79

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

Е.М. Сыресин

ВЛИЯНИЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ЭЛЕКТРОНОВ НА РАБОТУ ДИОДА ПРИ ИНЖЕКЦИИ РЭП В СИЛЬНУЮ МАГНИТНУЮ ПРОБКУ

ПРЕПРИНТ 86-88

НОВОСИБИРСК
1986

ВЛИЯНИЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ЭЛЕКТРОНОВ НА РАБОТУ ДИОДА ПРИ ИНЖЕКЦИИ РЭП В СИЛЬНУЮ МАГНИТНУЮ ПРОБКУ

Е.М.Сыресин

А Н Н О Т А Ц И Я

Рассмотрены особенности работы диода при инжекции РЭП в сильную магнитную пробку. Показано, что в этом случае в магнитной камере возникает облако осциллирующих электронов с плотностью, в несколько раз превосходящей плотность исходного пучка. Исследовано влияние толщины и материала анодной фольги на работу диода. Проведено сравнение расчетов с экспериментальными результатами.

I. Введение

Электронные пучки с плотностью тока I-IO кА/см^2 с энергозапасом в десятки и сотни килоджоулей эффективно могут быть использованы для нагрева плазмы в открытых ловушках /I-2/. Для получения необходимой плотности тока генерируемые в диоде пучки приходиться затем сжимать в адиабатическом магнитном поле /3/. Схема магнитной компрессии пучка показана на рис.I. Пучок электронов генерируется в диоде, помещенном в продольное магнитное поле. Сжатие пучка осуществляется в магнитном поле пробочной конфигурации.

При инжекции пучка в магнитную камеру часть электронов отражается от магнитной пробки и начинает осциллировать между пробкой и катодом, постепенно рассеиваясь и поглощаясь в анодной фольге. Как было отмечено в работах /4-5/, осциллирующие электроны существенным образом влияют на работу диода. Их появление в биполярном диоде приводит к росту плотности пучка, в электронном – к запиранию диода. В настоящей работе приводятся результаты расчета величины диодного тока при наличии облака осциллирующих электронов, возникающего при инжекции пучка в магнитную камеру. Результаты экспериментов по инжекции РЭП в сильную магнитную пробку приведены в работе /6/.

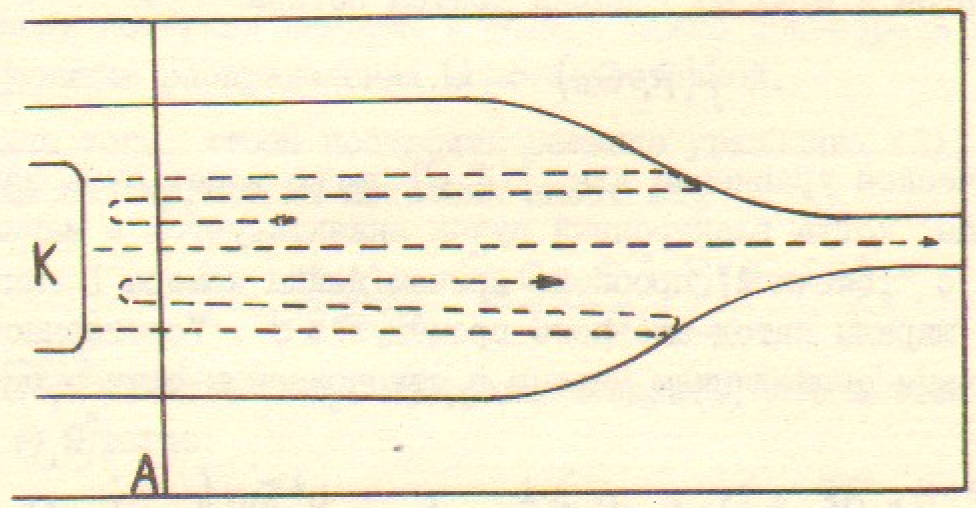

Рис.I. Схема магнитной компрессии пучка.
К – катод, А – анодная фольга, стрелки иллюстрируют характер движения электронов.

II. Кинетическое уравнение облака осциллирующих электронов

При инжекции пучка в магнитную пробку при определенных условиях возникает облако релятивистских осциллирующих электронов с плотностью, в несколько раз превосходящей плотность исходного электронного пучка. Накопление электронов в таком облаке в существенной мере определяется их взаимодействием с анодной фольгой. В случае тонкой фольги это взаимодействие можно характеризовать величинами $\overline{\theta^2}$ и δW, представляющим собой средний квадрат угла рассеяния и среднюю потерю энергии при одном прохождении через фольгу по нормали к ее поверхности. Плотность электронов в облаке существенно зависит и от пробочного отношения R. В работе рассматривается случай, когда

$$\overline{\theta^2} \ll \theta_R^2 \equiv R^{-1} \ll 1. \qquad (1)$$

Состояние облака осциллирующих электронов полностью характеризуется функцией распределения на анодной фольге f. Эта функция зависит от импульса P и угла θ между импульсом частицы и осью системы: $f = f(P, \theta)$. Для электронного облака, плотность которого значительно превышает плотность исходного пучка, функция распределения при выполнении условия (1) обращается в нуль на границе конуса потерь

$$f(P, \theta_R) = 0. \qquad (2)$$

Кинетическое уравнение для $f(P,\theta)$ легко может быть записано в случае, когда электронный пучок инжектируется в магнитную камеру с "точечной" пробкой, причем длина камеры L много больше ширины катод-анодного промежутка d. Усредненное по продольным осцилляциям частиц в стационарном случае оно имеет вид

$$\frac{v\,\overline{\theta^2}}{4\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta} + \frac{1}{P^2}\frac{\partial}{\partial P}P^2\delta W f + j = 0. \qquad (3)$$

Источник j описывает рост частиц вследствие инжекции пучка:

$$j = \frac{n_b V_b}{2\pi P^2} F(\theta)\,\delta(P - P_b), \qquad (4)$$

n_b – плотность электронов инжектируемого пучка, P_b и V_b импульс и скорость инжектируемого электрона на анодной фольге, соответствующие ускоряющему напряжению V. Множитель $F(\theta)$ учитывает начальное угловое распределение электронов пучка, усредненное по продольным осцилляциям частиц. Применительно к тонкой фольге $\overline{\theta^2}$ и δW следующим образом связаны с характеристиками фольги

$$\overline{\theta^2}(P) = \frac{4\pi \ell N_0 Z^2 e^4 \Lambda_1}{P^2 V^2},$$

$$\delta W = \frac{2\pi \ell N_0 Z e^4 \Lambda_2}{m V^2}, \qquad (5)$$

где P и V импульс и скорость электрона, N_0 – число атомов в единице объема фольги, Z – атомный номер материала фольги, ℓ – толщина фольги, Λ_1 и Λ_2 известные логарифмические множители. Для фольг, изготовленных из материала с большим $Z \gg 1$ скорость углового рассеяния в $\frac{Z}{\gamma}\frac{\Lambda_1}{\Lambda_2}$ раз больше скорости потерь в фольге. В этом случае при описании кинетического уравнения потерями энергии в фольге можно пренебречь и считать функцию распределения моноэнергетичной.

Для того, чтобы построить решение уравнения (3), решим сначала задачу, когда источник имеет вид

$$j = \frac{n_b V_b}{2\pi P^2}\,\frac{\delta(\theta - \theta')}{\sin\theta}\,\delta(P - P_b), \qquad (6)$$

где $(\overline{\theta^2})^{1/2} \ll \theta' - \theta_R \ll \theta_R$. Нетрудно показать, что в этом случае $f(P, \theta, \theta')$ равно:

$$f(P,\theta,\theta') = \frac{n_b V_b}{2\pi P^2}\,\delta(P - P_b)\begin{cases} \ln\frac{\theta}{\theta_R} & \theta < \theta' \\ \ln\frac{\theta'}{\theta_R} & \theta > \theta' \end{cases} \qquad (7)$$

По существу, полученное решение является функцией Грина для уравнения (3). Поэтому решение (3) с источником (4) имеет вид

$$f(P,\Theta) = \int\limits_{\Theta_R}^{\pi-\Theta_R} F(\Theta') \, f(P,\Theta,\Theta') \sin\Theta' d\Theta'. \tag{8}$$

Угловое распределение электронов пучка $F(\Theta)$ в зависимости от числа осцилляций частиц K определяется следующим соотношением:

$$F(\Theta) \equiv F(\Theta,K) = \int\limits_{\Theta_R}^{\pi/2} F(\Theta_1,K-1) \frac{e^{-\frac{(\Theta-\Theta_1)^2}{2\overline{\Theta^2}}}}{\sqrt{2\overline{\Theta^2}\pi}\,\Theta_R} \sin\Theta_1 d\Theta_1. \tag{9}$$

Множитель $\dfrac{e^{-\frac{(\Theta-\Theta_1)^2}{2\overline{\Theta^2}}}}{\sqrt{2\pi\overline{\Theta^2}}\,\Theta_R}$ учитывает угловое уширение пучка при двухкратном прохождении электронами через анодную фольгу. Начальное угловое распределение электронов пучка, захваченных в магнитную камеру, имеет вид

$$F(\Theta,0) = \begin{cases} \dfrac{2\exp(-\Theta^2/\overline{\Theta^2})}{\overline{\Theta^2}} & \Theta > \Theta_R, \\ 0 & \Theta < \Theta_R. \end{cases} \tag{I0}$$

Подставив источник (9) в уравнение (8), нетрудно показать, что при $K = 2\div8$ функция распределения (8) не зависит от числа осцилляций частиц K и с точностью до 5%÷7% равна

$$f(P,\Theta) = \begin{cases} \dfrac{n_b V_b R}{\pi P^2} \dfrac{\exp(-1/R\overline{\Theta^2})}{(R\overline{\Theta^2})^{1/2}} \delta(P-P_b) & \Theta > \Theta_R, \\ 0 & \Theta < \Theta_R. \end{cases} \tag{II}$$

Знание функции распределения позволяет найти плотность облака осциллирующих электронов в точке с потенциалом :

$$n(\varphi) = 2\pi \int f(P(\Theta',P'),\Theta(P',\Theta')) \sin\Theta' d\Theta' P'^2 dP', \tag{I2}$$

где P' и Θ' импульс и питч-угол электрона в точке с потенциалом φ, обладающего импульсом P и углом Θ на фольге:

$$\begin{gathered} (P'^2+m^2c^2)^{1/2} - \frac{e\varphi}{c} = (P^2+m^2c^2)^{1/2} - \frac{eV}{c}, \\ P'\sin\Theta' = P\sin\Theta. \end{gathered} \tag{I3}$$

Подставляя в (I2) функцию распределения (II) и выполняя интегрирование, получаем

$$n(\Psi) = 4\frac{n_b R}{(R\overline{\Theta^2})^{1/2}} e^{-\frac{1}{R\overline{\Theta^2}}} \left\{ \frac{1+(\gamma-1)\Psi}{\gamma(\gamma^2-1)^{1/2}} \left[[1+(\gamma-1)\Psi]^2 - 1 - \frac{\gamma^2-1}{R} \right]^{1/2} \right\}, \tag{I4}$$

где $\gamma = I + \frac{eV}{mc^2}$, $\Psi = \frac{\varphi}{V}$. Плотность электронного пучка, входящая в (II)-(I4) может быть найдена из решения уравнения Пуассона в диоде. Для нерелятивистского диода $\gamma - 1 << 1$ при $S = \left(\frac{\overline{\Theta^2}}{R}\right)^{1/2} \exp[1/R\overline{\Theta^2}] \leq 0{,}I$ и $R >> I$ она вычисляется аналитически

$$\frac{n_b}{n_{b0}} = 6{,}75\, S\, (I - 0{,}78\, S^{1/4})^2, \tag{I5}$$

где n_{b0} – плотность пучка, определяемая по "закону $\frac{3}{2}$ ".

Ш. Учет потерь энергии в фольге

Для того чтобы построить решение уравнения (3) с учетом потерь энергии в фольге, найдем сначала функцию Грина этого уравнения. Вместо импульса P введем независимую переменную ξ, однозначно связанную с P соотношением

$$\xi = \int\limits_P^{P_b} \frac{\overline{\Theta^2} V dP}{4\delta W} = \frac{\overline{\Theta^2}(P_b)\, P_b^2}{8m\delta W} \ln \frac{(\gamma(P)-1)(\gamma(P_b)+1)}{(\gamma(P)+1)(\gamma(P_b)-1)},$$

где релятивистский фактор $\gamma = (I + P^2/m^2c^2)^{1/2}$. Выполнив замену переменных, уравнение (3) перепишем в виде

$$\begin{gathered} \frac{\partial g}{\partial \xi} = \frac{1}{\sin\Theta} \frac{\partial}{\partial\Theta} \sin\Theta \frac{\partial g}{\partial\Theta}, \\ g\big|_{\xi=0} = \frac{n_b V_b}{2\pi} \frac{\delta(\Theta-\Theta')}{\sin\Theta}, \\ g\big|_{\Theta=\Theta_R} = 0, \quad g(\Theta) = g(\pi-\Theta), \end{gathered} \tag{I6}$$

где $g = \delta W P^2 f$.

Решение уравнения (I6) может быть получено с помощью разложения в ряд по ортогональной системе собственных функций $g_n(\Theta,\lambda_n)$ оператора Лежандра:

$$g(\xi,\theta)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n_b V_b}{2\pi}A_n e^{-\lambda_n \xi} g_n, \qquad (17)$$

где

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial g_n}{\partial\theta}+\lambda_n g_n=0,$$

$$g_n(\theta_R)=0,\quad g_n(\theta)=g_n(\pi-\theta).$$

Коэффициенты разложения A_n определяются из начальных условий и, соответственно, равны

$$A_n=\frac{g_n(\theta')}{\int_{\theta_R}^{\pi-\theta_R} g_n^2\sin\theta\, d\theta}. \qquad (18)$$

Функции g_n могут быть представлены в виде ряда /7-8/:

$$g_n=1+\sum_{\ell=1}^{\infty}a_\ell(m_n)\mu^{2\ell},$$

$$a_\ell(m_n)=\prod_{k=0}^{\ell-1}\frac{(2k-m_n)(2k+m_n+1)}{2(k+1)(2k+1)}, \qquad (19)$$

$$m_n(m_n+1)=\lambda_n,$$

где $\mu=\cos\theta$. Собственное значение λ_n находится из условия $g_n(\lambda_n,\theta_R)=0$. Зависимость λ_n от R приведена в /7-8/. Знание g_n и λ_n позволяет построить решение кинетического уравнения (3) с источником (6). Необходимо только отметить, что поскольку источник частиц узкий, то при построении функции распределения требуется удерживать большое количество членов ряда (17).

При малых θ решение уравнения (3) может быть получено с помощью преобразования Вебера /9/

$$g(\theta,\theta',\xi)=\frac{n_b V_b}{\pi^2}\frac{(\theta'-\theta_R)}{\theta_R\xi}\int_0^{\infty}\frac{\varphi_0 e^{-\lambda^2}\lambda\, d\lambda}{J_0^2\left(\frac{\lambda\theta_R}{\sqrt{\xi}}\right)+Y_0^2\left(\frac{\lambda\theta_R}{\sqrt{\xi}}\right)}, \qquad (20)$$

где $\varphi_0=J_0\left(\frac{\lambda\theta_R}{\sqrt{\xi}}\right)Y_0\left(\frac{\lambda\theta}{\sqrt{\xi}}\right)-J_0\left(\frac{\lambda\theta}{\sqrt{\xi}}\right)Y_0\left(\frac{\lambda\theta_R}{\sqrt{\xi}}\right)$, J_0 и Y_0

функции Бесселя, соответственно, первого и второго рода. При $\xi \ll \theta_R^2$ $g(\theta,\theta',\xi)$ равно

$$g(\theta,\theta',\xi)=\frac{n_b V_b}{\pi^2}\frac{(\theta'-\theta_R)}{4\theta_R\xi}\frac{(\theta-\theta_R)}{\theta_R}\frac{e^{-\frac{(\theta-\theta_R)^2}{4\xi}}}{\sqrt{\pi\xi}}\left(\frac{\theta_R}{\theta}\right)^{1/2} \qquad (21)$$

В обратном предельном случае $\xi \gg \theta^2$ $g(\theta,\theta',\xi)$ имеет вид

$$g(\theta,\theta',\xi)=\frac{n_b V_b}{\pi^2}\frac{(\theta'-\theta_R)}{\theta_R\xi}\frac{\ln(\theta/\theta_R)}{\ln^2(4\xi/\theta_R^2\gamma_1^2)}, \qquad (22)$$

где γ_1 – постоянная Эйлера, $\ln\gamma_1=0{,}55$.

Для удобства численных расчетов в дальнейшем $g(\theta,\theta',\xi)$, задаваемую формулой (17), аппроксимируем более простым выражением (20). При $R\gg 1$ оно с высокой точностью совпадает с (19) при малых θ и с точностью $\sim 25\%$ аппроксимирует решение кинетического уравнения при $\theta\sim 1$. Таким образом, выражение (20) может быть использовано в качестве приближенного решения уравнения (3) с источником (6).

Полученные результаты легко могут быть обобщены при нахождении решения кинетического уравнения с источником (4). Для этого воспользуемся соотношением (8). Подставив в (8) функцию Грина (20) и источник (4), угловая часть которого определяется из решения уравнений (9)-(10), находим функцию распределения осциллирующих электронов

$$f(P,\theta)=\frac{n_b V_b}{2\pi^2 P^2\delta W}\frac{(R\overline{\theta^2})^{1/2}}{\xi}e^{-\frac{1}{R\overline{\theta^2}}}\int_0^{\infty}\frac{e^{-\lambda^2}\varphi_0\lambda\, d\lambda}{J_0^2\left(\frac{\lambda\theta_R}{\sqrt{\xi}}\right)+Y_0^2\left(\frac{\lambda\theta_R}{\sqrt{\xi}}\right)}. \qquad (23)$$

Знание $f(P,\theta)$ позволяет найти плотность облака осциллирующих электронов с точностью до постоянного множителя n_b в зависимости от потенциала ψ. Множитель n_b может быть определен из решения уравнения Пуассона в диоде. Для электронного диода уравнение Пуассона имеет вид

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}=\frac{4\pi e}{U}\left[n_b(\psi)+n(\psi)\right], \qquad (24)$$

$$\left.\frac{d\psi}{dx}\right|_{x=0}=0,\quad \psi|_{x=0}=0,\quad \psi|_{x=d}=1,$$

где

$$n_b(\Psi) = n_b \frac{\sqrt{\gamma+1}}{\gamma} \, \frac{1+(\gamma-1)\Psi}{\sqrt{2\Psi+(\gamma-1)\Psi^2}} \, . \qquad (25)$$

В биполярном режиме работы диода оно может быть представлено следующим образом

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = \frac{4\pi e}{V}\left[n_b(\Psi) + n(\Psi) - \frac{n_i}{\sqrt{1-\Psi}}\right], \qquad (26)$$

$$\left.\frac{d\Psi}{dx}\right|_{x=0} = 0, \quad \Psi\big|_{x=0} = 0, \quad \left.\frac{d\Psi}{dx}\right|_{x=d} = 0, \quad \Psi\big|_{x=d} = 1.$$

Уравнение (26) отличается от уравнения (24) наличием в правой части дополнительного слагаемого, описывающего вклад плотности ионов, соответственно, появляется еще одно граничное условие $\left.\frac{d\Psi}{dx}\right|_{x=d} = 0$, обозначающее бесконечную эмиссионную способность анода. Интегрируя уравнения (24) и (26), аналогично тому, как это делается при выводе "закона 3/2" находим плотность диодного тока $j_b = e n_b V_b$, соответственно, для электронного и биполярного диодов. Зависимости j_b/j_{b0} и j_b/j_{bi} от толщины и материала фольги приведены на рис.2 и 3, здесь j_{b0} и j_{bi} – плотности тока электронного пучка, определяемые по "релятивистскому закону 3/2" для электронного и биполярного диодов /10/. Как видно из рис.2 и 3, наличие облака осциллирующих электронов в электронном диоде приводит к запиранию диодного тока, в биполярном-к росту плотности пучка. Для фольг толщиной больше некоторой критической биполярный диод переходит к режим "коллапса импеданса" /5/ и уже не имеет стационарного решения.

Эксперименты по инжекции электронного пучка в магнитную пробку с $R = 20$ описаны в работе /6/. В этих экспериментах пучок характеризовался следующими параметрами: энергия электронов $eV = 0{,}8$ МэВ, ток $I = 40$ кА. Сжатие пучка осуществлялось в магнитном поле пробочной конфигурации, нарастающим от 0,5 Тл в диоде ускорителя до 10 Тл в пробке. На рис.4 приведены импульсы напряжения при инжекции пучка через фольгу толщиной 30 мкм. в магнитную камеру и на коллектор, расположен-

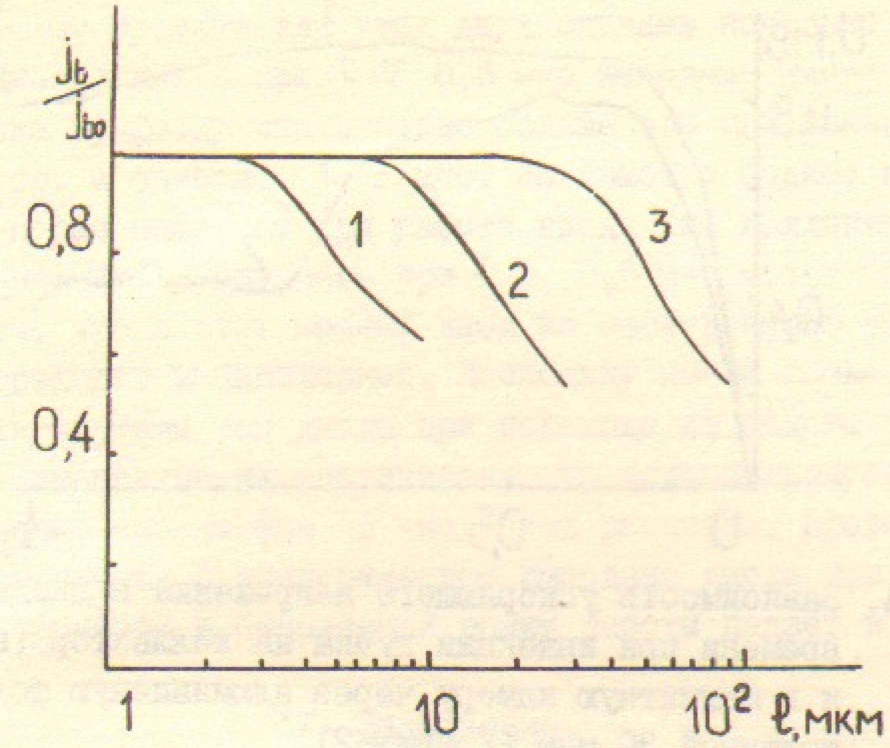

Рис.2. Зависимость j_b/j_{b0} от толщины анодной фольги для электронного диода. $R = 50$, $\gamma = 3$; 1 -Z = 22, 2 -Z = 13, 3 -Z = 6.

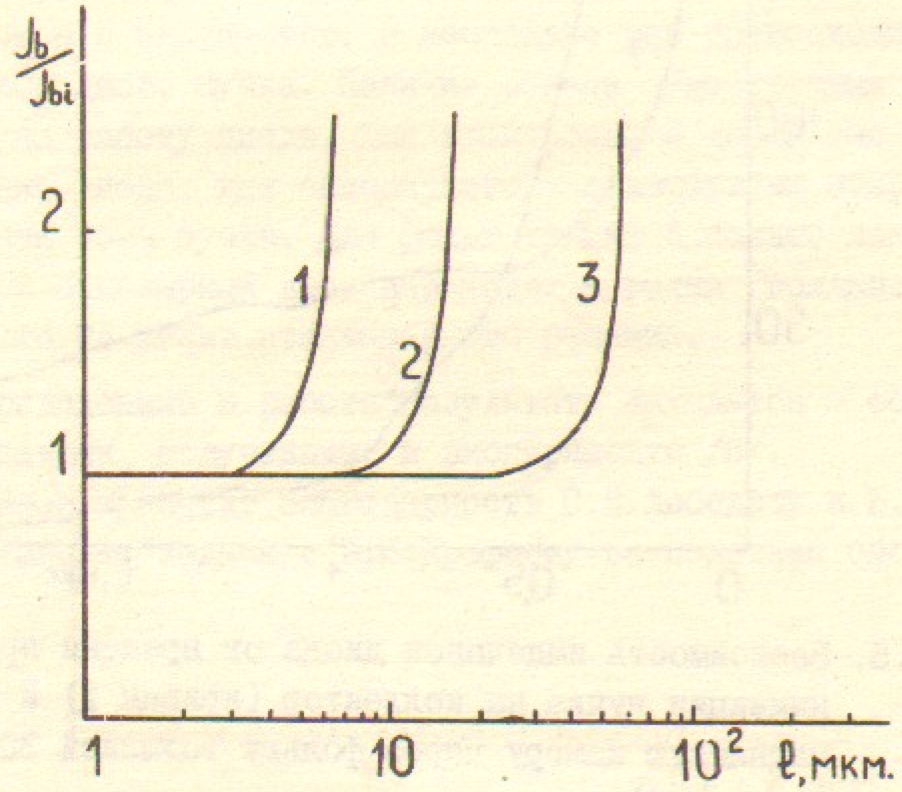

Рис.3. Зависимость j_b/j_{bi} от толщины анодной фольги для биполярного диода. $R = 50$; $\gamma = 3$; 1 -Z = 22, 2 -Z = 13, 3 - Z = 6.

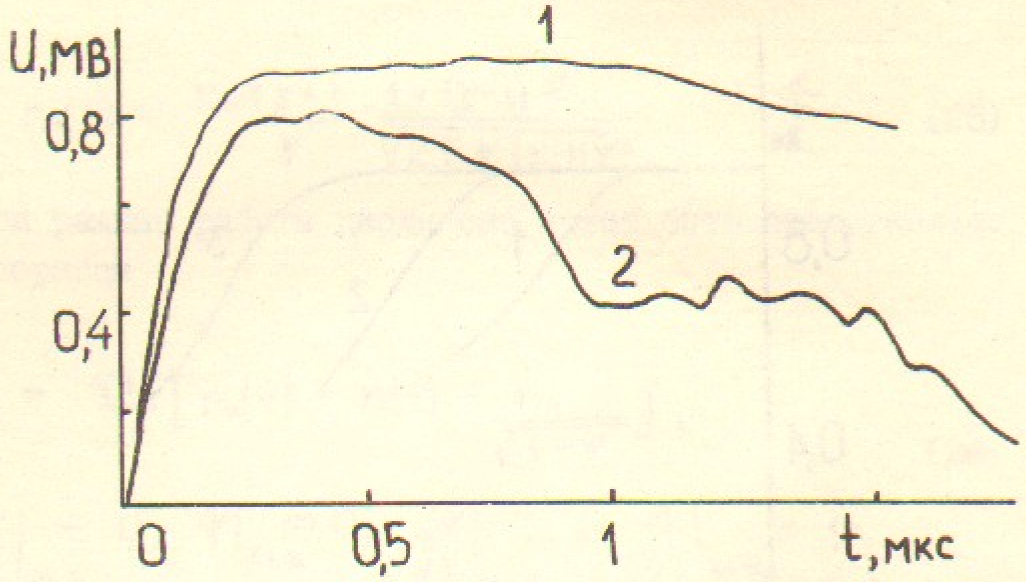

Рис.4. Зависимость ускоряющего напряжения в диоде от времени при инжекции пучка на коллектор (кривая I) и в магнитную камеру через алюминиевую фольгу толщиной 30 мкм (кривая 2).

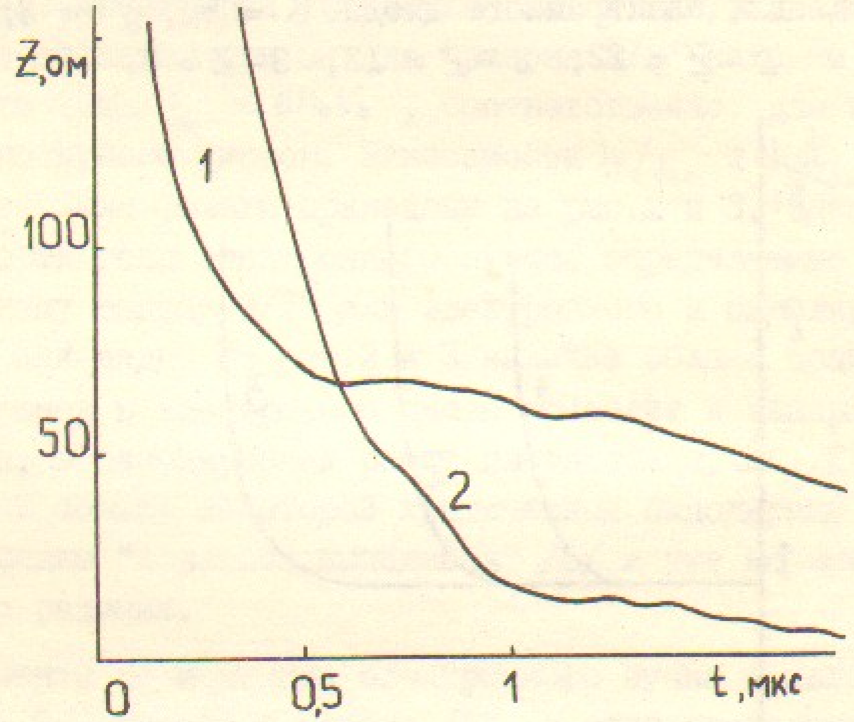

Рис.5. Зависимость импеданса диода от времени при инжекции пучка на коллектор (кривая I) и в магнитную камеру через фольгу толщиной 30 мкм (кривая 2).

ный сразу же за анодной фольгой. Зависимости импеданса диода $Z = \frac{V}{I}$ от времени для этих двух случаев показаны на рис.5. Как видно из рис.6 при $t \leq$ 0,5 мкс импеданс диода при инжекции пучка в пробку значительно больше чем при инжекции на коллектор, а спустя $t \gtrsim$ I мкс. он заметно падает и становится в 3-5 раз ниже чем при работе диода "на коллектор". Падение напряжения в два раза при $t \simeq$ 0,5 мкс может быть объяснено тем, что в этот момент диод из электронного режима работы переходит в биполярный. Поскольку из-за большой индуктивности системы ток диода при переходе из одного режима в другой изменяется не значительно, то должно происходить резкое падение напряжения. В численных расчетах, проведенных с целью сравнения с экспериментом импеданс диода при переходе из электронного в биполярный режим работы падает в $\sim$ 3 раза.

IУ. Заключение

В работе рассмотрены особенности работы диода при инжекции РЭП в сильную магнитную пробку. Показано, что при $R\Theta^2 \gtrsim$ 0,2÷0,3 в магнитной камере возникает облако осциллирующих электронов с плотностью, в несколько раз превосходящей плотность исходного пучка. Наличие облака существенным образом влияет на работу диода. Для электронного диода оно приводит к запиранию диода, для биполярного – к заметному подрастанию плотности тока пучка. Для фольг толщиной больше некоторой критической биполярный диод переходит к режим "коллапса импеданса" и уже не имеет стационарного решения.

Приведенные в работе результаты находятся в согласии с результатами, полученными в эксперименте /6/.

Автор приносит благодарность С.В.Лебедеву и Б.А.Князеву за постановку задачи и В.И.Ерофееву за полезные обсуждения.

Литература

1. Д.Д.Рютов. Вопросы атомной науки и техники. Сер. Термоядерный синтез, вып.I-2, с.96-II2, 1978.
2. С.Г.Воропаев и др. в кн.: Доклады третьей Всесоюзной конференции по инжекторным проблемам термоядерных реакторов. Ленинград - 1984, с.298.
3. С.Г.Воропаев и др. в кн.: У Всесоюзный симпоз. по сильноточной электронике. Томск, 1984, ч. I, с.181.
4. Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. Физика плазмы, т.2. 566, 1976.
5. Г.В.Ступаков, Е.М.Сыресин. Физика плазмы, т.I, 81, 1986.
6. С.Г.Воропаев и др. Препринт ИЯФ СО АН СССР, 86- , Новосибирск, 1986.
7. BenDaniel D.J., Allis W.P., J. Nucl. Energy, Part C, 4, 31, 1962.
8. В.П.Пастухов в кн.: Вопросы теории плазмы. I3. Энергоатомиздат, 1984, стр.160.
9. Е.Титчмарш. Введение в теорию интегралов Фурье, Гостехиздат, 1948.
10. Б.Н.Брейзман, Д.Д.Рютов, Г.В.Ступаков. Известия ВУЗов, СССР, сер. Физика, IO, 7, 1979.

Е.М.Сыресин

ВЛИЯНИЕ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ЭЛЕКТРОНОВ НА РАБОТУ ДИОДА ПРИ ИНЖЕКЦИИ РЭП В СИЛЬНУЮ МАГНИТНУЮ ПРОБКУ

Препринт
№ 86-88

Работа поступила - 30 января 1986 г.

Ответственный за выпуск - С.Г.Попов
Подписано к печати 5.06.1986 г. МН II748
Формат бумаги 60х90 I/I6 Усл.I,I печ.л., 0,9 учетно-изд.л.
Тираж 220 экз. Бесплатно. Заказ № 88.

Ротапринт ИЯФ СО АН СССР, г.Новосибирск, 90