

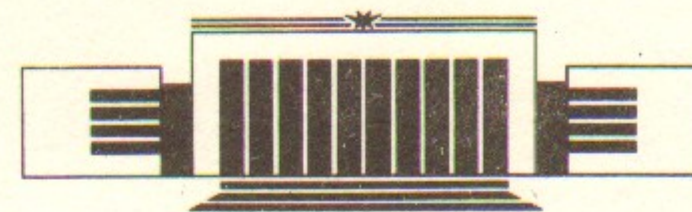


40  
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР

В.Т. Астрелин, Б.Н. Брейзман,  
З. Седлачек, К. Юнгвирт

**АДИАБАТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ  
В ДИНАМИКЕ ЛЕНГМЮРОВСКИХ СОЛИТОНОВ**

ПРЕПРИНТ 87-83



НОВОСИБИРСК



Адиабатические эффекты  
в динамике ленгмюровских солитонов

В.Т. Астрелин, Б.Н. Брейзман,  
З. Седлачек<sup>\*)</sup>, К. Юнгвирт<sup>\*)</sup>

Институт ядерной физики  
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

Для ленгмюровских солитонов большой амплитуды характерна адиабатическая медленность перестройки профиля плотности плазмы по отношению к локализованным в солитоне плазмонам. В работе приведен ряд примеров использования этой особенности при описании динамики солитонов: найдены долгоживущие состояния в виде составных солитонов, получены дополнительные ограничения на взаимодействие солитонов друг с другом и со звуковыми волнами, обсуждено влияние адиабатичности на формирование солитонов из свободных плазмонов.

<sup>\*)</sup> Институт физики плазмы ЧСАН, Прага, ЧССР.

The Effect of Adiabaticity  
on the Dynamics of Langmuir Solitons

V.T. Astrelin, B.N. Breizman,  
Z. Sedláček<sup>\*)</sup>, K. Jungwirth<sup>\*)</sup>

АБСТРАКТ

The large amplitude Langmuir solitons are characterized by a slow (adiabatic) evolution of plasma density with respect to trapped plasmons. The paper gives some new examples of how this feature simplifies the study of soliton dynamics. In particular, long-living nonlinear solitons are found which have the form of compound solitons, additional restrictions are formulated on soliton-soliton and soliton-acoustic wave interaction and new details of soliton formation from free plasmons are discussed.

<sup>\*)</sup> Institute of Plasma Physics, Czech. Acad. Sci., 18211 Prague 8, Pod vodárenskou věží 4, Czechoslovakia.

1. ВВЕДЕНИЕ

Для описания нелинейного взаимодействия ленгмюровских и ионно-звуковых волн широко используется одномерная система уравнений Захарова [1], которую в безразмерных переменных можно записать в следующем виде:

$$ig \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = nE, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 n}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} |E|^2. \quad (2)$$

Здесь  $E$  — комплексная амплитуда электрического поля плазмонов,  $n$  — возмущение плотности ионов. Безразмерные переменные в уравнениях (1) и (2) выбраны так, что параметр  $g$  представляет собой отношение характерного пространственного масштаба задачи к величине  $r_D (M/m)^{1/2}$ , где  $r_D$  — дебаевский радиус, а  $m$  и  $M$  — массы электрона и иона. Для свободных плазмонов параметр  $g$  равен отношению скорости звука к их характерной групповой скорости, а для солитонов — отношению частоты звука, вычисленной по размеру солитона, к собственной частоте связанного состояния. Конкретное значение  $g$  определяется начальными условиями. Здесь возможны два существенно различных предельных случая:  $g \gg 1$  и  $g \ll 1$ . Первый из них отвечает квазистатическому режиму, в котором скорости плазмонов столь малы, что возмущение давления плазмы успевает скомпенсировать пондеромоторную силу. Это позволяет заменить уравнение (2) соотношением  $n = -|E|^2$  и тем самым свести исходную систему к нелинейному уравнению Шредингера, которое, как известно, интегрируется методом обратной задачи рассеяния [2]. Распространить метод обратной задачи на случай малых значений  $g$ , отвечающий сверхзвуковым плазмонам, к сожалению, не удастся. Трудности на этом пути, по всей вероятности, связаны с качественным изменением динамики системы при замене дозвуковых плазмонов сверхзвуковыми. С другой стороны, ясно, что наличие малого параметра должно заметно облегчать анализ уравнений (1), (2) и позволяет надеяться если не на полное их исследование, то, по крайней мере, на получение интересных частных результатов.

Упрощения, возникающие при  $g \ll 1$ , связаны с переходом в уравнениях (1), (2) к адиабатическому приближению. Хотя само по себе это приближение стандартно, в обсуждаемых ниже зада-



чах его возможности, на наш взгляд, были до сих пор выявлены далеко не полностью. Настоящая работа, содержащая несколько новых примеров конструктивного использования адиабатического подхода, иницирована желанием ликвидировать этот пробел.

В разделе 2 мы покажем, что адиабатический режим допускает существование долгоживущих локализованных объектов, более сложных, чем обычные солитоны. Эти образования естественно назвать составными солитонами. Раздел 3 посвящен элементарным процессам с участием солитонов и звуковых волн. В нем обсуждены адиабатические ограничения, которые в сочетании с законами сохранения энергии и импульса позволяют понять интересные закономерности, обнаруженные при численном решении системы (1), (2). Последний (четвертый) раздел по существу представляет собой дополнение к нашей недавней работе [3], в которой рассматривался вопрос о формировании солитонов из первоначально свободных плазмонов.

## 2. СОСТАВНЫЕ СОЛИТОНЫ

Рассмотрим ситуацию, когда возмущение плотности  $n$  стремится к нулю при  $x \rightarrow \pm \infty$ , причем число уровней в соответствующей потенциальной яме конечно, а сами уровни не слишком близки друг к другу и к границе непрерывного спектра. Если заселить эти уровни плазмонами, то пондеромоторная сила будет содержать слагаемые, по-разному зависящие от времени: медленные (диагональные) и осциллирующие (интерференционные). В пределе  $g \ll 1$ , когда частоты осцилляций велики по сравнению со звуковыми частотами, основную роль в уравнении (2) играет медленная часть пондеромоторной силы, что позволяет с хорошей точностью записать уравнение (2) в виде

$$\frac{\partial^2 n}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \sum_{i=1}^{\nu} |E_i|^2. \quad (3)$$

Здесь  $\nu$  — число уровней, а  $E_i$  — собственные функции, каждая из которых ввиду медленности изменения профиля плотности удовлетворяет стационарному уравнению Шредингера

$$-\kappa_i^2 E_i + \frac{\partial^2}{\partial x^2} E_i = n E_i. \quad (4)$$

Величина  $-\kappa_i^2$  представляет собой адиабатическое собственное значение, зависящее от времени как от параметра (в дальнейшем подразумевается, что  $\kappa_i > 0$ ).

К уравнениям (3), (4) необходимо добавить нормировочные соотношения

$$\int |E_i|^2 dx = N_i, \quad (5)$$

в которых заселенности уровней  $N_i$  являются интегралами движения, так как переходы между уровнями в адиабатическом пределе отсутствуют.

Отметим, что переход к адиабатическому приближению оставляет рассматриваемую систему гамильтоновой. При этом из гамильтониана исключаются переменные, отвечающие «быстрым» степеням свободы, что проявляется в замене динамического уравнения (1) кинематическими соотношениями (4), (5). Хотя система (3) — (5) заметно проще исходной, проинтегрировать ее в общем виде не удастся. Можно, однако, легко построить набор частных решений этой системы, объединенных тем свойством, что все они характеризуются безотражательными потенциалами  $n(x)$ . Напомним, что безотражательные потенциалы имеют следующий вид (см., например, [4]):

$$U(x) = -2 \frac{d^2}{dx^2} \ln [\det(\hat{f} + \hat{C})], \quad (6)$$

где  $\hat{f}$  — единичная матрица, а  $\hat{C}$  — симметричная матрица с элементами

$$C_{ik} = \frac{c_i c_k}{\kappa_i + \kappa_k} \exp[-(\kappa_i + \kappa_k)x]. \quad (7)$$

Помимо параметров  $\kappa_i$ , определяющих собственные значения, сюда входят еще константы  $c_i$ , которые в нашей задаче остаются свободными параметрами.

Нормированные на единицу собственные функции, соответствующие потенциалу (6), определяются системой линейных уравнений

$$\varphi_i(x) + \sum_{k=1}^{\nu} \varphi_k(x) \frac{c_i c_k}{\kappa_i + \kappa_k} \exp[-(\kappa_i + \kappa_k)x] = c_i \exp(-\kappa_i x). \quad (8)$$

Примечательно, что сам потенциал складывается из квадратов своих собственных функций ([4], с.90)



$$U(x) = -4 \sum_{i=1}^{\nu} \kappa_i \varphi_i^2(x). \quad (9)$$

Из последнего соотношения сразу следует, что при

$$N_i = 4\kappa_i(1-s^2) \quad (10)$$

система (3) — (5) имеет решения вида

$$n = -\frac{1}{1-s^2} \sum_{i=1}^{\nu} |E_i|^2, \quad (11)$$

$$E_i = 2\sqrt{\kappa_i(1-s^2)} \varphi_i(x-st), \quad (12)$$

отвечающие равномерному движению потенциальной ямы с произвольной дозвуковой скоростью  $s$ . Нетрудно убедиться в том, что при надлежащем выборе констант  $c_i$  рассматриваемые решения представляют собой совокупность удаленных друг от друга обычных солитонов. С другой стороны, константы  $c_i$  можно выбрать и так, что солитоны, оставаясь в равновесии, потеряют индивидуальность. Примечательно, что энергия и импульс системы, а также масса вытесненного из каверн вещества остаются при изменении  $c_i$  точно такими же, как у набора неперекрывающихся солитонов. Это делает содержательным термин «составной солитон». Сохранение массы при изменении  $c_i$  следует из формул (10), (11). Что же касается энергии и импульса, то здесь для доказательства достаточно воспользоваться независимостью от  $c_i$  интеграла  $\int n^2 dx$  — одного из интегралов движения уравнения КдВ (см. [5], с.48).

Обращает на себя внимание тот факт, что потенциал (11) по форме совпадает с многосолитонным решением уравнения КдВ, однако его зависимость от времени оказывается в данном случае иной. Так, в частности, нетрудно проверить, что система (3) — (5) не имеет решений типа (6) в виде свободно проходящих друг через друга солитонов. Это наводит на мысль, что столкновения солитонов, описываемые системой (3) — (5), обязательно сопровождаются излучением звука.

Чтобы проиллюстрировать «жизнеспособность» составных солитонов, обратимся к рис. 1, 2, на которых представлены результаты численного интегрирования системы (1) — (2) при  $g=0,05$  и двух различных начальных условиях. Рис. 1 отвечает начальному условию в виде двухуровневого составного солитона  $c_1=c_2=1, s=0$ ,

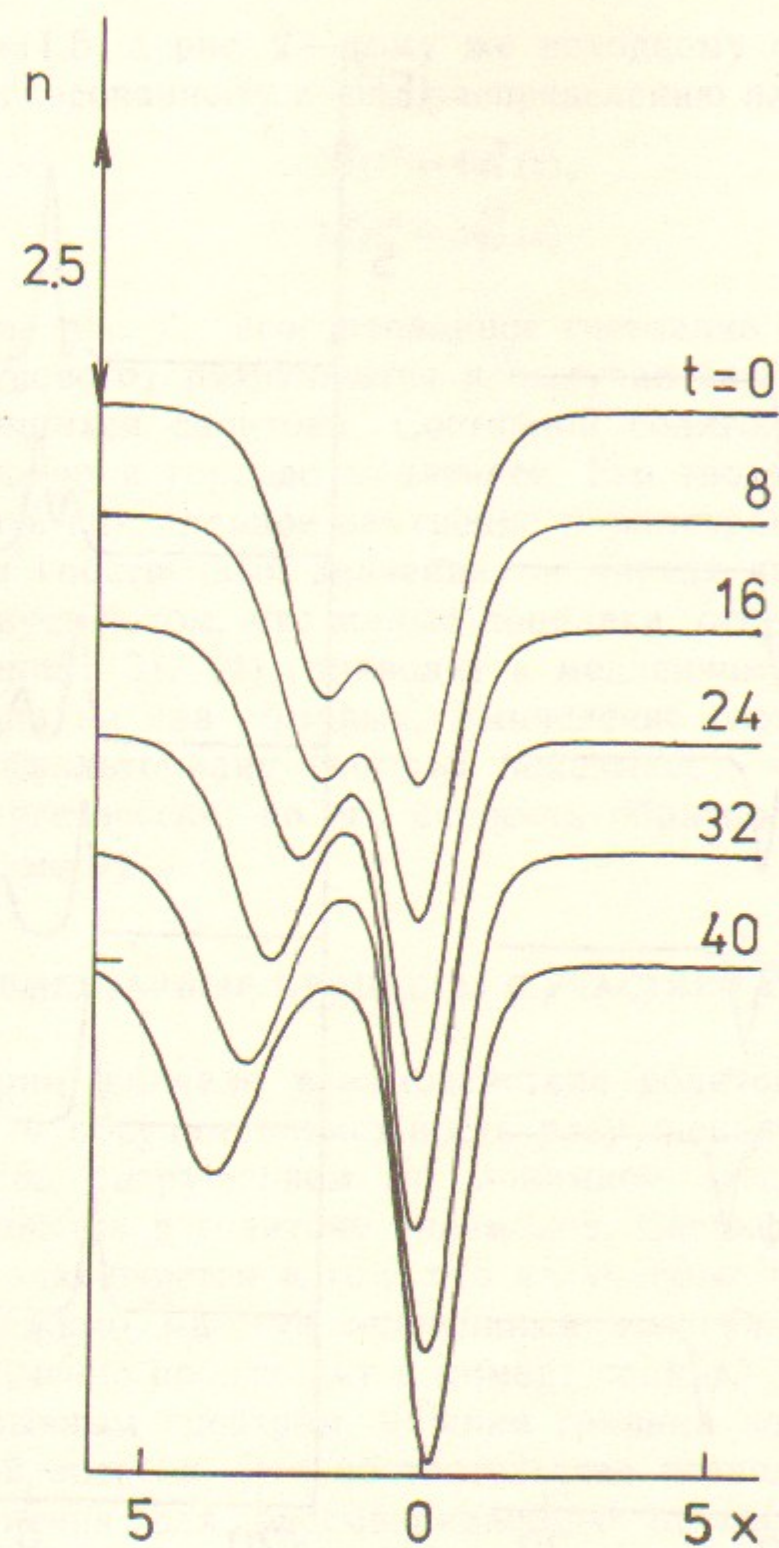


Рис. 1. Эволюция двухуровневого составного солитона.



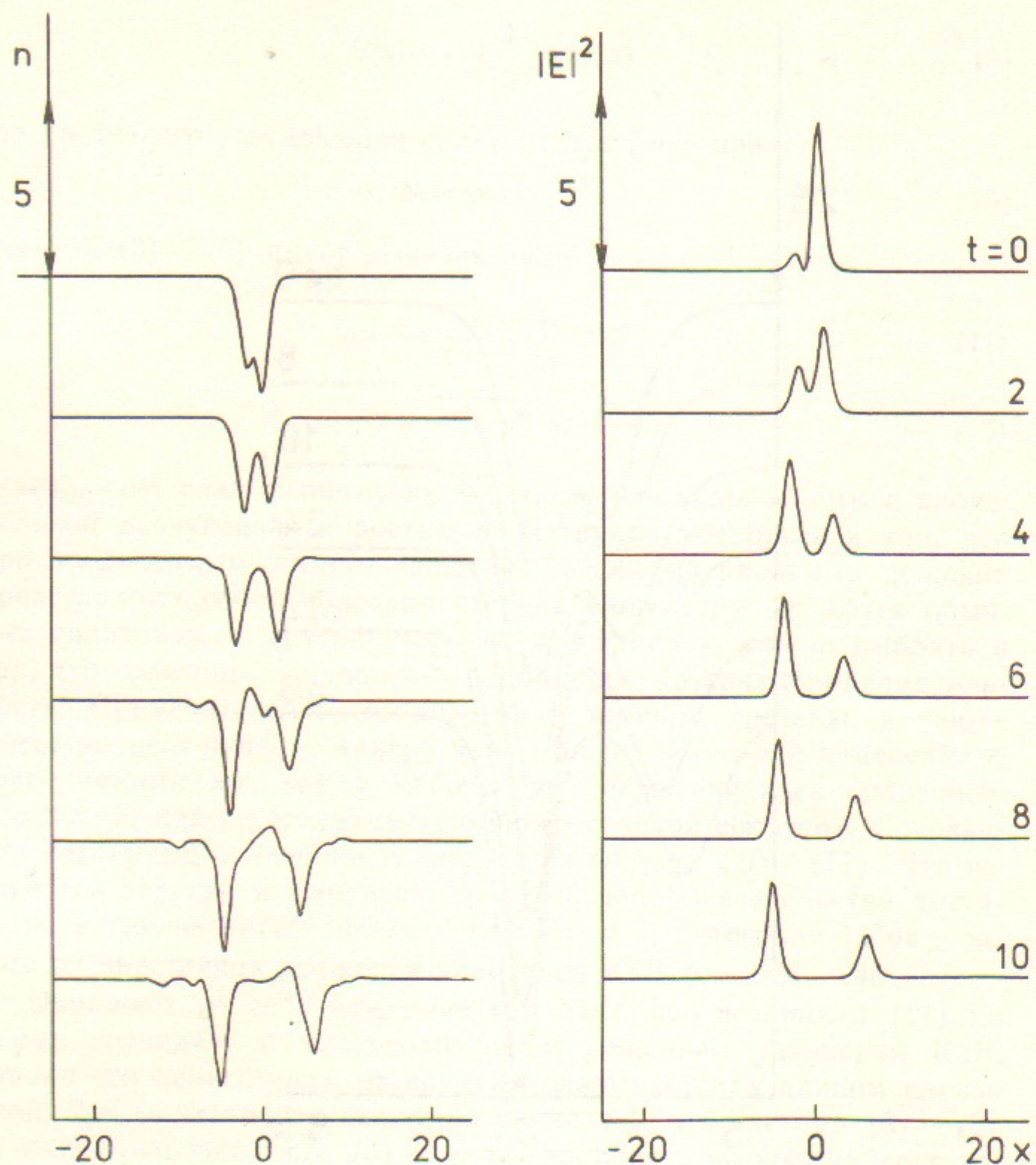


Рис. 2. Распад несогласованного двухуровневого состояния.

$\kappa_1=1$  и  $\kappa_2=1,5$ , а рис. 2 — тому же исходному профилю плотности, но не согласованному с ним распределению плазмонов:

$$|E_1|^2 = 4\varphi_1^2(x),$$

$$|E_2|^2 = 3\varphi_2^2(x).$$

Как видно из рис. 2, несогласованное состояние быстро (за время порядка звукового) разрушается и, излучая звук, превращается в два расходящихся солитона. Составной солитон перестраивается безызлучательно и гораздо медленнее. Его эволюцию можно охарактеризовать как плавное изменение параметров  $c_1$  и  $c_2$  при сохраняющихся собственных значениях и числах заполнения. Рис. 1 свидетельствует о том, что малые поправки, отброшенные при выводе уравнений (3), (4), приводят к медленному распаду составного солитона на два обычных. Вычисление соответствующих поправок к гамильтониану системы показывает, что такой распад выгоден энергетически, но его скорость обратно пропорциональна малому параметру  $g$ .

### 3. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ С УЧАСТИЕМ СОЛИТОНОВ

Рассмотрим вначале взаимодействие солитона со звуковыми импульсами и обсудим возможность разрушения солитона в этом процессе. Под разрушением мы понимаем здесь высвобождение всех находящихся в солитоне плазмонов. Специфика адиабатической задачи заключается в том, что излучаемые плазмоны обладают пренебрежимо малыми значениями энергии и импульса, поскольку излучение происходит в момент слияния дискретного уровня с непрерывным спектром, нижняя граница которого соответствует нулевой энергии. Это обстоятельство позволяет записать законы сохранения для рассматриваемого процесса в следующем виде:

$$\varepsilon_+(0) + \varepsilon_-(0) + H = \varepsilon_+(\infty) + \varepsilon_-(\infty), \quad (13)$$

$$\varepsilon_+(0) - \varepsilon_-(0) + P = \varepsilon_+(\infty) - \varepsilon_-(\infty), \quad (14)$$

где  $H$  и  $P$  — энергия и импульс солитона, а  $\varepsilon_{\pm}$  — энергии звуковых волн, распространяющихся в положительном (+) и отрицательном (−) направлениях; аргументы 0 и  $\infty$  отвечают начальному и конечному состояниям. Для солитона с числом плазмонов  $N \gg g$  величины  $H$  и  $P$  имеют вид (см., например, [6])



$$H = \frac{N^3}{48} \frac{5s^2 - 1}{(1 - s^2)^3}, \quad (15)$$

$$P = \frac{N^3}{12} \frac{s}{(1 - s^2)^3}, \quad (16)$$

где  $s$  — скорость солитона. С учетом этих выражений

$$\kappa_{\pm}(\infty) = \varepsilon_{\pm}(0) + \frac{N^3}{96} \frac{1}{(1 - s^2)^3} (5s^2 \pm 4s - 1).$$

Поскольку энергии  $\varepsilon_+$  и  $\varepsilon_-$  положительны, интересующий нас процесс возможен только в том случае, когда для обоих знаков (+ и -) имеет место неравенство

$$\varepsilon_{\pm}(0) + \frac{N^3}{96} \frac{1}{(1 - s^2)^3} (5s^2 \pm 4s - 1) \geq 0. \quad (17)$$

Отсюда, в частности, следует, что неподвижный или достаточно медленный ( $|s| < 1/5$ ) солитон нельзя разрушить звуковым импульсом (пусть даже очень сильным), набегающим с какой-либо одной стороны. У такого импульса отлична от нуля лишь одна из величин  $\varepsilon_{\pm}(0)$ , что делает невыполнимым условие (17), поскольку при  $|s| < 1/5$  второе слагаемое в левой части (17) отрицательно. Вместе с тем законы сохранения допускают разрушение солитона двумя встречными импульсами, если только последние не слишком малы.

Эффект «живучести» солитона при столкновениях с одиночным звуковым импульсом был обнаружен в численных расчетах [7], но до настоящего времени не имел удовлетворительного объяснения. Количественное сопоставление критерия (17) с результатами расчетов [7] требует определенной осторожности, поскольку эти расчеты велись фактически при  $g \sim 1$ , однако для качественного понимания ситуации критерий (17) вполне пригоден. Чтобы проиллюстрировать этот критерий в более адекватных условиях, мы выполнили соответствующие расчеты при меньшем, чем в [7], значении  $g$  ( $g = 0,05$ ). Полученные результаты представлены на рис. 3 и 4. Рис. 3 показывает динамику взаимодействия солитона с одиночным импульсом, а рис. 4 — возможность разрушения солитона двумя встречными импульсами меньшей амплитуды.

Возвращаясь к неравенству (17), добавим, что, будучи необходимым, оно отнюдь не является достаточным условием разрушения солитона звуком. Последнее видно, например, из решения задачи

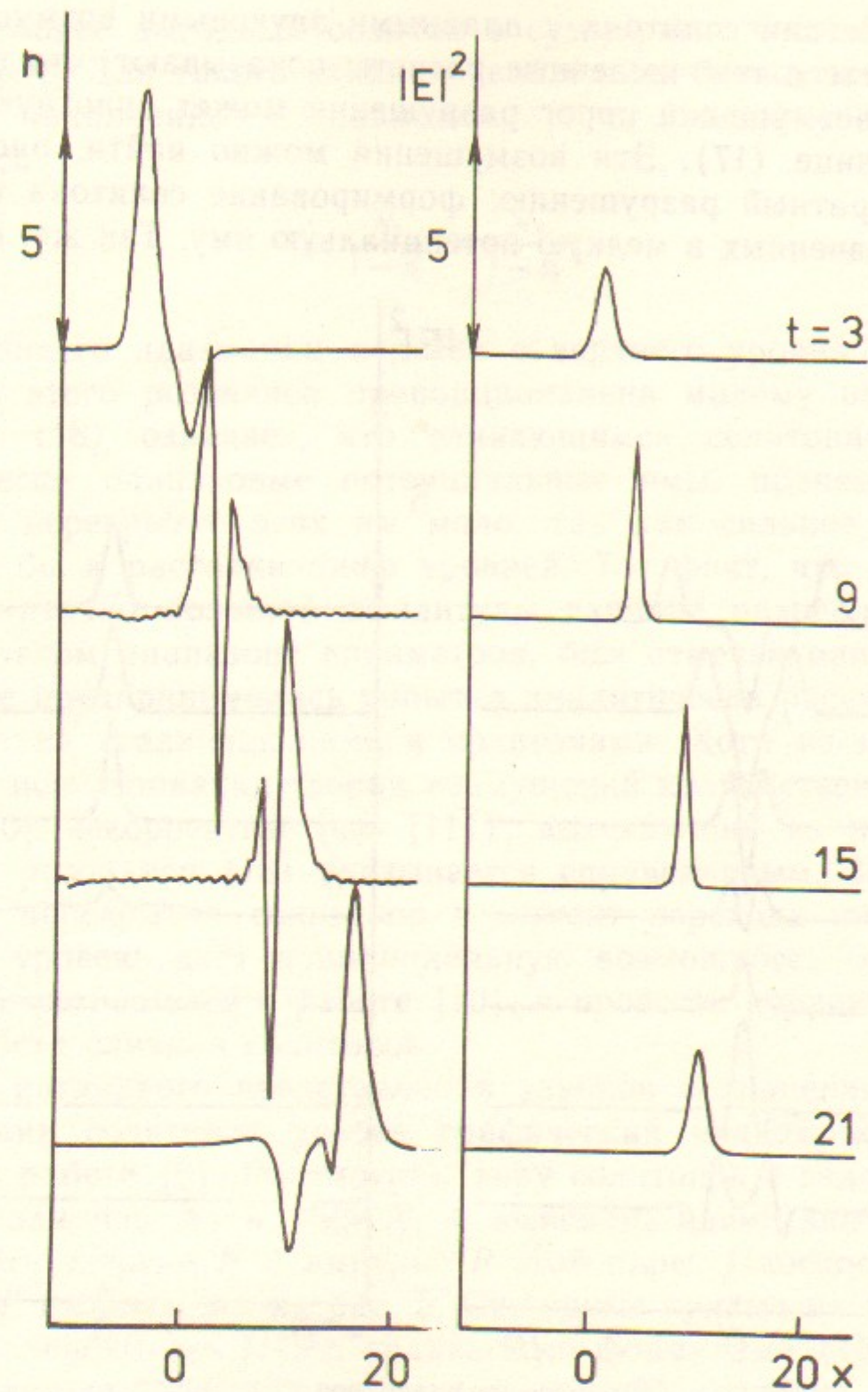


Рис. 3. Столкновение неподвижного солитона с бегущим звуковым импульсом.



о взаимодействии солитона с плавными звуковыми возмущениями [8, 9]. Вместе с тем численные расчеты показывают, что при другой форме возмущений порог разрушения может вплотную подходить к границе (17). Эти возмущения можно найти, рассмотрев процесс, обратный разрушению: формирование солитона из плазмонов, захваченных в мелкую потенциальную яму. Так же, как и на

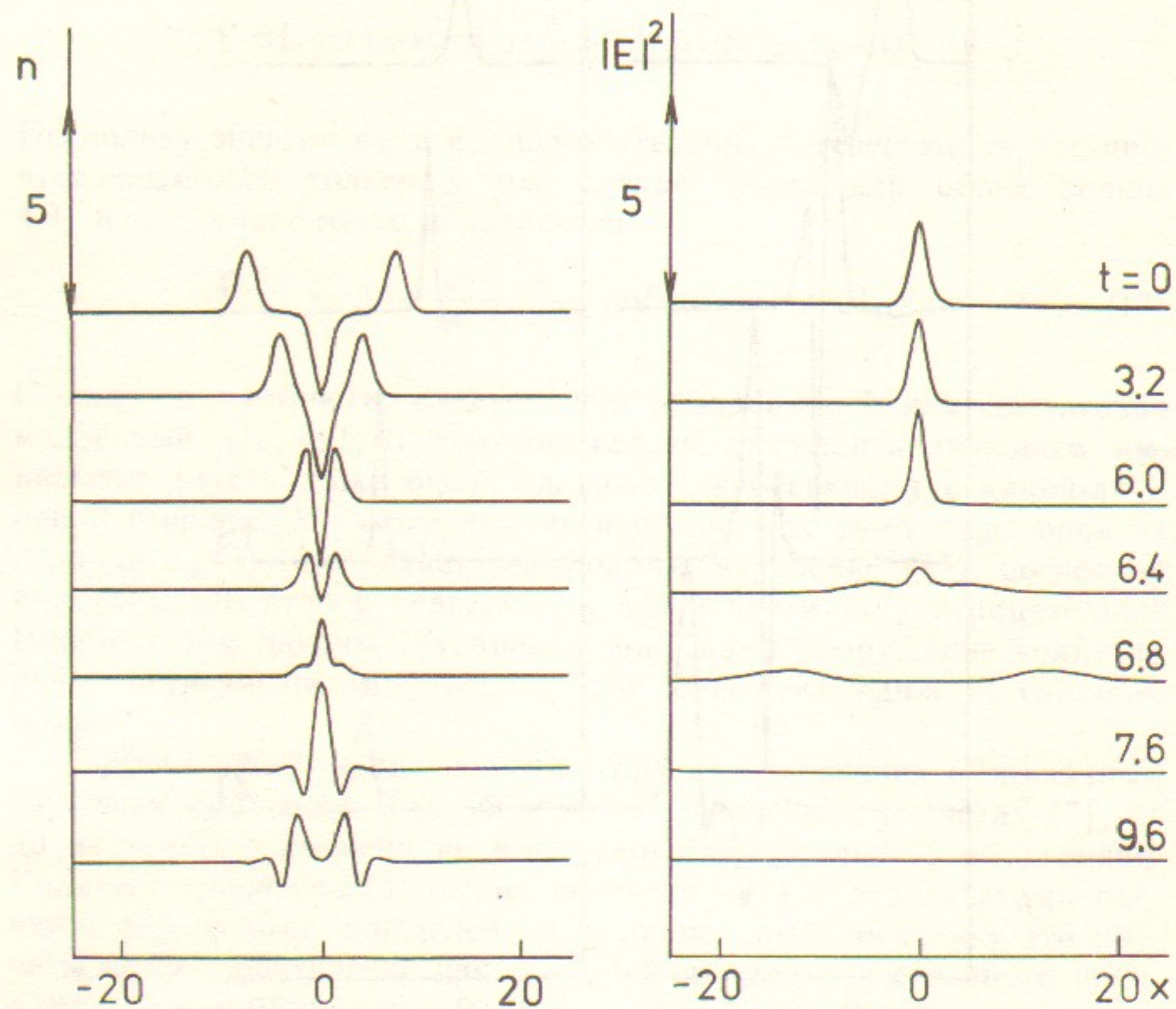


Рис. 4. Вытеснение плазмонов из солитона.

пороге разрушения, энергия и импульс системы в этом процессе близки к нулю [3]. Искомые возмущения по форме совпадают с уходящими от образующегося солитона звуковыми волнами; они показаны на приведенном в работе [3] рис. 3.

Рассмотрим теперь влияние адиабатичности на взаимодействие солитонов друг с другом. Заметим прежде всего, что адиабатичность существенно ограничивает возможности слияния двух достаточно глубоких солитонов с параметрами  $N_1$ ,  $s_1$  и  $N_2$ ,  $s_2$  в энерге-

тически более выгодный солитон с суммарным числом плазмонов  $N = N_1 + N_2$ . Для такого слияния необходима близость собственных частот захваченных плазмонов, т. е. выполнение условия резонанса

$$\frac{N_1}{1-s_1^2} = \frac{N_2}{1-s_2^2}, \quad (18)$$

позволяющего плазмонам перейти с верхнего уровня на нижний. Ширина этого резонанса пропорциональна малому параметру  $g$ . Условие (18) означает, что сливающимся солитонам отвечают практически одинаковые потенциальные ямы, причем в момент слияния перекрытие этих ям мало, так как сильное перекрытие привело бы к расталкиванию уровней. Тот факт, что для солитонов достаточно большой амплитуды слияние разрешено лишь в весьма узком диапазоне параметров, был отмечен ранее в работе [10], где предпринималась попытка аналитически рассчитать излучение звука сталкивающимися солитонами. Хотя из-за необоснованного использования теории возмущений количественные результаты [10] некорректны (см. [11]), вытекающий из них вывод о наличии резонанса (18) оказывается справедливым. Заметим, что малость перекрытия солитонов в момент перехода плазмонов на нижний уровень дает принципиальную возможность обойти трудности, встретившиеся в работе [10], и провести корректный расчет вероятности слияния солитонов.

Для наглядного представления законов сохранения при взаимодействии солитонов удобен графический подход, использованный в работе [6]. Рассмотрим пару солитонов с заданными числами плазмонов  $N_1$  и  $N_2 > N_1$  и выясним, какие значения могут принимать энергия  $H$  и импульс  $P$  этой пары. Плоскость переменных  $H$ ,  $P$  изображена на рис. 5. Сплошные кривые на рис. 5 показывают зависимость  $H(P)$ , задаваемую формулами (15), (16) при фиксированном (своем для каждой кривой) значении  $N$ . Верхняя кривая относится к первому солитону ( $N = N_1 = 3$ ), средняя — ко второму ( $N = N_2 = 5,5$ ), а нижняя отвечает введенному пока формально солитону с  $N = (N_1^3 + N_2^3)^{1/3}$ . Перемещение вдоль кривой слева направо соответствует возрастанию скорости солитона от  $-1$  на левой асимптоте до  $+1$  на правой. Рассматриваемые кривые подобны друг другу, поскольку все точки луча, проведенного из начала координат, отвечают одному и тому же значению  $s$ . Роль нижней кривой состоит в том, что она задает границу облас-



ти значений  $H$  и  $P$  выбранной нами пары солитонов при независимом изменении скоростей солитонов  $s_1$  и  $s_2$ . Каждая точка этой кривой представляет суммарные значения  $H$  и  $P$  для двух солитонов, обладающих равными скоростями  $s_1 = s_2 = s$ . Нетрудно проверить, что при малом отклонении  $s_1$  или  $s_2$  от  $s$  изображающая точка всегда смещается внутрь кривой. Будучи граничной, нижняя кривая одновременно характеризует двухуровневый составной солитон с числами заполнения  $N_1$  и  $N_2$ .

Любой паре значений  $s_1$  и  $s_2$  отвечает некоторая точка плоскости  $H, P$ , лежащая выше граничной кривой. При этом можно показать, что каждое разрешенное состояние на плоскости  $H, P$  реализуется двумя различными способами, т. е. каждой точке соответствуют две пары значений  $s_1$  и  $s_2$ .

Штриховыми линиями на рис. 5 показаны кривые, на которых выполнено условие резонанса (18). В зависимости от соотношения между  $N_1$  и  $N_2$  эти линии пересекают либо только верхнюю из сплошных кривых, либо верхнюю и среднюю кривые. Первая ситуация имеет место при  $\frac{N_2}{N_1} > \frac{1}{2^{2/3}-1}$ , вторая при  $\frac{N_2}{N_1} < \frac{1}{2^{2/3}-1}$ .

Каждому начальному состоянию на рис. 5 соответствует некоторое множество конечных состояний, в которые система может перейти путем излучения звука. Из законов сохранения энергии и импульса следует, что все разрешенные конечные состояния лежат внутри угла  $\alpha$ , образованного лучами, выходящими из начальной точки в сторону меньших энергий симметрично относительно вертикальной прямой. В зависимости от положения конечного состояния можно выделить три типа процессов: рассеяние солитонов с излучением звука, образование составного солитона, разрушение солитона солитоном<sup>\*)</sup>. Первый и второй процессы разрешены для всех начальных состояний. Различие между ними состоит в том, что второму процессу соответствуют только те конечные состояния, которые лежат на нижней сплошной кривой. Что касается третьего процесса, то для него конечные состояния могут лежать либо на верхней, либо на средней кривой, причем разрушается тот из двух солитонов, которому соответствует более мелкая потенциальная яма. Поэтому все начальные состояния, лежащие ниже средней кривой, а также в двух других областях, выделенных на рис. 5 штриховкой, заведомо не допускают разрушения солитона солито-

<sup>\*)</sup> В последнем процессе так же, как и при разрушении солитона звуком, можно пренебречь энергией и импульсом излучаемых плазмонов.

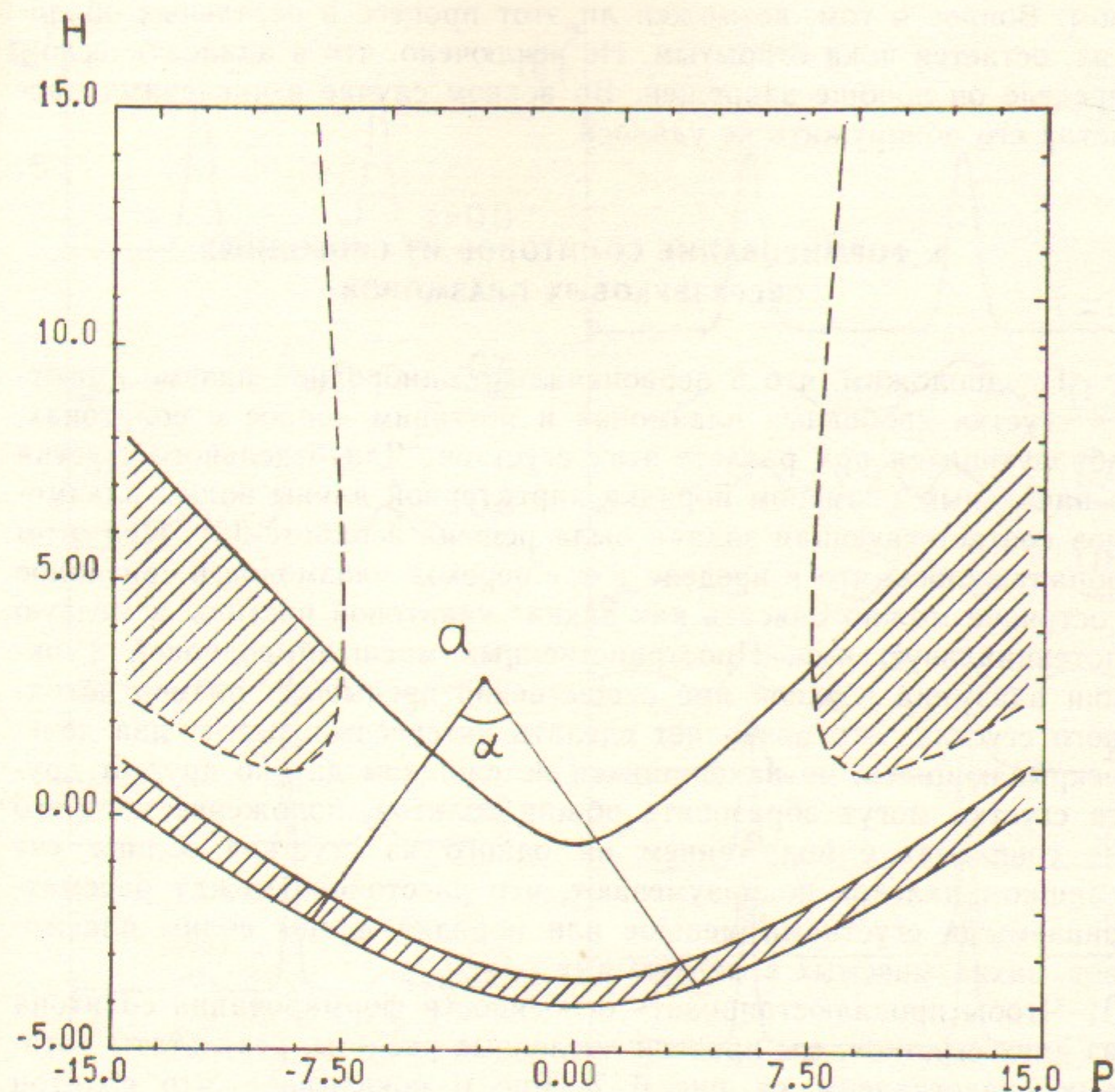


Рис. 5. Состояния двух солитонов с числами плазмонов  $N_1=3$ ,  $N_2=5,5$  на плоскости переменных  $H, P$  и законы сохранения при взаимодействии солитонов. Внутренность угла  $\alpha$  определяет допустимые конечные состояния для начального состояния  $a$ . Штриховкой выделены области, в которых запрещено разрушение солитона солитоном.



ном. Вопрос о том, возможен ли этот процесс в остальных областях, остается пока открытым. Не исключено, что в адиабатическом пределе он вообще запрещен. Во всяком случае в численных расчетах его обнаружить не удалось.

#### 4. ФОРМИРОВАНИЕ СОЛИТОНОВ ИЗ СВОБОДНЫХ СВЕРХЗВУКОВЫХ ПЛАЗМОНОВ

Предположим, что в первоначально однородной плазме имеются сгустки свободных плазмонов и поставим вопрос о солитонах, образующихся при разлете этих сгустков. Для отдельного сгустка с начальным размером порядка характерной длины волны плазмонов соответствующая задача была решена в работе [3]. При этом обнаружилось, что в пределе  $g \ll 1$  переход плазмонов в связанное состояние можно описать как захват квантовой частицы в мелкую потенциальную яму. Пространственный масштаб волновой функции плазмона в такой яме существенно превышает размер исходного сгустка. Это позволяет сделать интересный вывод: два перекрывающихся, но находящихся не слишком далеко друг от друга сгустка могут образовать общий солитон, положение которого не совпадает с положением ни одного из сгустков. Слова «не слишком далеко» подразумевают, что расстояние между рассматриваемыми сгустками меньше или порядка длины волны плазмонов, захватываемых в мелкую яму.

Чтобы проиллюстрировать особенности формирования солитона из двух сгустков, мы провели численные расчеты, результаты которых представлены на рис. 6, 7. Рис. 6 показывает, что солитон действительно может возникать в промежутке между сгустками, что подтверждает предшествовавшие расчету качественные соображения. Рис. 7 требует дополнительных пояснений. Начальное распределение интенсивности волн здесь то же, что и на рис. 6, но рис. 6 соответствует четному, а рис. 7 — нечетному начальному распределению электрического поля<sup>\*\*</sup>). В приближении мелкой ямы волновая функция связанного состояния является четной. При нечетном начальном условии захват плазмонов в такую яму запрещен; он становится возможным только после появления в потенциале  $n(x)$  второго уровня. Плазмоны, захватываемые на этот уро-

<sup>\*\*</sup>) В обоих случаях начальная функция  $E(x)$  выбиралась вещественной.

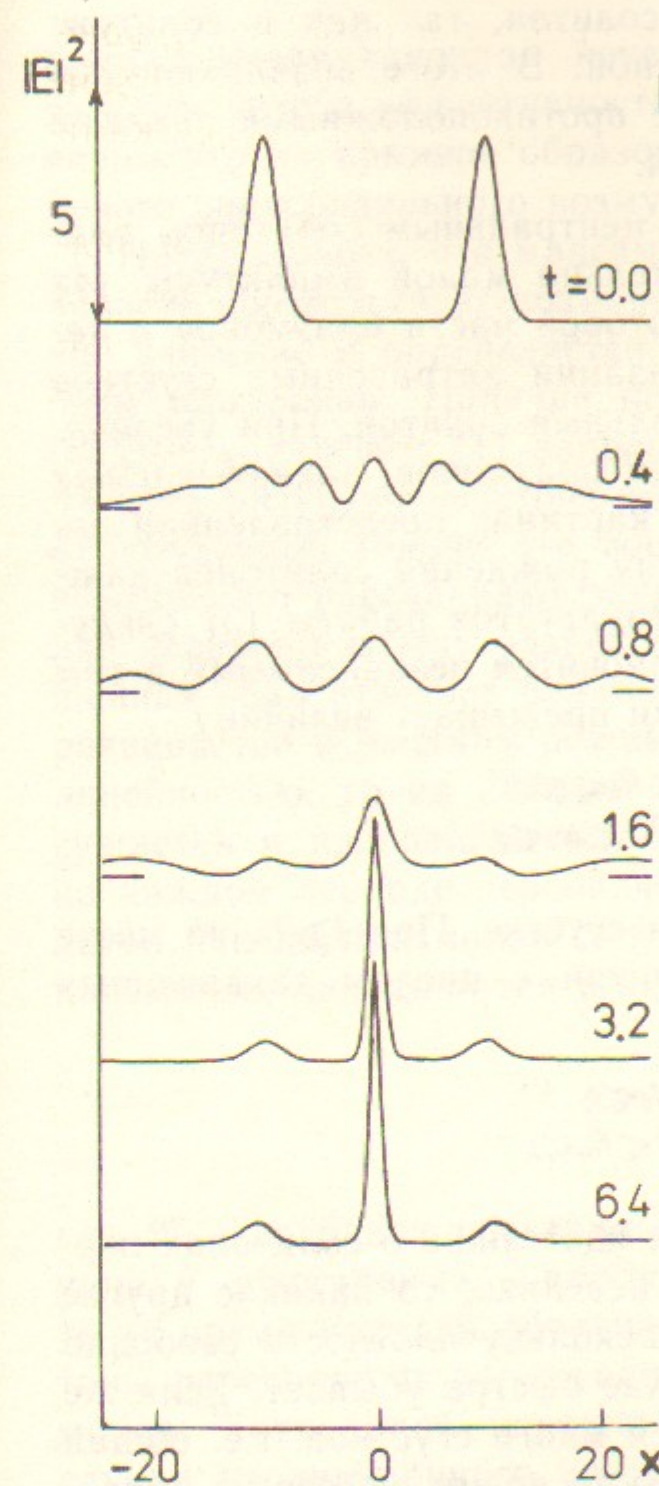


Рис. 6. Образование общего солитона из двух ленгмюровских сгустков с четным пространственным распределением поля  $E(x)$ .

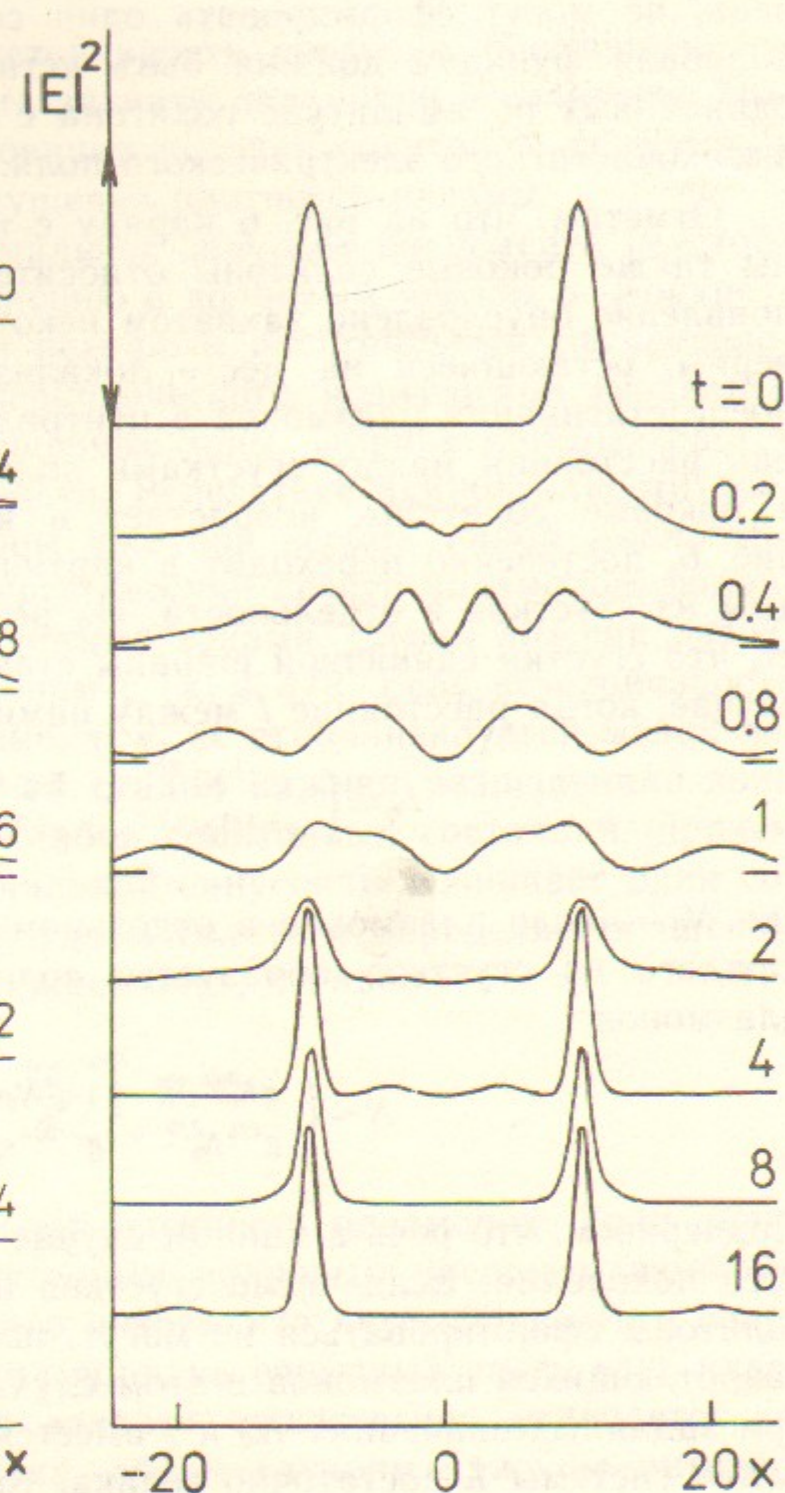


Рис. 7. Образование солитонов из сгустков с нечетным распределением поля.



вень, не могут сформировать один солитон, так как в солитоне волновая функция должна быть четной. В итоге возникают два одинаковых по амплитуде солитона с противоположными знаками высокочастотного электрического поля.

Отметим, что на рис. 6 наряду с центральным солитоном видны также боковые солитоны относительно малой амплитуды. Их появление обусловлено захватом некоторой части плазмонов в карверны, остающиеся на месте локализации затравочных сгустков после стягивания плазмонов в центральный солитон. При увеличении расстояния между сгустками доля плазмонов, захватываемых в боковые солитоны, возрастает и картина, представленная на рис. 6, постепенно переходит в картину рождения солитонов каждым из сгустков в отдельности. Из результатов работы [3] следует, что сгустки единичной ширины становятся независимыми в том случае, когда расстояние  $l$  между ними превышает величину

$$l_m = \begin{cases} g^{-1} N_0^{-2/3} & 1 \leq N_0 \leq g^{-3/4} \\ g^{-4/5} N_0^{-2/5} & g^{-3/4} \leq N_0 \leq g^{-2} \end{cases}$$

где  $N_0$  — число плазмонов в отдельном сгустке. При  $l \geq l_m$  на месте каждого из сгустков образуется солитон с числом захваченных плазмонов

$$N \sim \begin{cases} g N_0^{5/3} & 1 \leq N_0 \leq g^{-3/4} \\ g^{4/5} N_0^{7/5} & g^{-3/4} \leq N_0 \leq g^{-2} \end{cases}$$

Подчеркнем, что речь в данном случае идет лишь о солитонах первого поколения. Если число сгустков невелико, то никакие другие солитоны сформироваться не могут, поскольку плотность свободно разлетающихся плазмонов в этом случае быстро убывает. Если же при заданных значениях  $N_0$  и  $l$  имеется много сгустков, т.е. общая длина системы  $L$  достаточно велика, то за время вылета из области  $L$  свободные плазмоны могут в результате случайной фазировки образовать дополнительные сгустки, которые послужат зародышами новых солитонов. Предварительные оценки роли такой фазировки при  $L \rightarrow \infty$  проведены в работе [12].

В достаточно длинной системе основным источником новых солитонов может быть модуляционная неустойчивость. Для этого необходимо, чтобы время вылета плазмонов из области  $L$  превышало время развития неустойчивости, оцененное по средней плотности плазмонов в этой области. По сравнению со случаем, когда потенциальная яма создается давлением отдельного разлетающегося

сгустка, модуляционная неустойчивость способна обеспечить гораздо большую эффективность захвата плазмонов в солитоны. Поясним это на примере образования цепочки солитонов из неустойчивого синусоидального возмущения плотности плазмы.

Предположим, что максимальное значение инкремента неустойчивости соответствует возмущению с волновым числом  $q$ . Конкретное значение  $q$  определяется исходным спектральным распределением плазмонов. Наличие периодического возмущения создает в спектре уравнения (4) запрещенные зоны, ширина которых растет по мере развития неустойчивости. Вследствие адиабатичности рассматриваемой задачи эти зоны уже при весьма малой амплитуде возмущения расслаивают энергетический спектр плазмонов, подавляя переходы между разрешенными зонами. Самая нижняя разрешенная зона отвечает плазмам с  $|k| \leq q/2$ . Если неустойчивость развивается в жестком режиме, т.е. не стабилизируется малой нелинейностью, то на нелинейной стадии нижняя разрешенная зона сужается и превращается в набор солитонных состояний, причем на каждом периоде первоначальной синусоиды возникает один солитон. Число плазмонов  $N$  в таком солитоне определяется числом плазмонов, находящихся в нижней зоне, и равно

$$N = \frac{2\pi}{q} \int_{-q/2}^{q/2} W_k dk,$$

где  $W_k$  — исходная спектральная плотность плазмонов. Если величина  $q$  сопоставима с характерным волновым числом плазмонов, то за время порядка обратного инкремента неустойчивости в солитоны переходит значительная (порядка единицы) часть всех плазмонов. Хотя такая картина захвата существенно отличается от случая изолированного сгустка, обоим случаям присуще интересное общее свойство, связанное с адиабатичностью задачи: число захваченных плазмонов целиком определяется начальной стадией процесса (в одном случае — появлением мелкой потенциальной ямы, в другом — узкой запрещенной зоны).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров В.Е. Коллапс ленгмюровских волн. — ЖЭТФ, 1972, т.62, вып.5, с.1745—1759.
2. Захаров В.Е., Шабат А.Б. Точная теория двумерной самофокусировки и одномерной автомодуляции волн в нелинейной среде. — ЖЭТФ, 1971, т.61, вып.1(7), с.118—134.



3. Захват квантовой частицы в мелкую потенциальную яму и образование солитона из сгустка ленгмюровских волн/*В.Т. Астрелин, Б.Н. Брейзман, В.В. Васильев, З. Седлачек, К. Юнгвирт.* — ЖЭТФ, 1986, т.91, вып.6(12), с.2039—2052.
4. *Калоджеро Ф., Дегасперис А.* Спектральные преобразования и солитоны. Методы решения и исследования эволюционных уравнений: Пер. с англ. М.: Мир, 1975.
5. Теория солитонов: Метод обратной задачи./*Захаров В.Е., Мананков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П.* Под ред. С.П.Новикова, М.: Наука, 1980.
6. On the Theory of Langmuir Solitons/*J. Gibbons, S.G. Thornhill, M.J. Wardrop, D. Ter Haar.* — Journ. of Plasma Phys., 1977, v.17, pt 2, p.153—170.
7. *Дегтярев Л.М., Маханьков В.Г., Рудаков Л.И.* Динамика образования и взаимодействия ленгмюровских солитонов и сильная турбулентность. — ЖЭТФ, 1974, т.67, вып.2(8), с.533—542.
8. *Чукбар К.В., Яньков В.В.* Ленгмюровские солитоны в неоднородной плазме. — Физика плазмы, 1977, т.3, вып.6, с.1398—1400.
9. *Курин В.В., Фрайман Г.М.* Взаимодействие ленгмюровских солитонов со звуком. — Физика плазмы, 1981, т.7, вып.4, с.716—725.
10. *Lebedev A.N., Tsytoich V.N.* Soliton gas bremsstrahlung. — Physica Scripta, 1975, v.11, p.266—268.
11. *Thornhill S.G., Ter Haar D.* Langmuir Turbulence and Modulational Instability. — Phys. Reports, 1978, v.43, N. 2, p.45—99.
12. *Breizman B.N., Jungwirth K.* Dynamics of Soliton Formation from Random Langmuir Waves. — Proc. 7 Int. Conf. on Plasma Theory, Kiev, 1987, pt 2, p.31—34.

*В.Т. Астрелин, Б.Н. Брейзман, З. Седлачек, К. Юнгвирт*

**Адиабатические эффекты  
в динамике ленгмюровских солитонов**

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

---

Работа поступила 25 мая 1987 г.  
Подписано в печать 23.06. 1987 г. МН 09220  
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 1,8 печ.л., 1,5 уч.-изд.л.  
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 83

---

*Набрано в автоматизированной системе на базе фото-наборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и отпечатано на ротапинтере Института ядерной физики СО АН СССР,  
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.*