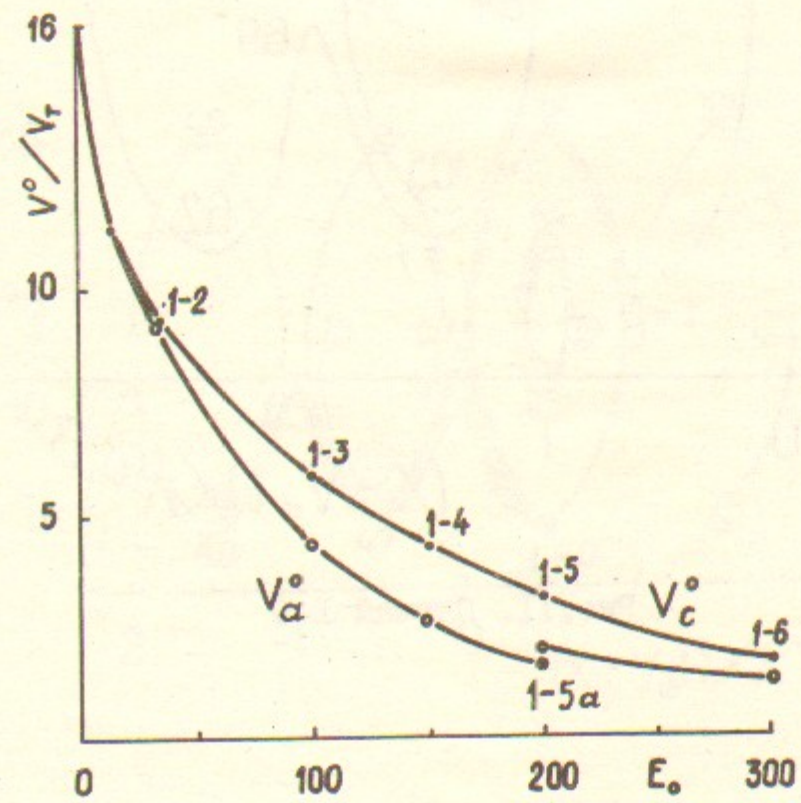


Рис.10б



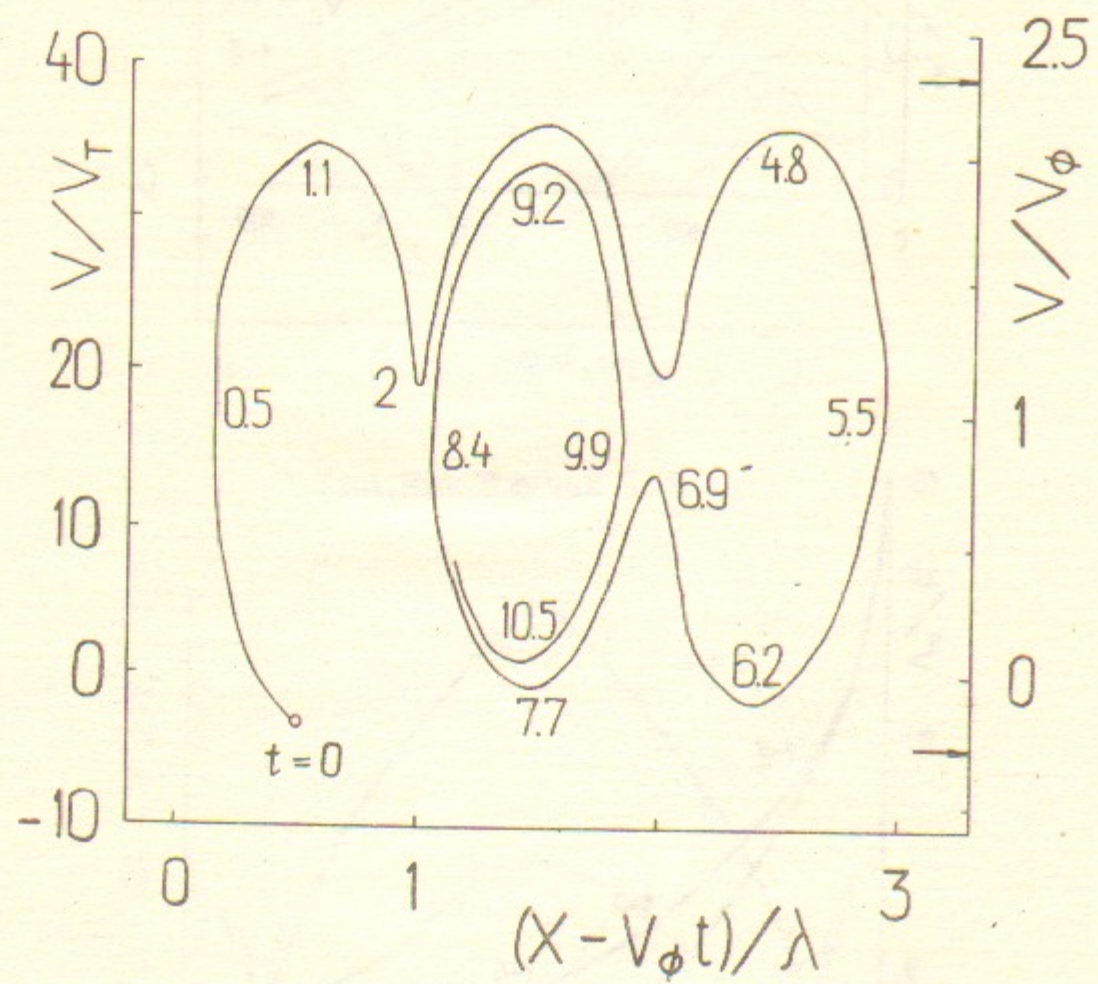


Рис. II. Случай I-6

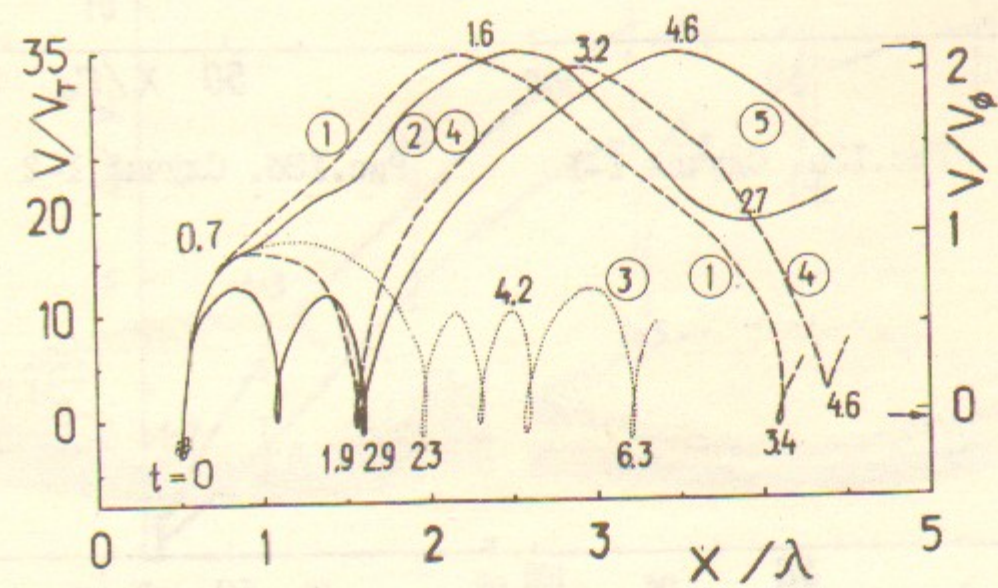


Рис. I2a. Случай I-5

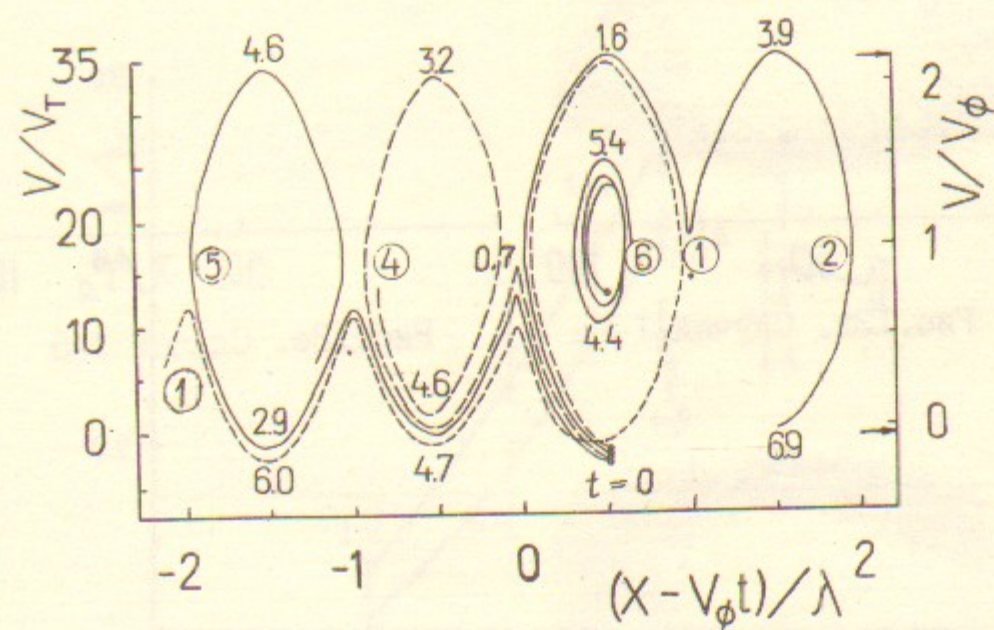


Рис. I2б. Случай I-5



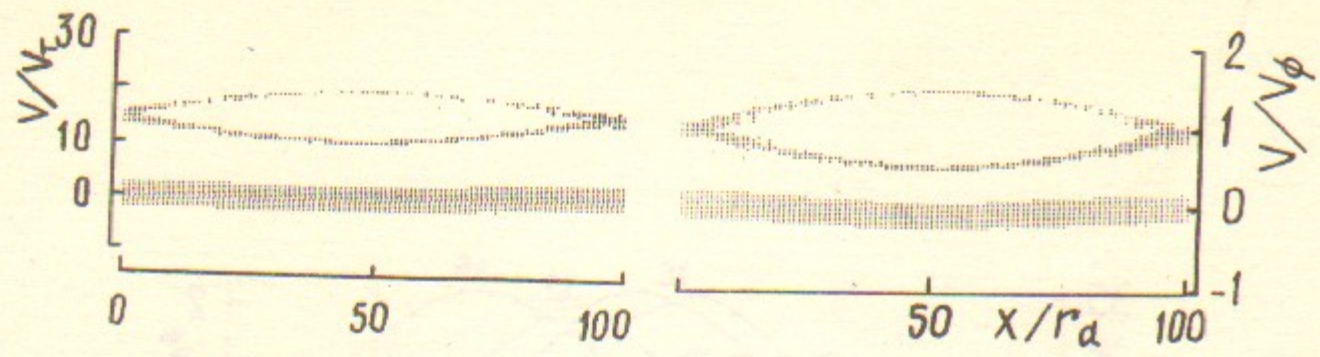


Рис.13а. Случай I-1

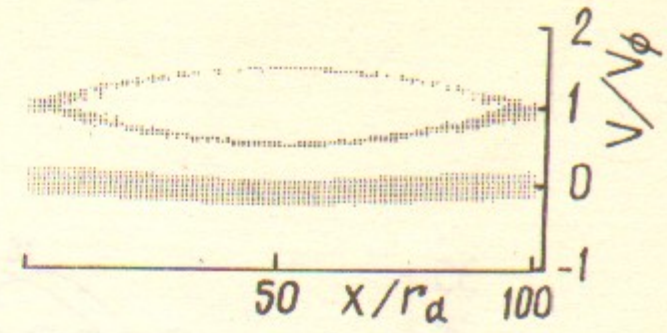


Рис.13б. Случай I-2



Рис.13в. Случай I-3

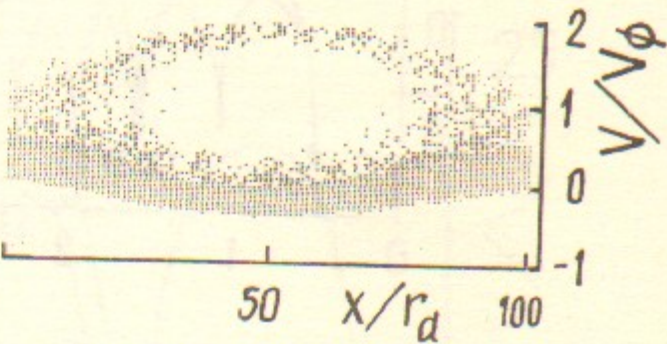


Рис.13г. Случай I-4

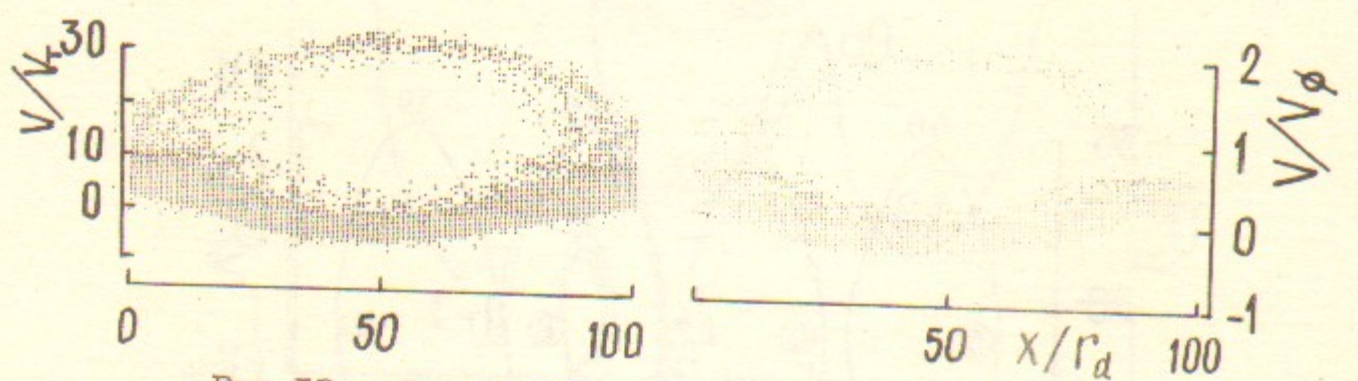


Рис.13д. Случай I-5а

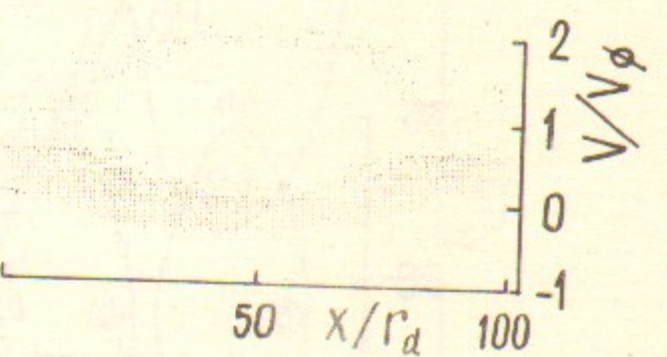


Рис.13е. Случай I-5

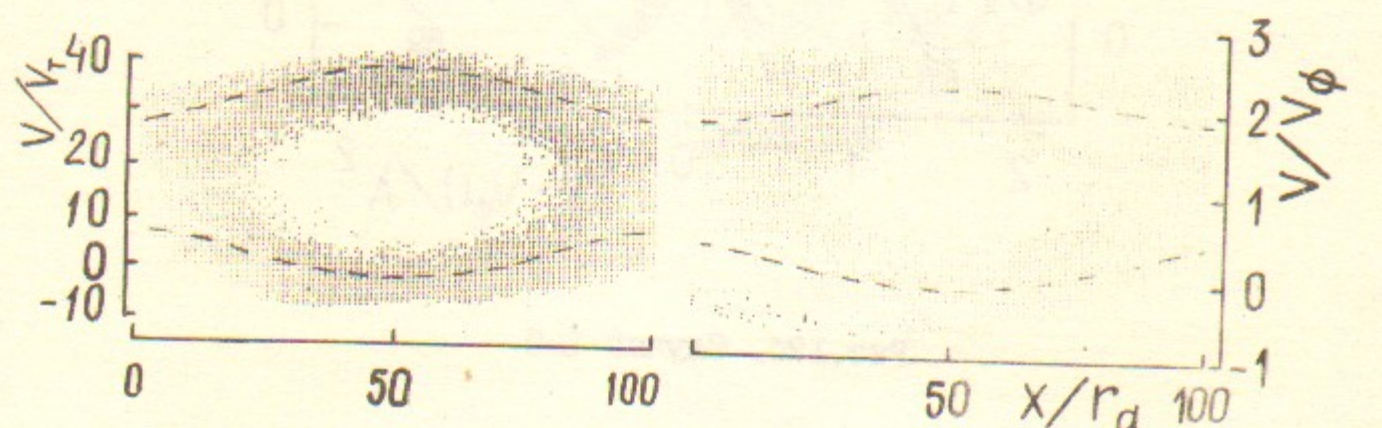


Рис.13ж. Случай I-6

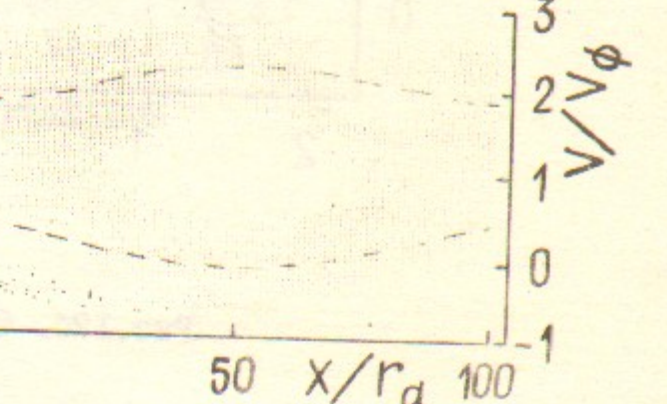


Рис.13з. Случай I-7

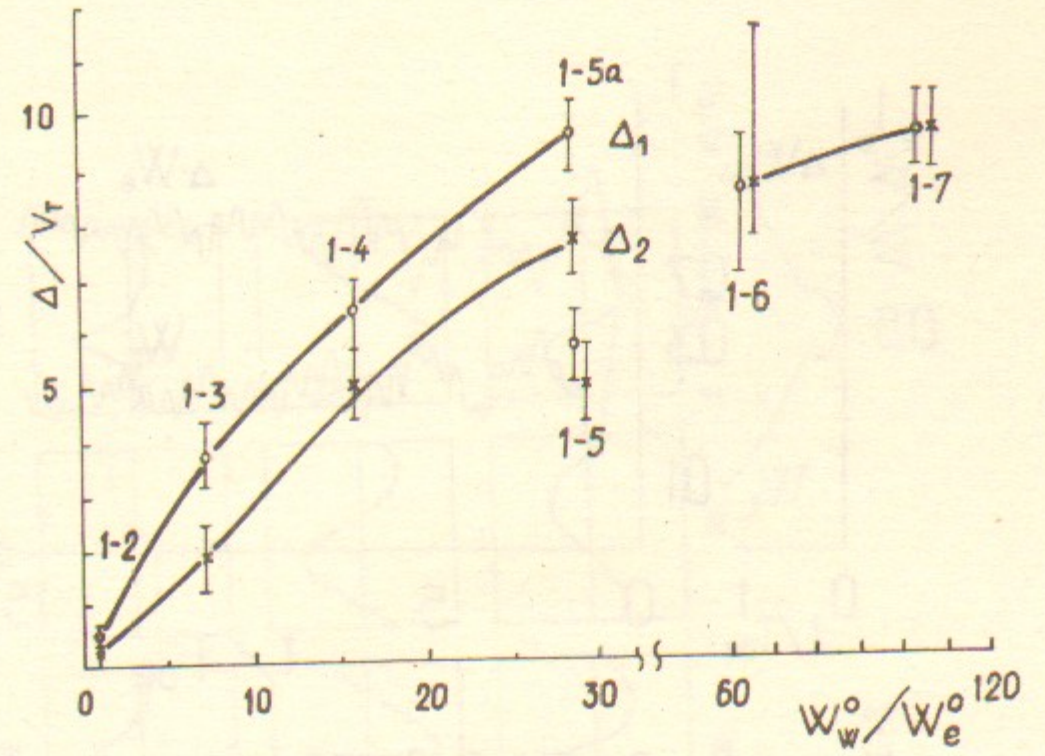


Рис.14а

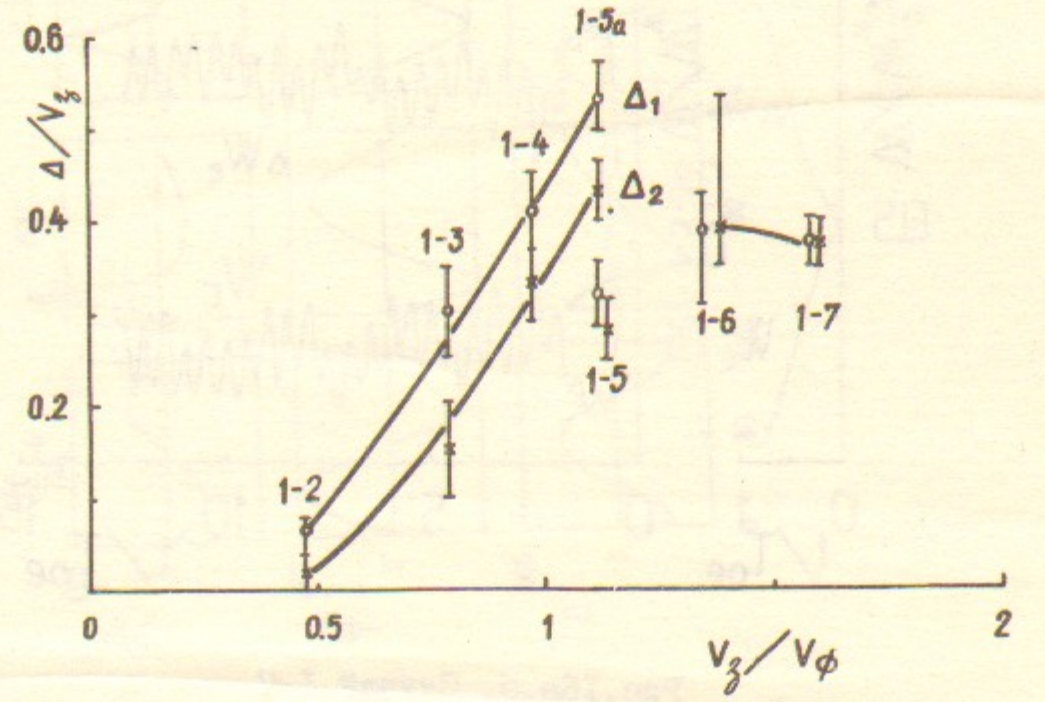


Рис.14б.



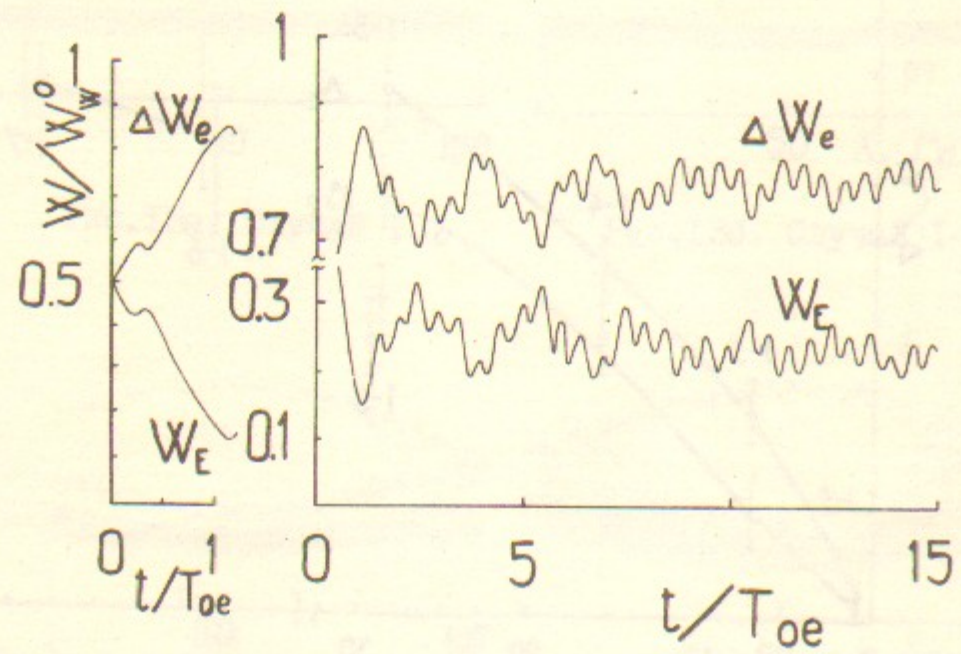


Рис. 15а, б. Случай I-6

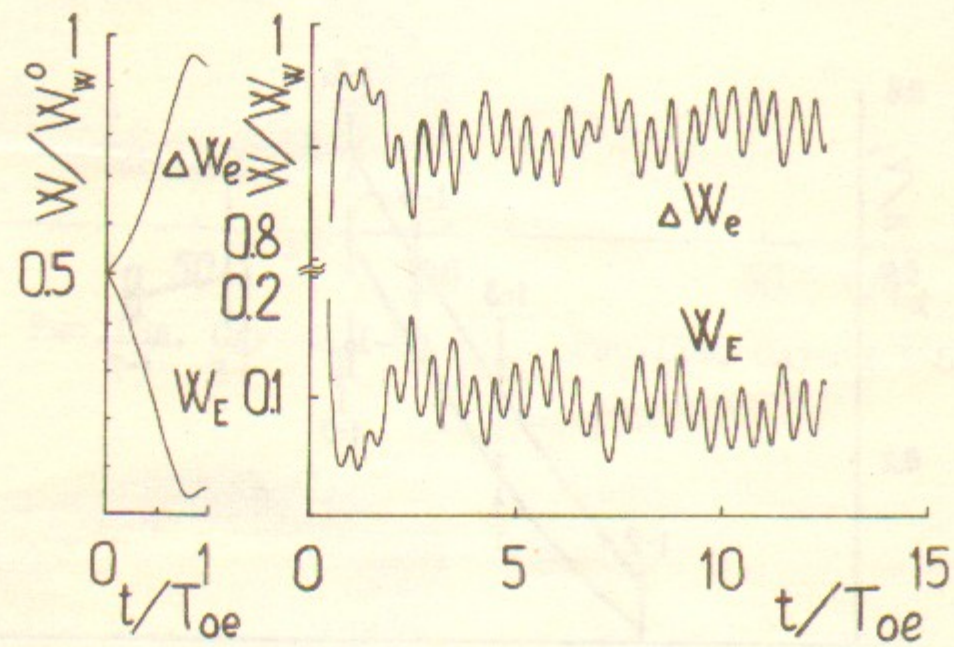


Рис. 16а, б. Случай I-7.

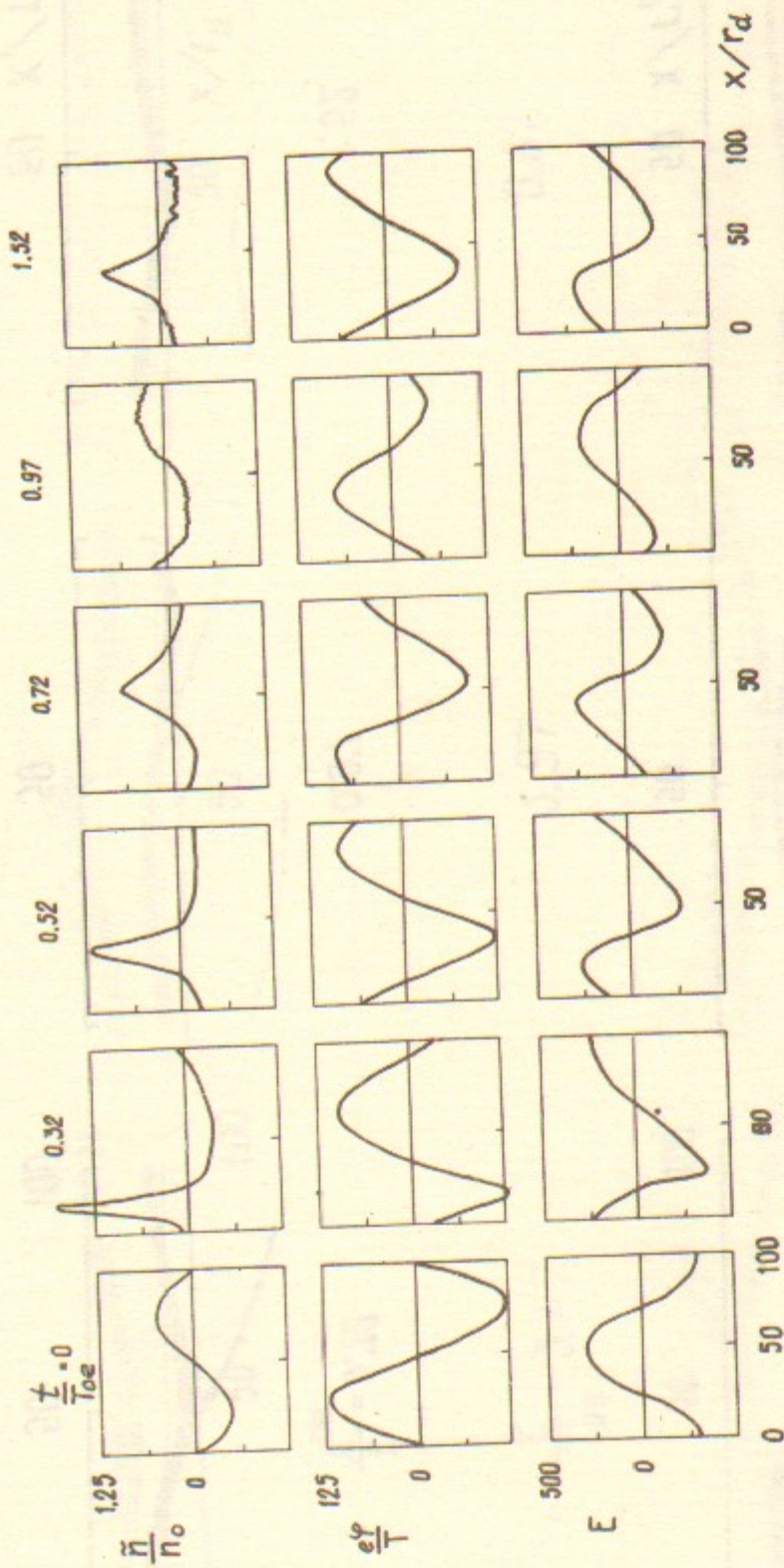


Рис. 17а. Случай I-6



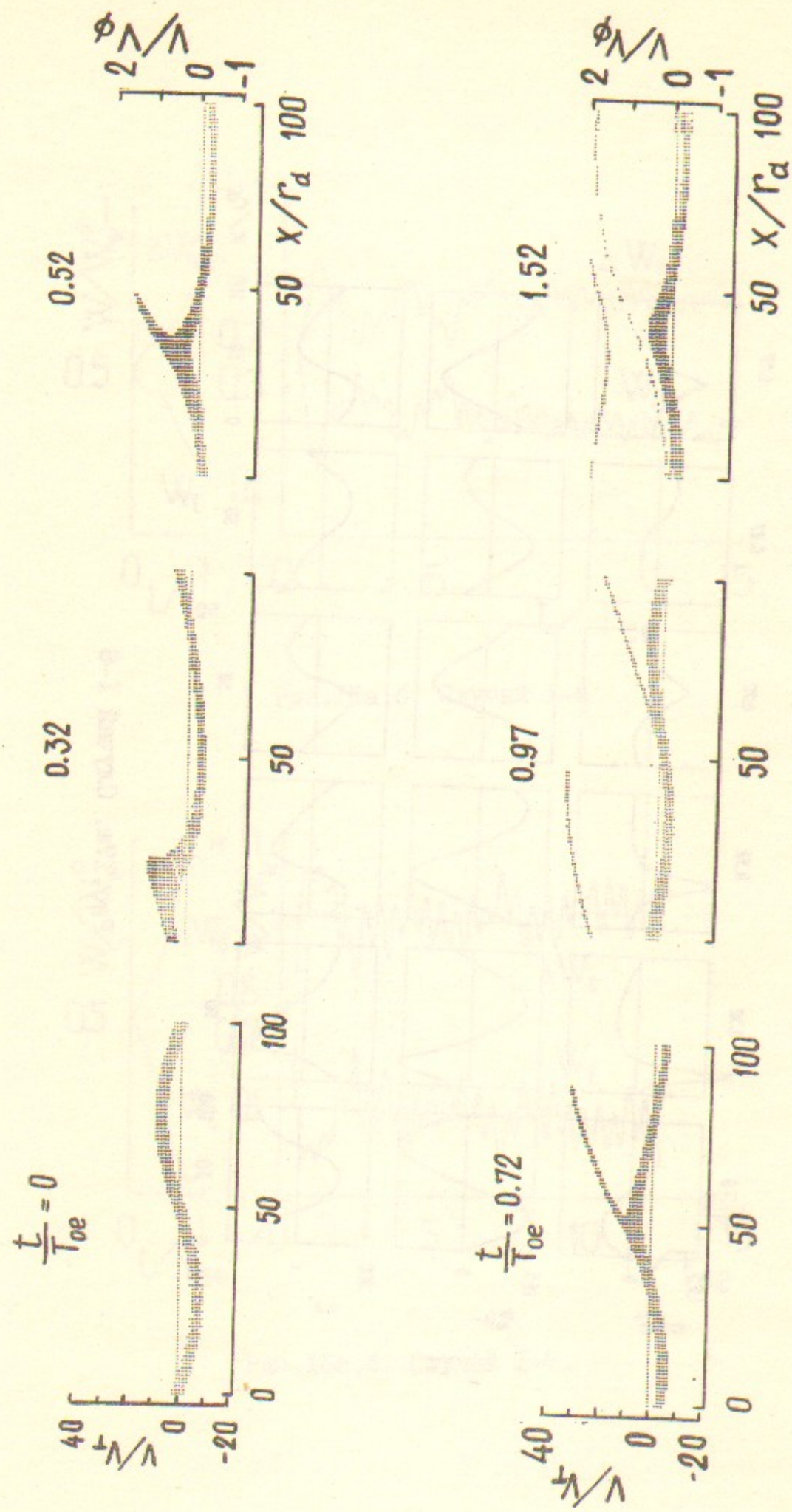


Рис. 176. Случай I-6.

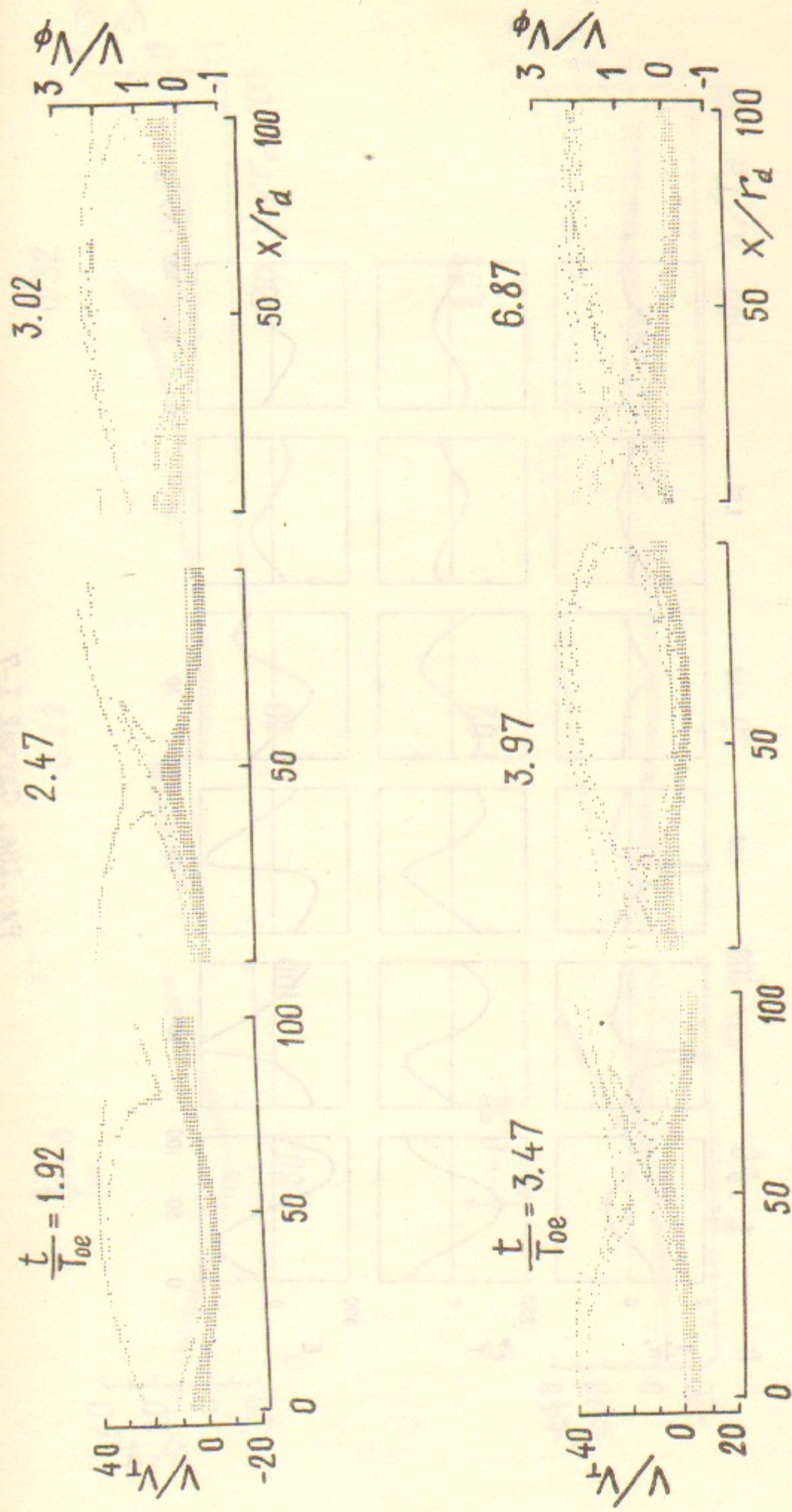


Рис. 176. Случай I-6. Продолжение.



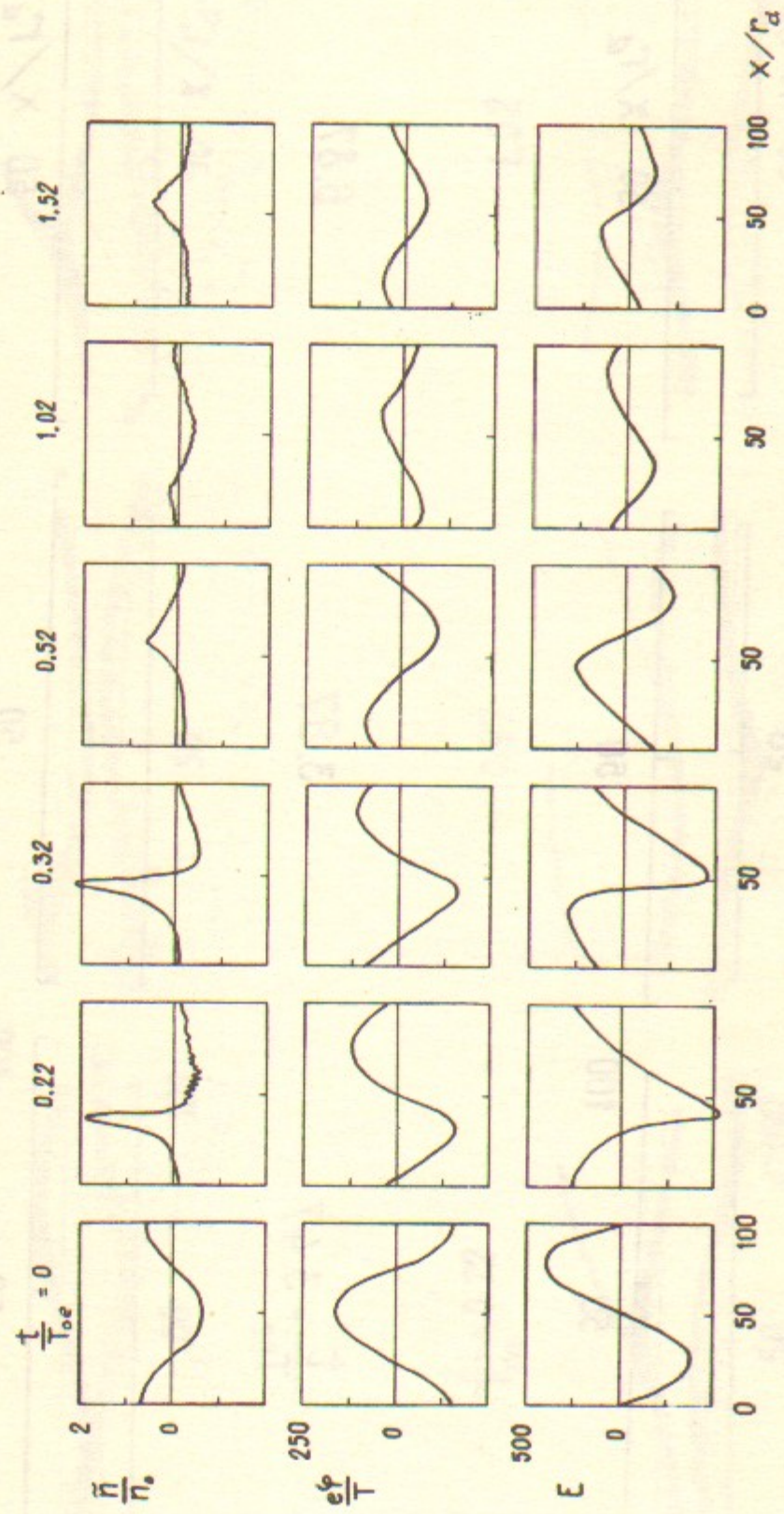


Рис. 18а. Случай I-7

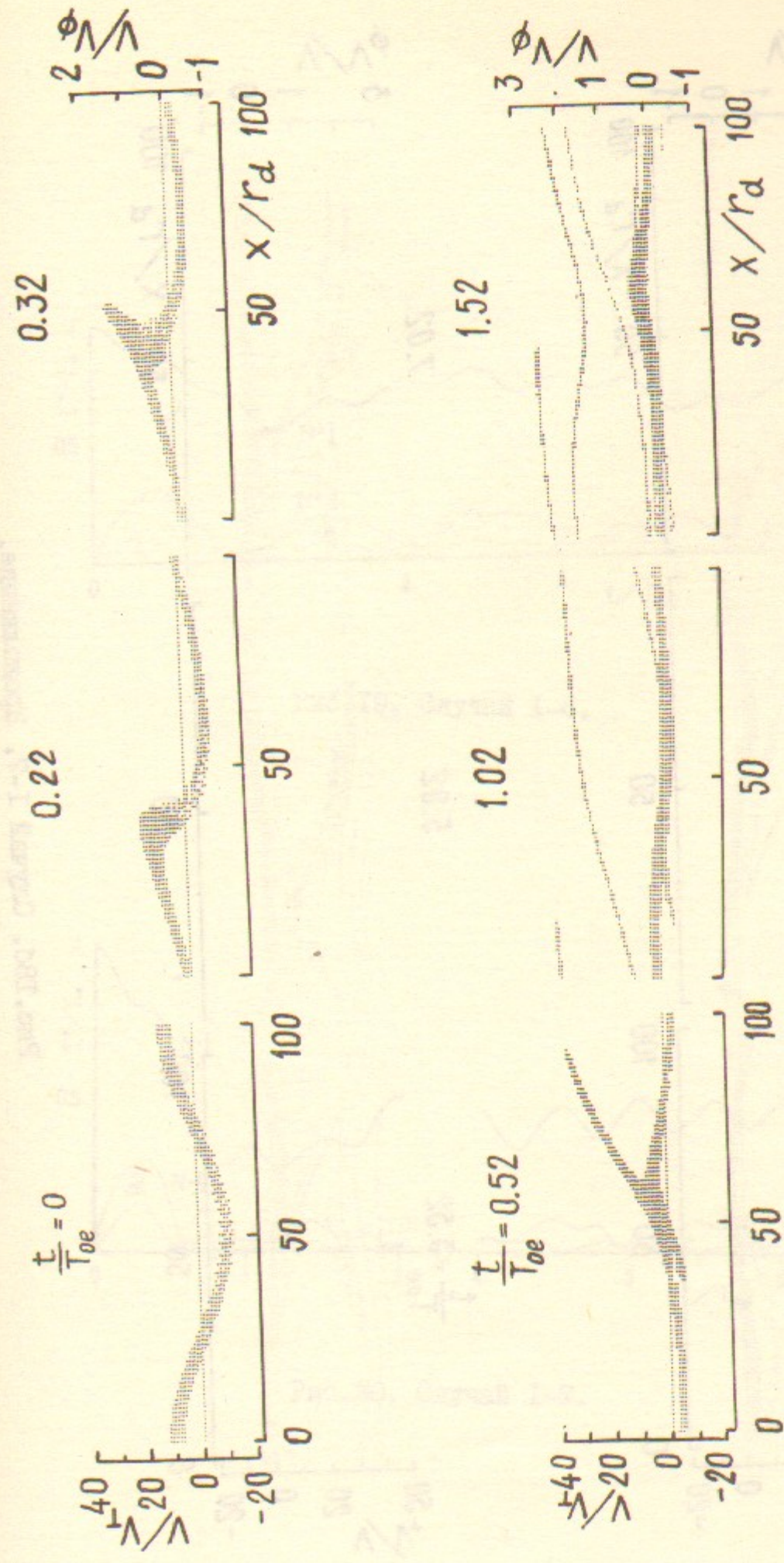


Рис. 18б. Случай I-7



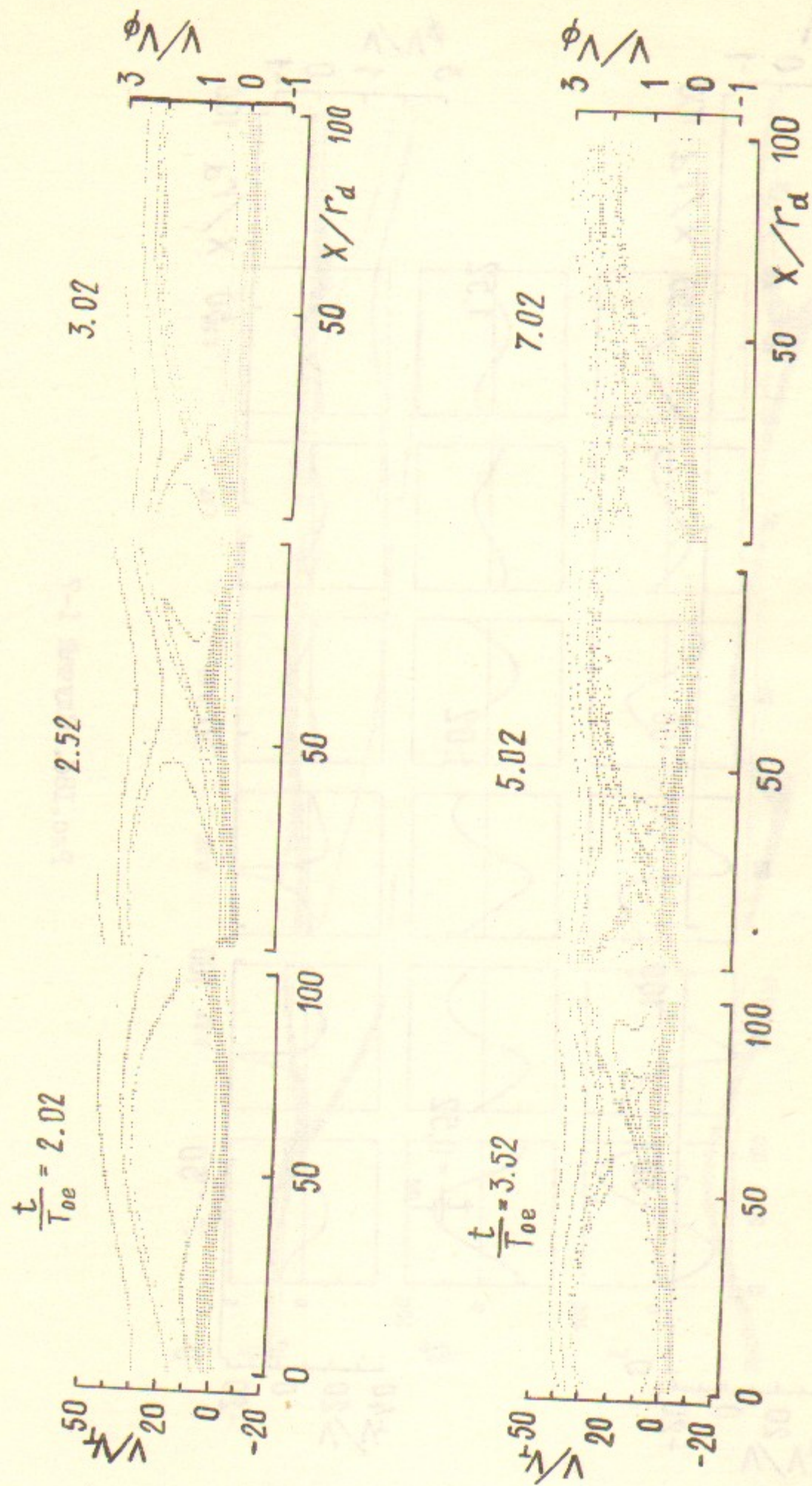


Рис.186. Случай I-7. Продолжение.

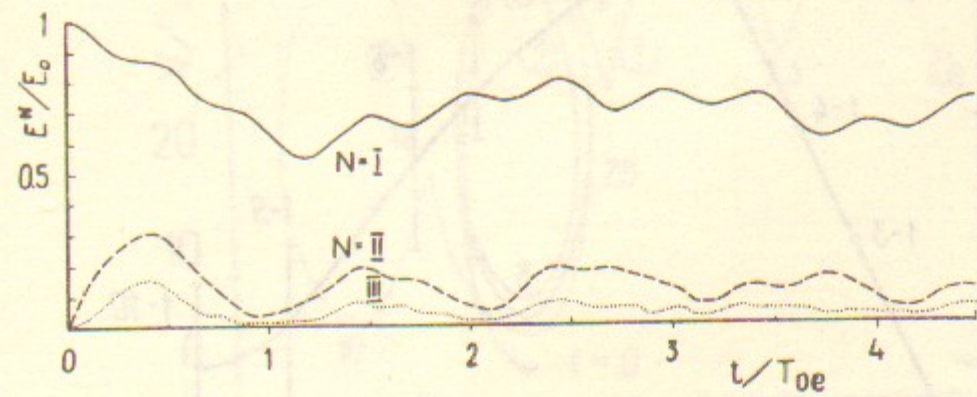


Рис.19. Случай I-6.

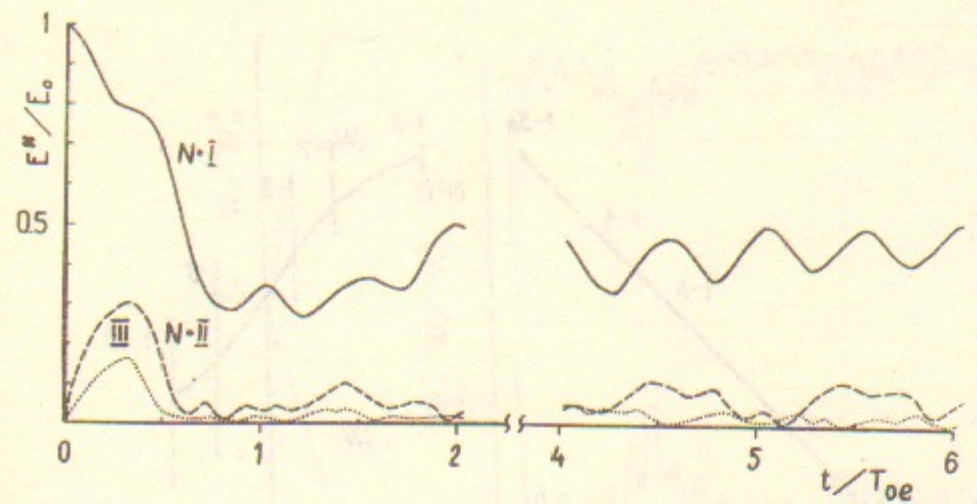


Рис.20. Случай I-7.



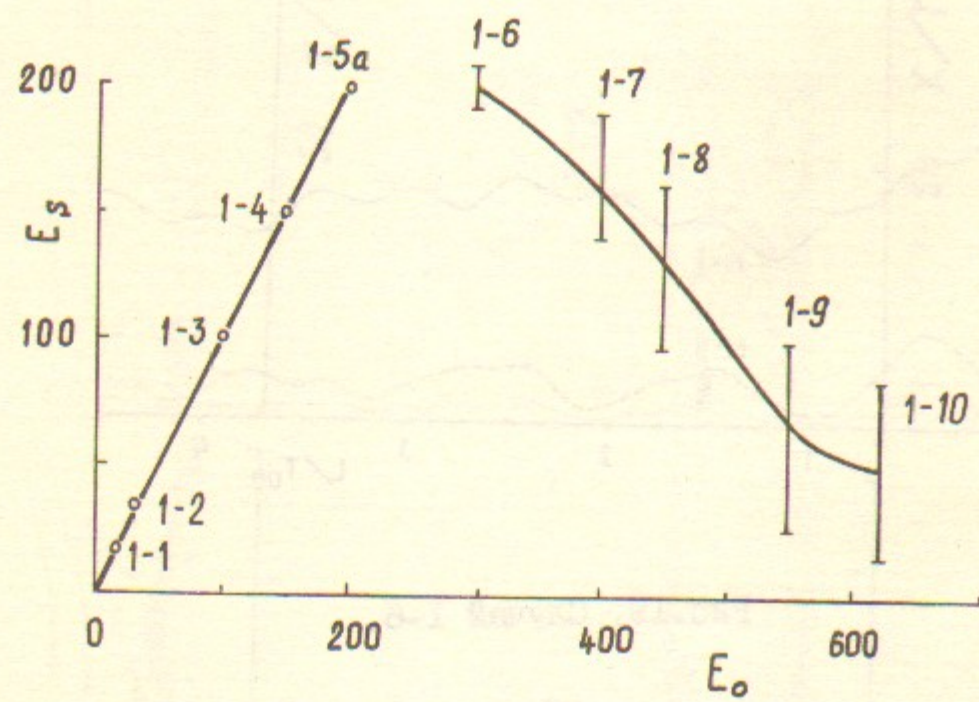


Рис. 21а

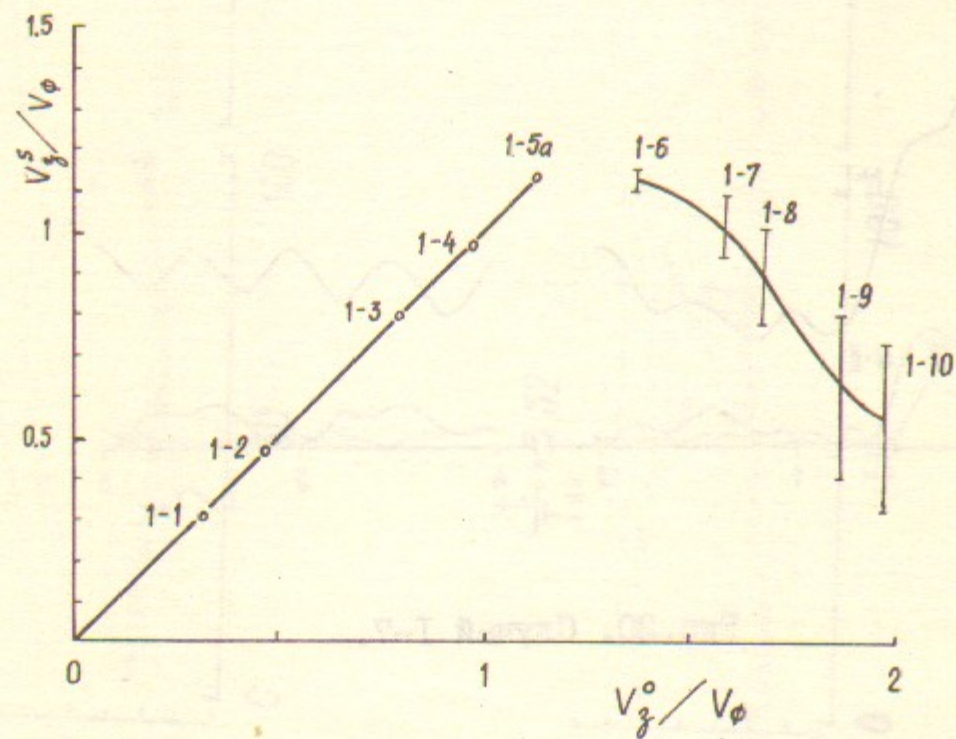


Рис. 21б

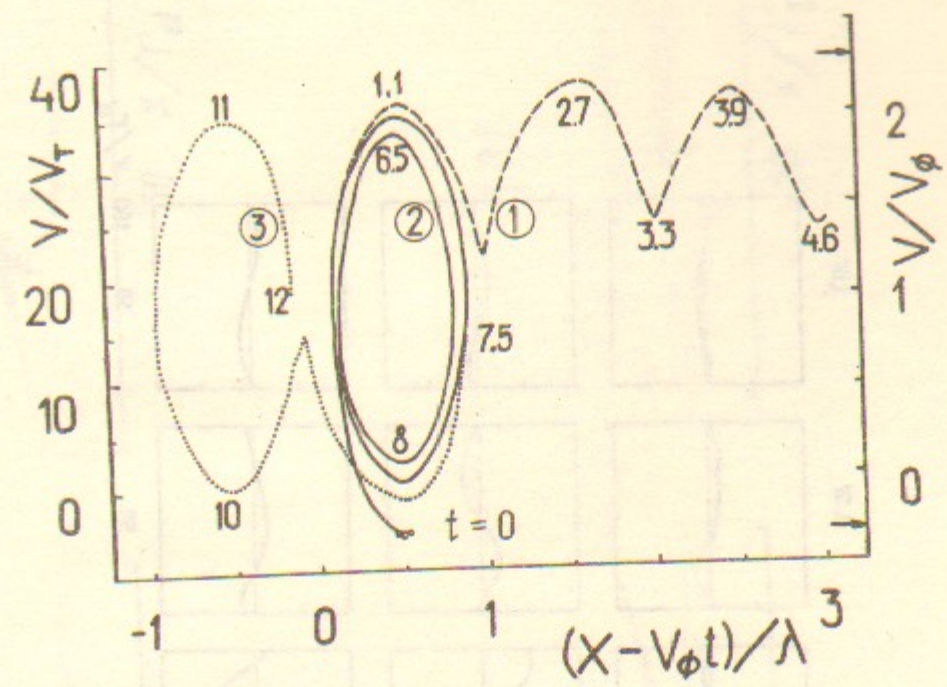


Рис. 22. Случай I-6

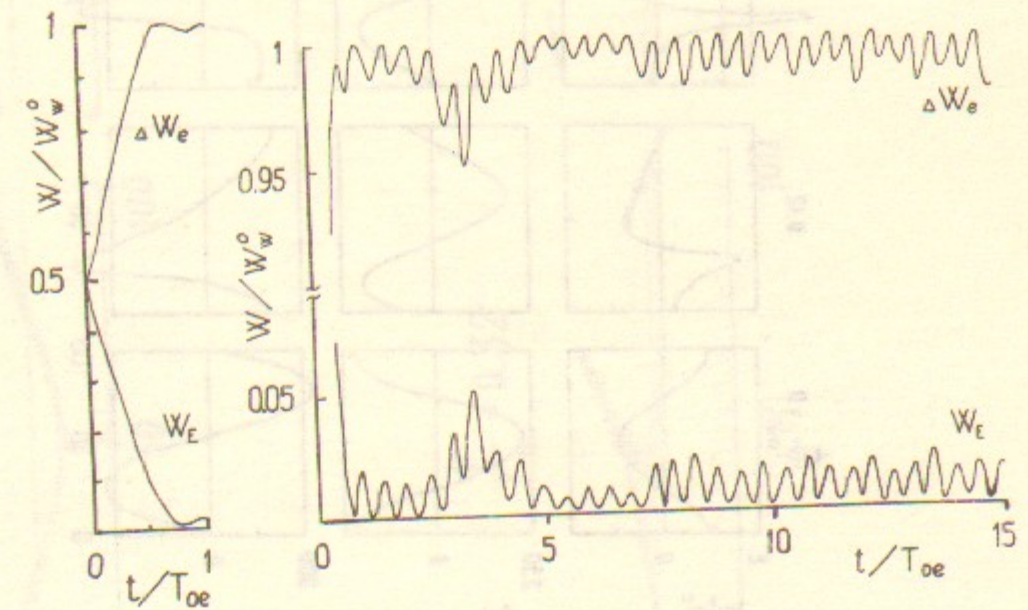


Рис. 23. а, б. Случай I-9



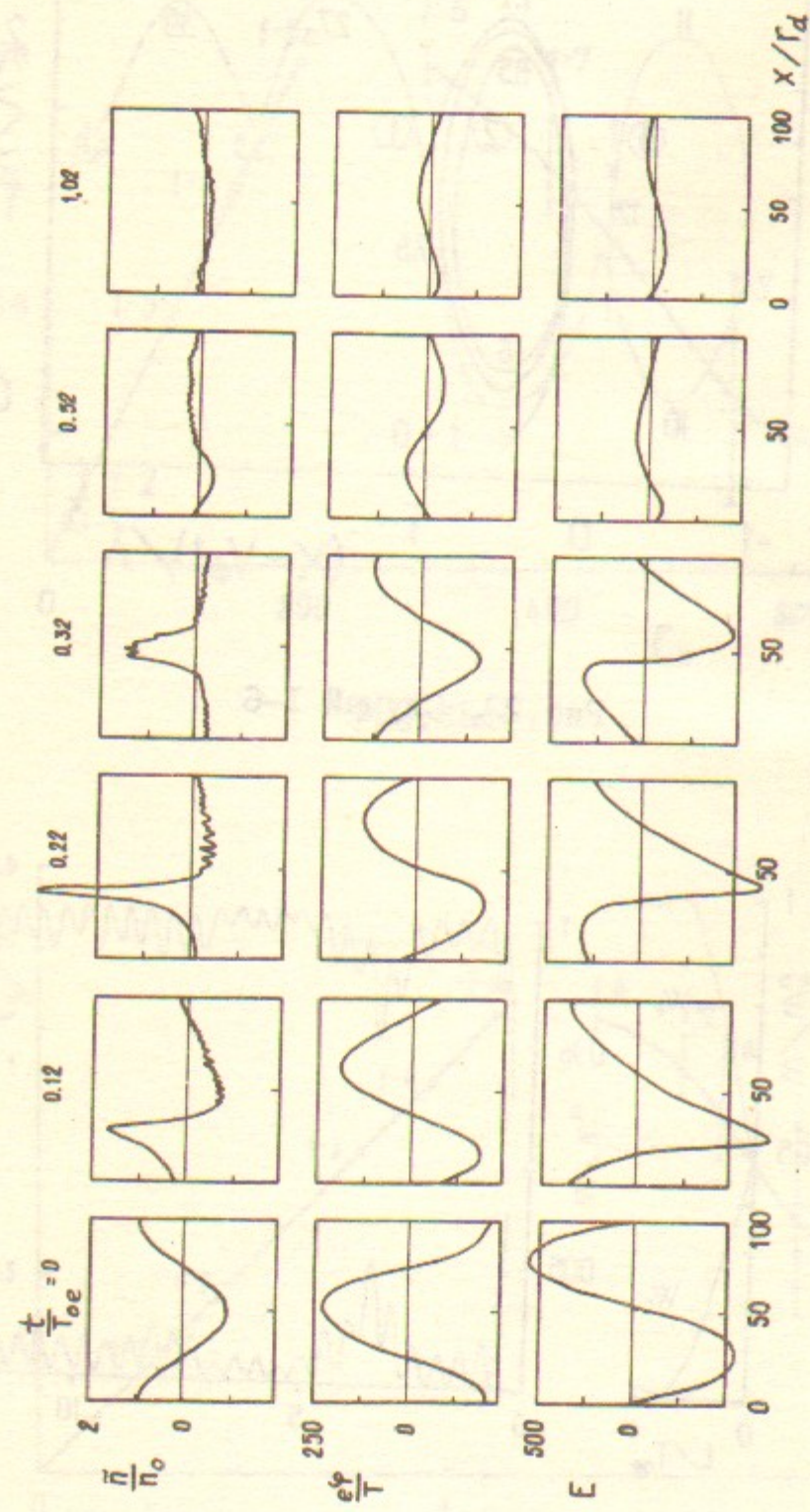


Рис. 24а. Случай I-9

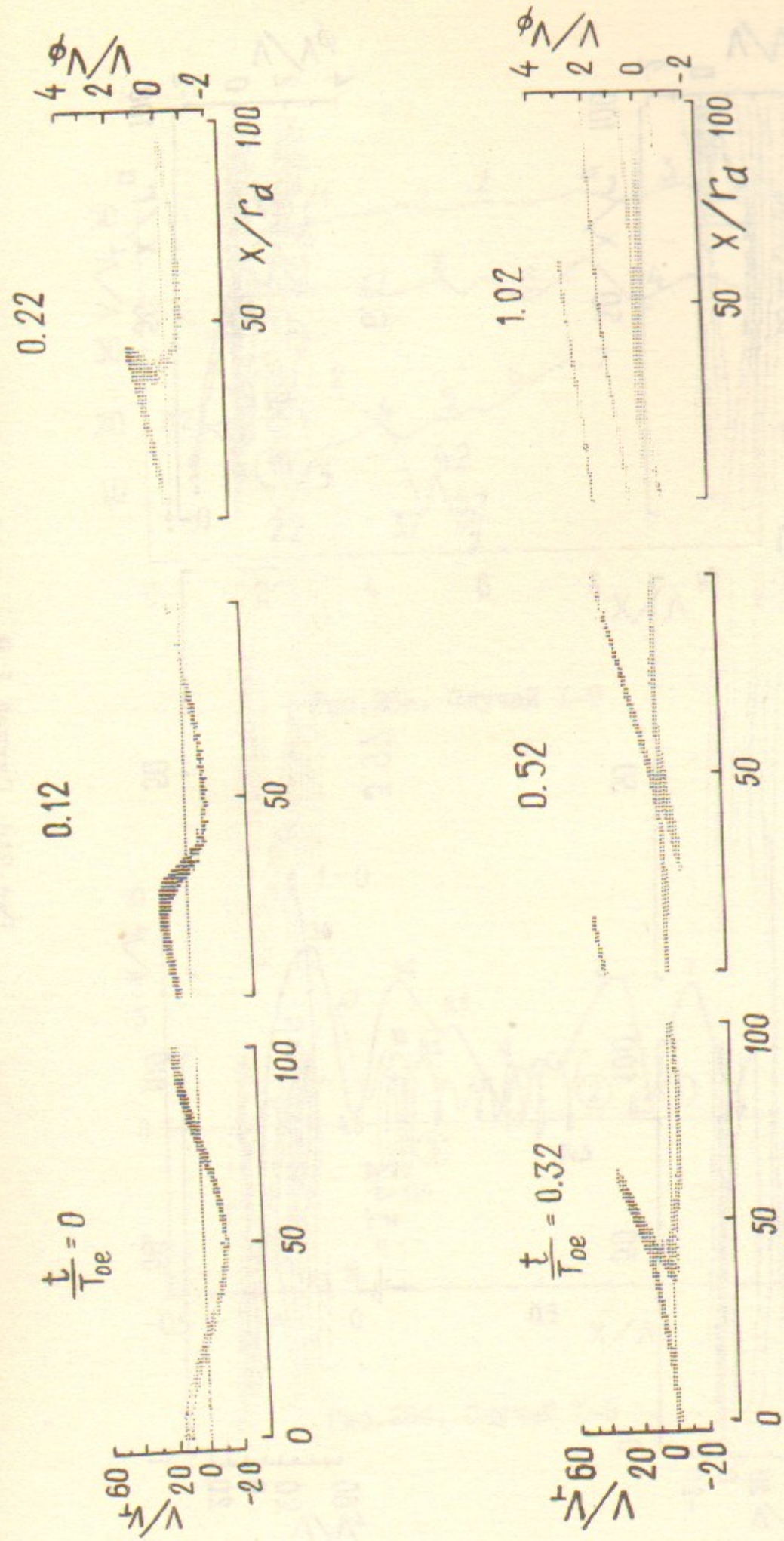


Рис. 24а. Случай I-9



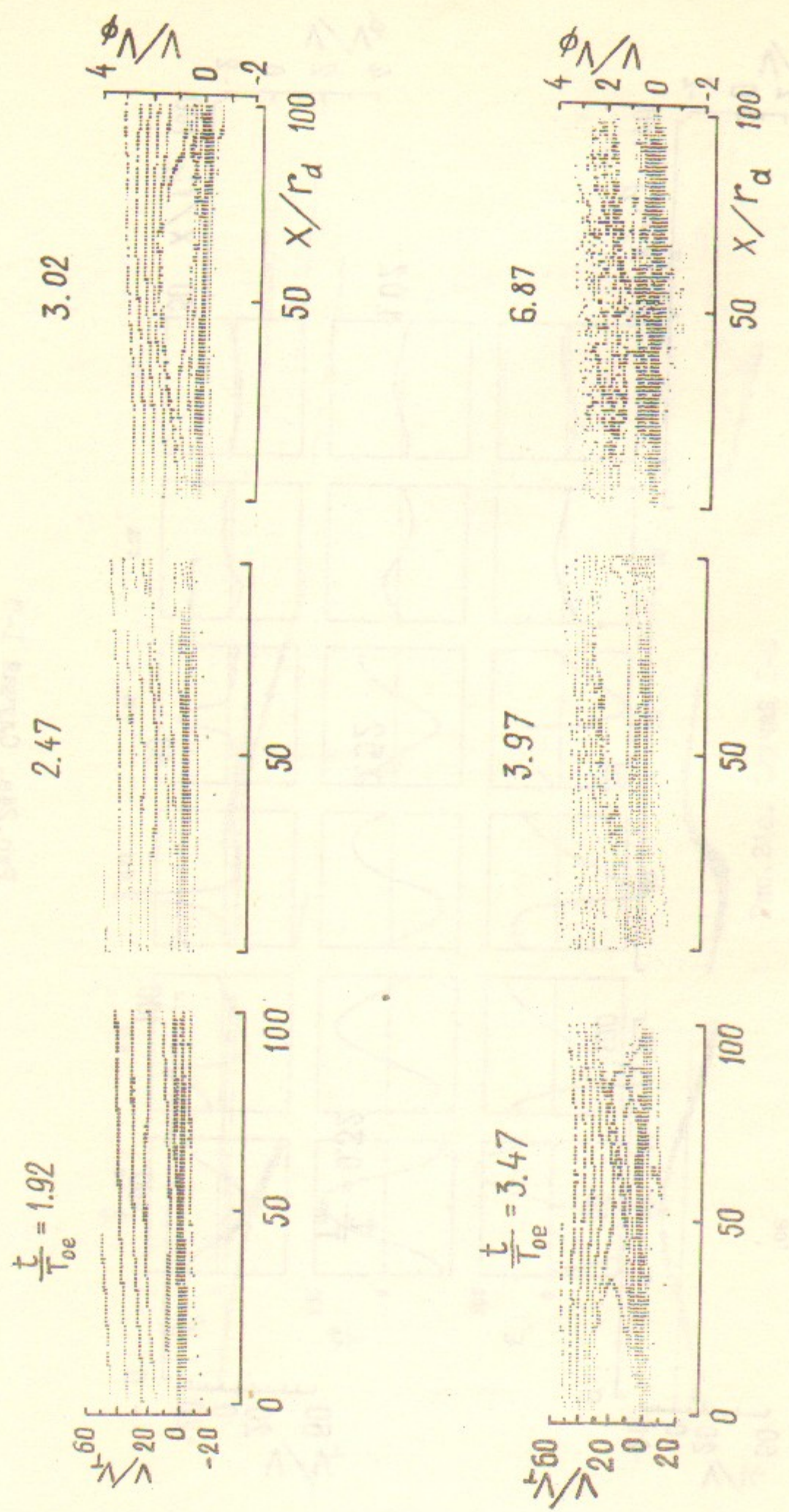


Рис. 246. Случай I-9

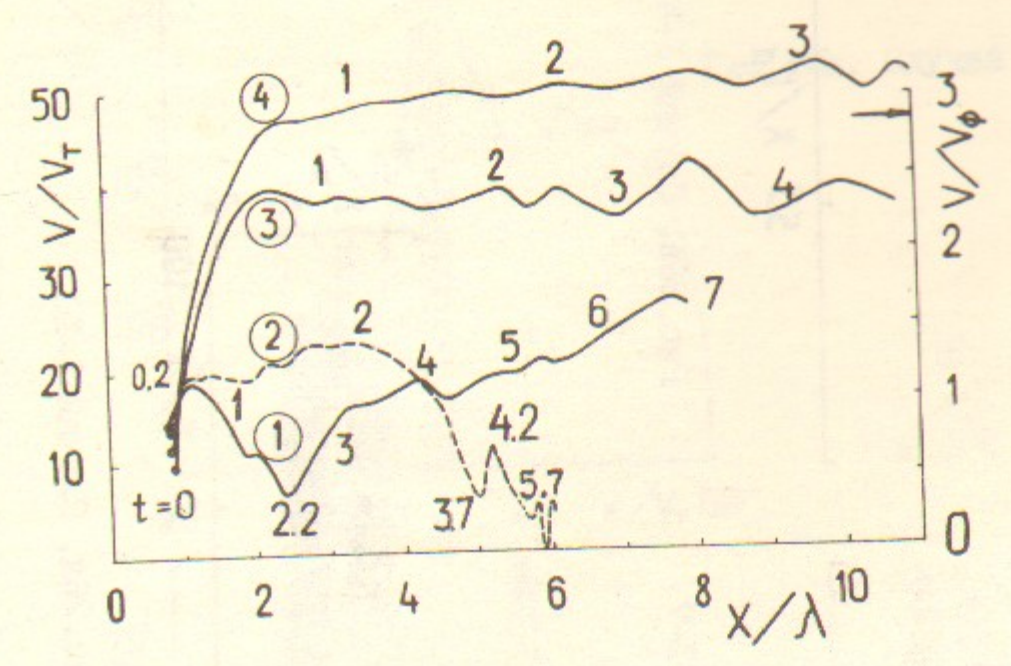


Рис. 25а. Случай I-9

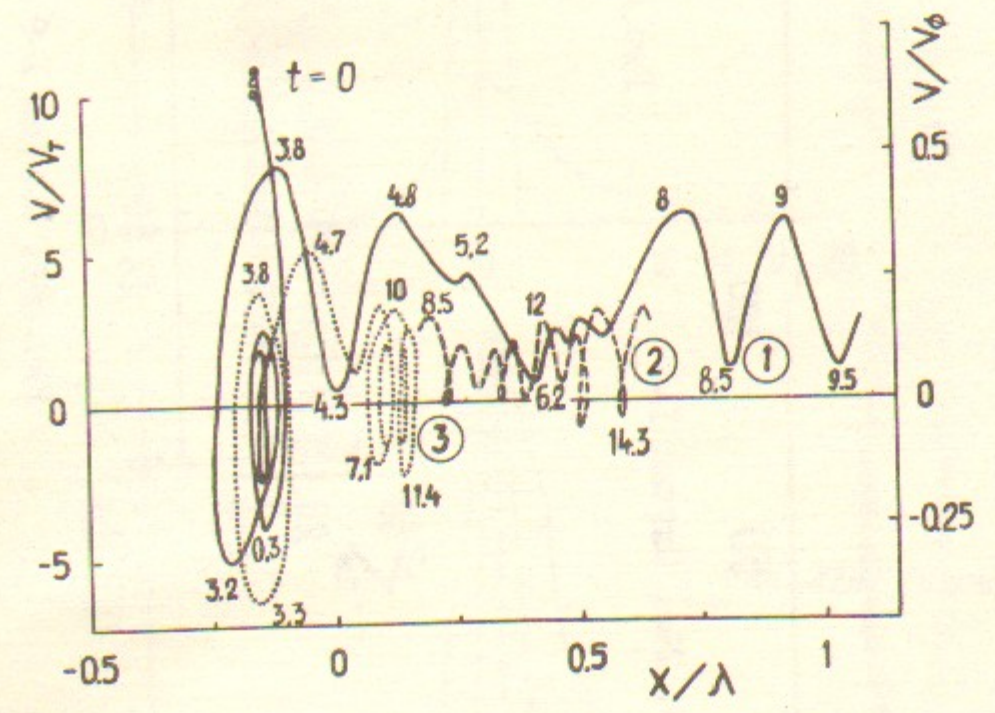


Рис. 25б. Случай I-9



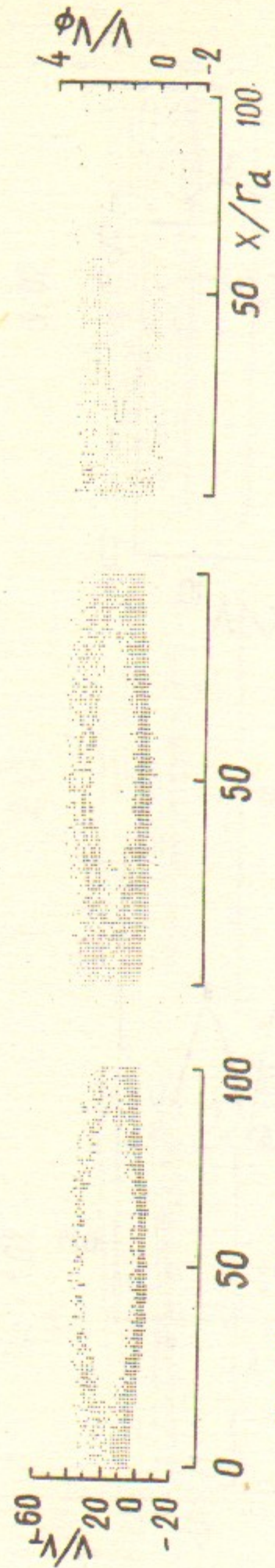


Рис. 26а. Случай I-6

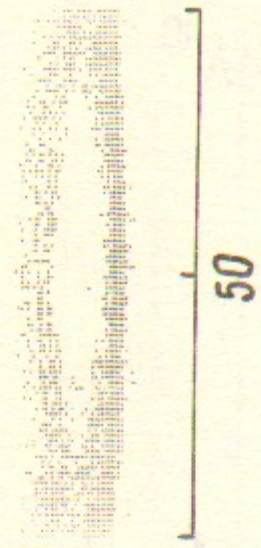


Рис. 26б. Случай I-7

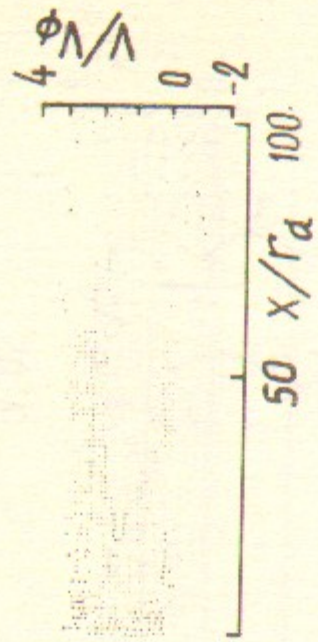


Рис. 26в. Случай I-8

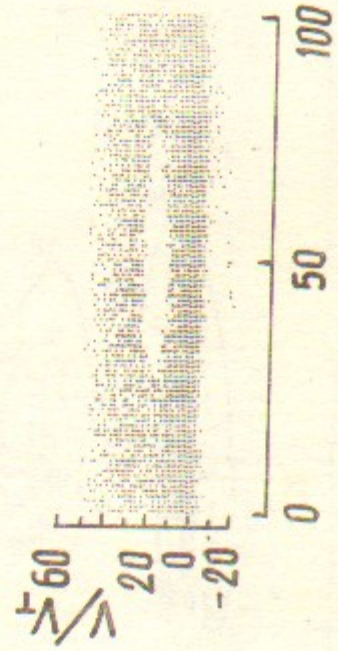


Рис. 26г. Случай I-9

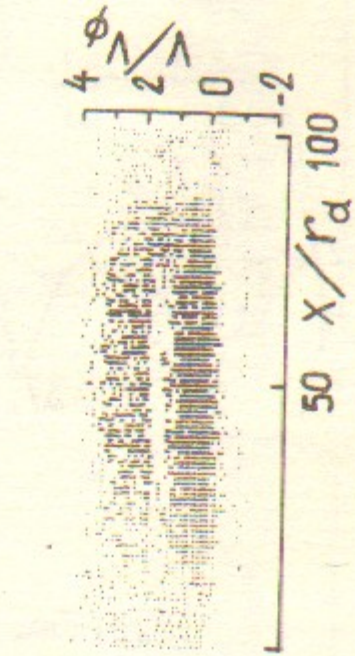


Рис. 26д. Случай I-10

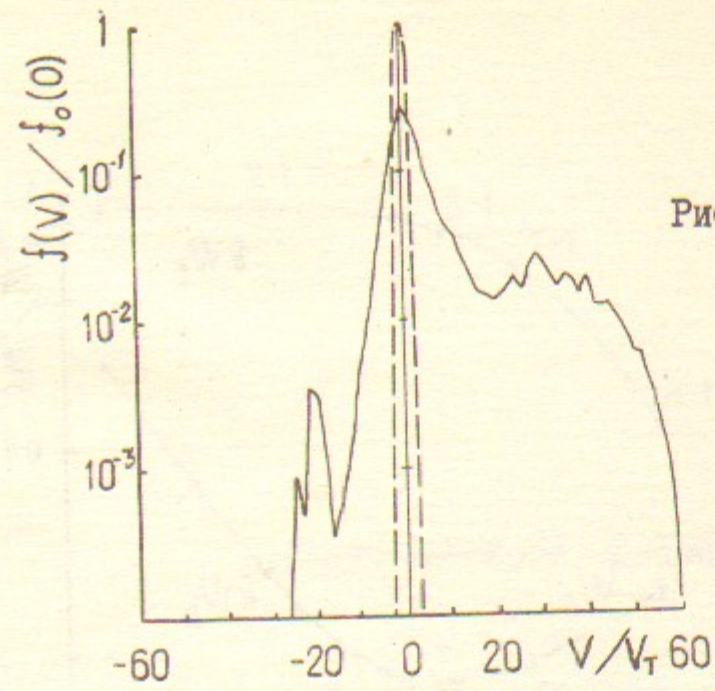


Рис. 27а. Случай I-10

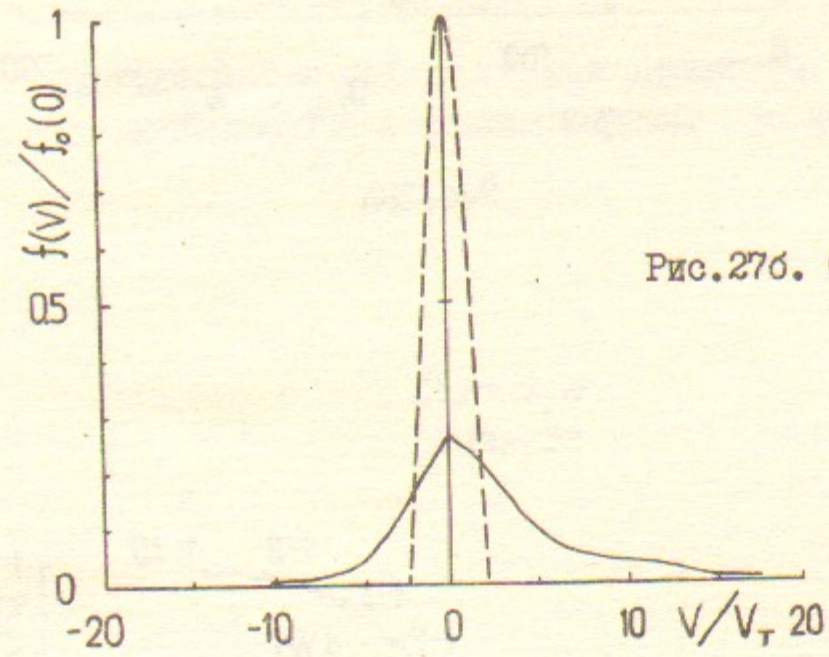


Рис. 27б. Случай I-10

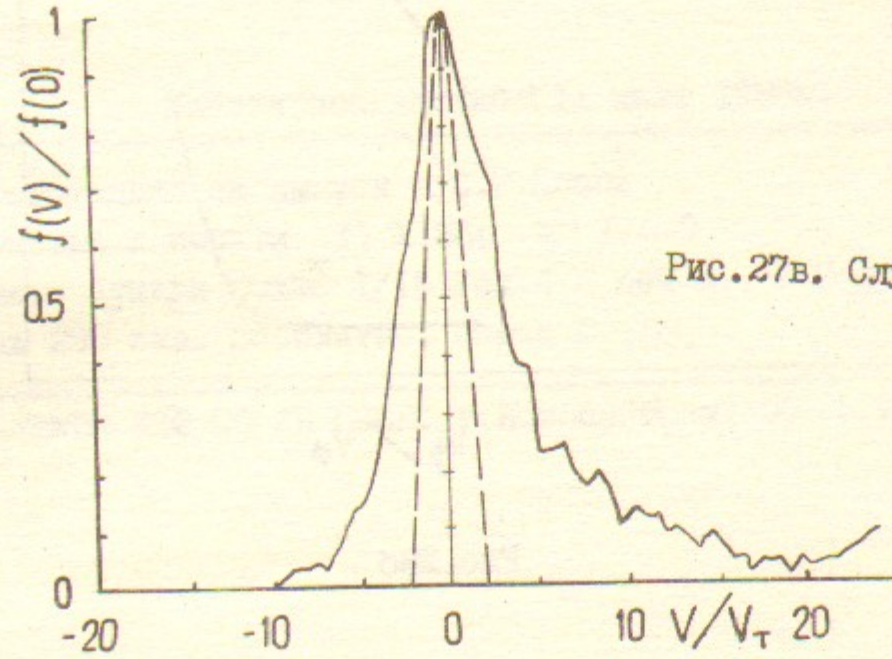


Рис. 27в. Случай I-10



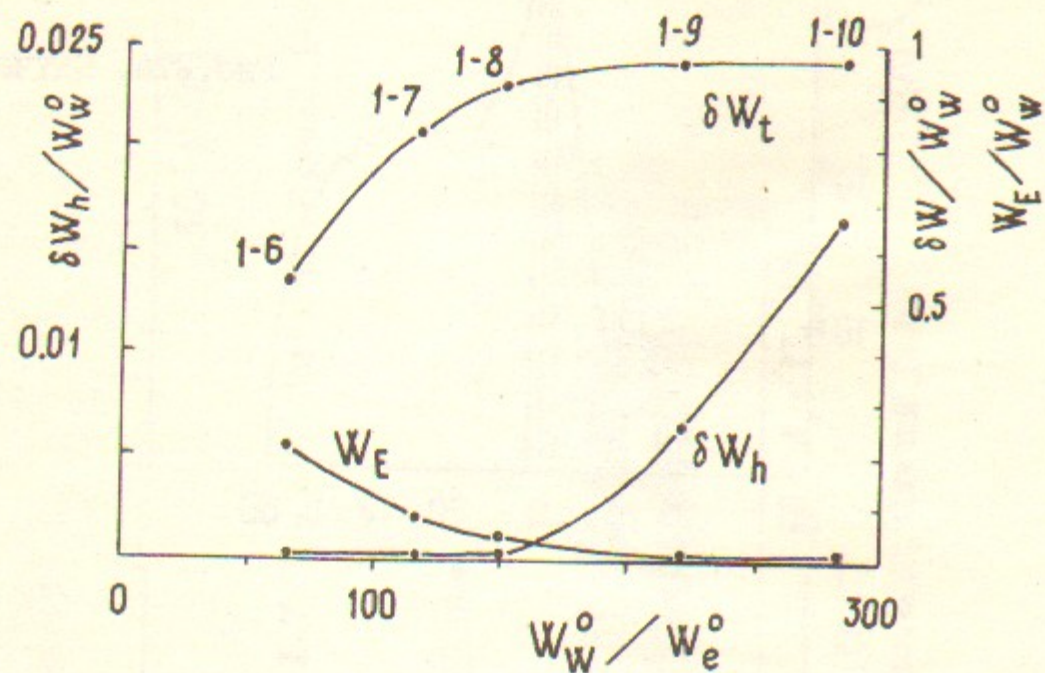


Рис. 28а

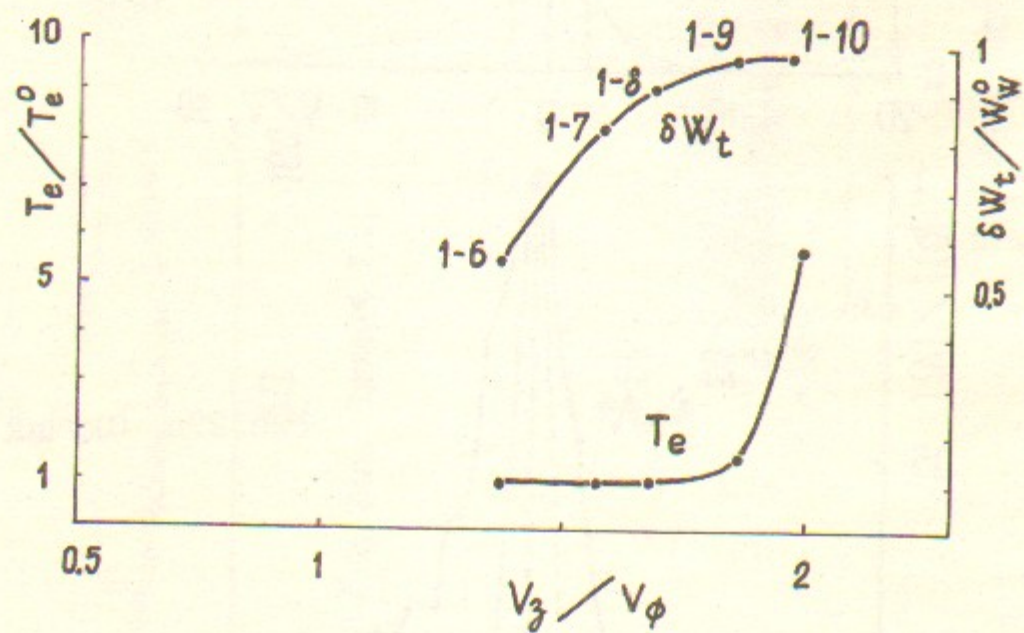


Рис. 28б

Н.С.Бучельникова, Е.П.Маточкин

ЛЕНГМЮРОВСКИЕ ВОЛНЫ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ. ЭЛЕКТРОННАЯ  
НЕЛИНЕЙНОСТЬ И СТОХАСТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ. I.

Препринт  
№ 86-153

Работа поступила - II июля 1986г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов  
Подписано к печати II.X.86г. МН 11829  
Формат бумаги 60x90 I/16 Усл.4,4 печ.л., 3,0 учетно-изд.л.  
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 153.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90