

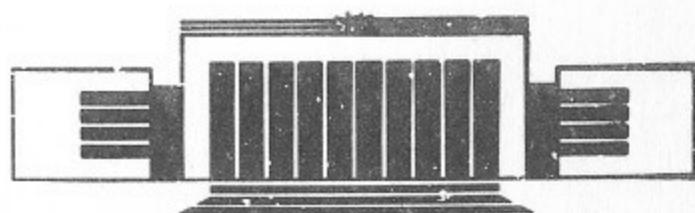
ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ СО АН СССР



Н.С. Диканский, В.И. Куделайнен, В.А. Лебедев,
И.Н. Мешков, В.В. Пархомчук, А.А. Серый,
А.Н. Скринский, Б.Н. Сухина

ПРЕДЕЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ
ЭЛЕКТРОННОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

ПРЕПРИНТ 88-61



НОВОСИБИРСК

Предельные возможности
электронного охлаждения

Н.С. Диканский, В.И. Куделайнен,
В.А. Лебедев, И.Н. Мешков, В.В. Пархомчук,
А.А. Серый, А.Н. Скринский, Б.Н. Сухина

Институт ядерной физики
630090, Новосибирск 90, СССР

АННОТАЦИЯ

В работе проведен обзор экспериментальных результатов по изучению электронного охлаждения в диапазоне малых относительных скоростей, полученных на установках НАП-М и «Модель соленоида» в 1976—1988 гг.

Содержание

1. Введение	5
2. Картина взаимодействия	6
2.1. Функция распределения электронов по скоростям	6
2.2. Сила трения в отсутствии магнитного поля	9
2.3. Сила трения в предельно замагниченном потоке электронов	11
2.4. Сила трения в магнитном поле конечной напряженности	20
2.5. Установившиеся значения температуры	24
3. Экспериментальное исследование электронного охлаждения в диапазоне малых относительных скоростей	29
3.1. Установка «Модель соленоида»	29
3.2. Измерение продольной температуры электронов	31
3.3. Измерение продольной силы трения	37
3.4. Установившиеся значения разброса скоростей в пучках	44
4. Предельные возможности электронного охлаждения	47
4.1. Электронные пучки со сверхнизкой температурой электронов	48
4.2. Максимальные декременты и минимальные температуры	53
Заключение	54
Приложение 1. Расчет силы трения в случае предельной замагниченности движения электронов при помощи учета коллективной реакции электронной плазмы	55
Приложение 2. Расчет силы трения в случае предельной замагниченности движения электронов в двухчастичном приближении	57
Литература	59

1. ВВЕДЕНИЕ

Метод электронного охлаждения, предложенный Г.И. Будкером в 1966 г. [1], был развит в экспериментальных и теоретических исследованиях, проведенных в Новосибирске [2], что привело к открытию быстрого электронного охлаждения [3–6]. Эксперименты в Новосибирске, а также несколько позднее в ЦЕРН [7] и Фермилаб [8] показали возможность глубокого охлаждения пучков тяжелых частиц, циркулирующих в накопителях. Дальнейшее изучение возможностей электронного охлаждения проводилось в Новосибирске на установке «Модель соленоида» [9, 10]. Максимальная величина силы трения, полученная в этих экспериментах, более чем на порядок превышает полученную ранее в Новосибирске на установке НАП-М [6]. Эта величина близка к теоретическому пределу, определяемому плотностью электронов $F_{\max} \sim e^2 n^{2/3}$. Полученные результаты позволяют сегодня более полно сформулировать закономерности поведения силы трения электронного охлаждения в области малых относительных скоростей ионов в условиях замагниченности электронного потока.

Современное состояние техники электронного охлаждения позволяет работать со сверххолодными пучками тяжелых частиц, температура которых в сопровождающей системе отсчета $\leq 1\text{K}$. Это открывает принципиально новые возможности для экспериментов в атомной и ядерной физике. В комбинации со стохастическим применение электронного охлаждения для накопления антипротонов практически снимает ограничения по получению высокоинтенсив-

ных холодных антiproтоночных пучков. Развитие метода электронного охлаждения [11] привело к возникновению нового направления в физике ускорителей—физика ультрахолодных пучков, которое в настоящее время интенсивно развивается в ряде лабораторий мира.

2. КАРТИНА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Основой метода электронного охлаждения является теплообмен между пучком тяжелых заряженных частиц (в дальнейшем ионов), циркулирующих в накопителе, и пучком электронов, движущихся с той же средней скоростью [1]. При малых относительных скоростях ионов сила трения, возникающая из-за кулоновского взаимодействия с электронами, резко возрастает, что и позволяет при технически достижимых плотностях электронов иметь достаточно малые времена охлаждения. Время охлаждения соответствует времени релаксации температуры газа ионов в электронном потоке. В результате фазовый объем пучка тяжелых частиц уменьшается по всем степеням свободы. В принципе это уменьшение продолжается до тех пор, пока температура газа тяжелых частиц не станет равной эффективной температуре электронов.

Кинетика электронного охлаждения обладает рядом особенностей, отличающих ее от обычной релаксации двухкомпонентной плазмы. Эти особенности связаны с резкой анизотропией функции распределения электронов по скоростям и наличием сильного, сопровождающего электронный пучок, магнитного поля, а также с конечностью времени пребывания ионов в электронном пучке. В расчетах используется нерелятивистское приближение, которое в случае необходимости может быть легко обобщено на релятивистский случай.

2.1. Функция распределения электронов по скоростям

В установках электронного охлаждения пучок электронов формируется в пушке, погруженной в магнитное поле, которое необходимо для предотвращения электростатического расталкивания электронов на участке охлаждения [2]. При исследовании электронного охлаждения было обнаружено, что в этом случае после электростатического ускорения электронного пучка продольная температура электронов в сопровождающей системе отсчета будет много меньше поперечной [3].

В первом приближении можно считать, что поток электронов с поверхности катода описывается максвелловским распределением электронов по скоростям:

$$dj(v_{\parallel}, v_{\perp}) = j_c \frac{m^2}{T_c^2} \exp \left[-\frac{m}{2T_c}(v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2) \right] v_{\perp} dv_{\perp} v_{\parallel} dv_{\parallel}, \quad (2.1)$$

где j_c , T_c —плотность тока насыщения и температура катода. Если взаимодействие электронов между собой пренебрежимо мало и электронная пушка обладает достаточно хорошей оптикой, функция распределения по поперечным скоростям не изменяется при ускорении и поперечная температура электронов T_{\perp} остается равной температуре катода ($T_{\perp} = T_c$). Продольную температуру удобнее оценить, используя функцию распределения электронов по продольной энергии:

$$dj = j_c e^{-\mathcal{E}/T_c} \frac{d\mathcal{E}}{T_c}, \quad \mathcal{E} = \frac{mv_{\parallel}^2}{2}. \quad (2.2)$$

При ускорении энергия \mathcal{E} получает приращение eU_c , где U_c —ускоряющая разность потенциалов. Если пушка работает в режиме ограничения плотности тока j пространственным зарядом электронного пучка («режим 3/2»), то вблизи катода образуется минимум потенциала $U_{\min} = -\frac{T_c}{e} \ln \frac{j_c}{j}$, отражающий «лишний» ток с катода. Наличие минимума потенциала приводит к увеличению средней энергии электронов в пучке $\bar{\mathcal{E}}_e$ на величину U_{\min} . Заменив в (2.2) $\mathcal{E} \rightarrow \mathcal{E} + eU_c + T_c \ln(j_c/j)$ и усреднив по энергии, получим среднюю энергию электронов в пучке

$$\bar{\mathcal{E}}_e = eU_c + T_c(1 + \ln(j_c/j)). \quad (2.3)$$

Хотя функция распределения (2.2) не является термодинамически равновесной, можно ввести эффективную продольную температуру в сопровождающей системе отсчета:

$$T_{\parallel} = \langle m\Delta v_{\parallel}^2 \rangle = \frac{T_c^2}{2W}, \quad W = eU_c. \quad (2.4)$$

Из выражения (2.4) видно, что продольная температура электронов в ускоренном пучке много меньше поперечной (равной T_c) и быстро уменьшается с увеличением энергии электронов.

В реальных условиях эксперимента приближение невзаимодей-

ствующих электронов, как правило, не выполняется и необходимо учитывать внутреннее взаимодействие (столкновения) электронов в пучке, что приводит к увеличению продольной температуры электронов.

При транспортировке электронного пучка его продольная температура возрастает из-за внутреннего рассеяния электронов с передачей энергии поперечного движения в продольное. Такая релаксация температуры (поперечно-продольная релаксация) происходит вплоть до выравнивания продольной и поперечной температур. В пренебрежении влиянием магнитного поля при $T_{\parallel} \ll T_{\perp}$ релаксация легко рассчитывается [12]:

$$\frac{dT_{\parallel}}{dz} = \frac{\pi e^3 j L_C k}{W} \sqrt{\frac{m}{T_{\perp}}}; \quad (2.5)$$

где $z = v_0 t$ — продольная координата; L_C — кулоновский логарифм; k — численный коэффициент, зависящий от вида функции распределения электронов по поперечным скоростям (для максвелловского распределения $k \approx 0.87$). Возрастание продольной температуры (2.5) идет достаточно быстро: так, при $W = 450$ эВ, $j = 0.5$ А/см² обе температуры выравниваются на длине 3 м. Заметим, что в лабораторной системе разброс энергий электронов в этом случае составляет $\delta E \approx \sqrt{2 W T_c} \approx 10$ эВ (при $T_c = 0.1$ эВ).

Сильное магнитное поле существенно изменяет кинетику столкновений электронов. Если его напряженность достаточно велика, средний ларморовский радиус поперечного вращения электронов много меньше расстояния между ними:

$$r_{\perp} \ll n^{-1/3}, \quad (2.6)$$

где n — плотность электронов. В этом случае, если продольная температура электронов достаточно мала, столкновения электронов носят адиабатический характер, и передача энергии из поперечного движения в продольное подавлена. Оценка на величину продольной температуры следует из условия малости радиуса ларморовского вращения электронов по сравнению с расстоянием минимальных сближений $r_{\min} \sim e^2/T_{\parallel}$.

$$T_{\parallel} \ll e^2/r_{\perp}. \quad (2.7)$$

Совместное применение неравенств (2.6), (2.7) определяет условия

подавления поперечно-продольной релаксации. При $T_{\perp} = 0.1$ эВ, $n = 10^9$ см⁻³ получим $B \gg 1$ кГс, $T_{\parallel} \leq 10^{-4}$ эВ.

Другим эффектом, приводящим к увеличению продольной температуры пучка, является продольно-продольная релаксация. В обычной электронной пушке ускорение электронов происходит быстро по сравнению с периодом плазменных колебаний электронов. Поэтому за время ускорения относительное расположение электронов практически не изменяется и в пучке сохраняется начальное состояние с хаотическим расположением электронов — «ларморовских кружков». Поскольку продольная температура сразу после ускорения очень мала: $T_{\parallel} \approx T_c^2/2W$, то отсутствие корреляций в положениях электронов приводит (за счет электростатического расталкивания) к ее увеличению на величину $\sim e^2 n^{1/3}$. В результате получаем оценку продольной температуры

$$T_{\parallel} \approx \frac{T_c^2}{2W} + C e^2 n^{1/3}. \quad (2.8)$$

Значение константы $C \approx 2$ будет вычислено ниже (см. п. 4.1). Время такой релаксации мало и по порядку величины совпадает с периодом плазменных колебаний. За это время электрон проходит расстояние порядка нескольких расстояний катод — анод. В отличие от поперечно-продольной релаксации, такая релаксация не подавляется магнитным полем. Обычно второе слагаемое в (2.8) много больше первого, что определяет продольную температуру:

$$T_{\parallel} \approx 2e^2 n^{1/3} \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ эВ}$$

при $n = 10^9$ см⁻³.

Для получения температуры, меньшей $e^2 n^{1/3}$, можно использовать медленное, по сравнению с периодом плазменных колебаний, ускорение электронов в пушке. В этом случае плазменные колебания успевают сгладить флуктуации плотности за время ускорения и продольная температура может быть меньше $e^2 n^{1/3}$ (см. ниже, п. 4.1).

2.2. Сила трения в отсутствие магнитного поля

В отсутствие магнитного поля сила трения, действующая на ион, движущийся в электронном газе с функцией распределения по скоростям $f(v)$, выражается хорошо известной формулой [1]:

$$F = \frac{4\pi n e^4 Z^2 L C}{m} \int - \frac{\mathbf{v}_p - \mathbf{v}}{|\mathbf{v}_p - \mathbf{v}|^3} f(\mathbf{v}) d^3 v, \quad (2.9)$$

где Ze , \mathbf{v}_p — заряд и скорость иона; m — масса электрона; n — плотность электронов; $f(\mathbf{v})$ нормирована на единицу; LC — кулоновский логарифм:

$$LC = \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}}, \quad \rho_{\max} \simeq \min \left\{ \frac{\langle |\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_e| \rangle}{\omega_{pe}}, \tau \langle |\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_e| \rangle, a \right\},$$

$$\rho_{\max} \gg \rho_{\min}, \quad \rho_{\min} = \frac{Ze^2}{m \langle |\mathbf{v}_p - \mathbf{v}_e| \rangle^2}, \quad \omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}}, \quad (2.10)$$

где τ — время нахождения иона в электронном пучке; a — радиус электронного пучка.

Пусть функция распределения имеет квазимаксвелловский вид

$$f(v_{\parallel}, v_{\perp}) = \frac{m^{3/2}}{(2\pi)^{3/2} T_{\perp} T_{\parallel}^{1/2}} \exp \left(-\frac{mv_{\parallel}^2}{2T_{\parallel}} - \frac{mv_{\perp}^2}{2T_{\perp}} \right), \quad T_{\parallel} \ll T_{\perp}, \quad (2.11)$$

учитывающий сплющенность функции распределения электронов вдоль направления скорости электронного пучка. Интегрируя (2.9) с учетом (2.11), получим для силы трения (в системе частиц) при движении иона вдоль направления движения пучков:

$$F_{\parallel}(v_{p\parallel}) = -\frac{4\pi n e^4 Z^2 L C}{m} \begin{cases} 1/v_{p\parallel}^2, & |v_{p\parallel}| > v_{e\perp}, \\ 1/v_{e\perp}^2, & v_{e\perp} \gg |v_{p\parallel}| \gg v_{e\parallel}, \\ v_{p\parallel}/((2\pi)^{3/2} v_{e\perp}^2 v_{e\parallel}), & |v_{p\parallel}| \ll v_{e\parallel}. \end{cases} \quad (2.12)$$

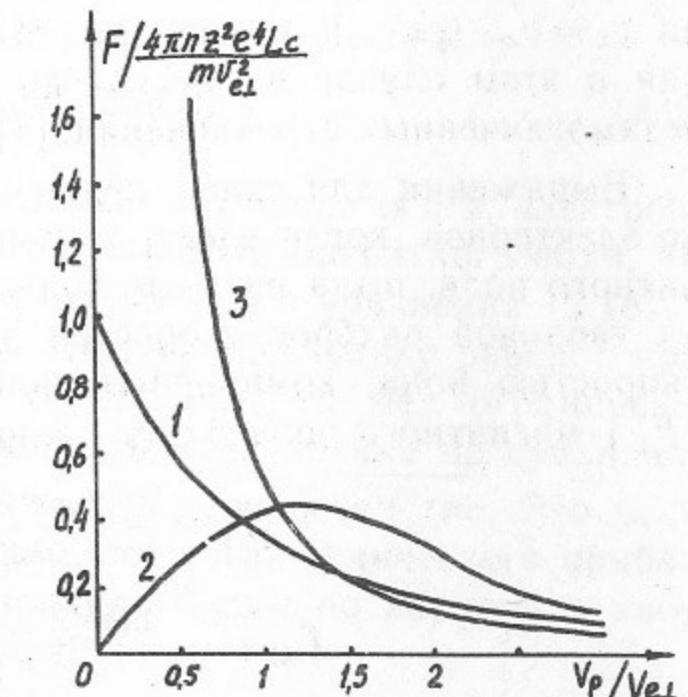
Аналогично при движении в поперечном направлении

$$F_{\perp}(v_{p\perp}) = -\frac{4\pi n e^4 Z^2 L C}{m} \begin{cases} \frac{1}{v_{p\perp}^2}, & v_{p\perp} \gg v_{e\perp}, \\ \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{v_{p\perp}}{v_{e\perp}^3}, & v_{p\perp} \ll v_{e\perp}. \end{cases} \quad (2.13)$$

Здесь

$$v_{e\perp} = \sqrt{\frac{T_{\perp}}{m}}, \quad v_{e\parallel} = \sqrt{\frac{T_{\parallel}}{m}} \quad (2.14)$$

Рис. 1. Зависимость продольной (кривая 1) и поперечной (кривая 2) силы трения от скорости иона (протона), полученная численным интегрированием выражения (2.9) для квазимаксвелловской функции распределения (2.11). Кривая 3 — зависимость поперечной силы трения от скорости иона в случае «замагниченных» столкновений электронов с ионом (в соответствии с (2.16), $v_{p\parallel} = 0$).



есть тепловой разброс электронов по скоростям. В области промежуточных значений скорости иона сила трения находилась численным интегрированием, результаты которого представлены на рис. 1. Из полученных выражений видно, что при $v_p > v_{e\perp}$ сила трения падает пропорционально v_p^{-2} , а максимум силы трения определяется поперечной температурой электронов:

$$F_{\max} \simeq \frac{4\pi n e^4 Z^2 L C}{m v_{e\perp}^2} = \frac{4\pi n e^4 Z^2 L C}{T_{\perp}}. \quad (2.15)$$

2.3. Сила трения в предельно замагнченном потоке электронов

Магнитное поле ограничивает поперечную подвижность электронов. Если магнитное поле достаточно велико, то столкновения электронов с ионом при достаточно больших прицельных параметрах становятся адиабатическими по отношению к ларморовскому вращению электронов. В этом случае электроны («ларморовские кружки») могут двигаться только вдоль поля и поперечная степень свободы электронов исключается из кинетики столкновений. Поэтому эффективность охлаждения определяется продольной температурой электронов, которая на несколько порядков меньше поперечной температуры. Уменьшение эффективной температуры приводит к дальнейшему возрастанию силы трения при уменьшении скорости иона и в области $v_p < v_{e\perp}$. Этот рост силы трения $\sim 1/v_p^2$ продолжается, пока скорость иона не уменьшится до уров-

ня $v_p = v_{\parallel}$ (рис. 1, кривая 3). Максимальная величина силы трения в этом случае на несколько порядков больше, чем в случае незамагниченных столкновений [4].

Выражения для силы трения в предельно замагнченном потоке электронов, когда электроны могут двигаться только вдоль магнитного поля, были впервые получены в работе [4]. В случае, когда тепловой разброс скоростей электронов мал по сравнению со скоростью иона, компоненты силы трения вдоль (F_{\parallel}) и поперек (F_{\perp}) магнитного поля будут равны:

$$\begin{aligned} F_{\parallel} &= -\frac{2\pi n e^4 Z^2 L_C}{m v_p^2} \frac{3v_{\parallel} v_{\perp}^2}{v_p^3}, \\ F_{\perp} &= -\frac{2\pi n e^4 Z^2 L_C}{m v_p^2} \frac{v_{\perp}(v_{\perp}^2 - 2v_{\parallel}^2)}{v_p^3}, \end{aligned} \quad (2.16)$$

где v_{\parallel} , v_{\perp} — продольная и поперечная к магнитному полю компоненты скорости иона v_p ; L_C — кулоновский логарифм, определяемый выражением (2.10). Из (2.16) нетрудно получить компоненты силы трения вдоль (\mathcal{F}_{\parallel}) и поперек (\mathcal{F}_{\perp}) скорости иона:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\parallel} &= -\frac{2\pi n e^4 Z^2 L_C}{m v_p^2} \frac{v_{\perp}^2}{v_p^2} \\ \mathcal{F}_{\perp} &= \frac{2\pi n e^4 Z^2 L_C}{m v_p^2} \frac{2v_{\parallel} v_{\perp}}{v_p^2} \end{aligned} \quad (2.17)$$

В работе [11] были получены выражения для силы трения, отличающиеся от (2.17) вдвое меньшей величиной компоненты силы трения \mathcal{F}_{\perp} , поперечной к скорости иона. В приложениях приведены расчеты силы трения обоими способами. Ниже мы обсудим причины различия результатов и проведем более аккуратные вычисления силы трения в случае предельной замагнченности.

Первый способ расчета [4] основан на учете коллективной реакции электронной плазмы. Электрическое поле движущегося иона приводит к возмущению плотности в электронной плазме и, следовательно, к возбуждению электрического поля. Величина электрического поля, создаваемого электронами в точке расположения иона, и определяет силу трения. Для нахождения электрического поля линеаризуем уравнение Власова для функции распределения электронов по скоростям:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} - \frac{e}{m} E_z \frac{\partial f_0}{\partial v_z} = 0 \quad (2.18)$$

и будем решать его совместно с уравнением Пуассона

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = 4\pi (-e \int f dv + Ze \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}_p t)). \quad (2.19)$$

Здесь принято: магнитное поле направлено вдоль оси z , электроны замагнчены и могут двигаться только вдоль магнитного поля, что приводит к исключению производных по x , y в уравнении (2.18), а ион движется с постоянной скоростью \mathbf{v}_p . Поскольку разброс продольных скоростей электронов очень мал, то без ограничения общности можно считать, что скорость иона велика по сравнению с разбросом скоростей электронов $v_p \gg v_{\parallel} \simeq \sqrt{e^2 n^{1/3}/m}$. Это условие совпадает с условием применимости логарифмического приближения (2.10). Проведя преобразование Фурье по времени и координатам и подставляя (2.18) в (2.19), получим:

$$\mathbf{E}_{k\omega} = \frac{4\pi k}{ik^2} \frac{\rho_{k\omega}}{\epsilon(k, \omega)}, \quad \rho_{k\omega} = 2\pi e Z \delta(\omega - (k, \mathbf{v}_p)), \quad (2.20)$$

$$\epsilon(k, \omega) = 1 + \frac{4\pi e^2 k_z}{mk^2} \int \frac{\partial f_0}{\partial v_z} \frac{d^3 v}{\omega - (k, \mathbf{v}_p)} \quad (2.21)$$

При $v_p \gg v_{\parallel}$ интеграл легко вычисляется интегрированием по частям:

$$\epsilon(k, \omega) = 1 - \frac{4\pi n e^2}{m \omega^2} \frac{k_z^2}{k^2} + \frac{i\delta}{\omega}, \quad \delta \ll \omega_{pe} \equiv \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}}. \quad (2.22)$$

Мнимая часть диэлектрической проницаемости появилась при обходе полюса при $\omega = (k, \mathbf{v}_p)$. Обратное преобразование Фурье дает электрическое поле в плазме:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{eZ}{2\pi^2 i} \int \frac{\mathbf{k}}{k^2} \frac{d^3 k d\omega}{\epsilon(k, \omega)} e^{-i(\omega t - kr)} \delta(\omega - (k, \mathbf{v}_p)) \quad (2.23)$$

и силу трения, действующую на ион:

$$\mathbf{F}_{tp} = Ze \mathbf{E}(\mathbf{v}_p t, t) = \frac{Z^2 e^2}{2\pi^2} \int_0^{k_{\max}} \frac{\mathbf{k}}{k^2} d^3 k \operatorname{Im} \left(\frac{1}{\epsilon(k, (\mathbf{k}\mathbf{v}_p))} \right). \quad (2.24)$$

Вычисляя интеграл (см. Приложение 1), получим выражения (2.17) для силы трения. При вычислении интеграла для устранения логарифмической расходимости при $k \rightarrow \infty$ необходимо ограничить область интегрирования величиной k_{\max} . Это связано с

нарушением условий применимости теории возмущений на малых расстояниях. Минимальный прицельный параметр $1/k_{\max}$ определяется условием малости возмущения плотности электронной плазмы. После пролета иона позади него остается область, свободная от электронов, которая схлопывается за время плазменных колебаний $t \sim \omega_{pe}^{-1}$. Размеры этой области в направлениях вдоль и поперек движения иона равны:

$$\begin{aligned} r_{\parallel} &\simeq v_p/\omega_p, & r_{\parallel} &\simeq \rho_{\max}, \\ \text{или} && & \\ r_{\perp} &\simeq \frac{e^2 Z}{mv_p r_{\perp}} \frac{1}{\omega_p}, & r_{\perp} &\simeq \sqrt{\rho_{\max} \rho_{\min}}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

а ее объем порядка n^{-1} .

Таким образом, рассмотренный метод решения задачи при помощи нахождения возмущения функции распределения электронов позволяет правильно учесть вклад столкновений с большими прицельными параметрами, учитывает экранирование кулоновского взаимодействия при $\rho > \rho_{\max}$, но нарушается при прицельных параметрах $\rho \ll \sqrt{\rho_{\max} \rho_{\min}}$, значительно превышающих минимальный прицельный параметр ρ_{\min} . Кроме того, обрезание верхнего предела интегрирования при $k = k_{\max}$ отнюдь не исключает столкновений с малыми прицельными параметрами, а просто модифицирует кулоновский потенциал налетающего иона:

$$\begin{aligned} \varphi = \frac{Ze}{r} \rightarrow \varphi = -\frac{Ze}{2\pi^2} \int_0^{k_{\max}} \frac{d^3 k}{k^2} e^{i(\mathbf{k}, \mathbf{r})} = \\ = \frac{2}{\pi} \frac{Ze}{r} \int_0^{rk_{\max}} \frac{\sin x}{x} dx = \frac{Ze}{r} \frac{2}{\pi} \operatorname{Si}(k_{\max} r). \end{aligned} \quad (2.26)$$

Поэтому прежде, чем перейти к правильному учету вклада столкновений с малыми прицельными параметрами в силу трения, необходимо в полученных выражениях вычесть вклад в силу трения столкновений с прицельными параметрами $\rho < 1/k_{\max} \ll \rho_{\max}$.

С логарифмической точностью можно считать, что взаимодействие электрона с ионом включается мгновенно при $r = \rho_{\max}$. Тогда смещение электрона вдоль магнитного поля к моменту минимального сближения иона с электроном есть (см. Приложение 2)

$$\xi = \frac{Ze}{mv^2} \left[\sin \theta \cos \theta + \cos \theta \left(\ln \frac{2\rho_{\max}}{\rho} - 1 \right) \right] \rightarrow \frac{Ze^2}{mv^2} \cos \theta \ln(k_{\max} \rho_{\max}), \quad (2.27)$$

где θ — угол между скоростью иона и магнитным полем. Максимальная величина ξ достигается при прицельном параметре ρ , равном радиусу, на котором обрезается кулоновский потенциал $\rho = k_{\max}^{-1}$. Смещение электронов вдоль поля приводит к поперечному смещению, как целого, цилиндра, содержащего электроны с прицельными параметрами $\rho < k_{\max}^{-1}$, на величину $\Delta = \xi \sin \theta$. Это смещение приводит к возникновению поперечного электрического поля, действующего на ион и, следовательно, к возникновению силы трения, поперечной к скорости:

$$\mathcal{F}_{\perp} = ZeE_e = Ze \cdot 2\pi n e \xi \sin \theta = \frac{2\pi n e^4 Z^2}{mv^2} \ln(k_{\max} \rho_{\max}) \sin \theta \cos \theta. \quad (2.28)$$

Нетрудно проверить, что, в отличие от поперечной силы трения, столкновения с малыми прицельными параметрами не дают логарифмического вклада в продольную силу трения и изменением продольной силы трения за счет этих столкновений можно пренебречь. Вычитая из (2.17) вклад столкновений с малыми прицельными параметрами (2.28), получим вдвое меньшую величину компоненты силы трения поперечной к скорости иона, что совпадает с результатом работы [11].

Проведенное рассмотрение учитывает вклад в силу трения столкновений с прицельными параметрами

$$\rho_{\max} > \rho > r_{\perp} \equiv \sqrt{\rho_{\max} \rho_{\min}}, \quad (2.29)$$

которые дают примерно половину вклада в полную величину силы трения. Для прицельных параметров

$$\sqrt{\rho_{\max} \rho_{\min}} > \rho > \rho_{\min} \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} \quad (2.30)$$

столкновения можно считать одночастичными. Их вклад в силу трения (см. Приложение 2) совпадает с вкладом столкновений с большими прицельными параметрами. В результате получаем:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{F}_{\parallel} \\ \mathcal{F}_{\perp} \end{pmatrix} = -\frac{2\pi n e^4 Z^2 L_c}{mv_p^2} \begin{pmatrix} v_{p\perp}^2/v_p^2 \\ -v_{p\parallel} v_{p\perp}/v_p^2 \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

$$L_C \simeq \ln \left(\frac{\rho_{\max}}{\sqrt{\rho_{\max} \rho_{\min}}} \right) + \ln \left(\frac{\sqrt{\rho_{\max} \rho_{\min}}}{\rho_{\min} \ln \left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} \right)} \right) \simeq \ln \left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} \right).$$

Для получения окончательного результата к этому выражению необходимо добавить вклад в силу трения малых прицельных параметров.

В отличие от незамагниченных столкновений, в случае сильной замагниченности вклад в силу трения столкновений с малыми прицельными параметрами $\rho \ll \rho_{\min} \ln(\rho_{\max}/\rho_{\min})$ не является малым по сравнению с логарифмом и зависит от знака заряда налетающего иона. Это становится особенно существенным, когда скорость иона мала и кулоновский логарифм не слишком сильно отличается от единицы. Так, отрицательно заряженный ион при движении вдоль магнитного поля выталкивает перед собой электроны, находящиеся на прицельном расстоянии $\rho < \rho_{\min}$. При этом импульс электронов изменяется на $2mv_p$. В случае положительно заряженного иона такие электроны будут проскачивать мимо него без изменения своего импульса. В результате появляется дополнительный вклад в силу трения для отрицательно заряженных ионов:

$$\Delta F_{\parallel} = -\pi\rho_{\min}^2 \cdot 2mv_p \cdot nv_p = -\frac{8\pi ne^4 Z^2}{mv_p^2}. \quad (2.32)$$

Кроме того, в сильном магнитном поле столкновения с малыми прицельными параметрами, как для положительно, так и для отрицательно заряженных ионов, в соответствии с (2.28) могут давать логарифмический вклад в силу трения, поперечную к скорости иона.

Поскольку уравнения движения электрона в поле налетающего иона не интегрируются, учет вклада малых прицельных параметров в силу трения проводился при помощи численного моделирования с использованием одночастичного приближения. Экранирование поля налетающего иона включалось мгновенно при $r = \rho_{\max}$. На рис. 2 приведен график, показывающий относительный вклад в силу трения столкновений с разными прицельными параметрами. Сила трения определялась по функции $f(\rho)$, приведенной на этом рисунке, при помощи интегрирования по прицельному параметру:

$$\mathcal{F}_{\perp,\parallel} = \frac{2\pi ne^4 Z^2}{mv_p^2} \int_0^{\rho_{\max}} f_{\parallel,\perp}(\rho) \frac{d\rho}{\rho}. \quad (2.33)$$

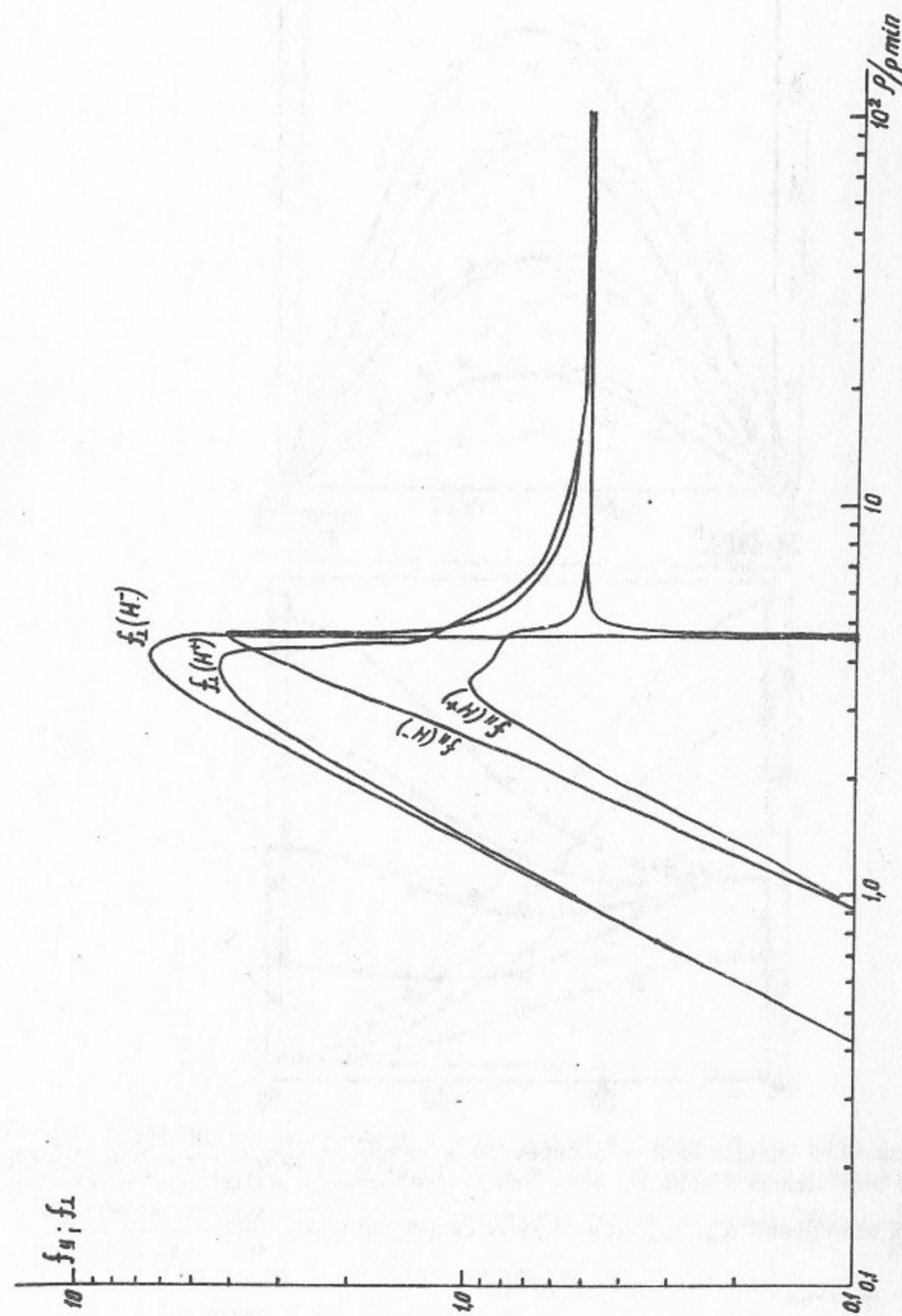


Рис. 2. Относительный вклад в продольную и поперечную компоненты силы трения $f_{\parallel,\perp}$ различных прицельных параметров для положительно и отрицательно заряженных ионов. Угол θ между скоростью иона и магнитным полем $\theta = 45^\circ$, $\rho_{\max}/\rho_{\min} = 10^4$.

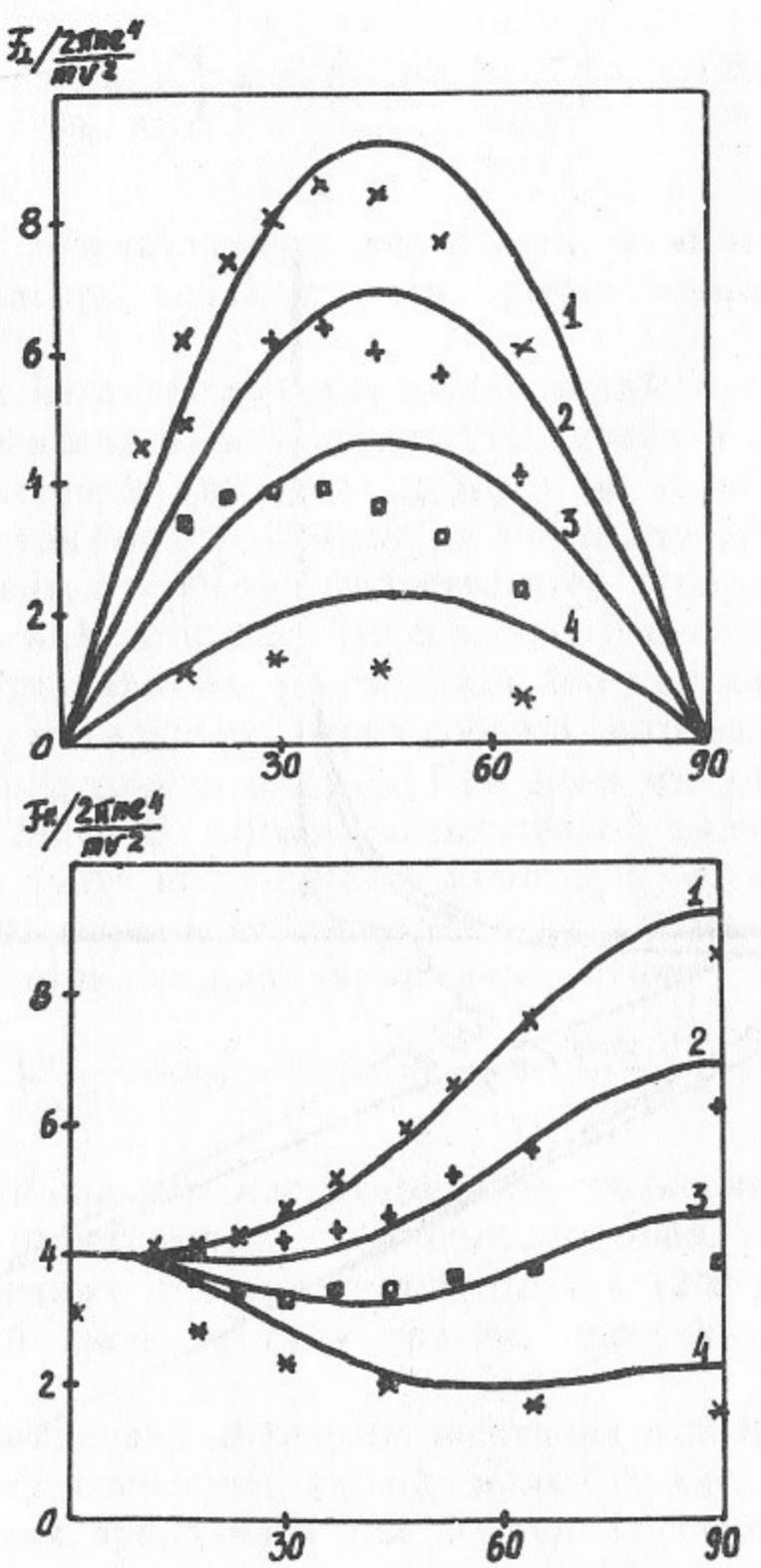


Рис. 3. Зависимость продольной и поперечной к скорости компонент силы трения отрицательно заряженного иона от угла между скоростью и магнитным полем для различных отношений ρ_{\max}/ρ_{\min} (различных скоростей иона: $\frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} = \frac{m^{3/2}v_p^3}{\sqrt{4\pi n} Ze^3}$).

ρ_{\max}/ρ_{\min}	10^4	10^3	10^2	10
функция (2.34)	1	2	3	4
численный расчет	×	+	□	*

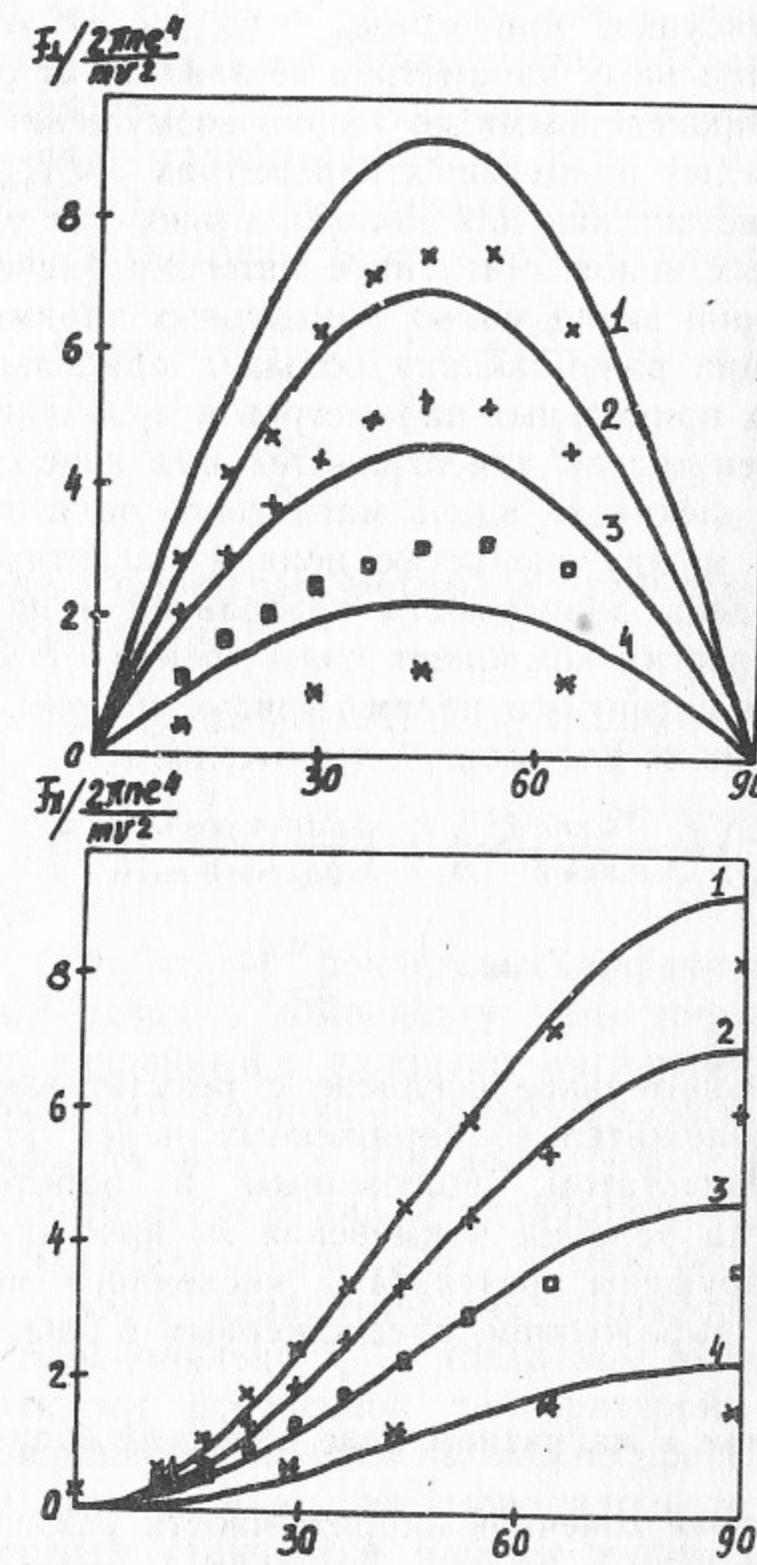


Рис. 4. Зависимость продольной и поперечной к скорости компонент силы трения положительно заряженного иона от угла между скоростью и магнитным полем для различных отношений ρ_{\max}/ρ_{\min} (различных скоростей иона: $\frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} = \frac{m^{3/2}v_p^3}{\sqrt{4\pi n} Ze^3}$).

ρ_{\max}/ρ_{\min}	10^4	10^3	10^2	10
функция (2.34)	1	2	3	4
численный расчет	×	+	□	*

Как видно из рисунка, при $\rho > \rho_{\min} \ln(\rho_{\max}/\rho_{\min})$ относительный вклад разных прицельных параметров не зависит от ρ и совпадает с вычислениями, проведенными по теории возмущений (см. Приложение 2). При малых прицельных параметрах $\rho < \rho_{\min} \ln(\rho_{\max}/\rho_{\min})$ функция f_{\perp} возрастает как для положительно, так и для отрицательно заряженных ионов. Численное интегрирование дает, что в первом приближении вклад малых прицельных параметров в поперечную силу трения равен вкладу больших прицельных параметров. Вклад малых прицельных параметров в продольную силу трения F_{\parallel} значителен только для отрицательных ионов. Это связано с выталкиванием электрона вдоль магнитного поля и существенно при малых углах между скоростью иона и магнитным полем. На рис. 3 и 4 приведены зависимости продольной и поперечной (по отношению к скорости) компонент силы трения от угла θ между скоростью иона и магнитным полем. Кривые на рис. 3 и 4 проведены в соответствии со следующим выражением:

$$\left(\frac{F_{\parallel}}{F_{\perp}} \right) = - \frac{2\pi n e^4 Z^2}{m v_p^2} \begin{pmatrix} L_C \sin^2 \theta + 4 \cos^4 \theta \Theta(Z) \\ -2L_C \sin \theta \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (2.34)$$

$$\Theta(Z) = \begin{cases} 1, & Z < 0, \\ 0, & Z > 0, \end{cases}$$

дающим удовлетворительное согласие с результатами численных расчетов. Для положительно заряженных ионов этот результат совпадает с результатом, полученным в работе [4]. При $\rho_{\max}/\rho_{\min} = 10$, когда условия применения логарифмического приближения уже нарушены, результаты численного моделирования лучше сходятся с выражением, предложенным в работе [11].

2.4. Сила трения в магнитном поле конечной напряженности

В магнитном поле конечной напряженности условие адиабатичности столкновений может нарушаться при малых прицельных параметрах. Минимальный прицельный параметр адиабатических столкновений определяется условием $\rho_{ad} > v_p \Omega_e^{-1}$, ρ_{\perp} , так что:

$$\rho_{ad} = \max \left(\frac{2e^2}{mv_p}, \rho_{\perp}, \frac{v_p}{\Omega_e} \right), \quad (2.35)$$

где ρ_{\perp} , Ω_e — радиус и частота ларморовского движения электронов.

Если скорость иона велика по сравнению со средней попереч-

ной скоростью электронов $v > v_{e\perp}$, то можно выделить две характерные области прицельных параметров: область больших прицельных параметров $\rho_{\max} > \rho > \rho_{ad}$, где столкновения иона с электронами происходят адиабатически, и область малых прицельных параметров $\rho_{ad} > \rho > \rho_{\min}$, где влиянием магнитного поля на столкновения можно пренебречь. В этом случае сила трения равна

$$F_{\perp} = - \frac{2\pi n e^4}{mv^3} v_{\perp} \left(2L_{C1} + \frac{v_{\perp}^2 - 2v_{\parallel}^2}{v^2} L_{C2} \right),$$

$$F_{\parallel} = - \frac{2\pi n e^4}{mv^3} v_{\parallel} \left(2L_{C1} + \frac{3v_{\perp}^2}{v^2} L_{C2} \right), \quad (2.36)$$

где кулоновские логарифмы быстрых и адиабатических столкновений равны соответственно:

$$L_{C1} = \ln \left(\frac{\rho_{ad}}{\rho_{\min}} \right) = \ln \left(\frac{m^2 c v_p^3}{2e^3 B} \right),$$

$$L_{C2} = \ln \left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{ad}} \right) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{B^2}{4\pi n m c^2} \right). \quad (2.37)$$

Здесь учтено, что малые прицельные параметры $\rho < \rho_{ad}$ дают дополнительный вклад в компоненту силы трения, поперечную к скорости иона, связанный с влиянием магнитного поля (сравни с (2.28)). Кулоновский логарифм адиабатических столкновений не зависит от скорости иона, и при достаточно сильном магнитном поле нельзя пренебречь вкладом адиабатических столкновений и при больших скоростях ионов $v_p \gg v_{e\perp}$. При уменьшении скорости иона $v_p < v_{e\perp}$ вклад адиабатических столкновений продолжает нарастать пропорционально v_p^{-2} , тогда как вклад быстрых столкновений ограничен поперечной температурой электронов (см. (2.15)) и в большинстве случаев им можно пренебречь.

Если же условие $\rho_{\perp} < \rho_{\max}$ не выполняется, то вклад адиабатических столкновений становится равным нулю. Проведем оценки силы трения в этом случае ($v_p \ll v_{e\perp}$, $\rho_{\perp} \geq \rho_{\max}$). Пусть ион движется со скоростью v_p и сталкивается с электроном, имеющим поперечную скорость $v_{e\perp}$ ($v_{e\parallel} \ll v_{e\perp}$) и прицельный параметр ρ . Передача импульса электрону за одно столкновение равна

$$\Delta p_{\perp} \simeq \frac{2e^2 Z}{\rho v_{e\perp}}. \quad (2.38)$$

В случае $\Omega_e(\rho/v_p) \gg 1$ будут иметь место повторные столкновения

электрона с ионом, и полное изменение энергии электрона за время взаимодействия ρ/v_p составляет

$$\Delta E = \frac{1}{2m} \left(\frac{2e^2 Z}{\rho v_{e\perp}} \right) \frac{2\rho}{v_p} \frac{eB}{2\pi m c}. \quad (2.39)$$

Отсюда получаем оценку для силы трения:

$$F \simeq \int_0^\rho \Delta E 2\pi \rho_\perp n d\rho = \frac{ne^4 Z}{mv_p v_{e\perp}} \ln \left(\frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} \right). \quad (2.40)$$

В отличие от случая предельной замагниченности ($\rho_\perp \ll \rho_{\max}$), когда сила трения при уменьшении v_p растет как v_p^{-2} , здесь сила трения растет только как v_p^{-1} . Такая зависимость силы трения от скорости наблюдалась в экспериментах на НАП-М при $v_p < v_{e\perp}$ [5].

Во всех предыдущих оценках считалось справедливым условие применимости логарифмического приближения $\rho_{\min} \ll \rho_{\max}$. Однако в процессе охлаждения это условие нарушается при уменьшении скорости иона до величины

$$v_p^* \simeq v_c \equiv \sqrt{\frac{2e^2 n^{1/3}}{m}}. \quad (2.41)$$

Это значение скорости соответствует характерному разбросу продольных скоростей электронов после быстрого электростатического ускорения (см. (2.8)). Заметим, что установившееся значение скорости иона в $\sqrt{M/m}$ раз меньше, и поэтому условия применимости логарифмического приближения всегда нарушены вблизи равновесия. Проведение расчетов в диапазоне скоростей $v \leq v_c$ затруднено. Это связано с тем, что здесь потенциальная $e^2 n^{1/3}$ и кинетическая энергия электронов $mv_{e\parallel}^2/2$ одного порядка и отсутствует малый параметр, по которому можно вести разложение в ряд теории возмущений. Поэтому ограничимся простейшими оценками, которые, как будет видно в дальнейшем, хорошо согласуются с экспериментальными данными. В оценках ограничимся случаем $Z = \pm 1$. Поведение силы трения в диапазоне малых скоростей для многозарядных ионов требует дополнительного экспериментального исследования.

Для получения оценки максимальной величины продольной силы трения перепишем выражение (2.16), опуская угловую зависимость:

$$F \simeq -\frac{2\pi ne^4}{mv_p^2} \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}} = -3\pi e^2 n^{2/3} \frac{v_c^2}{v_p^2} \ln \left(\frac{v_p}{(2\pi)^{1/6} v_c} \right), \quad (2.42)$$

$$v_c = \sqrt{\frac{2e^2 n^{1/3}}{m}}.$$

Дифференцируя по v_p , получим скорость, при которой сила трения достигает максимума:

$$v_F \simeq (2\pi)^{1/6} e^{1/2} v_c \simeq 2.2 v_c, \quad e = 2.718 \dots, \quad (2.43)$$

и значение максимальной силы трения

$$F_{\max}^+ \simeq 0.9 e^2 n^{2/3}. \quad (2.44)$$

Полученное выражение справедливо для положительно заряженных ионов (протонов). Для отрицательно заряженных ионов необходимо учесть добавку к силе трения (2.32), обусловленную столкновениями с малыми прицельными параметрами:

$$F_{\max}^- \simeq (0.9 + 2.5) e^2 n^{2/3} = 3.4 e^2 n^{2/3}. \quad (2.45)$$

Эта добавка приводит к существенному отличию значений продольной силы трения для положительно и отрицательно заряженных ионов. Однако она дает существенный вклад только в диапазоне малых скоростей, когда радиус ларморовского вращения электронов мал по сравнению с минимальным прицельным параметром:

$$\rho_\perp < \frac{2e^2}{mv^2}. \quad (2.46)$$

Отсюда следует, что для достижения максимума силы трения при $v = v_F$ необходимо, чтобы

$$\rho_\perp \leq 0.2 n^{1/3}. \quad (2.47)$$

Считая, что при $v_p < v_c$ сила трения линейно зависит от скорости иона, получим оценку декремента охлаждения положительно (отрицательно) заряженного иона при $v < v_c$:

$$\lambda_{\max}^\pm \simeq 2 \frac{F_{\max}}{Mv_F} = \frac{m}{M} \sqrt{\frac{ne^2}{m}} \begin{cases} 0.58, & z=1, \\ 2.2, & z=-1. \end{cases} \quad (2.48)$$

Из проведенной оценки (см. (2.43)) следует, что сила трения

достигает максимума при скорости иона, превышающей разброс продольных скоростей электронов, обусловленный их расталкиванием после ускорения $v_{\parallel} \simeq \sqrt{2e^2 n^{1/3}/m}$ (см. (2.8)). В первом приближении можно считать, что величина максимальной силы трения не зависит от продольной температуры электронов, если $T_{\parallel} \ll 10e^2 n^{1/3}$.

Приведем численный пример, выбрав значения параметров, типичные для устройств электронного охлаждения: $n = 10^9 \text{ см}^{-3}$, $T_{\perp} \simeq 0.1 \text{ эВ}$ (оксидный термокатод). Тогда получим:

$$T_{\parallel} = 2e^2 n^{1/3} \simeq 3 \cdot 10^{-4} \text{ эВ}, \quad v_F \simeq 10^6 \text{ см/с},$$

$$F_{\max}^+ = 0.13 \text{ эВ/см}, \quad F_{\max}^- = 0.5 \text{ эВ/см},$$

$$\lambda_{\max}^+ = 1.6 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}, \quad \lambda_{\max}^- = 6 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1},$$

$$B_0 > 5n^{1/3} \sqrt{2T_c m c^2/e} \simeq 5.3 \text{ кГс.}$$

Здесь B_0 — магнитное поле, необходимое для достижения максимального декремента при охлаждении отрицательно заряженных ионов в соответствии с (2.47).

2.5. Установившиеся значения температуры

Различие в охлаждении положительно и отрицательно заряженных частиц проявляется не только в разной величине силы трения, но также и в существенно разной величине диффузии ионов на электронах, что приводит к различию установившихся значений температуры ионов разного знака. Как эффективная температура электронов, так и установившаяся температура ионов очень малы. В этом случае «не работает» плазменная теория возмущений (логарифмическое приближение) и становится затруднительным проведение не только аналитических, но и численных расчетов. Ограничимся поэтому простыми оценками. При этом будем пренебрегать наличием дополнительных «греющих» факторов и считать, что установившаяся температура ионов определяется только электрон-ионным взаимодействием в процессе охлаждения.

Оценим вначале величину коэффициента диффузии для отрицательно заряженных ионов при движении вдоль поля. Вблизи равновесия скорость иона можно пренебречь по сравнению со скоростью электрона. Поперечное движение электронов можно считать «замороженным», а продольная скорость электронов порядка $v_c \equiv (2e^2 n^{1/3}/m)^{1/2}$. В этом случае передача импульса от электрона

иону происходит только для прицельных параметров, меньших $\rho_m \simeq \min(2e^2/mv_{\parallel}^2, n^{-1/3}/2) = n^{-1/3}/2$, и равна $2mv_c$. Тогда коэффициент диффузии есть

$$\frac{d}{dt} \langle \Delta p_{a\parallel}^2 \rangle \simeq \rho_m^2 n v_c (2mv_c)^2 = \frac{4\pi n e^4}{v_c}, \quad (2.49)$$

а установившаяся продольная температура отрицательных ионов порядка

$$T_{\parallel}^- \simeq \frac{1}{2M\lambda^-} \frac{d}{dt} \langle \Delta p_{a\parallel}^2 \rangle \simeq 2e^2 n^{1/3}. \quad (2.50)$$

Аналогичную оценку можно провести для поперечной температуры ионов и получить, что по порядку величины она совпадает с продольной температурой ионов и электронов.

Положительно заряженные ионы имеют дополнительный механизм диффузии в поперечном направлении из-за образования продольно связанных макроскопических пар ион-электрон при влете на участок охлаждения. В достаточно сильном магнитном поле $B^2 \gg 4\pi n t c^2$, когда вклад адиабатических столкновений становится преобладающим, поперечное движение электрона в связанной системе электрон-ион можно считать замагниченным. В этом случае электрон колебается вдоль магнитного поля с характерной частотой $(e^2/(mr^3))^{1/2}$ и медленно дрейфует вокруг иона в скрещенных электрическом и магнитном полях. Электрон как бы «привязан» к силовой линии магнитного поля и иону. В результате время взаимодействия иона с электроном резко увеличивается по сравнению со случаем отрицательно заряженного иона ($\tau^- \simeq (e^2/(mr^3))^{-1/2}$), что приводит к существенному увеличению поперечной диффузии. Основной вклад дают связанные пары с размером $r \ll n^{-1/3}$, что значительно упрощает проведение оценок. Пусть время нахождения иона в электронном пучке мало по сравнению с обратной ларморовской частотой ионов $Mc/(eB)$. Тогда можно пренебречь влиянием магнитного поля на движение иона, и переданный иону поперечный импульс за счет образования пары при $v_p \ll \sqrt{2e^2 n^{1/3}/m}$ равен

$$\Delta p_{p\perp} = \int_0^t \frac{e^2}{r^3(t)} \Gamma_{\perp}(t) dt, \quad (2.51)$$

где $r(t)$ — расстояние между электроном и ионом. За счет дрейфового движения электрона вектор $r(t)$ вращается вокруг направления магнитного поля с угловой скоростью ce/r^3B . Вычисляя интеграл, получим:

$$\Delta p_{p\perp}^2 \simeq \frac{4e^2B^2r^2}{c^2} \sin^2 \left(\frac{ce\tau}{2Br^3} \right). \quad (2.52)$$

Усредняя по прицельным параметрам, имеем для коэффициента поперечной диффузии

$$\frac{d}{dt} \langle \Delta p_{p\perp}^2 \rangle = \frac{1}{2} f_0 \int_0^{r_{\max}} \Delta p_{p\perp}^2 \frac{2\pi\rho d\rho}{\pi r_{\max}^2} \simeq \frac{4e^2B^2f_0}{c^2r_{\max}^2} \int_0^{\infty} \rho^3 d\rho \sin^2 \left(\frac{ce\tau}{2B\rho^3} \right), \quad (2.53)$$

где $f_0 = \tau_0^{-1}$ — частота влетов иона на участок охлаждения, а максимальный размер связанный пары определяется средним межчастичным расстоянием $r_{\max} \simeq n^{-1/3}/2$. В результате получаем

$$\frac{d}{dt} \langle \Delta p_{p\perp}^2 \rangle \simeq 6ne^4 \left(\frac{\tau_0 B^2}{nc^2 e^2} \right)^{1/3}, \quad (2.54)$$

а установившаяся поперечная температура будет порядка

$$T_{\perp}^+ = \frac{1}{2M\lambda^+} \frac{d}{dt} \langle \Delta p_{p\perp}^2 \rangle \simeq 5e^2 n^{1/3} \left(\frac{e^2 \tau^2 B^4}{nm^3 c^4} \right)^{1/6} = 5e^2 n^{1/3} \left(\sqrt{4\pi} \frac{\tau_0 \Omega_e^2}{\omega_{pe}} \right)^{1/3}, \quad (2.55)$$

где $\Omega_e = eB/(mc)$ — частота лармовского вращения электронов. Проведенные оценки справедливы при $\omega_{pe}^{-1} < \tau_0 < \omega_{pe}^{-1} \cdot (\Omega_e/\omega_{pe})$, что хорошо выполняется для большинства установок с электронным охлаждением. Для установки НАП-М [11] $n = 2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$, $\tau_0 = 10^{-8} \text{ с}$, $B = 1 \text{ кГс}$ получим: $\Omega_e = 1.6 \cdot 10^{10} \text{ Гц}$, $\omega_{pe} = 8 \cdot 10^8 \text{ Гц}$, $T_{\perp}^+ = 80e^2 n^{1/3}$, что почти на два порядка превышает установившуюся температуру для отрицательно заряженных ионов.

При увеличении магнитного поля радиус лармовского вращения иона может стать меньше среднего межэлектронного расстояния, что приведет к уменьшению декрементов охлаждения и, следовательно, к нарушению проведенных оценок. Однако это соответствует достаточно большим магнитным полям $B > \sqrt{8Mc^2n}$, которые превышают поля, применяемые в реальных установках по электронному охлаждению.

На рис. 5 приведена зависимость установившегося разброса поперечных скоростей от магнитного поля и поперечной температу-

ры электронного пучка, взятая из работы [25]. Видно, что установившаяся температура растет с увеличением магнитного поля и поперечных скоростей электронов. Расчеты выполнены при помощи численного моделирования однократных столкновений иона с электронами. Хотя выбранное приближение парных столкновений является очень грубым, результаты численных расчетов хорошо

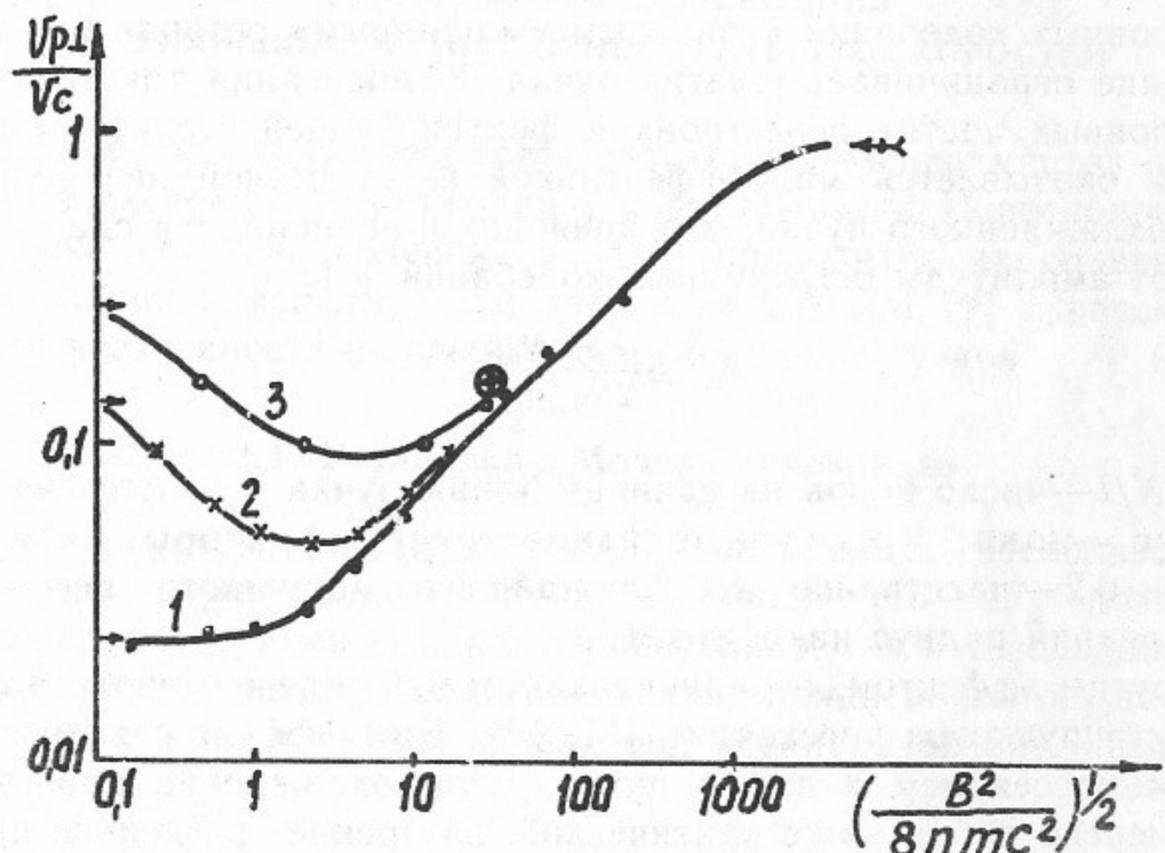


Рис. 5. Расчетная зависимость установившегося разброса поперечных скоростей протонов от величины магнитного поля на участке охлаждения при различных значениях разброса поперечных скоростей электронов: 1 — \circ — $v_{e\perp}/v_c = 0$; 2 — \times — $v_{e\perp}/v_c = 8$; 3 — \odot — $v_{e\perp}/v_c = 16$; \oplus — экспериментальный результат, полученный при охлаждении протонов на установке НАП-М. $v_c = 2e^2 n^{1/3}/m$.

согласуются с экспериментальным результатом, полученным на установке НАП-М.

Из приведенных оценок следует, что в отсутствие внешних «нагревающих» факторов электронное охлаждение позволяет получать очень малые установившиеся разбросы скоростей ионов. Так, если охлаждать антипротоны в установке с параметрами НАП-М (энергия ионов 65 МэВ, длина участка охлаждения 1 м, $n = 2 \cdot 10^8 \text{ см}^{-3}$), установившийся разброс скоростей составит

$$\frac{v_{\perp}}{v_0} \simeq \frac{v_{\parallel}}{v} \simeq \sqrt{\frac{2e^2 n^{1/3}}{M v_0^2}} = 1.6 \cdot 10^{-6}.$$

Для протонов разброс продольных скоростей будет тем же, а разброс поперечных скоростей примерно в 6 раз больше: $v_{\perp}/v_0 = 10^{-5}$.

Основным эффектом, ограничивающим получение столь холодных пучков в накопителе, является взаимодействие накопленных ионов между собой. Взаимодействие частиц в поперечном направлении приводит к ослаблению фокусировки и сдвигает частоты бетатронных колебаний к опасным «машиным» резонансам, что в принципе ограничивает сжатие пучка. Компенсация такого сдвига бетатронных частот перестройкой фокусирующей структуры накопителя оказывается малоэффективной из-за резкой нелинейности поля охлажденного пучка, что приводит к зависимости сдвига частоты от амплитуды бетатронных колебаний [6]:

$$\varepsilon_{\perp} \geq \frac{r_p R_0 (N/l)}{2 \Delta v_{\max} \beta^2 \gamma^3}. \quad (2.56)$$

Здесь N/l — число ионов на единицу длины пучка; r_p — классический радиус иона; β , γ — релятивистские факторы; $\Delta v_{\max} \simeq 0.1 \div 0.2$ — расстояние до ближайшего машинного резонанса; R_0 — средний радиус накопителя.

Другим эффектом, ограничивающим охлаждение пучка, является внутрипучковое расстояние [11, 14]. Этот эффект связан с взаимным рассеянием ионов в пучке. Если охлаждение происходит при энергии ионов ниже критической, внутреннее рассеяние приводит к выравниванию температуры ионов по всем степеням свободы. В частности, при охлаждении положительно заряженных ионов происходит увеличение продольной температуры ионов за счет поперечной. Коэффициент диффузии для продольного движения в этом случае порядка

$$\frac{d}{dt} \langle \Delta p_{\parallel}^2 \rangle \simeq \frac{2e^4 L_c (N/l)}{v_0 \epsilon^{3/2} \beta_f^{1/2}}, \quad (2.57)$$

Здесь β_f — среднее значение β -функции накопителя; L_c — кулоновский логарифм. Сравнивая диффузию за счет внутреннего рассеяния с диффузией на электронном пучке (2.49), для параметров установки НАП-М ($N = 10^8$, $l = 50$ м, $\beta_f = 7$ м, $\epsilon = 1.3 \cdot 10^{-7}$ см·рад, $n = 2 \cdot 10^8$ см⁻³) получим

$$\frac{d \langle \Delta p_{\parallel}^2 \rangle_p / dt}{d \langle \Delta p_{\parallel}^2 \rangle / dt} = \frac{L_c}{2\pi} \frac{N v_c}{v_0 \epsilon^{3/2} \beta_f^{1/2} l n} \simeq 10. \quad (2.58)$$

Отсюда видно, что диффузия за счет внутреннего рассеяния должна была бы почти на порядок увеличивать продольную температуру протонов. Однако, в экспериментах на НАП-М наблюдалось сильное подавление внутреннего рассеяния (см. ниже п. 3.4).

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ОХЛАЖДЕНИЯ В ДИАПАЗОНЕ МАЛЫХ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ

В этом разделе обсуждаются результаты экспериментов по изучению электронного охлаждения, проведенных в Новосибирске на установке «Модель соленоида» [10], проводится их сравнение с результатами измерений силы трения на НАП-М [9] и рассматриваются возможности получения сверххолодных пучков.

3.1. Установка «Модель соленоида»

Схема установки представлена на рис. 6. Использование инжектора отрицательных ионов водорода [15—17] позволяет проводить эксперименты как с отрицательно, так и с положительно заряженными ионами. Изменение знака заряда ионов осуществляется включением на входе в соленоид специальной паромагниевой

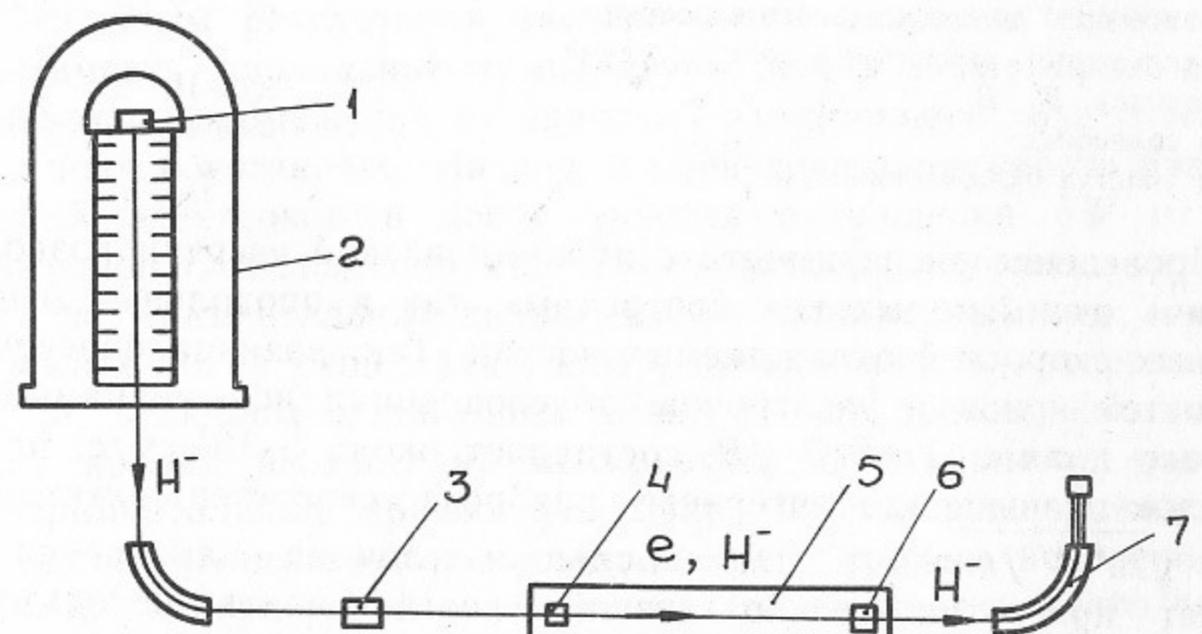


Рис. 6. Схема установки «Модель соленоида»: 1 — источник ионов H^- ; 2 — электростатический ускоритель; 3 — паромагниевая мишень; 4 — электронная пушка; 5 — соленоид; 6 — коллектор электронов; 7 — спектрометр.

мишени, на которой происходит двойная ионизация отрицательных ионов водорода. В соленоиде пучок ионов сводится (совмещается в пространстве, а также по направлению и величине скорости) с электронным пучком. Электронный пучок формируется электронной пушкой [18], погруженной в магнитное поле соленоида [19], и транспортируется вдоль магнитного поля соленоида до коллектора электронов. Для локального изменения магнитного поля в области пушки внутри основного соленоида расположен короткий дополнительный соленоид, что позволяет регулировать размер электронного пучка на участке охлаждения. Взаимодействие ионов с электронным пучком приводит к изменению их энергии и поперечных скоростей. После выхода из соленоида ионы попадают в электростатический спектрометр, предназначенный для измерения продольной силы трения. Основные параметры эксперимента приведены ниже.

Энергия ионов водорода	850 кэВ.
Стабильность энергии инжектора ионов H^- , $\Delta \mathcal{E}_p / \mathcal{E}_p$	$\leq 5 \cdot 10^{-5}$.
Ток ионов водорода	~ 1 нА.
Угловая расходимость и радиус пучка ионов на участке охлаждения	≤ 0.7 мрад $\times 0.5$ мм.
Энергия электронов	470 эВ.
Ток электронного пучка	до 15 мА.
Радиус электронного пучка	1 мм.
Магнитное поле соленоида, B	1–4 кГс.
Магнитное поле дополнительного соленоида	от –2 до +2 кГс.
Непараллельность магнитного поля по длине соленоида, B_\perp / B	$\leq 5 \cdot 10^{-5}$.
Длина соленоида	2.88 м.
Длина участка охлаждения, l_c	2.4 м.

Проведение эксперимента с пучками низкой энергии позволяет достичь очень малых как поперечных, так и продольных относительных скоростей охлаждаемых частиц. Так, разница поперечных скоростей ионов и электронов, обусловленная искажениями магнитного поля $v_{\perp B} = v_0 B_\perp / B$, составляет около $5 \cdot 10^4$ см/с, что на порядок меньше характерного разброса скоростей электронов: $v_{\parallel e} = \sqrt{2e^2 n^{1/3} / m} \approx 5 \cdot 10^5$ см/с. Большая величина силы трения позволяет при относительно низкой энергии ионов использовать однопролетную схему измерений.

3.2. Измерение продольной температуры электронов

Схема измерения продольной температуры [10, 12] показана на рис. 7. Способ измерений основан на анализе энергетического разброса в тонком пучке электронов, вырезанном из основного при помощи малого отверстия ($\varnothing 0.02$ мм). Анализ осуществляется тормозящим электрическим полем анализирующей диафрагмы. Изменяя потенциал анализирующей диафрагмы 3 относительно потенциала катода и одновременно измеряя ток коллектора 4, можно получить интегральную функцию распределения электронов по энергии. На рис. 8 приведена функция распределения электронов по энергии для двух значений тока электронного пучка. Она получена дифференцированием интегральной функции распределения. В предположении максвелловского распределения вычисляется среднеквадратичный разброс энергии электронов δW , связанный с продольной температурой электронов T_{\parallel} при помощи соотношения, обратного (2.4):

$$\delta W = (2T_{\parallel}W)^{1/2}. \quad (3.1)$$

Одновременно определяется величина ΔU — смещение центра тяжести функции распределения электронов относительно потенциала катода.

Основным результатом экспериментов является существенная зависимость продольной температуры пучка после прохождения дрейфового промежутка от значений электронного тока и магнитного поля в установке. На рис. 9 приведена зависимость разброса энергий электронов в конце участка охлаждения δW от тока электронов I_e и значения магнитного поля B на участке охлаждения. Экспериментальные кривые имеют характерный вид: в области малых токов существует плато, протяженность которого зависит от величины магнитного поля, а при достаточно больших токах кривая выходит на асимптотику $I_e^{1/2}$. Наличие плато на экспериментальных кривых указывает на сильное влияние продольного магнитного поля, подавляющего процесс поперечно-продольной температурной релаксации. Протяженность плато возрастает с ростом поля. Эти результаты были впервые получены в работе [12] и являются их дальнейшим развитием.

Экспериментальные данные по изучению поперечно-продольной релаксации можно объединить эмпирической формулой [9]

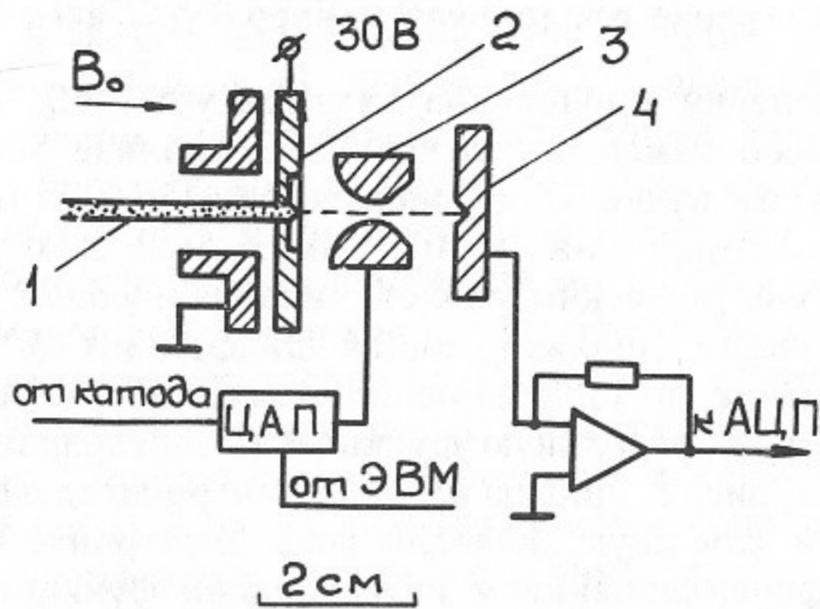


Рис. 7. Схема измерения продольной температуры электронов: 1—электронный пучок; 2—вырезающая диафрагма; 3—анализирующая диафрагма; 4—коллектор.

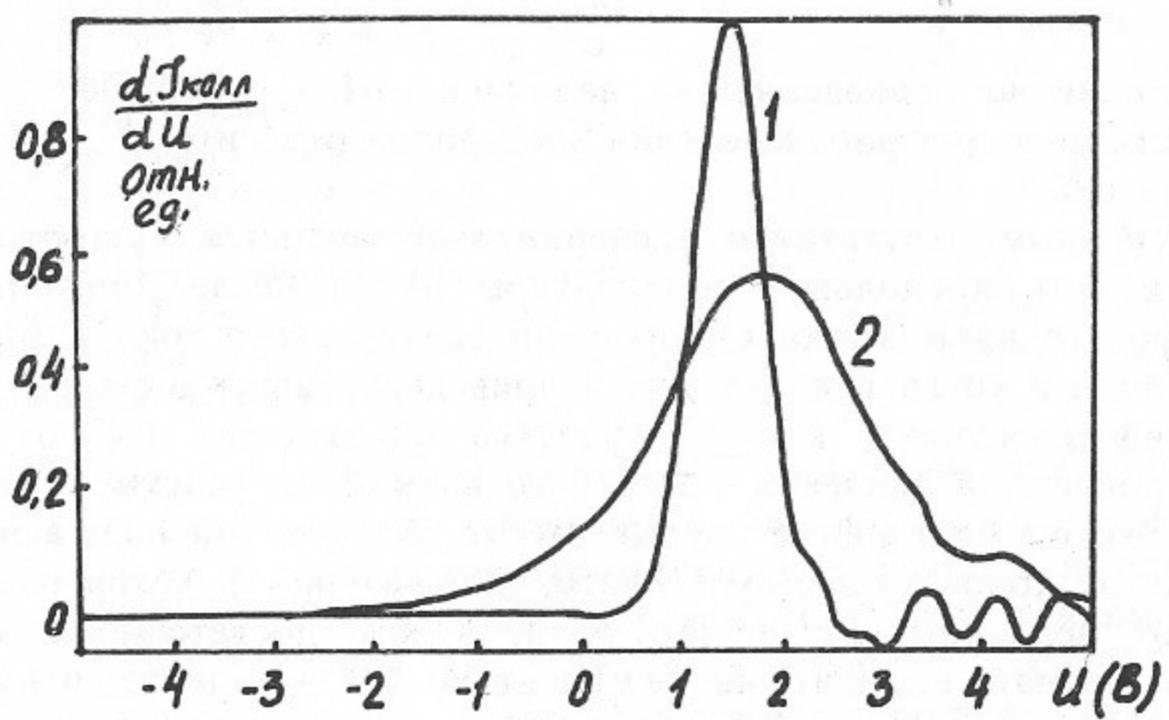


Рис. 8. Зависимость $dI_{\text{колл}}/dU$ от потенциала анализирующей диафрагмы для различных значений тока электронного пучка. Магнитное поле $B=3$ кГс, энергия электронов $W=470$ эВ, ток электронов: 1—1.54 мА, 2—5.1 мА.

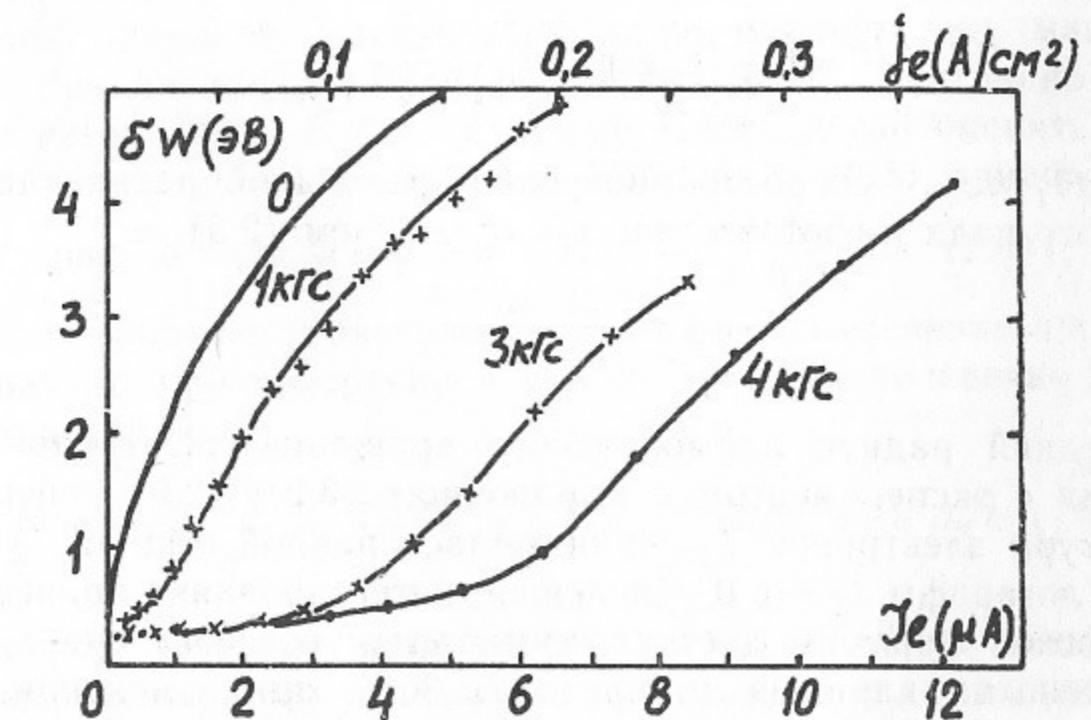


Рис. 9. Зависимость энергетического разброса электронов в конце участка охлаждения от тока электронного пучка и магнитного поля. Энергия электронов 470 эВ. 0—расчет для магнитного поля $B=0$, в соответствии с выражением (2.5).

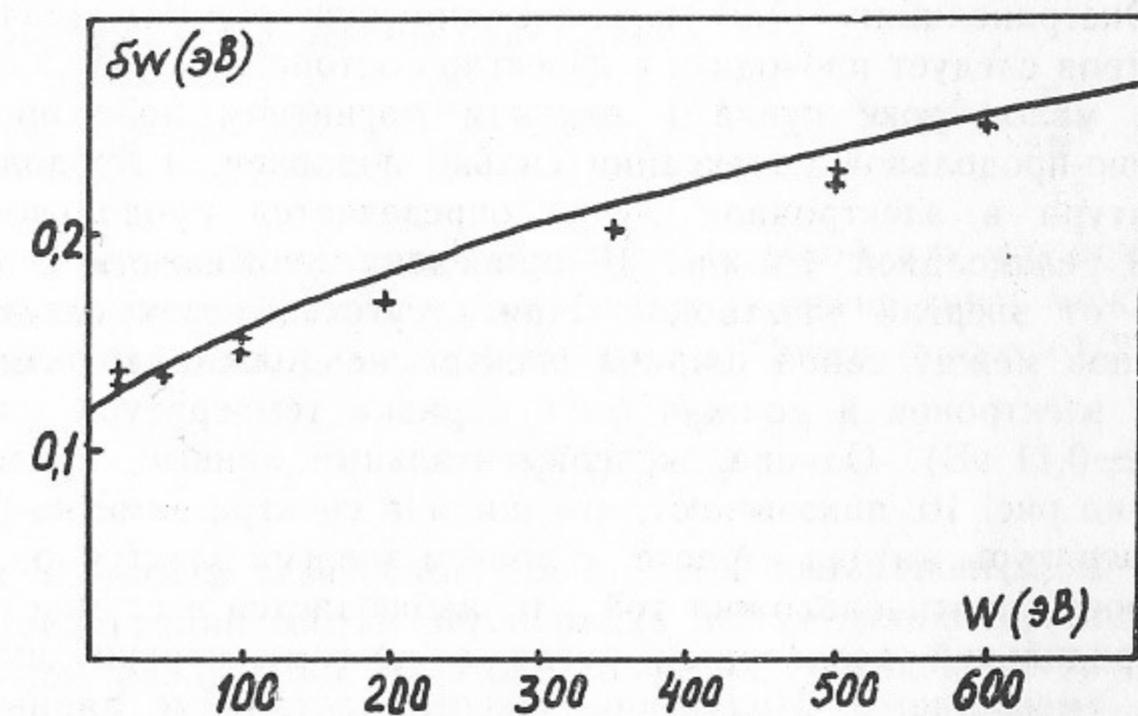


Рис. 10. Зависимость энергетического разброса электронов δW в конце участка дрейфа длиной 40 см от энергии электронного пучка W для малого тока электронного пучка ($I_e=30$ мкА). Магнитное поле 1.3 кГс. Сплошная кривая—расчет по формуле (2.8).

$$\frac{dT_{\parallel}}{dz} = \left(\frac{dT_{\parallel}}{dz} \right)_0 \exp \left[- \frac{2.8e^2}{\rho_{\perp}(e^2 n_e^{1/3} + T_{\parallel})} \right]. \quad (3.2)$$

Здесь $(dT_{\parallel}/dz)_0$ — скорость поперечно-продольной релаксации без магнитного поля в соответствии с выражением (2.5), а

$$\rho_{\perp} = \frac{(2T_{\perp}mc^2)^{1/2}}{eB} \quad (3.3)$$

есть средний радиус ларморовского вращения электронов. При сравнении с экспериментом в выражениях (3.2), (2.5) поперечная температура электронов T_{\perp} принималась равной 0.11 эВ, а кулоновский логарифм $L_c = 6.0$. Численное интегрирование приведенной эмпирической формулы дает удовлетворительное согласие с экспериментальными данными (в пределах 30%, при изменении параметров в диапазоне: $B = 1 \div 3$ кГс, $I_e = 0.1 \div 10$ мА, $W = 100 \div 600$ эВ). При численном интегрировании из-за экспоненциального характера выражения (3.2) существенное значение имеет правильное задание температуры T_{\parallel} в начале участка охлаждения, которая в основном определяется продольно-продольной релаксацией. Экстраполяцию (3.2) в более широкую область значений параметров следует проводить с известной осторожностью.

При малом токе пучка и сильном магнитном поле процесс поперечно-продольной релаксации сильно подавлен, и продольная температура в электронном пучке определяется продольно-продольной релаксацией. На рис. 10 приведена зависимость ширины спектра от энергии электронов. При отсутствии взаимодействия электронов между собой ширина спектра не должна зависеть от энергии электронов и должна быть порядка температуры катода (1200К ≈ 0.11 эВ). Однако экспериментальные данные, представленные на рис. 10, показывают, что ширина спектра заметно больше температуры катода и растет с ростом энергии электронов. Эта зависимость противоположна той, что наблюдается в случае поперечно-продольной релаксации, когда с ростом энергии ширина спектра уменьшается. Полученные экспериментальные данные по продольно-продольной релаксации хорошо описываются выражениями (2.8) и (3.1) при $C=2$: $\delta W = \sqrt{2T_{\parallel}W} \approx \sqrt{T_c^2 + 4We^2n^{1/3}}$.

Заметим, что при ускорении пучка в электронной пушке основной вклад в увеличение продольной температуры дает продоль-

но-продольная релаксация. Вклад поперечно-продольной релаксации, как правило, незначителен даже в отсутствие магнитного поля и продольная температура на выходе из электронной пушки определяется (2.8). В случае пушки Пирса легко оценить относительный вклад обоих слагаемых. Добавив в (2.5) адиабатическое охлаждение за счет ускорения $dT_{\parallel} = -T_{\parallel} \frac{dW}{W}$ (см. (2.4)), получим дифференциальное уравнение, описывающее изменение продольной температуры при ускорении в пушке с учетом поперечно-продольной релаксации:

$$\frac{dT_{\parallel}}{dz} = -\frac{T_{\parallel}}{W} \frac{dW}{dz} + \frac{\pi e^3 j L_c k}{W} \sqrt{\frac{m}{T_{\perp}}}, \quad \frac{d}{dz}(T_{\parallel}W) = \pi e^3 j L_c k \sqrt{\frac{m}{T_{\perp}}}. \quad (3.4)$$

Интегрируя (3.4) от поверхности катода $z=0$ до анода $z=a$, получим температуру на выходе из пушки включающую вклад поперечно-продольной релаксации:

$$T_{\parallel}^{(1)} = \frac{T_c^2}{2W} + \frac{\pi e^3 j k L_c a}{W} \sqrt{\frac{m}{T_{\perp}}}, \quad T_{\perp} \approx T_c. \quad (3.5)$$

Вклад продольно-продольной релаксации $T_{\parallel}^{(2)}$ определяется выражением (2.8). Отношение будет равно

$$\frac{T_{\parallel}^{(1)}}{T_{\parallel}^{(2)}} \approx \frac{\pi L_c k}{\sqrt{18\pi}} \sqrt{\frac{e^2 n^{1/3}}{T_{\perp}}} \approx 2.7 \sqrt{\frac{e^2 n^{1/3}}{T_c}}, \quad T_{\parallel}^{(1)}, T_{\parallel}^{(2)} \gg \frac{T_c^2}{2W}. \quad (3.6)$$

Здесь энергия W принята достаточно высокой, так что можно пре-небречь вкладом температуры катода, и учтена связь между плотностью тока и напряжением для пушки Пирса (закон «3/2»):

$$j = \frac{1}{9\pi} \sqrt{\frac{2}{m}} \frac{W^{3/2}}{ea^2}. \quad (3.7)$$

При плотности электронов $n \approx 10^9$ см⁻³ вклад поперечно-продольной релаксации составляет порядка 0.1 от вклада продольно-продольной релаксации. В этой оценке не учитывалось подавление поперечно-продольной релаксации сильным магнитным полем, поэтому в реальной экспериментальной ситуации ее вклад будет еще существенно меньше.

Изменение тока пучка и накала электронной пушки приводит к смещению положения центра тяжести функции распределения ΔU , что объясняется действием следующих эффектов. Первое — это

зависимость минимума потенциала вблизи катода от отношения тока пучка к току насыщения катода. Изменение тока пучка или эмитирующей способности катода (регулировкой тока накала) приводит в соответствии с (2.3) к смещению центра тяжести спектра. Второе — уменьшение потенциала эмитирующей поверхности с ростом тока электронов, связанное с сопротивлением оксидного слоя катода, которое составляет в наших условиях 20—70 Ом и сильно зависит от температуры катода [26]. При этом сопротивлением подходящего к катоду проводника, порядка 1 Ом можно пренебречь. Третье — контактная разность потенциалов U , зависящая от температуры.

На рис. 11 приведена зависимость положения центра тяжести спектра от тока пучка при работе пушки в «режиме 3/2». Непре-

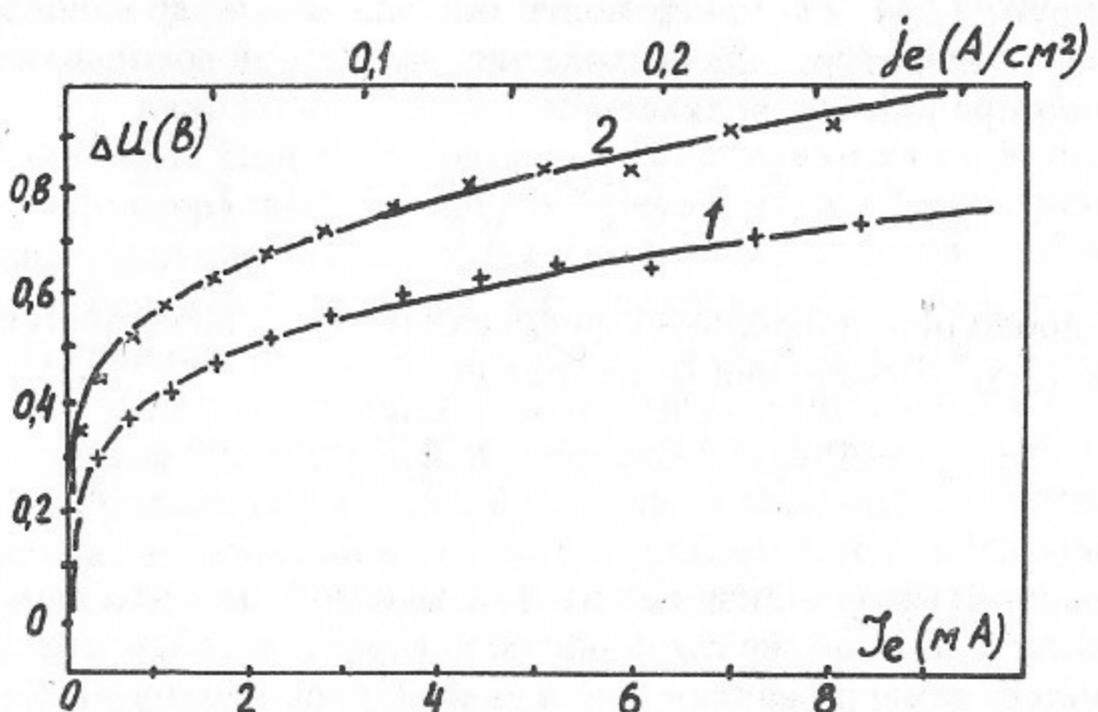


Рис. 11. Зависимость смещения центра тяжести функции распределения ΔU от тока электронного пучка для различных значений тока накала электронной пушки: 1 — 350 мА, 2 — 300 мА. Кривые проведены методом наименьших квадратов при помощи выражения (3.8).

Ток накала	$U_0(B)$	$R(\Omega)$	$T_c(\text{эВ})$
1 0.35	0.416	13.3	0.104
2 0.3 А	0.564	23.2	0.096

рывная кривая соответствует подгонке методом наименьших квадратов к выражению

$$\Delta U = U_0 + RI_e + \frac{T_c}{e} \ln I_e. \quad (3.8)$$

Значения подгоночных параметров U_0 , R , T_c приведены в подписи к рисунку.

Рассмотренный метод измерения продольной температуры достаточно прост, обеспечивает высокую точность измерений и позволяет определить различные характеристики электронного пучка и электронной пушки. В работе [18] при помощи этого метода проводились исследования оптических свойств электронной пушки. Идея эксперимента основана на том, что возбуждение поперечных скоростей электронов в пушке при постоянной полной энергии приводит к смещению центра тяжести функции распределения, величина которого зависит от радиального положения эмитирующей точки. В настоящее время этот метод, по-видимому, является наиболее точным методом измерения оптических свойств электронной пушки в сильном магнитном поле.

3.3. Измерение продольной силы трения

Величина продольной силы трения определяется при помощи электростатического спектрометра по изменению энергии ионов после прохождения участка охлаждения. Для этого при фиксированном значении энергии инжектора ионов измерялась зависимость энергии ионов, выходящих из соленоида, от энергии электронов. При совпадении скоростей ионного и электронного пучков сила трения равна нулю и энергия ионов не изменяется. При отклонении энергии электронов от равновесной возникает сила трения, которая приводит к изменению энергии ионов. Величина изменения энергии δE_i пропорциональна величине силы трения F_{\parallel} и длине участка охлаждения ($\delta E_i = F_{\parallel} \cdot l_c$). Относительная величина изменения энергии ионов мала ($\delta E_i/E_i \leq 5 \cdot 10^{-5}$) и сравнима со стабильностью ускоряющего напряжения инжектора ионов. Для выделения полезного сигнала на фоне шумов ускоряющего напряжения проводились многократные измерения, результаты которых суммировались. Длительность одного измерения составляла 0.2 с, полное число измерений в цикле равно 1000. На рис. 12 приведен пример полученной таким образом зависимости изменения энергии ионов H^- и H^+ от энергии электронного пучка при магнитном поле 4 кГс и токе 3 мА. Видно, что величина силы трения для отрицательных ионов примерно в 2.5 раза больше, чем для положительных ионов.

Зависимость изменения энергии ионов от энергии электронов как для положительного, так и для отрицательного заряда частиц

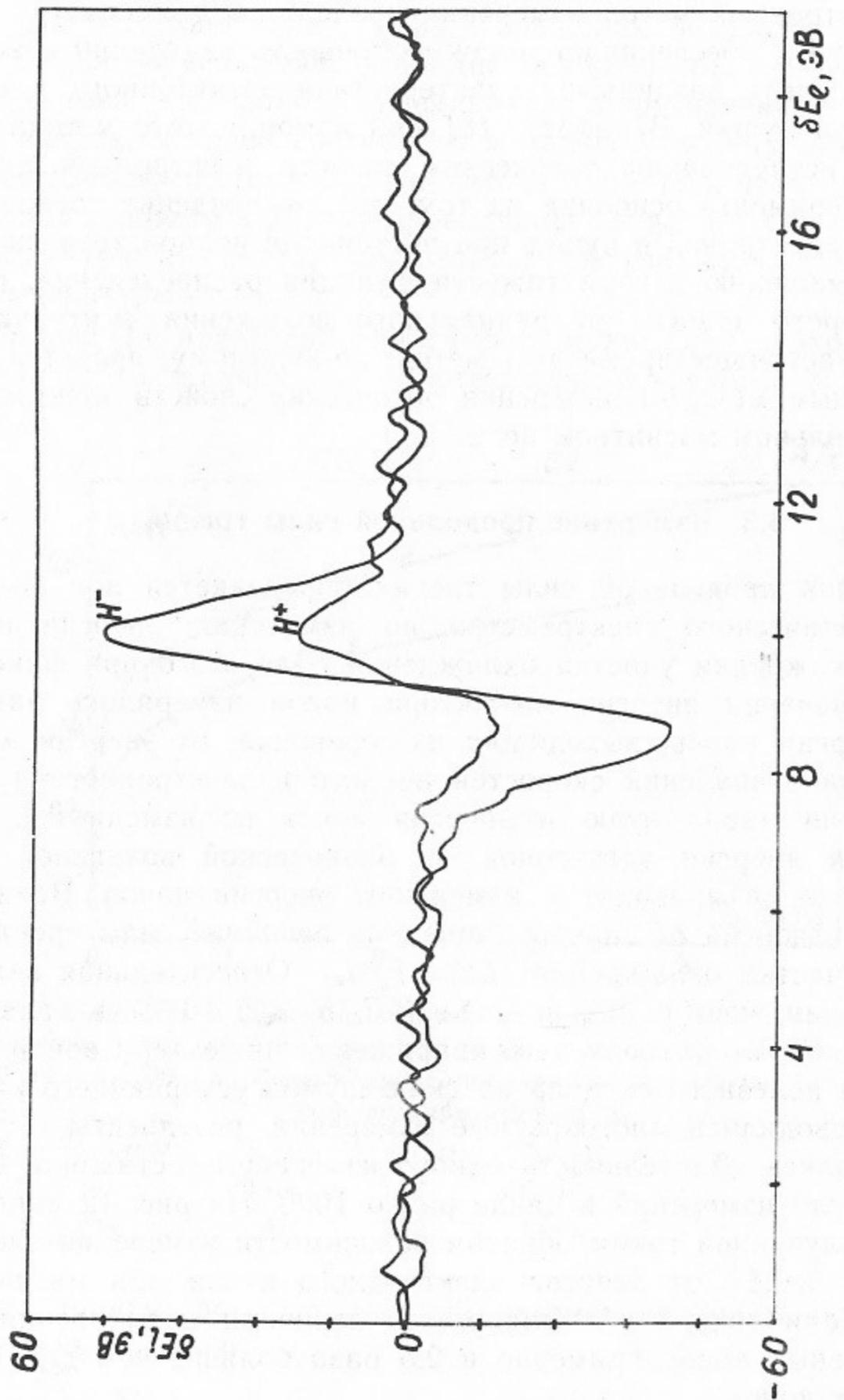


Рис. 12. Зависимость изменения энергии ионов разного знака от энергии электронов, $B = 4$ кГс, $I_e = 3$ мА.

хорошо согласуется со следующей полуэмпирической формулой (см. (2.16)):

$$\delta e_i(\delta e_e) = \delta e_{i \max} \frac{25 \sqrt{5} \Delta E_0^4 \delta e_e}{16 (\Delta E_0^2 + \delta e_e^2)^{5/2}}, \quad \delta e_{i \max} = F_{\max} l_c, \quad (3.9)$$

при помощи которой методом наименьших квадратов по измеренной зависимости $\delta e_i(\delta e_e)$ определялась максимальная величина силы трения F_{\max} ($\delta e_{i \max}$) и характерная энергетическая ширина ΔE_0 .

На рис. 13 приведена зависимость максимальной продольной силы трения от тока электронного пучка для ионов разного знака (p , H^-) и магнитного поля, равного 3 кГс. При увеличении тока сила трения увеличивается и достигает максимума при токе порядка 4–5 мА. При дальнейшем увеличении тока сила трения начинает уменьшаться. Уменьшение силы трения с ростом тока электронного пучка объясняется действием нескольких факторов, относительный вклад которых трудно определить. Первое — нарастание продольной температуры электронов по длине пучка, обусловленное внутренними столкновениями в электронном потоке. Второе — отсутствие полной компенсации пространственного заряда электронного пучка, что приводит к дефокусировке (фокусировке для H^+) пучка ионов радиальным электрическим полем и увеличению их поперечных скоростей на участке охлаждения, а также возбуждение поперечных скоростей ионов на участке ввода в результате действия на ионный пучок поля некомпенсированного электронного пучка в электронной пушке. Третье — влияние на силу трения градиента скорости электронов по радиусу, связанной с действием пространственного заряда пучка. В области малых токов эти факторы несущественны, и зависимость максимальной силы трения F_{\max} от плотности хорошо согласуется с выражением

$$F_{\max} = C_F e^2 n^{2/3} \quad (3.10)$$

(см. (2.44), (2.45)).

Измерения силы трения были проведены для магнитных полей от 1 до 4 кГс. На рис. 14 приведена зависимость отношения $F_{\max}/e^2 n^{1/3} = C_F$ от величины магнитного поля на участке охлаждения. Это отношение вычисляется в диапазоне малых токов электронного пучка, где зависимость максимальной силы трения от тока хорошо согласуется с выражением (3.10). На этом же рисунке показан ток электронного пучка $I_{\text{опт}}$, при котором сила трения

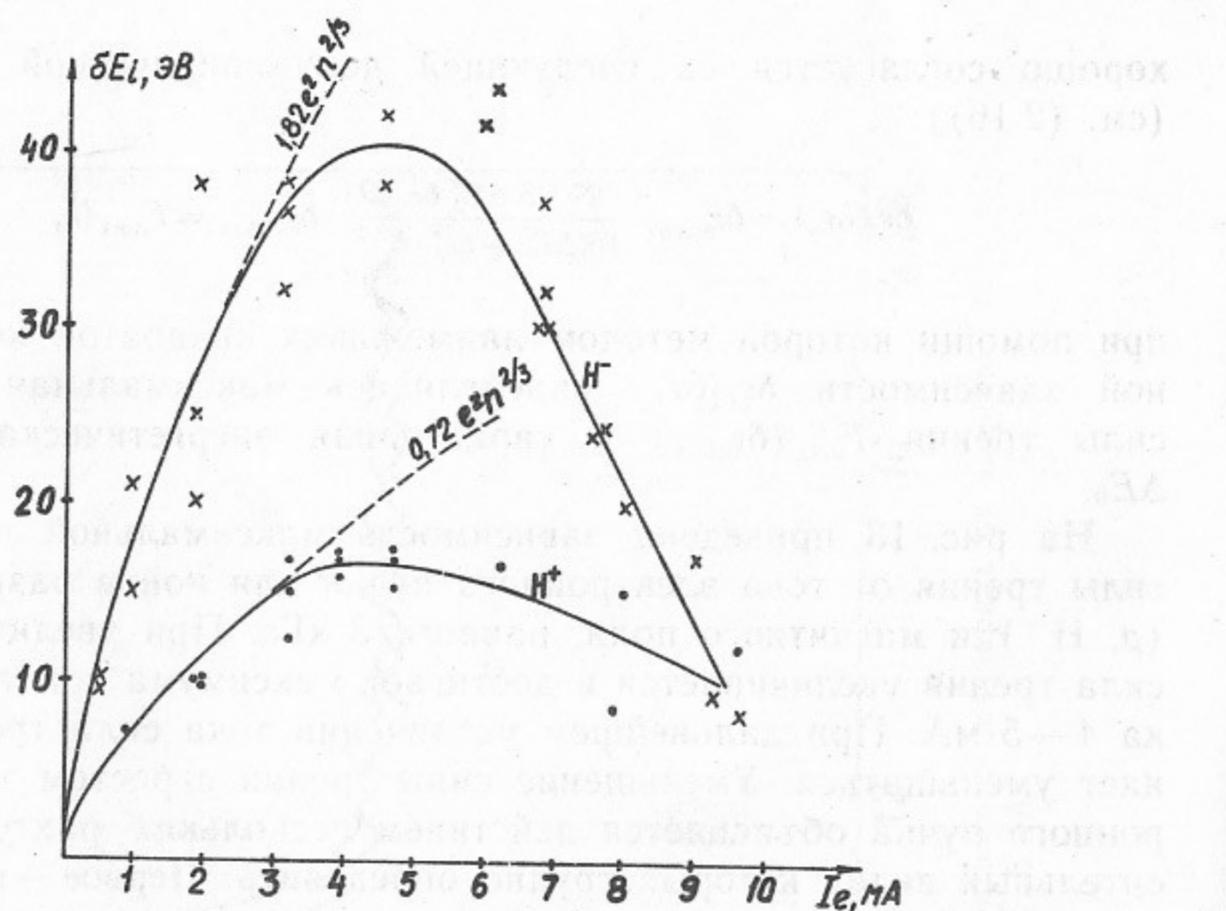


Рис. 13. Зависимость максимального изменения энергии ионов от тока электронов, $B=3$ кГс, $\times - H^-$, $\cdot - H^+$, длина участка охлаждения $l_c=2.4$ м. Пунктирные кривые построены при помощи следующих выражений: $F_{\max}^- = 1.82e^2n^{2/3}$, $F_{\max}^+ = 0.72e^2n^{2/3}$.

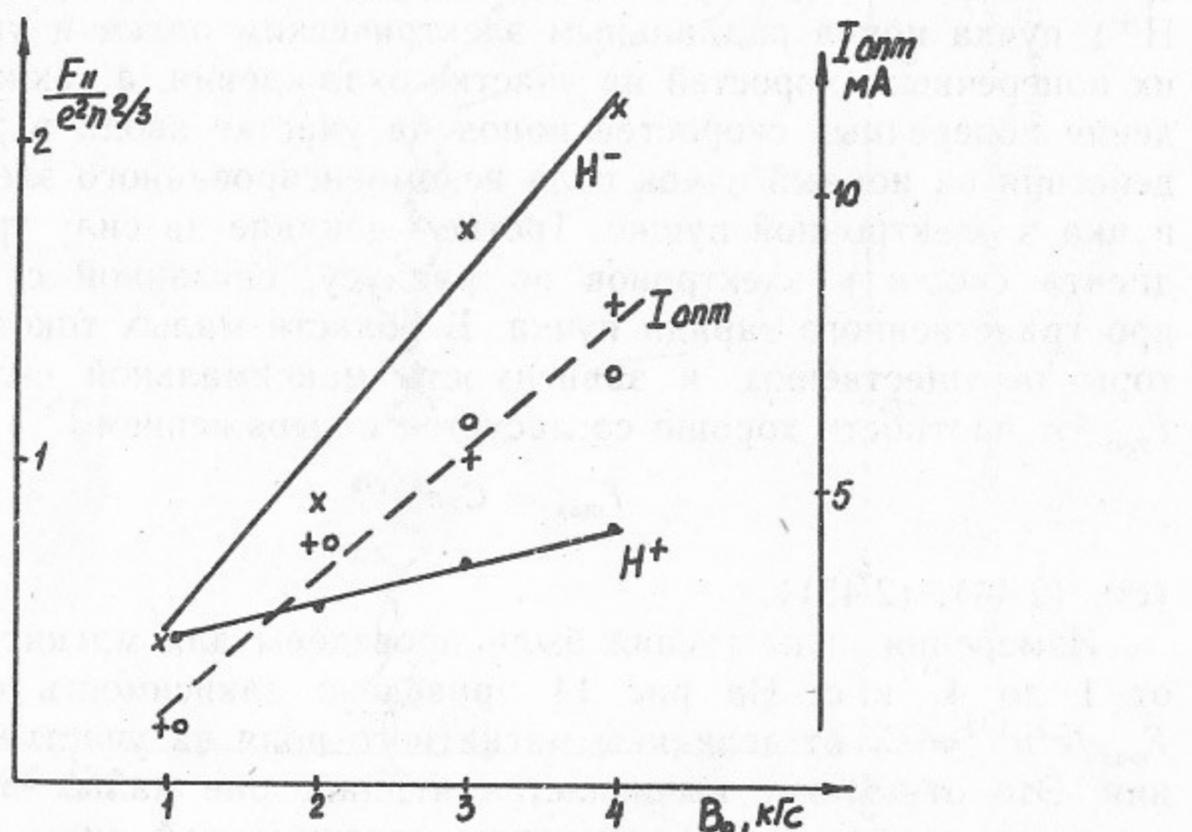


Рис. 14. Зависимость от магнитного поля отношения $F_{\max}/e^2n^{2/3}$ для малых токов электронного пучка ($\times - H^-$, $\cdot - H^+$), и тока электронного пучка $I_{\text{опт}}$, при котором продольная сила трения F_{\max} достигает максимума (+, O).

достигает максимума (при изменении тока электронного пучка и фиксированном магнитном поле).

При поле 1 кГс, по данным рис. 14, значения силы трения для положительно и отрицательно заряженных частиц равны, и при увеличении магнитного поля сила трения для H^- сильно возрастает, тогда как для H^+ она остается почти постоянной. Слабая зависимость от магнитного поля силы трения для положительных ионов означает уже достаточно сильную замагниченность столкновений и, по-видимому, связана только с некоторым улучшением качества электронного и ионного пучков. В то же время сила трения для отрицательно заряженных частиц существенно возрастает с полем, и различие значений силы трения для H^+ и H^- при больших магнитных полях велико.

Другой важной характеристикой силы трения является характерная ширина ΔE_0 ее энергетической зависимости. При малой угловой расходности ионного пучка и достаточно низкой продольной температуре электронов ($T_{||} \leq 2e^2n^{1/3}$) эта ширина определяется плотностью электронов (см. (2.43)). Увеличение продольной температуры за счет поперечно-продольной релаксации приводит и к увеличению ΔE_0 . На рис. 15 показана зависимость ΔE_0 от тока электронного пучка для различных значений магнитного поля. В области большой напряженности поля и малых токов электронного пучка, когда можно прећебречь поперечно-продольной релаксацией, зависимость $\Delta E_0(I_e)$ хорошо согласуется с выражением

$$\Delta E_0 = \sqrt{32We^2n^{1/3}}. \quad (3.11)$$

Отсюда следует, что сила трения достигает максимума F_{\max} при отклонении продольной скорости иона на величину, равную

$$v_F = 2\sqrt{\frac{e^2n^{1/3}}{m}} = \sqrt{2} v_c \quad (3.12)$$

(сравни с (2.43)), что заметно превышает разброс тепловых скоростей электронов.

С ростом тока электронов характерная энергетическая ширина растет тем сильнее, чем меньше магнитное поле. Это обусловлено усилением передачи поперечного движения электронов в продольное, т. е. ростом продольной температуры, которая определяет характерную энергетическую ширину. Из сравнения рис. 9 и 15 видно, что отклонения в поведении ΔE_0 от формулы (3.11) появляются при токе электронного пучка, определяемом равенством

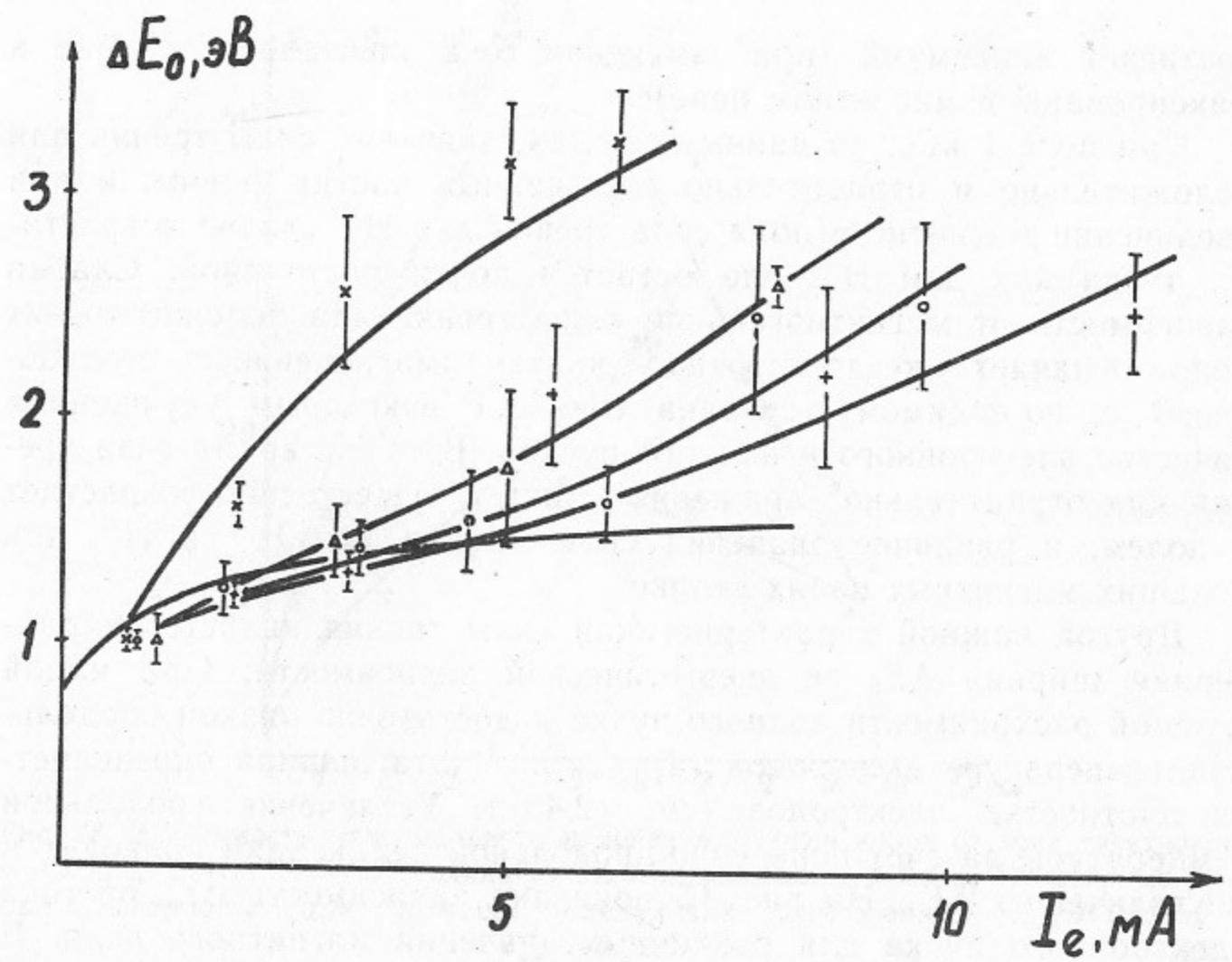


Рис. 15. Зависимость энергетической ширины ΔE_0 силы трения от тока электронов для различных магнитных полей: 4 (+), 3 (○), 2 (Δ) и 1 кГс (×); значения ΔE_0 для положительных и отрицательных ионов совпадают с точностью до измерений. Пунктирная кривая построена при помощи выражения $\Delta E_0 = \sqrt{32 W e^2 n^{1/3}}$.

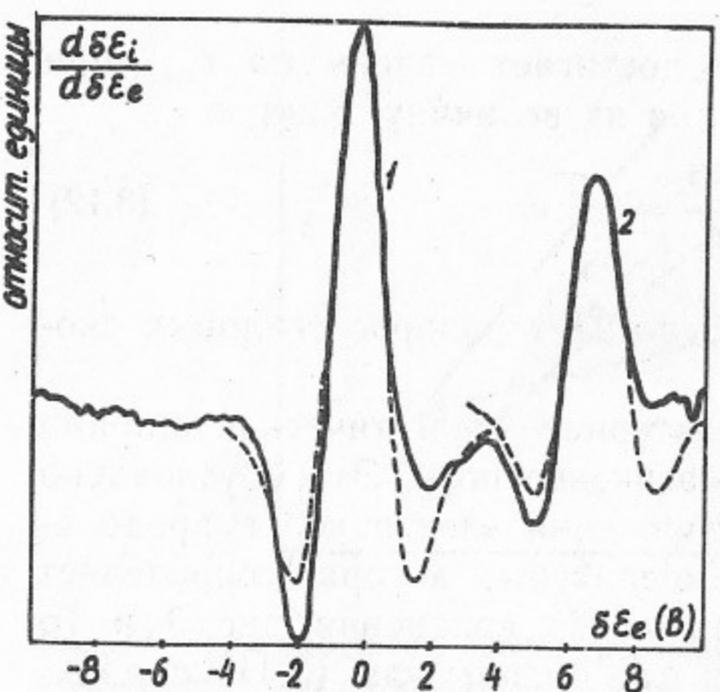


Рис. 16. Относительный вклад в полную величину силы трения участков электронного пучка, находящихся в начале (длина 140 см) и в конце участка охлаждения (длина 70 см). Полная длина участка охлаждения 140 см + 70 см = 210 см.

характерной энергетической ширины ΔE_0 и энергетического разброса электронов в конце участка охлаждения. Так, при $B=3$ кГс энергетический разброс электронов начинает увеличиваться при $I_e \approx 3$ мА, а изменения в поведении ΔE_0 и максимальной силы трения F_{\max} начинаются при $I_e \approx 5$ мА, когда энергетический разброс электронов сравнивается с характерной энергетической шириной. Более отчетливо это демонстрирует рис. 16, где приведены результаты силы трения, создаваемой двумя различными областями участка охлаждения — «входной» ($0 \leq Z \leq 140$ см) и выходной ($140 \text{ см} \leq Z \leq 210$ см). Для того, чтобы разделить вклад в силу трения от каждой из областей, в одной из них включается отсос ионов, компенсирующих электронный пучок. В результате, потенциал этой области, а с ним и средняя скорость электронов, уменьшаются, так что сила трения от этой некомпенсированной области наблюдается при более высоких напряжениях на катоде электронной пушки. Для исключения систематических ошибок ионная компенсация снималась вначале с одной, затем с другой части электронного пучка. Измерения проводились при помощи синхронного детектирования сигнала пропорционального изменению энергии ионов. Этот сигнал возбуждался при помощи подачи переменного напряжения на катод электронной пушки (270 Гц, 0.5 В — амплитуда). Результатом таких измерений является производная продольной силы трения по энергии электронного пучка, приведенная на рис. 16. Пунктирная кривая — подгонка методом наименьших квадратов к производной от (3.9). Независимая обработка пиков дает следующие величины:

Z (см)	$\Delta \varepsilon_i$ (эВ)	ΔE_0 (эВ)	F_{\max} (эВ/м)
1 0—140	22.9	1.25	16.3 ± 2
2 140—210	13.2	1.26	18.8 ± 2

Ток электронного пучка 3.2 мА, магнитное поле 3 кГс, охлаждаются ионы H^- .

В качестве примера проведем сравнение полученных результатов по измерению продольной силы трения с результатами, полученными на НАП-М. Максимальная величина продольной силы трения, полученная на НАП-М, была порядка 0.5 эВ/м при плотности электронов $n_e = 2 \cdot 10^8$ см⁻³. Эта сила достигалась при разнице продольных скоростей пучков порядка $8 \cdot 10^5$ см/с. Используя график, приведенный на рис. 14, и выражения (3.9), (3.12), получим: $F_{\max} \approx 0.45 e^2 n^{2/3} = 2.36$ эВ/м, $v_F = 2\sqrt{e^2 n^{1/3}/m} = 3.9 \cdot 10^5$ см/с, и сила трения при разнице скоростей $v_p = 8 \cdot 10^5$ см/с равна

$$F_{\parallel}(v_p) = \frac{25\sqrt{5}}{16} F_{\max} \frac{(2v_F)^4 v_p}{((2v_F)^2 + v_p^2)^{5/2}} = 1.4 \text{ эВ/м.}$$

Втрое меньшее значение величины продольной силы трения, полученное на НАП-М, обусловлено непараллельностью силовых линий магнитного поля вдоль участка охлаждения: $\Delta B_{\perp}/B \approx 2 \cdot 10^{-4}$. Это приводит к дополнительной разнице поперечных скоростей пучков $\Delta v_{\perp} \approx 2 \cdot 10^6 \text{ см/с}$ и, соответственно, к уменьшению силы трения в диапазоне малых скоростей. Для установки «Модель соленоида» относительные поперечные скорости ионов меньше 10^6 см/с . Проведенные измерения зависимости продольной силы трения от разности поперечных скоростей показали, что сила трения начинает уменьшаться при $v_{\perp} > 10^6 \text{ см/с}$.

3.4. Установившиеся значения разброса скоростей в пучках

Эксперименты по измерению установившихся значений разброса скоростей производились на установке НАП-М [20]. Поперечные разбросы ($\Delta p_{\perp}/p$) определялись с помощью измерения поперечного размера охлажденного пучка. Для этого протонный пучок пересекался тонкой кварцевой нитью и регистрировался ток $I(t)$

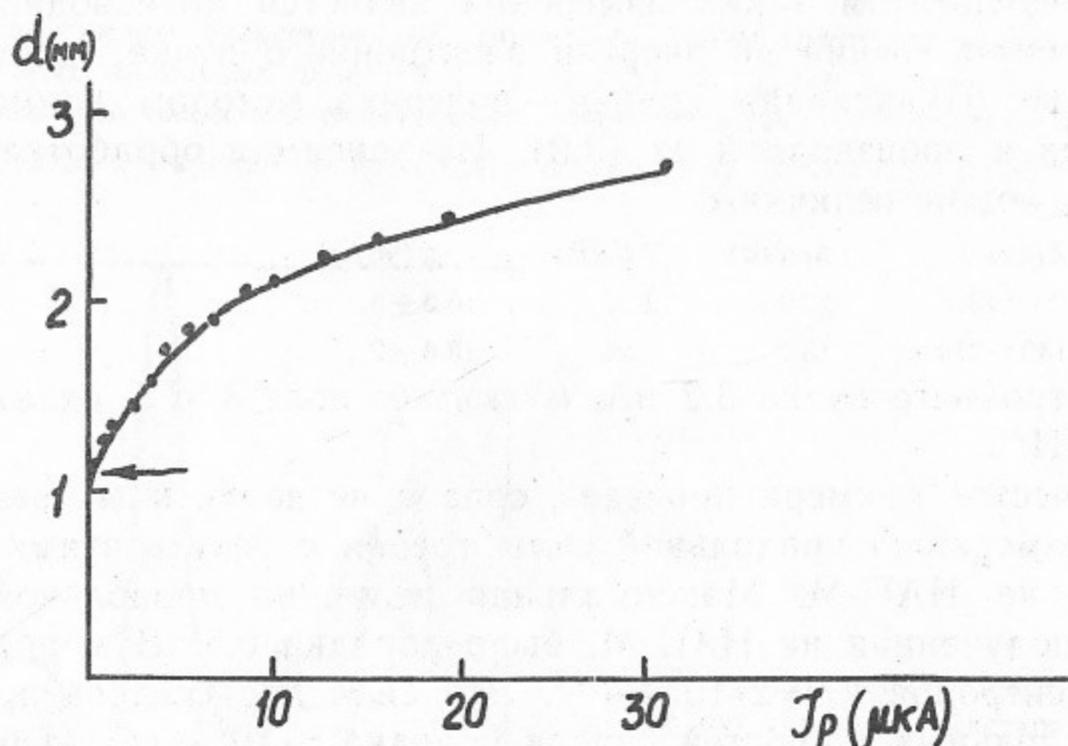


Рис. 17. Зависимость диаметра протонного пучка от его тока при энергии 1.5 МэВ. Ток электронного пучка 1 мА. Эксперименты на НАП-М. Стрелкой показано расчетное значение диаметра при $I_p \rightarrow 0$ при помощи выражения (2.55), ($T_{\perp}^+ \approx 330e^2 n^{1/3} \approx 10^{-2} \text{ эВ}$).

эмиссии вторичных электронов из нити. При энергии пучка 65 МэВ диаметр охлажденного пучка составлял 0.2 мм и слабо увеличивался при возрастании протонного тока до 40 мкА. Полное значение диаметра отвечает угловому разбросу пучка $\theta_{\perp} = \Delta p_{\perp}/p \approx 1.2 \cdot 10^{-5}$ (β -функция в НАП-М равна 7 м), а поперечная скорость в сопутствующей системе координат составляет $v_{\perp} \approx 1.3 \cdot 10^5 \text{ см/с}$. При энергии пучка 1.5 МэВ наблюдалось сильное увеличение диаметра пучка от 1 мм при малом токе протонов до 2.7 мм при токе 30 мкА, как показано на рис. 17. Установившиеся значение поперечной скорости при $I \rightarrow 0$ составляло $\theta_{\perp} \approx 7 \cdot 10^{-5}$, $v_{\perp} \approx 1.2 \cdot 10^5 \text{ см/с}$. Эффект возрастания поперечных размеров с ростом тока протонов связан, по-видимому, с влиянием машинных резонансов, так как сдвиг бетатронной частоты из-за поля собственного пространственного заряда становится сравнимым с расстоянием до ближайшего целого резонанса.

Установившиеся значения поперечных скоростей электронного пучка при малом токе неплохо соответствуют оценкам (2.55). Разброс продольных скоростей пучка измерялся по уровню тепловых шумов пучка, наводимых на пикап-электродах. Напряжение, наводимое в кольцевом пикап-электроде, пропорционально локальной плотности пучка:

$$\rho(\theta, t) = \sum_{a=1}^N \delta(\theta - \theta_a(t)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp(in\theta)/2\pi, \\ A_n = \sum_{a=1}^N \exp(-in\theta_a(t)), \quad (3.13)$$

где $\theta_a(t)$ — азимутальное положение a -частицы пучка, содержащего N частиц. С учетом взаимодействия частиц дисперсию амплитуд гармоник A_n или мощность шума пучка на частоте $n f_0$ можно записать в виде [21]

$$\langle |A_n|^2 \rangle = \frac{N \cdot N_{th}}{N + N_{th}} = \begin{cases} N, & N \ll N_{th}, \\ N_{th} = \frac{\pi R_0 (\Delta\omega)^2}{e^2 \omega_0 d\omega / dp Z_n} & N \gg N_{th}, \end{cases} \quad (3.14)$$

где R_0 — средний радиус накопителя, Z_n — импеданс камеры на n -той гармонике частоты обращения (для гладкой камеры $Z_n = \ln(a/r_b)/v_0\gamma$), $\Delta\omega$ — разброс частоты обращения. При малом

числе частиц $N \ll N_{th}$ мощность шумового сигнала $\langle |A_n|^2 \rangle$ пропорциональна числу частиц — так называемый дробовой шум пучка. В обратном предельном случае $N \gg N_{th}$ мощность шума не зависит от числа частиц, а пропорциональна температуре пучка. Такое уменьшение мощности шума связано с тем, что потенциальная энергия флюктуации плотности становится заметно больше, чем кинетическая энергия движения частицы, и начинает проявляться упорядоченность расположения частиц вдоль орбиты. При энергии накопителя выше критической $d\omega/dp < 0$ происходит самогруппировка частиц охлаждаемого пучка: $N_{th} < 0$ (эффект отрицательной массы). Но даже при $N_{th} > 0$ для достижения устойчивости пучка требуется применять особые меры по устранению взаимодействия с паразитными резонаторами.

Что же происходит с разбросом $\Delta p_{||}/p$ в условиях, когда $N_{th} > 0$ и выполнены условия устойчивости? На рис. 18 показаны

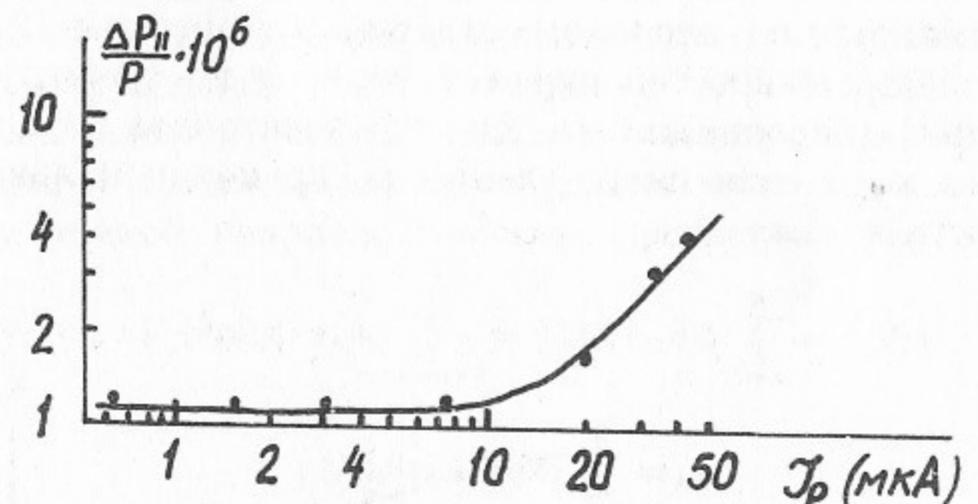


Рис. 18. Зависимость продольного разброса импульсов протонного пучка от его тока в накопителе НАП-М. Энергия протонов 65 МэВ, ток электронов 0.3 А.

результаты измерения $\Delta p_{||}/p$ при различном числе протона в пучке на установке НАП-М ($p_c = 355$ МэВ, $I_e = 0.3$ А, $\lambda_{\perp} = 10$ с⁻¹, $\lambda_{||} = 130$ с⁻¹). Видно, что вплоть до значения тока протонов 10 мкА величина разброса постоянна и равна $\Delta p_{||}/p \approx 10^{-6}$, а при дальнейшем увеличении числа частиц начинает расти. Величина $\Delta p_{||}/p \approx 10^{-6}$ хорошо согласуется с эффективной температурой в сопутствующей системе $T_{\text{эфф}} = 2e^2 n_e^{1/2} \approx 1$ К. Однако при описываемых значениях тока пучка должно было бы заметно сильнее проявляться внутрипучковое рассеяние протонов, приводящее к нагреву $\Delta p_{||}/p$. Слабое влияние внутрипучкового рассеяния при токе пучка $I < 10$ мкА может быть связано с подавлением этого рассея-

ния из-за упорядоченности расположение частиц в пучке. Собственно говоря, условие $N \gg N_{th}$ означает, что потенциальная энергия флюктуаций заметно превышает кинетическую энергию хаотического движения, что и приводит к появлению упорядоченности в пучке. Подавление внутрипучкового рассеяния является свидетельством того, что эта упорядоченность проявляется вплоть до микроравнения, вызывая заметную корреляцию в положении соседних частиц. Действительно, максимальная потенциальная энергия взаимного расталкивания двух протонов, колеблющихся с бетатронной амплитудой a , по порядку величины равна $2e^2/a$, что составляет в условиях этого эксперимента $2.9 \cdot 10^{-5}$ эВ. Кинетическая энергия продольного движения в сопутствующей системе $\Delta p_{||}^2/2M_s$ (где M_s — синхротронная масса, равная $0.08M_p$ для НАП-М) составляет $0.6 \cdot 10^{-5}$ эВ. Как видно, потенциальная энергия взаимного расталкивания заметно больше кинетической энергии теплового движения, что несомненно приведет к упорядоченности при малом числе частиц $N < 2\pi R_0/a = 0.5 \cdot 10^6$. При большем числе частиц N , когда продольное расстояние между частицами $\Delta_{||} = 2\pi R/N$ становится существенно меньше амплитуды поперечных колебаний a , процесс взаимодействия протонов становится более сложным [22, 25]. В экспериментах наблюдалось подавление внутреннего рассеяния до уровня протонного тока 10 мкА ($N = 2.8 \cdot 10^7$), что отвечает случаю, когда продольное расстояние $\Delta_{||} = 1.7 \cdot 10^{-4}$ см при $a = 10^{-2}$ см.

4. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ОХЛАЖДЕНИЯ

Для обычного термоэмиссионного катода температура электронов, эмитируемых с поверхности катода, определяется его температурой и составляет порядка 0.1 эВ. В последнее время появились сообщения о разработке фотокатодов, позволяющих получать электроны с предельно малыми температурами [23]. Ультрахолодные электронные пучки эмитируются под действием инфракрасного излучения (1 мкм) с поверхности кристалла ArGa, охлаждаемого до температуры жидкого азота. Для уменьшения работы выхода на поверхность кристалла наносится атомарный слой Cs + O₂. Такие фотокатоды имеют высокую квантовую эффективность (~1%). Предельно низкий энергетический разброс эмитируемых электронов полученный в экспериментах [23], составляет $\Delta E \leq 0.03$ эВ (300К). В этом разделе обсуждается возможность

сохранения таких низких температур при формировании и транспортировке электронного пучка, а также дополнительные возможности при использовании таких электронных пучков для электронного охлаждения.

4.1. Электронные пучки со сверхнизкой температурой электронов

Будем считать, что магнитное поле достаточно велико и можно пренебречь увеличением поперечной температуры при ускорении пучка в пушке (за счет неидеальности ее оптики), а также поперечно-продольной релаксацией на участке дрейфа. В этом случае увеличение продольной температуры будет происходить за счет продольно-продольной релаксации.

Для получения оценок величины продольной температуры необходимо найти зависимость потенциальной (корреляционной) энергии электронного газа от его температуры. В области высокой температуры $T \gg e^2 n^{1/3}$ выражение для корреляционной энергии хорошо известно [24]:

$$E_{\text{кор}} = -\frac{e^2}{2} \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{T}}, \quad T \gg e^2 n^{1/3}. \quad (4.1)$$

Здесь и ниже для упрощения считаем, что пространственный заряд электронного пучка компенсирован положительным зарядом ионов: ионы быстро движутся относительно электронов и поэтому плотность заряда ионов можно считать равномерной в области, занимаемой электронным пучком. При низкой температуре электронный пучок кристаллизуется, и корреляционная энергия равна

$$E_{\text{кор}} \simeq -Ce^2 n^{1/3} + \frac{T_{\parallel}}{2}, \quad T \ll e^2 n^{1/3}. \quad (4.2)$$

Коэффициент $1/2$ во втором слагаемом связан с замагниченностью поперечных степеней свободы, а константа C определяется типом решетки. Состояние с минимальной энергией достигается для объемно-центрированной решетки для которой $C \simeq 1.4$. Для других типов решеток значение C будет несколько меньше. Так, для плотнейшей гексагональной $C \simeq 1.38$. Для оценки выберем зависимость корреляционной энергии от температуры в следующем виде:

$$E_{\text{кор}} = -e^2(\pi n)^{1/3} \sqrt{\frac{e^2(\pi n)^{1/3}}{e^2(\pi n)^{1/3} + T_{\parallel}}}. \quad (4.3)$$

Асимптотики выражения (4.3) совпадают с (4.1) и (4.2). Полная внутренняя энергия термодинамически равновесного замагниченного электронного газа есть

$$E \simeq \frac{T_{\parallel}}{2} - e^2(\pi n)^{1/3} \sqrt{\frac{e^2(\pi n)^{1/3}}{T_{\parallel} + e^2(\pi n)^{1/3}}}. \quad (4.4)$$

Если ускорение проводится быстро по сравнению с периодом плазменных колебаний, то относительное расположение электронов не изменяется за время ускорения и сохраняется начальное состояние с хаотическим расположением электронов, для которого корреляционная энергия близка к нулю. Это связано с тем, что вблизи поверхности катода продольная температура электронов много больше, чем $e^2 n^{1/3}$, и отсутствуют корреляции в положении электронов (даже для упоминавшегося выше фотокатода). Приравнивая внутреннюю энергию электронов сразу после ускорения к внутренней энергии после установления термодинамического равновесия, получим уравнение, определяющее продольную температуру электронов:

$$\frac{T_c^2}{2W} = \frac{T_{\parallel}}{2} - e^2(\pi n)^{1/3} \sqrt{\frac{e^2(\pi n)^{1/3}}{T_{\parallel} + e^2(\pi n)^{1/3}}}. \quad (4.5)$$

В наиболее типичном случае ускорения электронов до высокой энергии W ($T_c^2/2W \ll e^2 n^{1/3}$) в левой части можно положить $T_c = 0$; тогда установившаяся продольная температура есть

$$T_{\parallel} \simeq 1.9e^2 n^{1/3}. \quad (4.6)$$

В случае достаточно медленного ускорения (см. (4.10) ниже) плазменные колебания успевают перемешать флуктуации плотности, и продольная температура может быть значительно меньше. Изменение внутренней энергии электронов при ускорении на величину dW есть:

$$dE = -T_{\parallel} \frac{dW}{2W} + \frac{1}{3} U \frac{dn}{n} = T_{\parallel} \frac{dn}{n} + \frac{1}{3} U \frac{dn}{n}, \quad (4.7)$$

где U — потенциальная энергия, отсчитываемая от энергии при нулевой температуре:

$$U(T_{\parallel}) = E_{\text{кор}}(T_{\parallel}) - E_{\text{кор}}(0). \quad (4.8)$$

Отсюда следует дифференциальное уравнение, описывающее изме-

нение температуры при ускорении:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{\partial U}{\partial T}\right) dT_{\parallel} = \left(T_{\parallel} + \frac{1}{3} U\right) \frac{dn}{n}. \quad (4.9)$$

На рис. 19 приведено решение этого уравнения в безразмерных переменных. При интегрировании кореляционная энергия была выбрана в виде (4.4). При $T_{\parallel} \gg e^2 n^{1/3}$ продольная температура

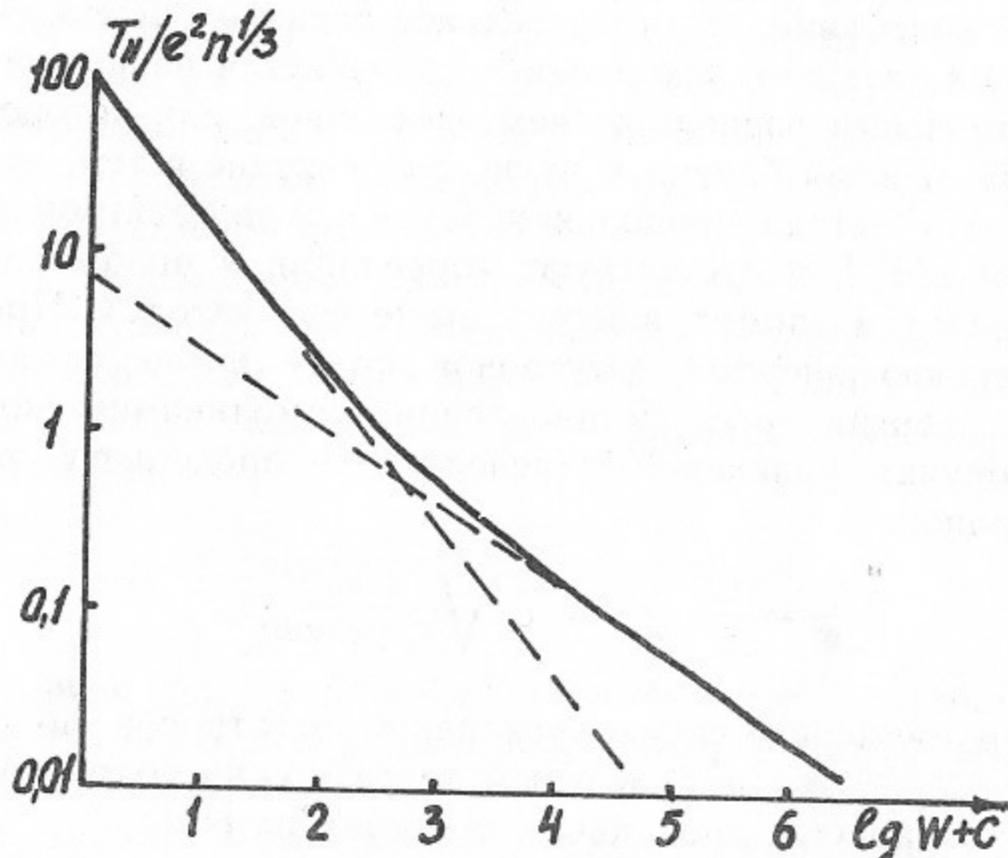


Рис. 19. Зависимость изменения продольной температуры электронного пучка при адиабатическом ускорении от изменения энергии электронов. С—постоянная интегрирования. Штриховой линией показаны асимптоты в области больших и малых значений температуры.

убывает достаточно быстро с ростом энергии электронов: $T_{\parallel} \propto 1/W$. Однако при уменьшении температуры производная $|dT_{\parallel}/dW|$ уменьшается и при $T_{\parallel} \ll e^2 n^{1/3}$ изменение температуры пропорционально $T_{\parallel} \propto 1/W^{7/12}$.

Критерий адиабатичности ускорения по отношению к плазменным колебаниям имеет следующий вид:

$$\lambda = \frac{1}{\omega_{pe} T_{\parallel}} \frac{dT_{\parallel}}{dt} \ll 1, \quad (4.10)$$

где ω_{pe} —плазменная частота электронов. При ускорении электронов в пушке, работающей в «режиме 3/2» (а тем более для пуш-

ки, работающей в режиме ограничения тока эмиссии), условие адиабатичности не выполняется. Действительно, в пренебрежении взаимодействием электронов получим

$$\lambda = \left| \frac{1}{\omega_{pe}} \frac{dT_{\parallel}}{T_{\parallel} dt} \right| = \left| \frac{v}{\omega_{pe} W} \frac{dW}{dz} \right|. \quad (4.11)$$

Подставляя сюда зависимость плазменной частоты электронов ω_{pe} , их скорости v и энергии от продольной координаты z , получим для пушки Пирса: $\lambda_{\text{Пирс}} = 2\sqrt{2}$. Таким образом, такое ускорение является быстрым по отношению к плазменным колебаниям и, следовательно, минимальная продольная температура при ускорении в пушке Пирса ограничена величиной порядка $2e^2 n^{1/3}$ (см. (4.6)).

Поперечная температура электронов не изменяется при ускорении, если пушка обладает достаточно хорошей электронной оптикой. Так, предложенная в [18] электронная пушка с гладкой оптикой позволяет ограничить возмущение поперечных скоростей при ускорении в пушке величиной, не превышающей дрейфовую скорость электронов в собственном электрическом поле пучка:

$$v_{\perp} \leq v_{\text{др}} = \frac{2cI_e}{Bv_0a_e}, \quad (4.12)$$

где v_0 —скорость электронов; a_e , I_e —радиус и ток электронного пучка; B —магнитное поле на участке охлаждения; c —скорость света. Требование, чтобы поперечная дрейфовая скорость электронов на границе пучка не превышала $v_c = 2\sqrt{e^2 n^{1/3}/m}$ определяет максимальную плотность электронов на участке охлаждения:

$$n \leq \left(\frac{B^2}{4\pi^2 mc^2 a_e^2} \right)^{3/5}. \quad (4.13)$$

Компенсация пространственного заряда электронного пучка позволяет уменьшить дрейфовую скорость электронов, но возмущение поперечных скоростей в пушке не может быть сделано много меньше $v_{\text{др}}$ [18].

Другим эффектом, ограничивающим монохроматичность электронного пучка, является градиент продольной скорости электронов по радиусу, вызванный собственным электрическим полем пучка:

$$\frac{dv_{\parallel}}{dr} = \frac{eI_e}{mv^2 a} \frac{r}{a} = \frac{2eI_e}{W} \frac{r}{a^2}. \quad (4.14)$$

Это состояние, в частности, определяет минимальную энергию электронов W_{\min} , с которой можно начинать адиабатическое ускорение. Из условия адиабатичности ускорения следует, что темп ускорения должен быть много меньше темпа ускорения в пушке Пирса. В этом случае пространственный заряд электронов создает поперечное электрическое поле, которое нельзя компенсировать, видоизменяя форму внешних электронов. Тем не менее, используя магнитное поле для предотвращения поперечного расталкивания пучка, можно ускорить электроны достаточно медленно (в соответствии с условием (4.10)). В этом случае ток пучка ограничен условием образования виртуального катода в плоскости, где начинается адиабатическое ускорение ($W = W_{\min}$)

$$I_e < 2 \sqrt{\frac{2e}{m}} \left(\frac{W_{\min}}{e} \right)^{3/2}. \quad (4.15)$$

Напряженность магнитного поля в пушке должна быть достаточно велика, чтобы подавить увеличение поперечной скорости электронов при ускорении (см. (4.12)). С ростом энергии электронов влияние пространственного заряда, а с ним и возбуждение поперечных скоростей частиц уменьшаются.

Приведем численный пример. Пусть энергия электронов $W = 470$ эВ, магнитное поле $B = 3$ кГс, радиус электронного пучка $a_e = 1$ мм. Тогда из (4.13) получаем максимальную плотность на участке охлаждения $n_e = 5 \cdot 10^8$ см⁻³ и ток электронного пучка $I_e = 3.5$ мА, а энергию, с которой можно начинать адиабатическое ускорение $W_{\min} \approx 14$ эВ. Положим энергетический разброс у катода $\Delta E_{\parallel} \approx T_c = 0.03$ эВ, тогда после быстрого ускорения до энергии 14 эВ из (2.8) получим продольную температуру электронов $T_{\parallel in} = 4.4 \cdot 10^{-4}$ эВ ($T_{\parallel in}/e^2 n_{in}^{1/3} \approx 2.15$). Из графика, приведенного на рис. 19, получаем продольную температуру электронов после адиабатического ускорения до энергии 470 эВ: $T_{\parallel fin}/e^2 n^{1/3} \approx 0.27$ ($T_{\parallel fin} = 3.1 \cdot 10^{-5}$ эВ). Уменьшение плотности электронов на порядок, до $n_e \approx 5 \cdot 10^7$ см⁻³, позволяет получить еще меньшую величину температуры после адиабатического ускорения: $T_{\parallel fin}/e^2 n^{1/3} \approx 0.16$ ($W_{\min} = 3.0$ эВ, $T_{\parallel in}/e^2 n_{in}^{1/3} \approx 3.2$, $T_{\parallel fin} = 8.5 \cdot 10^{-6}$ эВ). Таким образом, уменьшение тока электронов позволяет уменьшить продольную температуру. Минимальное значение температуры достигается при токе электронов, стремящемся к нулю, и равно $T_{\parallel} = T_c^2 / 2W \approx 10^{-6}$ эВ.

Большой интерес представляют электронные пучки с темпера-

турой $T_{\parallel} \leq 10^{-2} e^2 n^{1/3}$. При такой низкой температуре в электронном пучке появляется упорядоченность, т. е. пучок превращается в «электронный кристалл». Для получения такого холодного электронного пучка требуется адиабатическое ускорение до высокой энергии. Из рис. 19 следует, что при ускорении электронного пучка от температуры $T_{\parallel}/e^2 n^{1/3} = 4$ до $T_{\parallel}/e^2 n^{1/3} = 10^{-2}$ необходимо изменение энергии $\lg(W_{fin}/W_{in}) \approx 5$. Если энергия ускоренных электронов $W_{fin} = 50$ кэВ, то начальная энергия для адиабатического ускорения не должна превышать $W_{in} = 0.5$ эВ, а ток электронов не должен превышать 20 мкА. Из этой оценки видно, что для получения упорядоченности ток в электронном пучке должен быть очень мал. В диапазоне токов, реально используемых в экспериментах по электронному охлаждению, получение таких сверхнизких температур $T_{\parallel} \leq 10^{-2} e^2 n^{1/3}$ затруднено. Характерная величина температуры, которую можно получить при помощи адиабатического ускорения, примерно на порядок ниже $e^2 n^{1/3}$ и находится в пределах $(0.5 \div 2) \cdot 10^{-5}$ эВ.

4.2. Максимальные декременты и минимальные температуры

Как уже было сказано, сильное магнитное поле, сопровождающее электронный пучок, исключает поперечную степень свободы движения электронов из кинетики столкновений. В этом случае установившаяся температура охлаждаемого пучка отрицательно заряженных ионов порядка продольной температуры электронов, т. е. может достигать очень малых значений $T \leq 10^{-5}$ эВ. В случае положительно заряженных ионов дополнительная поперечная диффузия (из-за образования связанных пар электрон—ион) увеличивает поперечную температуру. Однако продольная температура ионов может достигать указанных минимальных значений. Таким образом, применение адиабатического ускорения электронов в пушке позволяет достигнуть температуры охлажденного пучка, на порядок меньшей полученной на НАП-М, что соответствует полностью упорядоченному (продольно-кристаллическому) состоянию в охлаждаемом ионном пучке.

Применение фотокатодов с низкой температурой эмитируемых электронов не дает принципиально нового качества с точки зрения получения минимальной температуры в охлаждаемом ионном пучке, так как при любом способе эмиссии поперечная степень свободы замагниченных электронов исключена из кинетики охлаждения, а продольная температура в основном определяется плотностью

электронов и способом ускорения. С нашей точки зрения, более существенным является возможность уменьшения поперечной температуры электронов, что в условиях замагниченности приведет к уменьшению внутреннего рассеяния в электронном пучке. Это позволяет при сохранении замагниченности электрон-ионных столкновений увеличить плотность электронов на участке охлаждения без увеличения магнитного поля (см. (2.6), (2.7)).

Максимальная величина силы трения, полученная в экспериментах на установке «Модель соленоида», достигается при скорости ионов, заметно превышающей продольную тепловую скорость электронов. Дальнейшее уменьшение продольной температуры электронов не может существенно изменить поведения силы трения в диапазоне скоростей $v_p > \sqrt{e^2 n^{1/3}/m}$ и, по-видимому, не может изменить максимальной величины силы трения. Поведение силы трения в диапазоне скоростей ионов $v_p < \sqrt{e^2 n^{1/3}/m}$ при предельно малой температуре электронного пучка $T \ll e^2 n^{1/3}$ требует дополнительного экспериментального и теоретического исследования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В сильном магнитном поле поперечная степень свободы электронов замагничена и исключается из кинетики столкновений. В этом случае эффективная температура электронов определяется их продольной температурой и достигает очень малых величин: кинетическая энергия электронов и потенциальная энергия их взаимодействия, становятся одного порядка. При этом эффективность охлаждения весьма чувствительна к условиям формирования и транспортировки электронного пучка. Теоретические расчеты здесь затруднительны и решающее значение преобращает эксперимент.

Использование сильного магнитного поля для сопровождения электронного пучка позволило получить низкую эффективную температуру электронов, что привело к резкому возрастанию эффективности охлаждения, в диапазоне малых относительных скоростей. При этом наблюдалось существенное отличие в охлаждении положительно и отрицательно заряженных ионов.

Авторы приносят искреннюю благодарность В.Г. Давидовскому, Д.В. Пестрикову и В.Д. Шильцеву за полезные обсуждения.

Расчет силы трения в случае предельной замагниченности движения электронов при помощи учета коллективной реакции электронной плазмы

Пусть тяжелая заряженная частица (ион) движется через плазму со скоростью $v_p \ll c$. В этом случае возбуждаемое в плазме электрическое поле потенциально, и плазма характеризуется диэлектрической проницаемостью $\epsilon_{k\omega}$, а для гармоник электрического поля, возбуждаемого ионом, можно написать следующее выражение:

$$i(\mathbf{k}, E_{k\omega}) = \frac{4\pi}{\epsilon(k, \omega)} \rho_{k\omega}, \quad E_{k\omega} = ik\varphi_{k\omega}, \quad (\text{П1.1})$$

где

$$\rho_{k\omega} = \int e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} e \delta(r - v_p t) d^3 r dt = 2\pi e \delta(\omega - \mathbf{k}, \mathbf{v}_p) \quad (\text{П1.2})$$

есть фурье-гармоники плотности заряда, создаваемого движущимся ионом. Совершая обратное фурье-преобразование и учитывая, что электрическое поле потенциально, получим электрическое поле, возбуждаемое ионом в плазме:

$$\mathbf{E}(r, t) = \frac{e}{2\pi^2 i} \int \frac{\mathbf{k}}{k^2} \frac{d^3 k d\omega}{\epsilon_{k\omega}} e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \delta(\omega - \mathbf{k}, \mathbf{v}_p). \quad (\text{П1.3})$$

Сила трения, действующая на ион, соответственно определяется этим полем за вычетом собственного поля иона:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{tp} = e \mathbf{E}(\mathbf{v}t, t) &= \frac{e^2}{2\pi^2 i} \int \frac{\mathbf{k}}{k^2} \left(\frac{1}{\epsilon_{k\omega}} - 1 \right) d^3 k \Big|_{\omega=(kv)} = \\ &= \frac{e^2}{2\pi^2} \int \text{Im} \left(\frac{1}{\epsilon} \right) \frac{\mathbf{k}}{k^2} d^3 k. \end{aligned} \quad (\text{П1.4})$$

Диэлектрическая проницаемость для замагниченной электронной плазмы, как известно, есть

$$\epsilon_{k\omega} = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{(\mathbf{k}, \hat{\mathbf{b}})^2}{k^2} + \frac{i\delta}{\omega}, \quad (\text{П1.5})$$

где $\hat{\mathbf{b}}$ — единичный вектор вдоль магнитного поля; δ — декремент затухания возмущения: $0 < \delta \ll \omega_{pe}$; $\omega_{pe}^2 = 4\pi ne^2/m$ — плазменная

частота электронов. Окончательно получаем

$$\mathbf{F}_{tp} = \frac{e^2}{2\pi^2} \int \text{Im} \left[\frac{(k, v)^2 \mathbf{k}}{(k, v)^2 k^2 - \omega_{pe}^2(k, \hat{b})^2 + i\delta k^2(k, v_p)} \right] d^3 k. \quad (\text{П1.6})$$

Дальнейшие вычисления удобно проводить в цилиндрической системе координат с осью, направленной вдоль скорости частицы:

$$\mathbf{F}_{tp} = \frac{e^2}{2\pi^2} \int \text{Im} \left[\frac{k_\parallel^2 \mathbf{k}}{k_\parallel^2(k_\parallel^2 + k_\perp^2) - \frac{\omega_{pe}^2}{v_p^2}(k_\perp b_\perp \cos\varphi + k_\parallel b_\parallel)^2 + i\gamma |k_\parallel|} \right] k_\perp dk_\perp dk_\parallel d\varphi. \quad (\text{П1.7})$$

Вычисляя интеграл по φ и устремляя $\gamma \equiv \frac{k^2 \delta}{v_p} \rightarrow 0$, получим для компонент силы трения поперек и вдоль скорости:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_\perp &= -\frac{e^2}{2\pi} \int \frac{k_\perp k_\parallel dk_\perp dk_\parallel}{\sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2} b_\perp \chi} \left[\frac{\sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2} - \chi b_\parallel}{\sqrt{\chi^2 b_\perp^2 k_\perp^2 - k_\perp^2(\chi b_\parallel - \sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2})^2}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2} + \chi b_\parallel}{\sqrt{\chi^2 b_\perp^2 k_\perp^2 - k_\perp^2(\chi b_\parallel + \sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2})^2}} \right], \\ \mathcal{F}_\parallel &= -\frac{e^2}{2\pi} \int \frac{k_\parallel^2 k_\perp dk_\parallel dk_\perp}{\sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2}} \left[\frac{1}{\sqrt{\chi^2 k_\perp^2 b_\perp^2 - k_\perp^2(\chi b_\parallel - \sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2})^2}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\sqrt{\chi^2 b_\perp^2 k_\perp^2 - (\chi b_\parallel + \sqrt{k_\perp^2 + k_\parallel^2})^2}} \right]. \end{aligned} \quad (\text{П1.8})$$

Здесь $\chi = \omega_{pe}/v_p$. Переходя в полярную систему координат $k_\perp = k \sin\theta$, $k_\parallel = k \cos\theta$ и вычисляя интеграл по θ для всех θ , при которых подынтегральное выражение действительно, получим

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_\perp &= -\frac{e^2 \chi b_\perp}{4} \int_0^{k_m} k^2 dk \left\{ \frac{k - \chi b_\parallel}{[\chi^2 b_\perp^2 + (k - \chi b_\parallel)^2]^{3/2}} - \frac{k + \chi b_\parallel}{[\chi^2 b_\perp^2 + (k + \chi b_\parallel)^2]^{3/2}} \right\}, \\ \mathcal{F}_\parallel &= -\frac{e^2}{4} \int_0^{k_m} k^2 dk \left\{ \frac{\chi^2 b_\perp^2}{(\chi^2 b_\perp^2 + (k - \chi b_\parallel)^2)^{3/2}} + \frac{\chi^2 b_\perp^2}{(\chi^2 b_\perp^2 + (k + \chi b_\parallel)^2)^{3/2}} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П1.9})$$

Здесь учтено, что интеграл логарифмически расходится на верхнем пределе, и область интегрирования ограничена величиной k_m . При $k_m \gg \chi$ интегралы легко вычисляются. В результате с логарифми-

ческой точностью получим

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_\perp &= -\frac{2\pi n e^4 L_c}{mv^2} 2b_\perp b_\parallel, \\ \mathcal{F}_\parallel &= -\frac{2\pi n e^4 L_c}{mv^2} b_\perp^2. \end{aligned} \quad (\text{П1.10})$$

Приложение 2

Расчет силы трения в случае предельной замагниченности движения электронов в двухчастичном приближении

Метод расчета основан на определении смещения каждого электрона под действием электрического поля налетающей частицы и последующем учете обратного воздействия этого электрона на налетающий ион. Поскольку дебаевское экранирование является существенно коллективным эффектом, то в таком методе расчета для устранения расходимостей при больших прицельных параметрах необходимо ограничить радиус взаимодействия. Будем считать, что электрическое поле налетающей частицы мгновенно «включается» при ее входе в дебаевскую сферу с радиусом r_D . Поскольку уравнения движения электрона в поле налетающего иона не интегрируются, воспользуемся теорией возмущений.

Пусть ион движется вдоль оси z , так что его координаты зависят от времени как $(x_p, y_p, z_p) = (0, 0, v_p t)$, а вектор магнитного поля находится в плоскости x, z и направлен под углом θ к оси z , т. е. $\mathbf{B} = (B \sin\theta, 0, B \cos\theta)$. Электрон при $t = -\infty$ поконится и имеет координаты $(x_e, y_e, z_e) = (\rho \cos\varphi, \rho \sin\varphi, 0)$, где ρ — прицельный параметр столкновений. Под воздействием электрического поля налетающего иона электрон смещается вдоль магнитного поля на величину $\xi(t)$, в соответствии с уравнением движения

$$\frac{d^2 \xi}{dt^2} = \frac{e^2 \rho \cos\varphi \sin\theta - v_p t \cos\theta}{m (\rho^2 + (vt)^2)^{3/2}}. \quad (\text{П2.1})$$

Считаем, что ион движется с постоянной скоростью v_p , а смещение электрона мало по сравнению с прицельным параметром столкновений. Интегрируя это уравнение, получим

$$\begin{aligned}\xi(z) &= \frac{e^2}{mv_p^2} \int_{-z_0}^z dz_1 \int_{-z_0}^{z_1} \frac{\rho \cos \varphi \sin \theta - z_2 \cos \theta}{[\rho^2 + z_2^2]^{3/2}} dz_2 = \\ &= \frac{e^2}{mv_p^2} \left[\frac{\sin \theta \cos \varphi}{\rho} \left(\sqrt{z^2 + \rho^2} - \sqrt{z_0^2 + \rho^2} + \frac{z_0(z+z_0)}{(z_0^2 + \rho^2)^{1/2}} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \cos \theta \left(\frac{z+z_0}{(z_0^2 + \rho^2)^{1/2}} - \ln \frac{z+\sqrt{z^2+\rho^2}}{-z_0+\sqrt{z_0^2+\rho^2}} \right) \right]. \quad (\text{П2.2})\end{aligned}$$

Передача импульса от одного электрона иону равна

$$\Delta p_i = e^2 \int_{-z_0/v_D}^{z_0/v_D} dt \xi_i \frac{\partial}{\partial r_i} \left(\frac{r_i}{r^3} \right) = \frac{e^2}{v_p} \int_{-z_0}^{z_0} \xi_i \frac{r^2 \delta_{ij} - 3r_i r_j}{r^5} dz, \quad (\text{П2.3})$$

где $\mathbf{r} = (\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi, -v_p t)$ — расстояние между электроном и налетающим ионом. Интегрируя по прицельному параметру, получим силу трения

$$F_i = \int \Delta p_i \rho d\rho d\theta v = e^2 \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \rho d\rho \int_0^{2\pi} d\theta \int_{-z_0}^{z_0} \xi_i \frac{r^2 \delta_{ij} - 3r_i r_j}{r^5} dz. \quad (\text{П2.4})$$

Из условия включения взаимодействия при $r = r_D \equiv v_p/\omega_p$ следует, что

$$\rho_{\max} = r_D, \quad z_0 = \sqrt{r_D^2 - \rho^2}.$$

Минимальный прицельный параметр определяется условием применимости теории возмущений, т. е. малости смещения по сравнению с прицельным параметром. Из (П2.2) получим

$$\xi(0) = \frac{e^2}{mv_p^2} \left[\sin \theta \cos \varphi - \cos \theta \left(1 - \ln \frac{2r_D}{\rho} \right) \right], \quad r_D \gg \rho, \quad (\text{П2.5})$$

откуда следует, что

$$\rho_{\min} \simeq \frac{e^2}{mv_p^2} \ln \frac{2r_D}{\rho_{\min}} \simeq \frac{e^2}{mv_p^2} \ln \left(\frac{r_D m v_p^2}{e^2} \right). \quad (\text{П2.6})$$

Подставляя (П2.2) в (П2.4) и выполняя интегрирование, получим в логарифмическом приближении компоненты силы трения вдоль и поперек скорости иона:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_{\parallel} &= -\frac{2\pi n e^4 L_c}{mv_p^2} \sin^2 \theta, \quad L_c \simeq \ln \frac{r_D}{r_{\min}}, \\ \mathcal{F}_{\perp} &= -\frac{2\pi n e^4 L_c}{mv_p^2} \cos \theta \sin \theta. \quad (\text{П2.7})\end{aligned}$$

В полученном выражении компоненты силы трения вдвое меньше, чем в (П1.10). Разница связана с пренебрежением вкладом малых прицельных расстояний в проведенном расчете.

ЛИТЕРАТУРА

- Будкер Г.И. Эффективный метод демпфирования колебаний частиц в протонных и антипротонных накопителях.—Атомная энергия, 1967, т.22, № 5, с.246—248.
- Будкер Г.И., Скринский А.Н. Электронное охлаждение и новые возможности в физике элементарных частиц.—УФН, 1978, т.124, № 4, с.561.
- Будкер Г.И., Булушев А.Ф., Диканский Н.С. и др. Новые результаты исследований по электронному охлаждению.—Труды V Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. М.: Наука, 1977, т.1, с.236—239.
- Дербенев Я.С., Скринский А.Н. Эффекты замагниченности в электронном охлаждении.—Физика плазмы, 1978, т.4, № 3, с.492—500.
- Диканский Н.С., Коннов В.И., Куделайнен В.И. и др. Изучение быстрого электронного охлаждения.—Труды VI Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1979, т.1, с.99—106; Препринт ИЯФ СО АН СССР 79-56. Новосибирск, 1979.
- Скринский А.Н., Пархомчук В.В. Методы охлаждения пучков заряженных частиц.—ЭЧАЯ, 1981, т.12, вып.3, с.557—613.
- Bell M. et al. Electron Cooling in ICE at CERN.—Nucl. Instr. and Meth., 1981, v.190, N 2, p.235—255.
- Foster R. et al. Electron Cooling Experiments at Fermilab.—IEEE Trans. Nucl. Science, 1981, v.NS-28, N 3, p.2386—2388.
- Ellison T. et al. Electron Cooling and Accumulation of 200 MeV Protons at Fermilab.—IEEE Trans. Nucl. Science, 1983, v.NS-30, N 4, p.2370—2372.
- Диканский Н.С., Кокоуллин В.И., Кот Н.Х. и др. Быстрое электронное охлаждение в диапазоне малых относительных скоростей.—XIII Международная конференция по ускорителям частиц высоких энергий. Новосибирск: Наука, 1987, т.1, с.330—333.
- Диканский Н.С., Кот Н.Х., Куделайнен В.И. и др. Влияние знака заряда иона на силу трения при электронном охлаждении.—Препринт ИЯФ СО АН СССР 87-102. Новосибирск, 1987.
- Parkhomchuk V.V. Physics of Fast Electron Cooling.—Proc. of Workshop on Electron Cooling and Related Applications, 1984, Karlsruhe.
- Куделайнен В.И., Лебедев В.А., Мешков И.Н., Пархомчук В.В., Сухина Б.Н. Температурная релаксация в замагниченном электронном потоке.—ЖЭТФ, 1982, т.83, вып.6(12), с.2056—2064.
- Серый А.А. Электронное охлаждение малых разбросов скоростей: Дипломная работа, Новосибирский государственный университет.—Новосибирск, 1986.

14. Piwinski A. IX Intern. Conf. on High Energy Accelerators. Stanford, California, May 1974, p.405.
15. Кот Н.Х., Сухина Б.Н. Опыт эксплуатации и усовершенствования электростатических ускорителей ЭГ-1.5 и GEVW 0.5/2000.— Вопросы атомной науки и техники, сер. Техника физического эксперимента, 1985, вып.1(22), с.7—9.
16. Кот Н.Х., Лебедев В.А., Овчар В.К., Останин В.П., Пархомчук В.В., Сухина Б.Н. Контроль параметров и управление оборудованием, расположенным внутри высоковольтного электрода инжектора ЭГ-1.5, при помощи ЭВМ.— Вопросы атомной науки и техники, сер. Техника физического эксперимента, 1985, вып.1(22), с.59—61.
17. Кот Н.Х., Пархомчук В.В. Трехпучковый источник отрицательных ионов водорода на парах воды.— Приборы и техника эксперимента, 1985, т.1, с.34—36.
18. Лебедев В.А., Шарана А.Н. Формирование электронного пучка с малыми попечерными скоростями в системах с продольным магнитным полем.— ЖТФ, 1987, т.57, № 5, с.975.
19. Арапов Л.Н., Диканский Н.С., Кокоуллин В.И., Куделайнен В.И., Лебедев В.А., Пархомчук В.В., Смирнов Б.Н., Сухина Б.Н. Прецизионный соленоид для электронного охлаждения.— XIII Международная конференция по ускорителям частиц высоких энергий. Новосибирск: Наука, 1987, т.1, с.341—343.
20. Дементьев Е.И., Диканский Н.С., Медведко А.С. и др. Измерение тепловых шумов протонного пучка на накопителе НАП-М.— ЖТФ, 1980, т.50, № 8, с.1717—1729.
21. Пархомчук В.В., Пестриков Д.В. Тепловые шумы интенсивного пучка в накопителе.— ЖТФ, 1980, т.50, № 7, с.1411—1418.
22. Диканский Н.С., Пестриков Д.В. Влияние эффектов упорядочения на релаксацию несгруппированного холодного пучка в накопителе.— ЖТФ, 1986, вып.2, с.289—296; вып.3, с.505—514.
23. Feigerle C.S., Pierce D.T., Seiler A., Celotta R.J. Appl. Phys. Lett, 1986, v.44, p.866.
24. Ландау Л.Д. Лившиц Е.М. Статистическая физика, т. V, часть 1.— М.: Наука, 1976.
25. Пархомчук В.В. Физика быстрого электронного охлаждения.— Дис. на соиск. учен. степени доктора физ.-мат. наук. Новосибирск ИЯФ СО АН СССР, 1985.
26. Киселев А.Б., Никонов Б.П., Турсынметов К.А. Радиотехника и электроника, 1975, т.20, с.1041.

Н.С. Диканский, В.И. Куделайнен, В.А. Лебедев,
И.Н. Мешков, В.В. Пархомчук, А.А. Серый,
А.Н. Скрипинский, Б.Н. Сухина

Предельные возможности электронного охлаждения

Ответственный за выпуск С.Г.Попов

Работа поступила 20 апреля 1988 г.
Подписано в печать 5.05. 1988 г. МН 08305
Формат бумаги 60×90 1/16 Объем 3,7 печ.л., 3,0 уч.-изд.л.
Тираж 290 экз. Бесплатно. Заказ № 61

Набрано в автоматизированной системе на базе фотонаборного автомата ФА1000 и ЭВМ «Электроника» и отпечатано на ротапринте Института ядерной физики СО АН СССР,
Новосибирск, 630090, пр. академика Лаврентьева, 11.